

SKALYAR TENZOR GRAVITATSIYA NAZARIYASI YECHIMLARINI STATIK SFERIK-SIMMETRIK REISSNER-NORDSTRÖM METRIKASIDA QO‘LLASH

**K.A.Bronnikov¹, Q.A.Badalov^{2,3}, R.M.Ibadov², I.E.Nishonov², B.M.
Rahmatov², U.J.Saydullayev²**

¹Rossiya Xalqlar do‘stligi universiteti Gravitatsiya va kosmologiya
instituti, Moskva 117198, Rossiya, kb20@yandex.ru

²Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat unversiteti, Samarqand
140104, O‘zbekiston, ibrustam@mail.ru

³O‘zbekiston-Finlandiya pedagogika instituti, Samarqand 140107,
O‘zbekiston, kr.badalov@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada ixtiyoriy statik sferik-simmetrik metrikani ma’lum minimal bo‘lmagan bog‘lanish funksiyasi $f(\phi)$ va potensial $U(\phi)$ bilan gravitatsiyaning skalyar-tenzor nazariyasining (STN) aniq yechimi sifatida taqdim etish mumkinligi ko‘rsatilgan. STNda skalyar maydon o‘z holatini ma’lum koordinatalarida kanonik ko‘rinishdan fantomga o‘zgartirishi mumkinligi ko‘rsatiladi. Biroq, STN ko‘rinishi radial koordinataning to‘liq sohasida emas, balki chegaralangan sohasida bo‘lib, umumiy holda muhim ahamiyatga ega bo‘ladi. STN da Reissner-Nordström metrikasi misol sifatida ko‘rib chiqiladi.

Kalit so‘zlar: skalyar-tenzor nazariya, bog‘lanish funksiyasi, statik sferik-simmetrik metrika, potensial, Reissner-Nordström metrikasi.

APPLICATION OF SOLUTIONS OF SCALAR TENSOR THEORY OF GRAVITY IN STATIC SPHERICALLY SYMMETRICAL REISSNER- NORDSTRÖM METRICS

Abstract. The article shows that an arbitrary static spherically symmetric metric can be represented as an exact solution of the scalar-tensor theory of gravity (STT) with a known non-minimal coupling function $f(\phi)$ and potential $U(\phi)$. The STT shows that a scalar field can change its state from canonical to phantom at certain coordinates. However, the STT view is not in the entire radial coordinate region, but in a limited region, which is generally important. From the point of view of STT, the Reissner-Nordström metric is considered.

Key words: scalar-tensor theory, coupling function, static spherically symmetric metric, potential, Reissner-Nordström metric.

ПРИМЕНЕНИЕ РЕШЕНИЙ СКАЛЯРНОЙ ТЕНЗОРНОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ В СТАТИЧЕСКИХ СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНЫХ МЕТРИКАХ РЕЙССНЕРА-НОРДСТРЕМА

Аннотация. В статье показано, что произвольная статическая сферически-симметричная метрика может быть представлена как точное решение скалярно-тензорной теории гравитации (СТТ) с известной неминимальной функцией связи $f(\phi)$ и потенциалом $U(\phi)$. В СТТ показано, что скалярное поле может менять свое состояние с канонического на фантомное в определенных координатах. Однако вид СТТ находится не во всей области радиальной координаты, а в ограниченной области, что в целом важно. С точки зрения СТТ рассматривается метрика Райсснера-Нордстрема.

Ключевые слова: скалярно-тензорная теория, функция связи, статическая сферически-симметричная метрика, потенциал, метрика Рейсснера-Нордстрема.

Kirish. Gravitatsiya nazariyasining ba'zi so'nggi tadqiqotlariga ko'ra qiziqarli xususiyatlarga ega bo'lgan fazo-vaqt metrikasi shuni ko'rsatadiki, umumiy nisbiylik nazariyasi (UNN) yoki uning boshqa ko'rinishlarida maydon tenglamalari yechimi sifatida shu paytgacha olinmagan yechimlar ko'rib chiqilgan.

Ularning aksariyati nosingulyardir va kvant hodisalari tufayli tartibga solish natijasida kutilayotgan fazo-vaqtlarning mumkin bo'lgan fenomenologik tavsiflari sifatida yarim klassik gravitatsiya doirasida ham, kvant gravitatsiya kuchiga turli yondashuvlarda ham qo'llaniladi.

