

Дифференциальная игра уклонения для бесконечной системы триочных дифференциальных уравнений

Кушаков Холмуроджон Шермаматович
Андижанского государственного университета.
Тел: +998916030010 E-mail: xolmurodjonqoshaqov737@gmail.ru

Гуломов Саидакбар Ойбек угли
Андижанского государственного университета.
Тел: +998934187518 E-mail: saidakbargulomov89@gmail.com

Аннотация. В данной статье мы исследуем время, необходимое для завершения дифференциальной игры с уклонением, которая описывается бесконечной системой бинарных дифференциальных уравнений. Эта игра рассматривается в гильбертовом пространстве l_2 . Контрольные параметры преследователя и убегающего подчиняются геометрическим ограничениям. Нашей целью является разработка стратегий для убегающего, чтобы избежать захвата в игре. Игра завершается, когда состояние системы приводится в начало координат гильбертова пространства l_2 . Мы получаем уравнения, определяющие время, гарантирующее уклонение убегающего.

Ключевые слова: Дифференциальная игра, убегающий, управления, стратегия, бесконечная система, геометрическое ограничение.

Differential evasion game for an infinite system of ternary differential equations

Kushaqov Kholmurodjon Shermamatovich
Department of Mathematics, Andijan State University
Tel: +998916030010 E-mail: xolmurodjonqoshaqov737@gmail.ru

Gulomov Saidakbar Oybek o'g'li
Department of Mathematics, Andijan State University
Tel: +998934187518 E-mail: saidakbargulomov89@gmail.com

Abstract. In the present paper, we are interested in finding a time to compПусть an evasion differential game given by an infinite system of binary differential equations. The game is considered in Hilbert space l_2 . The control parameters of pursuer and evader are subject to geometric constraints. Our purpose is to construct strategies for the evader to avoid being captured in the game. The game is compПусть when the state of the system is brought to the origin of Hilbert space l_2 . We find equations for time to guarantee evasion for the evader.

Keywords: Differential game, evader, control, strategy, infinite system of differential equations, geometric constraint.

MSC 2010: Primary: 91A23; Secondary: 49N75.

**Uchtalik differensial tenglamalarning cheksiz sistemalari uchun
qochish differensial o'yini**

Qo'shaqov Xolmurodjon Shermamatovich
Andijon davlat universiteti.

Tel: +998916030010 E-mail: xolmurodjonqoshaqov737@gmail.ru

G'ulomov Saidakbar Oybek o'g'li
Andijon davlat universiteti

Tel: +998934187518 E-mail: saidakbargulomov89@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada cheksiz uchtalik differensial tenglamalar sistemasi uchun kafolatlangan vaqt topish masalasi o'rganilgan. Differensial o'yin l_2 Gilbert fazosida ko'rib chiqiladi. O'yinchilarning boshqaruv parametrlariga geometrik chegaralar qo'yilgan. Bizning maqsadimiz qochuvchiga o'yinda qo'lga tushmaslik uchun qochish strategiyasini qurishdir. Sistema holati l_2 Gilbert fazosining koordinatalar boshiga keltirilgach o'yin tugaydi. Natijada qochishni kafolatlaydigan vaqtni topish uchun tenglama tuzildi.

Kalit so'zlar: Differensial o'yin, qochuvchi, boshqaruv, strategiya, cheksiz differensial tenglamalar sistemasi, geometrik chegara.

Понятие «Дифференциальная игра» впервые было введено в математику американским математиком Р. Айзексом в начале 50-х годов XX века. Исследование Айзекса было опубликовано в 1965 году в виде монографии «Дифференциальные игры», в которой кратко затрагивалась общая теория, в основном касающаяся многочисленных примеров. С тех пор была проделана большая работа с использованием различных подходов для развития теории дифференциальных игр, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Многочисленные реальные проблемы могут быть эффективно описаны с помощью дифференциальных уравнений в частных производных (УЧП). Первые работы, посвященные УЧП, были опубликованы в [10, 20, 21]. Затем во многих работах, представленных Ибрагимовым и др. [9], Сатимов и Тухтасинов [21], Альбеверии и Алимов [1], Чавес-Сильва и др. [6] и Philippe Martin et.al. В [20] широко изучалась концепция дифференциальных игр, описываемых УЧП. До Фурье было сложно преобразовать задачи дифференциальных игр, описываемые уравнениями в частных производных (УЧП), в дифференциальные игры, включающие бесконечную систему дифференциальных уравнений. Затем во многих работах, например [2, 3, 4, 7, 14, 20, 21], метод Фурье стал называться игрой в перемены.

