

KO'PYOQLI BURCHAK SHARTLI TO'LA BURCHAGINING BAHOSI

Topvoldiyev Fayzulla Foziljonovich,

Farg'ona davlat universiteti Matematika kafedrası o'qituvchisi

E-mail: ftopvoldiev87@mail.ru

Annotatsiya: Zamonaviy geometriyaning asosiy masalalaridan biri berilgan geometrik xarakteristikalariga ko'ra sirtni tiklash masalasidir. Bu geometrik xarakteristika egrilik yoki sirtga bog'liq boshqa funktsiyalar bo'lishi mumkin. Ushbu ishda ko'pyoqli burchak shartli to'la burchagining bahosi olinib, bu shartli to'la burchakning chegaralanganligi ko'rsatilgan.

Kalit so'zlar: ko'pyoqli burchak, defekt, shartli to'la burchak, izometriya, kesimlari bo'yicha izometriya, gauss egriligi, invariant, shartli egrilik, tayanch tekislik.

UDK 514.77

ОЦЕНКА УСЛОВНОГО ПОЛНОГО УГЛА МНОГОГРАННОГО УГЛА

Топволдиев Файзулла Фозилжонович, преподаватель кафедры математики
Ферганского государственного университета.

E-mail: ftopvoldiev87@mail.ru

Аннотация: Одной из основных задач современной геометрии является задача о восстановлении поверхности по заданным геометрическим характеристикам. Эта геометрическая характеристика могут быть кривизной или другие функции, связанными с поверхностью. В данной работе

получена оценка условного полного угла многогранного угла и показана ограниченность этого условного полного угла.

Ключевые слова: многогранный угол, дефект, условный полный угол, изометрия, изометрия по сечениям, гауссова кривизна, инвариант, условная кривизна, опорная плоскость.

UDK 514.77

VALUATION OF THE CONDITIONAL FULL ANGLE OF POLYHEDRAL ANGLE

Topvoldiev Fayzulla Foziljonovich, lecturer at the Department of Mathematics,
Fergana State University.

E-mail: ftopvoldiev87@mail.ru

Abstract: One of the main problems of modern geometry is the problem of restoring the surface according to given geometric characteristics. This geometric characteristic may be curvature or other features associated with the surface. In this paper, we obtain an estimate for the conditional total angle of a polyhedral angle and show that this conditional total angle is bounded.

Keywords: polyhedral angle, defect, conditional full angle, isometry, isometric on sections, Gaussian curvature, invariant, conditional curvature, supporting plane.

KIRISH

Agar sirt berilsa uning chiziqli elementini aniqlash mumkin, lekin musbat aniqlangan kvadratik forma berilsa, bu forma sirtni qay darjada aniqlaydi degan teskari masala mavjud. Bu masaladan kelib chiqib G.Veyl qavariq yopiq sirtini unda berilgan metrika yordamida tiklash masalasini qo'ydi va bu masala yechimiga olib

boradigan yo'lni ham ko'rsatdi. Yuqoridagi muammo umumiy holda A.D. Aleksandrov, A.V. Pogorelov va ularning shogirdlari tomonidan hal qilingan. 1951 yilda A.V. Pogorelov yopiq qavariq sirt o'zining metrikasi bilan umumiy yopiq qavariq sirtlar sinfida yagona ravishda aniqlanishini, ya'ni yopiq, qavariq, izometrik sirtlar tengligini isbotlagan. Differensial geometriyaning asosiy masalalaridan biri berilgan geometrik xarakteristikalar bo'yicha sirtlarni tiklash masalasidir, geometrik xarakteristika sirtning tashqi egriligi, ichki egriligi, gauss egriligi yoki sirt bilan bog'liq boshqa funksiyalar bo'lishi mumkin.

Biz e vektorni OX o'qi yo'nalishida olamiz va shuning uchun bundan keyin bu vektorni $e(OX)$ bilan ko'rsatamiz.

Ushbu maqolada XOY tekisligiga bir qiymatli proeksiyalanuvchi ikkita qirradi $e(OX)$ vektorga perpendikulyar bo'lgan, lekin $e(OX)$ vektorga perpendikulyar tayanch tekislikka ega bo'lmagan qavariq ko'pyoqli burchaklar tadqiq etilgan, bunday ko'pyoqli burchakning shartli to'la burchagi chegaralanganligi ko'rsatilgan.

ADABIYOTLAR TAHLILI

Sirtni, xususan qavariq ko'pyoqni tashqi egrilik bo'yicha tiklash masalasi birinchi marta A.D.Aleksandrov tomonidan 1942-yilda yechilgan [1]. U ko'pyoqlikning tashqi egriligi sifatida ko'pyoqlikning har bir uchidagi sferik tasvir yuzining yig'indisini olgan. Bu masala A.V.Pogorelov tomonidan 1956-yilda yechilgan [2].

Regulyar sirtlar uchun tiklash masalalaridan biri Dirixle masalasidir. A.D.Aleksandrov [1], A.V.Pogorelov [2,3] larning ishlarida Monj-Amper tenglamasi uchun Dirixle masalasi tekislikning faqat qavariq va bir bog'lamli sohasida yechilgan. A.Ortiqboyev esa bu masalani noqavariq va ko'p bog'lamli sohada yechdi [4].