Simpson va Visser (SV) [1] Shvartsschild metrikasidagi $r=0$ singulyarlikni yo'qotish uchun sferik radius r ni $r(x)=\sqrt{x^2+b^2}$ ifodasi bilan almashtirishni taklif qildi, bu yerda $x \in R$ yangi radial koordinata. Bu almashtirishda $r(x)$ radius nol qiymatiga teng bo'lmaydi, ya'ni singulyarlik yo'q. Ushbu mulohazalardan nosingulyar metrika quyidagiga teng bo'ladi:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2m}{\sqrt{x^2+b^2}}\right) dt^2 + \left(1 + \frac{2m}{\sqrt{x^2+b^2}}\right)^{-1} dx^2 + (x^2+b^2) d\Omega^2, \quad (1)$$
$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2.$$

Bunda m - massa va $|x|$ ning katta qiymatlarida Shvartsschildning asimtotik yechimiga kelinadi. ($r=0$) singulyarlik o'rnida $x=0$ da $r=b>0$ radius regulyar minimumga ega bo'ladi.

Yuqoridagi (1) tenglamagi qavs ichidagi ifodani nolga tenglashtirib x ni topamiz. Ko'rishimiz mumkinki, agar $b>2m$ bo'lsa $x=0$ nuqtada bir bo'g'izli o'tkazuvchi yumronqoziq iniga, $b<2m$ bo'lsa $x=\pm\sqrt{4m^2-b^2}$ nuqtada oddiy ikki qutbli regulyar qora tuynukga, $b=2m$ bo'lsa $x=0$ nuqtada bitta ekstremal qutbga ega regulyar tuynukga keladi.

Shunga o'xshash regularizatsiyalar Reissner-Nordström [2] va boshqa singulyar metrikalar [3] uchun olingan. SV almashtirishi metrikaning ma'lum bir parametrini almashtirish orqali singulyarlikdan (qaralayotgan metrikada nol qiymatda singulyarlikka mos keladi) qutilishga keladi. Nol qiymatga ega bo'lmagan $\sqrt{u^2+b^2}$ ifodada $b>0$ regularizatsiya parametri bo'ladi.

Xususan, bu kvant gravitatsiya kuchining mumkin bo'lgan ta'sirini klassik doirada tasvirlashning oddiy usuli sifatida ko'rinadi va har qanday noma'lum kvantlash tafsilotlarini e'tiborga olmaydi. Shuning uchun shu tarzda paydo bo'ladigan yangi geometriyalar doimo ahamiyatga ega bo'ladi va katta qiziqish uyg'otadi. Bunday geometriyalarning statsionar aylanadigan holi [4-6] mualliflar tomonidan o'rganilgan.

Ushbu maqolada umumiy mulohaza yuritishimiz uchun turli xil statik va sferik-simmetrik fazo-vaqtlarda quyidagi metrika qoraladi:

$$ds^2 = A(x)dt^2 - \frac{dx^2}{A(x)} + r^2(x)d\Omega^2, \quad (2)$$

bu yerda metrika kvaziglobal radial koordinata x deb ataladigan shartlarda yozilgan [4]. (2) tenglama qora tuynuk va yumronqoziq inlarida fazo-vaqtlarni tavsiflashga mos keladi. Agarda $r(x)$ finit bo'lsa, gorizont qora tuynuk $A(x)$ ning regular nollariga mos keladi. $A(x)>0$ da $r(x)$ regular minimumida esa bo'g'izga ega bo'lgan yumronqoziq inlariga to'g'ri keladi. Agar $A(x)<0$ sohada $r(x)$ minimal qiymatga ega bo'lsa "qora sakrash" (a black bounce) deb ataladi [1]. Gorizont ($A(x)=0$) ga to'g'ri keladigan $r(x)$ ning minimal qiymati esa "qora bo'g'iz" deb atalgan [5].

Eynshteyn tenglamasiga (2) metrikani qo'ysak anizotrop suyuqlikning energiya-implus tenzoriga $T_\mu^\nu = \text{diag}(\rho, -p_r, -p_\perp, -p_\perp)$ keladi, bu yerda ρ zichlik, p_r radial bosim va $p_\perp$ tangensial bosim. Biroq, regular fazo-vaqtlarda SVning metrikasidan foydalanish muhimroq. Bunda Lagranj formalizmi orqali ularning barqarorlik xossalari o'z ichiga olgan dinamikasini o'rganish imkonini beradi. [5-6] dan ikkita xususiyat: birinchisi gravitatsiya bilan minimal bog'langan o'z-o'zidan ta'sir qiluvchi skalyar maydon, ikkinchisi esa Lagranj funksiyasi $L_e = L_e(F)$ (bu yerda $F = F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$, $F^{\mu\nu}$ - elektromagnit maydon tenzori) bo'lgan chiziqli bo'lmagan elektromagnit maydonni o'z ichiga olgan energiya-implus tenzori bilan Eynshteyn tenglamalarining aniq yechim uchun erkin statik, sferik simmetriyaga ega metrikani olish mumkin. Ma'lum bo'lishicha, skalyar maydon yoki elektromagnit maydonning o'zi ixtiyoriy metrikani, shu jumladan uning SV ga o'xshash misollarini ham hisobga olmaydi, chunki ularning energiya-implus tenzorlari simmetriya xususiyatlariga ega: elektromagnit maydonlar uchun $T_t^t = T_\theta^\theta$ va skalyar maydonlar uchun $T_t^t = T_x^x$. Shu bilan

birga, ularning kombinatsiyasi har qanday statik, sferik-simmetrik metrikaning manbasini olish imkonini beradi [7-9].