Рассмотрим управляемую систему, описываемую следующим параболическим уравнением

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial t} + Az = w, z(x, 0) = z_0(x), x \in D, \\ z(x, t) = 0, x \in \partial D, 0 < t < T, \end{aligned} \quad (1)$$

где $z = z(x, t)$ - состояние системы, $z_0(x) \in L_2(D)$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in D \subset R^n$, $n \geq 1$, D - ограниченная область, и предполагается, что граница ∂D области D кусочно-гладкая, $t \in [0, T]$, а $T > 0$ - заданное число, $w = w(x, t)$, $w(x, t) \in L_2(C_T)$ - функция управления, C_T - открытый цилиндр следующим образом

$$C_T = \{(x, t) \mid x \in D, 0 < t < T\} \subset R^{n+1},$$

оператор Az определяется уравнением

$$Az = - \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x) \frac{\partial z}{\partial x_j} \right), a_{ij}(x) = a_{ji}(x),$$

$a_{ij}(x)$ предполагаются ограниченными измеримыми функциями.

Тогда для любых $w(x, t) \in L_2(C_T)$ и $z_0(x) \in L_2(D)$, $z = z(x, t)$ является единственным обобщенным решением задачи (1) в множестве $\dot{W}_2^{1,0}(C_T)$ [21]. Кроме того, решение представлено уравнением, приведенным ниже

$$z(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} z_i(t) v_i(x), \quad (2)$$

где $z_i(t)$, $t \in [0, T]$, $i = 1, 2, \dots$, выдает решения начальных задач и определяется следующим образом

$$\dot{z}_i = \lambda_i z_i + w_i(t), z_i(0) = z_{i0}, i = 1, 2, \dots, \quad (3)$$

коэффициенты $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_i, \dots$ — положительные и являются обобщенными собственными значениями оператора A [7], и $\lambda_i \rightarrow +\infty$ при $i \rightarrow \infty$, $v_1(x), v_2(x), \dots, v_i(x), \dots$ обобщенные собственные функции A , которые образуют полную ортонормированную систему в $L_2(D)$, а $w_i(t)$ и z_{i0} это коэффициенты Фурье функций $w(x, t)$ и $z_0(x)$, соответственно, относящиеся к системе $\{v_i(x)\}$,

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} w_i(t) v_i(x), z_0(x) = \sum_{i=1}^{\infty} z_{i0} v_i(x).$$

При этом ряд (1) сходится равномерно в $L_2(C_T)$, а его сумма $z(x, t)$ принадлежит пространству Соболева $\dot{W}_2^1(D)$ для каждого t , $0 \leq t \leq T$, и является непрерывной в t в $\dot{W}_2^1(D)$.

В [15], изучалась следующая дифференциальная игра на уклонение для бесконечной системы бинарных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= -\lambda_i x_i + y_i + u_{i1} - v_{i1}, & x_i(0) &= x_{i0}, \\ \dot{y}_i &= -\lambda_i y_i + u_{i2} - v_{i2}, & y_i(0) &= y_{i0}, \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, \quad (5)$$

в Гильбертовом пространстве l_2 . В центре внимания этой статьи исследование дифференциальной игровой задачи, в которой задействована бесконечная система троичных дифференциальных уравнений. В этой игре управляющие параметры игроков связаны геометрическими ограничениями.

Мы разрабатываем стратегию для убегающих, которая гарантирует, что они не будут схвачены в ходе игры. Кроме того, мы приводим уравнения для определения минимального времени, необходимого для гарантированного уклонения.

Постановка задачи

Рассмотрим управляемый объект, описываемый следующей бесконечной системой дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= -\lambda_i x_i + y_i + u_{i1} - v_{i1}, & x_i(0) &= x_{i0}, \\ \dot{y}_i &= -\lambda_i y_i + z_i + u_{i2} - v_{i2}, & y_i(0) &= y_{i0}, \\ \dot{z}_i &= -\lambda_i z_i + u_{i3} - v_{i3}, & z_i(0) &= z_{i0} \end{aligned} \quad i=1, 2, \dots, \quad (6)$$

в гильбертовом пространстве l_2 , где λ_i – заданное положительное число,

$$x_0 = (x_{10}, x_{20}, \dots) \in l_2, \quad y_0 = (y_{10}, y_{20}, \dots) \in l_2,$$

$$u = (u_{11}, u_{12}, u_{21}, u_{22}, \dots), \quad v = (v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}, \dots)$$

управляющие параметры преследователя и убегающего соответственно.

Предположим, что $0 \leq t \leq T$, где T – заданное достаточно большое число, и что $\eta_0 = (\eta_{10}, \eta_{20}, \dots) = (x_{10}, y_{10}, x_{20}, y_{20}, \dots) \neq 0$.

Пусть

$$A_i = \begin{bmatrix} -\lambda_i & 1 & 0 \\ 0 & -\lambda_i & 1 \\ 0 & 0 & -\lambda_i \end{bmatrix}, \quad i=1, 2, \dots$$

тогда

$$e^{A_i t} = e^{-\lambda_i t} \begin{bmatrix} 1 & t & \frac{1}{2}t^2 \\ 0 & 1 & t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, i=1, 2, \dots (7)$$

Пусть $C(0, T; l_2)$ – пространство непрерывных функций $\eta(\cdot)$ таких что $\eta(t) \in l_2$, для каждого $0 \leq t \leq T$. Справедливо следующее предложение (см [24, 16, 18]).

Предложение 1. Если $w(\cdot) \in S(\rho_0)$ и $\lambda_i \geq 0$, $i=1, 2, \dots$, то существует единственное решение бесконечной системы дифференциальных уравнений (5) в пространстве $C(0, T; l_2)$.

Конечно, для $i=1, 2, \dots$

$$\eta_i(t) = e^{A_i t} \eta_{i0} + \int_0^t e^{A_i(t-s)} (u_i(s) - v_i(s)) ds, i=1, 2, \dots$$

Нам интересно узнать, когда $\eta(t)=0$ или никогда не равно 0. Для этого мы показываем $\gamma(t)=0$ где $\gamma(t) = (\gamma_1(t), \gamma_2(t), \dots)$,

$$\gamma_i(t) = \eta_{i0} + \int_0^t e^{-A_i s} (u_i(s) - v_i(s)) ds, i=1, 2, \dots (8)$$

Поскольку $\eta_i(t) = e^{A_i t} \gamma_i(t) = 0$ означает, что $\eta(t)=0$ тогда и только тогда, когда $\gamma(t)=0$.

Пусть ρ and σ , $\rho > \sigma$, $-\dot{\lambda}$ заданные положительные числа.

Определение 1. Функция $u(t) = (u_1(t), u_2(t), u_3(t), \dots)$, $t \in [0, T]$, с измеримыми координатами $u_i(t) = (u_{i1}(t), u_{i2}(t), u_{i3}(t))$, $i=1, 2, \dots$, при условии

$$\sum_{i=1}^{\infty} (u_{i1}^2(t) + u_{i2}^2(t) + u_{i3}^2(t)) \leq \rho^2, 0 \leq t \leq T, (9)$$

называется допустимым управлением преследователя.

Определение 2. Функция $v(t) = (v_1(t), v_2(t), v_3(t), \dots)$, $t \in [0, T]$, с измеримыми координатами $v_i(t) = (v_{i1}(t), v_{i2}(t), v_{i3}(t))$, $i=1, 2, \dots$, при условии

$$\sum_{i=1}^{\infty} (v_{i1}^2(t) + v_{i2}^2(t) + v_{i3}^2(t)) \leq \sigma^2, 0 \leq t \leq T, (10)$$

называется допустимым управлением убегающего.