Yumronqoziq inlari yoki qora sakrashlarni (yoki ikkalasini ham) o'z ichiga olgan metrikada fantom maydonining mavjudligi zarur bo'ladi, chunki mos keladigan energiya-impuls tenzorining nol energiya holatini buzishi kerak. Bu Shvartssild va Reissner-Nordström metrikasining SV regularizatsiya uchun olingan maydon manbalarining aniq shakllarini ko'rsatadi [5]. Biroq, umumiy holatda, skalyar maydon faqat kanonik (ya'ni musbat kinetik energiya bilan) yoki faqat fantom (manfiy kinetik energiya bilan) bo'lishi mumkin emas, balki bir sohadan ikkinchisiga o'tganda o'z tabiatini o'zgartirishi kerak [10]. Bunday skalyar kuchli maydonda fantom va boshqa joylarda kanonik bo'lib qoladi. Bunday skalyar "trapped ghost" deb nomlanadi va yumronqoziq inlari va oddiy qora tuynuklarni o'z ichiga olgan bir qator global regular fazo-vaqtlarini olish uchun ishlatiladi [11]. Xususan, umumlashtiruvchilar ("qora koinot") sof fantom skalyar orqali oddiy regular yumronqoziq inlari va qora tuynuk yechimlari olingan [12]. Bundan tashqari, skalyar maydon o'z tabiatini o'zgartiradigan o'tish sirtlari qora tuynuk va yumronqoziq inlari modellarida barqarorlashtiruvchi ekanligi ko'rsatildi [13]. UNN dagi kanonik massasiz skalyar maydon uchun Fisher yechimining SV ga o'xshash regularizatsiyasi [14] hamda o'zaro ta'sir qiluvchi massasiz elektromagnit va skalyar va [15] maydonlarga ega bo'lgan dilatonik qora tuynuk yechimlarining kichik to'plami misol sifatida qarash mumkin. Ikkala holatda ham mos manbalarda chiziqli bo'lmagan elektromagnit maydon va "trapped ghost" skalyar maydoniga ega.

Tadqiqot metodologiyasi. Ushbu maqolada shu ikkita maydon kombinatsiyasidan iborat bitta maydonga ega bo'lgan ixtiyoriy statik sferik-simmetrik fazo-vaqtning maydon tavsifini olishga harakat qilingan. Bunda skalyar maydon va fazo-vaqt egriligi o'rtasidagi minimal bo'lmagan bog'lanishni yangi erkin bosqich sifatida foydalanish tavsiya etiladi. Boshqacha qilib aytganda, gravitatsiyaning skalyar-tenzor nazariyalaridan foydalanish ko'rsatiladi. Bunday ko'rinish haqiqatan ham mumkinligi va STN xarakteristikalarini olish algoritmi ko'rsatiladi. (2) metrikada $A(x)$ va $r(x)$ ixtiyoriy bo'lganda $f(\phi)$ - minimal bo'lmagan bog'lanish funksiyasi, $U(\phi)$ - potensial va $h(\phi)$ - kinetik bog'lanish funksiyasidir. Ushbu algoritmning muhim xususiyati shundaki, $f=0$ yoki $f=\infty$ bo'lgan sirtlar bilan ajratilib turli sohalari bilan ishlanadi. Metrik signatura $(-, +, +, +)$, $8\pi G=c=1$ deb qabul qilgan hamda $G_{\mu}^{\nu}=R_{\mu}^{\nu}-\frac{1}{2}\delta_{\mu}^{\nu}R=-T_{\mu}^{\nu}$ Eynshteyn tenglamalaridan foydalanilgan.