Пусть $\eta_i(t) = (x_i(t), y_i(t), z_i(t))$, $\eta_{i0} = (x_{i0}, y_{i0}, z_{i0})$, $U_i = (U_{i1}, U_{i2}, U_{i3})$, $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, v_{i3})$.

Определение 3. Стратегия преследователя определяется как функция вида

$$U(t, v) = U^0(t) + v = (U_1^0(t) + v_1, U_2^0(t) + v_2, U_3^0(t) + v_3, \dots),$$

где $U^0(t) = (U_1^0(t), U_2^0(t), U_3^0(t), \dots)$, $U_i^0(t) = (U_{i1}^0(t), U_{i2}^0(t), U_{i3}^0(t))$, имеет измеримые координаты $U_i^0(t)$, $0 \leq t \leq T$, удовлетворяющие условию

$$\sum_{i=1}^{\infty} ((U_{i1}^0(t))^2 + (U_{i2}^0(t))^2 + (U_{i3}^0(t))^3) \leq (\rho - \sigma)^2, 0 \leq t \leq T.$$

Определение 4. Назовем число τ гарантированным временем преследования, если существует стратегия $U(t, v)$ преследователя такая, что для любого допустимого управления $v(t)$, $0 \leq t \leq \tau$, убегающего выполняется $\eta(t') = 0$ при некотором t' , $0 \leq t' \leq \tau$, где $\eta(t) = (\eta_1(t), \eta_2(t), \eta_3(t), \dots)$ – решение начальной задачи (5) при $u(t) = U(t, v(t))$ and $v = v(t)$, $0 \leq t \leq T$.

Задача 1. Построить допустимое управление убегающего и найти уравнение для гарантированного времени уклонения τ в игре (5).

Основной результат

В этом разделе мы построим допустимое управление для убегающего и найдем гарантированное время уклонения τ в игре (6).

Теорема 1. Число

$$\tau = \tau_i, \tau_i = \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{-(\rho - \sigma) + \sqrt{(\rho - \sigma)^2 + 2\lambda_j |\eta_{i0}| (\rho + \sigma)}}{\rho + \sigma}$$

когда $\lambda_j \geq 1$ и

$$\tau_i = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2|\eta_{i0}|}{\rho + \sigma} + 1 \right)$$

когда $0 < \lambda_j < 1$ – гарантированное время уклонения в игре (6) для любого начального состояния $\eta_0 = (\eta_{10}, \eta_{20}, \dots) \neq 0$.

Для доказательства теоремы построим явную стратегию убегающего, обеспечивающую $\eta(t) \neq 0$ на $[0, \tau']$ где τ' – произвольный момент времени с выполнением условия $0 < \tau' < \tau$, а можно использовать произвольное управление $u = u(t)$.

В самом деле, мы можем найти $j \in \{1, 2, \dots\}$ такое, что $\tau' < \tau_j$ по определению τ . Таким образом, наша основная цель – показать, что игра (6) никогда не компилируется на τ . Заметим, что $\eta_{j0} \neq 0$ так как иначе $\tau_j = 0$ что противоречит положительности τ_j .

Представим управление для убегающего следующим образом:

$$v_j(t) = -\sigma \frac{1}{1+t+\frac{1}{2}t^2} \begin{bmatrix} 1 & t & \frac{1}{2}t^2 \\ 0 & 1 & t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} e_j, v_i(t) = 0, i = 1, 2, \dots,$$

$$i \neq j, t \in [0, \tau_j]. \quad (11)$$

где $e_j = \frac{\eta_{j0}}{|\eta_{j0}|}$ который является единичным вектором.

Лемма 1. Управление (11) является допустимым управлением убегающего.

Доказательство. Для доказательства леммы используем (10)

$$|v_j(t)| = \left| -\sigma \frac{1}{1+t+\frac{1}{2}t^2} \begin{bmatrix} 1 & t & \frac{1}{2}t^2 \\ 0 & 1 & t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{j1} \\ e_{j2} \\ e_{j3} \end{bmatrix} \right| = \sigma$$

$$\begin{aligned}
& \leq \frac{\sigma}{1+t+\frac{1}{2}t^2} \left\| \begin{bmatrix} e_{j1} + t e_{j2} + \frac{1}{2} t^2 e_{j3} \\ e_{j2} + t e_{j3} \\ e_{j3} \end{bmatrix} \right\| \leq \\
& \leq \frac{\sigma}{1+t+\frac{1}{2}t^2} \left\| \begin{bmatrix} e_{j1} \\ e_{j2} \\ e_{j3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t e_{j2} \\ t e_{j3} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} t^2 e_{j3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\| \leq \\
& \leq \frac{\sigma}{1+t+\frac{1}{2}t^2} \left(1+t+\frac{1}{2}t^2 \right) = \sigma.
\end{aligned}$$

Следовательно, управление (11) допустимо.