Sferik-simmetrik fazo-vaqtlarning skalyar-tenzor nazariyasidagi ko'rinishi

Umumiy Bergmann-Vagner-Nordvedt skalyar-tenzor gravitatsiya nazariyasi quyidagi ta'sir bilan tavsiflanadi [16-18]

$$S_{STN} = \frac{1}{16\pi} \int \sqrt{-g} d^4x \left[f(\phi) R + 2h(\phi) \phi_{;\alpha}^{\alpha} \phi_{;\alpha}^{\alpha} - 2U(\phi) + L_m \right] \quad (3)$$

bu yerda R - fazo-vaqtning skalyar egriligi, f, h va U skalyar maydon ϕ ning ixtiyoriy funksiyalari $f(\phi) > 0$ finitli (chunki effektiv gravitatsiya maydoni doimiysi $1/f$ ga proporsional), va L_m - gravitatsiyaga ega bo'lmagan materiyaning Lagranj funksiyasi. $L_m = 0$ deb faraz qilsak va (3) ta'sir integralini variatsiyalasak maydon tenglamasi quyidagi ko'rinishga keladi

$$(G_{\mu}^{\nu} + \nabla_{\mu} \nabla^{\nu} - \delta_{\mu}^{\nu} \Pi) f + h(2\phi_{\mu} \phi^{\nu} - \delta_{\mu}^{\nu} \phi_{;\alpha}^{\alpha} \phi_{;\alpha}^{\alpha}) + \delta_{\mu}^{\nu} U = 0, \quad (4)$$

$$4h\Pi\phi + 2h\phi_{;\alpha}^{\alpha} \phi_{;\alpha}^{\alpha} - f_{\phi} R + 2U_{\phi} = 0, \quad (5)$$

bu yerda G_{μ}^{ν} Eynshteyn tenzori, $\Pi = \nabla^{\mu} \nabla_{\mu}$ Dalamber operatori, indeksdagi ϕ belgilash $d/d\phi$ hosilani ifodalaydi. Bianki ayniyati $\nabla_{\nu} G_{\mu}^{\nu} = 0$ dan foydalanilib (4) dan (5) tenglik olinadi. Bunda (5) tenglamalar (4) ning natijasi bo'lganidan faqat (4) tenglamalarni ko'rib chiqamiz.

(2) metrikadan Eynshteyn tenzorining nolga teng bo'lmagan komponentlari quyidagiga teng:

$$G_t^t = \frac{1}{r^2} [-1 + 2(2rr' + r'^2) + A'r r'], \quad (6)$$

$$G_x^x = \frac{1}{r^2} [-1 + A'r r' + A r'^2], \quad (7)$$

$$G_{\theta}^{\theta} = G_{\phi}^{\phi} = \frac{1}{r} \left[A r'' + \frac{1}{2} A'' r + A' r' \right] \quad (8)$$

Natijada (4) tenglamalar quyidagi uchta tenglamalarga keladi

$$f G_t^t + A f'' + f' \left(\frac{2A r'}{r} + \frac{A'}{2} \right) + A h \phi'^2 + U = 0, \quad (9)$$

$$f G_x^x + f' \left(\frac{2A r'}{r} + \frac{A'}{2} \right) - A h \phi'^2 + U = 0, \quad (10)$$

$$f G_{\theta}^{\theta} + A f'' + f' \left(\frac{A r'}{r} + A' \right) - A h \phi'^2 + U = 0, \quad (11)$$

bu yerda $\phi = \phi(x)$ faraz qilingan. Ushbu tenglamalarning uchta kombinatsiyasini quyidagicha tuzamiz:

$$f(G_t^t - G_{\theta}^{\theta}) = f' \left(\frac{A'}{2} - \frac{A r'}{r} \right) \quad (12)$$

$$f(G_t^t + G_x^x) + A f'' + f' \left(\frac{4A r'}{r} + A' \right) = -2U \quad (13)$$

$$f(G_t^t - G_x^x) + A f'' = -2A h \phi'^2 \quad (14)$$

Agar $A(x)$ va $r(x)$ lar ma'lum silliq funksiyalar bo'lsa va $r \neq 0$, G_μ^ν ning barcha komponentalari ham ma'lum va silliq bo'ladi va (12) ni integrallab x koordinataga ega f ni topamiz. $f(x)$ ning ma'lum bo'lganidan (13) dan foydalanib U ni va (14) dan $h\phi'^2$ ni aniqlash mumkin.

Oxirgi tenglikdan o'zgaruvchining ixtiyoriyligidan $\phi(x)$ funksiyasini monoton funksiya sifatida ixtiyoriy tanlab olish mantiqan to'g'ri bo'ladi. Natijada $f(x)$ va $U(x)$ larni ϕ ning funksiyasi ko'rinishiga olib kelish mumkin. Bunday yondashuv umumiylikni buzmaydi, faqat skalyar maydon parametrlarini tuzatishiga olib keladi.

Keyin $h(x)$ va $h(\phi)$ osongina aniqlanadi va taklif etilayotgan metrika skalyar-tenzor nazariyasining vakuum yechimi sifatida taqdim etiladi. Agar $F(x) = \frac{A'}{2} - \frac{Ar'}{r} = 0$ bo'lsa $x = x_0$ nuqtada noaniqlikga ega bo'ladi. Umuman olganda, bunday nuqtalarda $(G_t^t - G_\theta^\theta)|_{x_0} = G_0 \neq 0$. Regulyar nol nuqtalarida $F(x)$ funksiya $k(x - x_0)^n$ kabi bo'ladi, bu yerda $n \in N$, $k \in R$ va $k \neq 0$. Shuning uchun, x_0 nuqta atrofidan $f \approx \frac{G_0}{k} \int x^{-n} dx$ bo'ladi. $x \rightarrow x_0$ da esa $\frac{G_0}{k}$ munosabatning ishorasiga qarab $f(\phi)$ nolga yoki cheksizlikka intiladi.

Bundan skalyar-tenzor nazariya $x = x_0$ nuqtalarda ma'noga ega emas va faqat $F(x) = 0$ bo'lgan x oraliqda ma'noga ega degan xulosaga kelishimiz mumkin. $G_t^t - G_\theta^\theta$ ning mumkin bo'lgan nol nuqtalari hech qanday muammo keltirmaydi. Trivial holat $G_t^t - G_\theta^\theta = 0$ ga $f = 0$ mos keladi, ya'ni ixtiyoriy o'z-o'zidan ta'sir qiladigan $U(\phi)$ potensialga ega ϕ funksiya skalyar maydonda umumiy nisbiylik nazariyasining ixtiyoriy yechimlari bo'ladi. Bundan tashqari, $f = \text{const}$ bo'lsa, ϕ maydonining kanonik ($h > 0$) yoki fantom ($h < 0$) xususiyatini aniqlaydigan $h(\phi)$ funksiyaning qiymati o'zgarmasligini ko'rishimiz mumkin. Bunday holat "trapped ghost" [10-11] deb nomlanadi. Bu yerda $h(\phi)$ fazo-vaqt singulyarligiga olib kelmasdan, qandaydir o'tish yuzasida o'z qiymatini o'zgartiradi. Skalyar-tenzor nazariyasidagi $h(\phi)$ funksiyaning qiymati aniqlanmagan, biroq ϕ ning mumkin bo'lgan fantom xususiyati bilan bog'lanishi chiziqli emas va Eynshteyn konformal sistemasiga o'tish bilan bog'langan [17]. Xususan, skalyar-tenzor nazariyasidagi skalyar maydon fantom maydoni bo'ladi, agarda

$$D(\phi) = 2f(\phi)h(\phi) + \frac{3}{2} \left(\frac{df}{d\phi} \right)^2 < 0 \quad (15)$$

tengsizlik o'rinli bo'lsa. Masalan, Brans-Dik skalyar-tenzor nazariyasida $f = \phi$, $2h = \frac{\omega}{\phi}$, va $D(\phi) = \omega + \frac{3}{2}$, bu yerda ω - Brans-Dikning bog'lanish doimiysi. Shuni ham ta'kidlash kerakki, $\text{sign } D(\phi)$ funksiya ϕ parametrizatsiyasi bo'yicha bog'liq emas:

haqiqatan ham, $\phi(\psi)$ monotonik funksiyaga ega bo'lgan boshqa ψ maydoniga o'tishda $D(\psi)=D(\phi)\left(\frac{d\phi}{d\psi}\right)^2$ olamiz.

Tahlil va natijalar. Vakuumdagi UNNning yechimini yoki minimal bog'langan ϕ skalyar maydon yechimlarini hisobga olgan holdagi misollarni ko'rib chiqish ahamiyatsiz, chunki u bunday STN ning eng oddiy misolidir. Masalan, $f=\text{const}$, $\phi=\text{const}$ va $U=\Lambda$ kosmologik doimiysi bo'lganda Shvartssild-(anti-) de Sitter metrikasini muhokama qilish ma'noga ega bo'lmaydi. Brans-Dik nazariyasi yoki konformal bog'langan skalyar maydonga ega UNN kabi ma'lum skalyar-tenzor nazariyasining har qanday yechimi haqida ham xuddi shunday deyish mumkin (masalan, $U=0$ bo'lgandagi umumiy yechimlar uchun [19] ni qarang). Shu sababli quyidagi Reissner-Nordström metrikasini ko'rib chiqish maqsadga muvofiq:

Reissner-Nordström metrikasi (2) dan quyidagi ko'rinishga ega

$$r(x) \equiv x, \quad A(x) = A(r) = 1 - \frac{2m}{r} + \frac{q^2}{r^2}, \quad (16)$$

bu yerda m Shvartssild massasi, q - elektr yoki magnit zaryadi bo'lishi mumkin. Bu (16) quyidagi energiya-implus tenzoriga ega sferik-simmetrik Maksvell elektromagnit maydonidagi Eynshteyn tenglamalarining yechimidir

$$T_{\mu}^{\nu} = \frac{q^2}{r^4} \text{diag}(+1, +1, -1, -1) \quad (17)$$

Bu ifodadagi Eynshteyn tenglamalarida $G_{\mu}^{\nu} = -T_{\mu}^{\nu}$ almashtirish natijasida (12)-(14) tenglamalar (16) ni e'tiborga olsak

$$\frac{2q^2}{r^4} f = \frac{r^2 - 3mr + 2q^2}{r^3} f' \quad (18)$$

$$\frac{2q^2}{r^4} f - \frac{r^2 - 3mr + 2q^2}{r^2} f'' - \frac{4r^2 - 6mr + 2q^2}{r^3} f' = 2U \quad (19)$$

$$f'' = -2h\phi^2 \quad (20)$$

bu yerda shtrix belgisi $\frac{d}{dr}$ ni bildiradi.

(18)-(20) larda $9m^2 > 8q^2$ shart o'rinli deb qabul qilsak, $r^2 - 3mr + 2q^2$ had ikkita haqiqiy ildizlar $(a, b) = \frac{1}{2}(3m \pm \sqrt{9m^2 - 8q^2})$ ga ega bo'ladi. Aks holda $f(\phi)$ va boshqa

kattaliklar uchun natijalar murakkabroq bo'ladi. Shunday qilib, $a+b=3m$ va $ab=2q^2$.

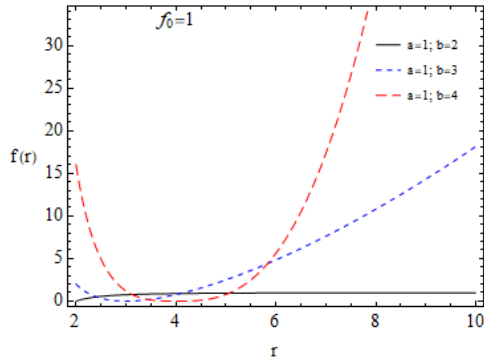
Endi (18) ni integrallab quyidagiga kelimiz:

$$f(r) = f_0 r |r-a|^{\frac{b}{a-b}} \cdot |r-b|^{-a(a-b)} \quad (21)$$

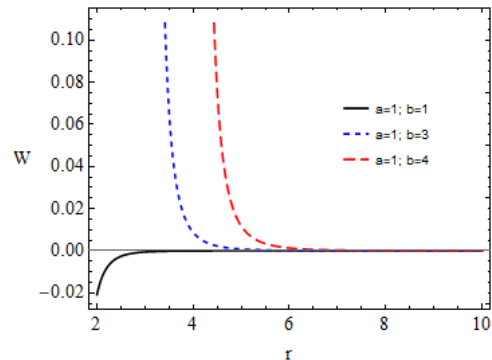
bu yerda $f_0 > 0$ – integrallash doimiysi. $U(r)$ potensial ifodasini esa (19) dan foydalanib topamiz:

$$U(r) = \frac{f(r)}{2} \frac{ab(2a^2 - 5ab + 2b^2)}{6r^2(r-a)^2(r-b)^2}, \quad (22)$$

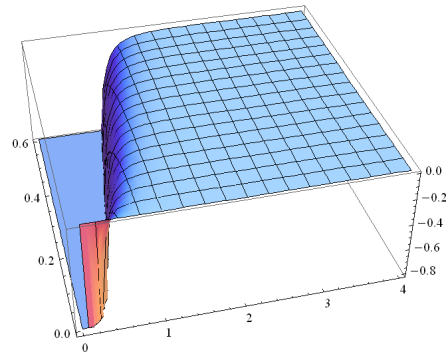
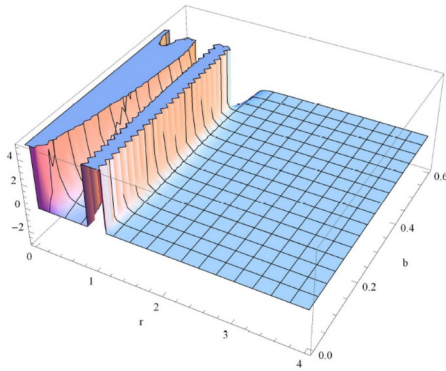
endi $W(r, a, b) = \frac{U(r)}{f(r)}$ deb belgilab (22) quydagi grafiklarni hosil qilamiz:



1-rasm. Integrallash doimiysi musbat ya'ni $f_0 > 0$ bo'lgan hol uchun $f = f(r)$ funksiyaning ko'rinishi.



2-rasm. $U(r)$ potensial energiya va $f(r)$ funksiyalar nisbatini W deb belgilab olingan holdagi $W = W(r)$ funksiyaning ko'rinishi.