Тогда по правилу $\eta(t)=0$ тогда и только тогда, когда $\gamma(t)=0$ и из (8) оцениваем $\gamma_j(t)=0$. Для любого допустимого управления преследователя $u(\cdot)$ и времени $t \in \mathcal{I}$, имеем

$$\begin{aligned}
\gamma_j(t) &= \eta_{j0} + \int_0^t e^{-A_j s} u_j(s) ds - \int_0^t e^{-A_j s} v_j(s) ds = \mathcal{I} \\
& \leq \mathcal{I} \eta_{j0} + \int_0^t e^{-A_j s} u_j(s) ds + \sigma e_j \int_0^t \frac{1}{1+s+\frac{1}{2}s^2} e^{-\lambda_j s} ds. \quad (12)
\end{aligned}$$

Из следующего неравенства

$$\left| \left(e^{-A_j s} u_j(s), e_j \right) \right| \leq \left| e^{-A_j s} u_j(s) \right| |e_j| = \mathcal{I}$$

$$\mathcal{I} e^{\lambda_j s} \left\| \begin{bmatrix} 1 & -s & \frac{1}{2} s^2 \\ 0 & 1 & -s \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{j1} \\ u_{j2} \\ u_{j3} \end{bmatrix} \right\| \leq \rho e^{\lambda_j s} \left(1+s+\frac{1}{2}s^2 \right).$$

имеем

$$\left| \left(e^{-A_j s} u_j(s), e_j \right) \right| \leq \rho e^{\lambda_j s} \left(1+s+\frac{1}{2}s^2 \right). \quad (14)$$

Теперь мы умножаем обе части уравнения (13) на e_j и, используя (14), получаем

$$\begin{aligned}
\gamma_j(t)e_j &= |\eta_{j0}| + \int_0^t (e^{-A_j s} u_j(s), e_j) ds + \sigma \int_0^t \frac{1}{1+s+\frac{1}{2}s^2} e^{\lambda_j s} ds \geq \\
&\geq |\eta_{j0}| - \rho \int_0^t \left(1+s+\frac{1}{2}s^2\right) e^{\lambda_j s} ds + \sigma \int_0^t \frac{1}{1+s+\frac{1}{2}s^2} e^{\lambda_j s} ds = \textcolor{red}{\zeta} \\
&\textcolor{red}{\zeta} |\eta_{j0}| - (\rho + \sigma) \int_0^t \left(1+s+\frac{1}{2}s^2\right) e^{\lambda_j s} ds + \textcolor{red}{\zeta} \\
&+ \sigma \int_0^t \left[\left(1+s+\frac{1}{2}s^2\right) e^{\lambda_j s} + \frac{1}{1+s+\frac{1}{2}s^2} e^{\lambda_j s} \right] ds.
\end{aligned}$$

Отсюда по неравенству АМ-ГМ получаем

$$\begin{aligned}
\gamma_j(t)e_j &> |\eta_{j0}| - (\rho + \sigma) \int_0^t \left(1+s+\frac{1}{2}s^2\right) e^{\lambda_j s} ds + 2\sigma \int_0^t e^{\lambda_j s} ds = \textcolor{red}{\zeta} \\
&\textcolor{red}{\zeta} |\eta_{j0}| - (\rho + \sigma) \int_0^t \left(s+\frac{1}{2}s^2\right) e^{\lambda_j s} ds - (\rho + \sigma) \int_0^t e^{\lambda_j s} ds + 2\sigma \int_0^t e^{\lambda_j s} ds = \textcolor{red}{\zeta} \\
&\textcolor{red}{\zeta} |\eta_{j0}| - (\rho + \sigma) \int_0^t \left(s+\frac{1}{2}s^2\right) e^{\lambda_j s} ds - (\rho - \sigma) \int_0^t e^{\lambda_j s} ds.
\end{aligned}$$