3-rasm. $h\phi'^2$ kinetik koeffitsiyent va $U(r)$ potensial energiyalarining $f(r)$ va r larga bog'liqligining uch o'lchamli ko'rinishdagi grafiklari. Bu yerda a va b lar $a+b=3m$ va $ab=2q^2$ ga teng.

(20) dan kinetik had ifodasini ham topishimiz mumkin:

$$h\phi'^2 = f(r) \frac{ab(3r-2a-2b)}{r(r-a)^2(r-b)^2} \quad (23)$$

Umumiylikni yo'qotmasdan, ϕ maydonining parametrlanishini tanlashimiz mumkin

$$\phi = \frac{1}{m} \arctan \frac{r}{m} \Rightarrow \phi' = \frac{1}{r^2 + m^2} \quad (24)$$

U holda $r = m \tan(m\phi)$ ekanligidan r funksiya sifatida hisoblangan $f(\phi)$, $h(\phi)$ va $U(\phi)$ kattaliklar osonlik bilan ϕ o'zgaruvchisiga aylantiriladi. $\phi'^2 > 0$ bo'lgani uchun $h(\phi)$ ning qiymatini (23) dan foydalanib h, r lar orqali aniqlash mumkin. Bunda $3r-2a-2b=3(r-2m)$ munosabatdan $r > 2m$ bo'lganida $h > 0$ va $r < 2m$ bo'lganida $h < 0$

bo'ladi. (15) ifodadan $sign D = sign(2r^2 - 4mr + q^2)$ ekanligini olamiz, shuning uchun $m - \sqrt{m^2 - \frac{q^2}{2}} < r < m + \sqrt{m^2 - \frac{q^2}{2}}$ da "fantom domen" paydo bo'ladi. (21) dan skalyar-tenzor nazariyada Reissner-Nordström metrikasi $r \in (0, b)$, $r \in (b, a)$ va $r > a$ oraliqlarda har xil ekanligi kelib chiqadi.

Xususiyl holatda $q = m$ (ekstremal Reissner-Nordström qora tuynugi) da $a = 2m$, $b = m$ va $U = 0$ bo'ladi. Bu metrika $f(\phi) = 1 - \frac{\phi^2}{6}$ va $h(\phi) = \frac{1}{2}$, $U = 0$ ga mos keladigan massasiz konformal bog'langan skalyar maydonning umumiy nisbiylikni ifodalovchi skalyar-tenzor nazariyasining maxsus holatidagi yechim ekanligi bundan oldingi ishlardan ma'lum [19-20]. Haqiqatan ham

$$\phi = \frac{\sqrt{6}m}{r-m}, \quad f = \frac{r(r-2m)}{(r-m)^2} \quad (25)$$

Bundan tashqari, (25) dan ekstremal Reissner-Nordström metrikasining skalyar-tenzor nazariyasida $r > 2m$, $r \in (m, 2m)$, $r < m$ oraliqlar alohida o'rganiladi. Masalan, Eynshteyn sistemasiga o'tish (yoki aksincha, Eynshteyn sistemasida skalyar-tenzor nazariyasi yechimini olish osonroq bo'lgani uchun) $r > 2m$ oraliqda $f(\phi)$ faktor bilan konformal tahrirlash orqali amalga oshirilishi mumkin va bundan keyin to'liq skalyar-tenzor nazariyasi yechimi $r \leq 2m$ ga qo'shimcha kengaytma orqali olinadi.

Xulosa. Turli xil statik sferik-simmetrik metrikani Jordan sistemasida skalyar-tenzor nazariyasi tenglamalarining vakuumli yechimi (3) ga tadbiq etish mumkinligini ko'rsatdik. $A = const \cdot r^2$ bo'lganda $F(\phi) = A'/2 - Ar'/2 = 0$ tenglikdan $f(\phi)$ ni aniqlab bo'lmaydi. $F = 0$ ning radial koordinatasi x ning umumiy qiymatlari mavjud bo'ladi va bunday qiymatlar skalyar-tenzor nazariyasi tasavvurini turli sohalarga ajratib turadi. Bundan tashqari, f nol yoki cheksiz bo'lgan umumiy singulyarlikka ega $f(\phi)$ konformal faktor bilan ko'rib chiqilayotgan asosiy metrika parametrlari Eynshteyn sistemasiga mos keladi. Bu degani Eynshteyn sistemasi fazo-vaqtning faqat Jordan sistemasining bir sohasida ekanligini ko'rsatadi. Yana bir umumiy fenomenon - $h(\phi)$ kinetik koeffitsiyenti manfiy bo'lgan alohida sohalarning paydo bo'lishiga olib keladi. Bu sohalar "trapped ghost" deb nomlanadi [11-13]. Qizig'i shundaki, $D < 0$ bo'lganda Reissner-Nordström fazo-vaqtidagi radiuslarning ba'zi sohalarda hech qanday ekzotik manbasi yo'qligiga qaramasdan "ghost indicator" kuzatiladi. Boshqa tomondan, (1) metrikada fantom manba aniq bo'lsa, kuchli maydon sohasidan tashqarida skalyar maydonning kanonik harakatini olamiz. Taklif qilinayotgan skalyar-tenzor nazariyasi tasvirining kamchiligi shundaki, $F = 0$ bo'lgan x ning ajratuvchi qiymatlari umuman o'rganilayotgan fazo-vaqtning fizik jihatdan ajralib turadigan sirtlari bilan aniq bog'liq emas. Shunga qaramay, ushbu skalyar-tenzor nazariya tasvirining xususiyatlari muhim va potensial foydali bo'ladi.