Тогда имеем следующее неравенство с использованием $s+\frac{1}{2}s^2 < e^s$

$$\gamma_j(t)e_j > |\eta_{j0}| - (\rho + \sigma) \int_0^t e^{(1+\lambda_j)s} ds - (\rho - \sigma) \int_0^t e^{\lambda_j s} ds.$$

Теперь разделим процесс на два случая. Первый случай, когда $\lambda_j \geq 1$ а второй $0 < \lambda_j < 1$.

В первом случае по условию $\lambda_j \geq 1$ имеем

$$\gamma_j(t)e_j > \textcolor{red}{\zeta} |\eta_{j0}| - (\rho + \sigma) \int_0^t e^{(1+\lambda_j)s} ds - (\rho - \sigma) \int_0^t e^{\lambda_j s} ds \textcolor{red}{\zeta} |\eta_{j0}| - (\rho + \sigma) \int_0^t e^{2\lambda_j s} ds - (\rho - \sigma) \int_0^t e^{\lambda_j s} ds. \textcolor{red}{\zeta}$$

Поскольку $t \in [0, \tau_j]$

$$y_j(t)e_{j>\dot{\imath}}|\eta_{j0}|-(\rho+\sigma)\int_0^{\tau_j}e^{2\lambda_js}ds-(\rho-\sigma)\int_0^{\tau_j}e^{\lambda_js}ds=\dot{\imath}=\dot{\imath}|\eta_{j0}|-(\rho+\sigma)\left(\frac{e^{2\lambda_j\tau_j}-1}{2\lambda_j}\right)-(\rho-\sigma)\left(\frac{e^{\lambda_j\tau_j}-1}{\lambda_j}\right)=\dot{\imath}=\dot{\imath}$$

Таким образом

$$-(\rho+\sigma)\frac{e^{2\lambda_j\tau_j}}{2\lambda_i}-(\rho-\sigma)\frac{e^{\lambda_j\tau_j}}{\lambda_i}+|\eta_{j0}|=0.$$

Из (9) находим гарантированное время уклонения. Уравнение

$$(\rho+\sigma)e^{2\lambda_j\tau_j}+2(\rho-\sigma)e^{\lambda_j\tau_j}-2\lambda_i|\eta_{i0}|=0$$

имеет два нуля. Нетрудно видеть, что произведение двух нулей отрицательно. Таким образом, мы принимаем положительное решение.

Случай 2 – это когда $0 < \lambda_j < 1$.

$$y_j(t)e_j \gg |\eta_{j0}| - (\rho + \sigma) \int_0^t e^{(1+\lambda_j)s} ds + 2\sigma \int_0^t e^{\lambda_j s} ds \gg |\eta_{j0}| - (\rho + \sigma) \int_0^t e^{(1+\lambda_j)s} ds \gg |\eta_{j0}| - (\rho + \sigma) \int_0^t e^{2s} ds \gg |\eta_{j0}| -$$

Из последнего уравнения можно найти гарантированное время уклонения и для случая 2.

В результате, $y_j(t) \neq 0$ и, следовательно $\eta_j(t) \neq 0$ в силу (10), следовательно, $\eta(t) \neq 0$ при $t \in \mathcal{I}$. В частности, $\eta(t) \neq 0$ на отрезке $[0, \tau']$. Доказательство теоремы 1 завершено.

Выводы

В данной исследовательской работе основное внимание уделяется исследованию гарантированного времени уклонения в контексте игры, описываемой уравнением (6). Результаты исследования представлены во втором разделе вместе с исчерпывающим доказательством. Разработав явную стратегию уклонения убегающего от поимки преследователем, мы получили формулу, определяющую гарантированное время уклонения.

Литература

11[] Albeverio S. and Alimov Sh.A. On one time-optimal control problem associated with the heat exchange process. *Applied Mathematics and Optimization*. 2008. Vol.57, Issue 1, pp. 58-68.