Minnatdorchilik. Mualliflar O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta’lim, fan va innovatsion rivojlanish vazirligi huzuridagi Innovatsion rivojlanish agentligiga FZ-20200929385 raqamli “Eynshteyn tenglamalarining Qora tuynuklar (Black holes) va Yumronqoziq inlari (Wormholes) uchun yangi yechimlari” nomli ilmiy loyihani qo‘llab-quvvatlaganligi uchun chuqur minnatdorchilik bildiradi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati

1. A. Simpson and M. Visser, Black bounce to traversable wormhole, JCAP 02, 042 (2019).
2. E. Franzin, S. Liberati, J. Mazza, A. Simpson and M. Visser, Charged black-bounce spacetimes, JCAP 07, 036 (2021).
3. K. A. Bronnikov, Kodir Badalov, and Rustam Ibadov, Arbitrary Static, Spherically Symmetric Space-Times as Solutions of Scalar-Tensor Gravity, Gravitation and Cosmology, 2023, Vol. 29, No. 1, pp. 43–49.
4. K. A. Bronnikov and S. G. Rubin. Black Holes, Cosmology, and Extra Dimensions (2nd edition, World Scientific, 2021).
5. K. A. Bronnikov and R. K. Walia, Field sources for Simpson-Visser space-times, Phys. Rev. D 105, 044039 (2022); arXiv: 2112.13198.
6. K. A. Bronnikov, On black bounces, wormholes and partly phantom scalar fields, Phys. Rev. D 106, 064029 (2022); arXiv: 2206.09227.
7. Rustam Ibadov, Burkhard Kleihaus, Jutta Kunz and Sardor Murodov, Wormholes in Einstein-scalar-Gauss-Bonnet theories with a scalar self-interaction potential, Physical Review D 102, 064010 (2020).
8. Rustam Ibadov, Burkhard Kleihaus, Jutta Kunz and Sardor Murodov, Scalarized Nutty Wormholes, Symmetry 2021, 13, 89.
9. Ibadov, R., Kleihaus, B., Kunz, J., Murodov, S. Wormhole solutions with NUT charge in higher curvature theories (2022) Arabian Journal of Mathematics, 11 (1), pp. 31-41.
10. K. A. Bronnikov and S. V. Sushkov, Trapped ghosts: a new class of wormholes, Class. Quantum Grav. 27, 095022 (2010).
11. K. A. Bronnikov and J. C. Fabris, Regular phantom black holes, Phys. Rev. Lett. 96, 251101 (2006).
12. K. A. Bronnikov. Trapped ghosts as sources for wormholes and regular black holes. The stability problem. In: Wormholes, Warp Drives and Energy Conditions, ed. F.S.N. Lobo, Springer, 2017, p. 137-160.
13. I. Z. Fisher, Scalar mesostatic field with regard for gravitational effects, J. Eksp. Teor. Fiz. 18, 636 (1948); gr-qc/9911008 (translation into English).
14. K. A. Bronnikov and G. N. Shikin, On interacting fields in general relativity, Russ. Phys. J. 20, 1138-1143 (1977).

15. P. G. Bergmann, Comments on the scalar-tensor theory, *Int. J. Theor. Phys.* 1, 25 (1968).
16. R. Wagoner, Scalar-tensor theory and gravitational waves, *Phys. Rev. D* 1, 3209 (1970).
17. K. Nordtvedt, Post-Newtonian metric for a general class of scalar-tensor gravitational theories and observational consequences, *Astroph. J.* 161, 1059 (1970).
18. K. A. Bronnikov, Scalar-tensor theory and scalar charge, *Acta Phys. Pol. B* 4, 251 (1973).
19. J. D. Bekenstein, Exact solutions of Einstein - conformal scalar equations, *Ann. Phys. (N.Y.)* 82, 535 (1974).