22[] Avdonin S.A., Ivanov S.A. *Families of Exponentials: The Method of Moments in Controllability Problems for Distributed Parameter Systems*. 1995. Cambridge: Cambridge University Press.

33[] Azamov A.A., Ruziboev M.B. The time-optimal problem for evolutionary partial differential equations. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2013. Vol.77, Issue 2, pp. 220–224.

44[] Butkovskiy A.G. *Theory of Optimal Control of Distributed Parameter Systems*. 1969. New York: Elsevier.

55[] Chaves-Silva F., Zhang X., Zuazua E. Controllability of evolution equations with memory. *SIAM J. on Control and Optimization*. 2017. Vol.55, Issue 4, pp. 2437–2459.

[6] Chernous'ko F.L. Bounded controls in distributed-parameter systems. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1992. Vol.56, Issue 5, pp. 707–723.

[7] Chikrii A.A. *Conflict-Controlled Processes*. 1997. Kluwer, Dordrecht.

[8] Fattorini H.O. Time-Optimal control of solutions of operational differential equations. *SIAM J. Control*, 1964. Vol.2, Issue 1, pp. 54–59.

[9] Ibragimov G.I. Optimal pursuit time for a differential game in the Hilbert space l_2 . *ScienceAsia*. 2013. 39S: 25–30.

[10] Ibragimov G., Norshakila A.R., Kuchkarov A., Fudziah I. Multi Pursuer Differential Game of Optimal Approach with Integral Constraints on Controls of Players, *Taiwanese Journal of Mathematics*. 2015. Vol.19, Issue 3, pp. 963–976.

[11] Ibragimov G.I. A Problem of Optimal Pursuit in Systems with Distributed Parameters. *J. Appl. Math. Mech*. 2002. Vol.66, Issue 5, pp. 719–724.

[12] Ibragimov G.I, Qushaqov H.Sh. Infinite system of 2-systems of differential equations in Hilbert space l_2 . Uzbek Mathematic Journal, 2022. Vol.66, Issue 1, pp. 98–106

[13] Ibragimov G. I., Qo'shaqov H.Sh., Turgunov I., Alias I.A. The Solution of an Infinite System of Ternary Differential Equations. Mathematical Modeling and Computing. 2022. Vol.9, Issue 4, pp. 833–841.

[14] Ibragimov G.I., Qushaqov H.Sh., Muhammadjonov A. A. A guaranteed evasion time in differential game for an infinite system in hilbert space l_2 . Uzbek Mathematical Journal, 2023. Volume 67, Issue 1, pp.41–46.

[15] Ibragimov G.I., Qushaqov H.Sh. Muhammadjonov A. A. An infinite system of differential equations with nonnegative coefficients in the Hilbert space l_2 . Bul'nyy of the Institute of Mathematics , 2022. Vol.5, Issue 6, pp. 92–99

[16] Krasovskii N.N., Subbotin A.I. Game-Theoretical Control Problems. 1988. Springer, New York.

[17] Ladyzhenskaya O.A. Kraevye zadachi matematicheskoy fiziki. 1973. Moscow. Boundary value problems of mathematical physics.

[18] Osipov Yu.S. The theory of differential games in systems with distributed parameters. Dokl Akad Nauk SSSR. 1975. Vol.223, Issue 6, pp. 1314–1317.

[19] Philippe Martin, Lionel Rosier, Pierre Rouchon. Null controllability of the structurally damped wave equation with moving control. SIAM J. Control Optim. 2013. Vol.51, Issue 1, pp. 660–684.

[20] Qo'shaqov X.Sh. Existence and uniqueness theorem for an infinite system of ternary DE. Uzbek Mathematical Journal. 2022. Vol.66, Issue 4, pp.124–132.

[21] Satimov N.Yu., Tukhtasinov M. Game problems on a fixed interval in controlled first-order evolution equations, *Mathematical notes*, 2006. Vol.80, Issue 4, pp. 578–589.

[22] Satimov N.Yu., Tukhtasinov M. On Some Game Problems for First-Order Controlled Evolution Equations, *Differential Equations*, 2005. Vol.41, Issue 8, pp. 1169–1177.