A.S.Sharipov, F.F.Topvoldiyevlar [5,6] ning ishlarida ko'pburchak tomonlari uchun defekt tushunchasi kiritilgan. Bu defektdan foydalanib, hech bir qirrasi $e(OX)$ vektorga perpendikulyar bo'lmagan qavariq ko'pyoqli burchaklar uchun shartli to'la burchagi tushunchasi kiritilgan, bu kattalikning determinanti birga teng, lekin ortogonal ham simmetrik ham bo'lmagan chiziqli almashtirishga nisbatan invariantligi ko'rsatilgan. Shuningdek, shartli to'la burchakdan foydalanib, A.S.Sharipov, M.Keunimjaev [7,8] lar tomonidan qavariq, kesimlari bo'yicha izometrik ko'pyoqlarning shartli egriligi tushunchasi kiritilgan. Shartli to'la burchakning bir nechta xossalari keltirilib, bu xossalar yordamida qavariq ko'pyoqlikni shartli egrilik bo'yicha tiklash masalasi hal qilingan. Uch o'lchamli galiley fazosida egri chiziqli yasovchili sirtlarning Gauss va o'rta egriliklari o'zgarmas kattalik ekanligi ko'rsatilgan [9]. Oddiy izotrop fazoda Gauss akslantirishida o'zgarmaydigan sirtlar tadqiq etilgan [10].

TADQIQOT METODOLOGIYASI

XOY tekisligiga bir qiymatli preksiyalanuvchi qavariq ko'pyoqli burchaklar sinfida ko'pyoqli burchaklarning 0 ta, bitta yoki ikkita qirrasi $e(OX)$ vektorga perpendikulyar bo'lishi mumkin. 0 ta bo'lgan hol uchun professor A.Sharipov tomonidan masala to'liq o'rganilgan va bu yordamida hech bir qirrasi $e(OX)$ vektorga perpendikulyar bo'lmagan ko'pyoqlikni tiklash masalasi hal qilingan [5,6,7,8]. Ushbu maqolada umumiy holda ikkita qirrasi $e(OX)$ vektorga perpendikulyar bo'lgan ko'pyoqli burchakning shartli to'la burchagi bahosi olingan. Bitta qirrasi $e(OX)$ vektorga perpendikulyar bo'lgan hol ham shundan kelib chiqadi.

TAHLILLAR VA NATIJALAR

Uchi koordinata boshida, o'qi OZ o'qida yotuvchi va qavariqligi yuqorida bo'lgan doiraviy konusni S bilan belgilaymiz. Bu konusni $x = -1$, $x = 1$ tekisliklar

bilan kesamiz, kesimda giperbolalar hosil bo'ladi. $x=1$ tekislikda yotuvchi giperbolaning pastki shoxini $\mathcal{J}_1$ bilan belgilaymiz. $x=-1$ tekislikda yotuvchi giperbolani $\mathcal{J}_2'$ bilan belgilab, uni koordinata boshiga nisbatan simmetrik ko'chiramiz. Natijada $x=1$ tekisligida giperbolaning yuqori shoxi hosil bo'ladi, uni $\mathcal{J}_2$ bilan belgilaymiz. $x=1$ tekislik bilan OX o'qi kesishgan nuqta P bo'lsin, bu nuqta giperbola markazi bo'ladi.

S konusni $x=0$ tekislik bilan kesganimizda hosil bo'lgan burchakni davom ettirib, kesishuvchi ikkita to'g'ri chiziqlarni yasaymiz va ularni l_1' va l_2' lar bilan belgilaymiz. l_1' va l_2' larni $x=1$ tekislikka ko'chiramiz. $x=1$ tekislikda bu to'g'ri chiziqlarni mos holda l_1 va l_2 lar bilan belgilaymiz. l_1 va l_2 lar $\mathcal{J}_1$ va $\mathcal{J}_2$ giperbolalarning asimptotalari bo'ladi.

Uchi koordinata boshida n yoqli burchak S konusga ichki chizilgan. n yoqli burchakni S_n bilan belgilaymiz. S_n ning dastlabki m ta qirrasini $x=0$ tekislikning $x<0$ tomonida, keyingi $n-m$ ta qirrasini esa $x=0$ tekislikning $x>0$ tomonida yotsin. S_n ning dastlabki m ta qirrasini davom ettirib, bu qirralar bilan $\mathcal{J}_2$ ning kesishish nuqtalarini mos holda $A_1, A_2, \dots, A_m$ lar bilan, keyingi $n-m$ ta qirralari bilan $\mathcal{J}_1$ ning kesishish nuqtalarini esa mos holda $A_{m+1}, A_{m+2}, \dots, A_n$ lar bilan belgilaymiz. A_1 va A_n nuqtalarni hamda A_m va A_{m+1} nuqtalarni tutashtirib, A_1A_n va A_mA_{m+1} kesmalarni yasaymiz. Bu kesmalarning kesishish nuqtasini O' bilan belgilaymiz. $A_1, A_2, \dots, A_m$ nuqtalarni ketma-ket tutashtirib, $A_1A_2\dots A_m$ siniq chiziqni, $A_{m+1}, A_{m+2}, \dots, A_n$ nuqtalarni ketma-ket tutashtirib esa $A_{m+1}A_{m+2}\dots A_n$ siniq chiziqni yasaymiz. Natijada uchlari $A_1, A_2, \dots, A_m, A_{m+1}, A_{m+2}, \dots, A_n$ nuqtalarda bo'lgan ko'pburchakka ega bo'lamiz. Bu ko'pburchak tomonlarining defekti quyidagi

$$\omega_{S_n} = A_1A_n + A_mA_{m+1} - P_{A_1A_2\dots A_m} - P_{A_{m+1}A_{m+2}\dots A_n} \quad (1)$$

formula bilan topiladi [5]. Bu yerda $P_{A_1A_2\dots A_m}$ va $P_{A_{m+1}A_{m+2}\dots A_n}$ lar mos holda $A_1A_2\dots A_m$ va $A_{m+1}A_{m+2}\dots A_n$ siniq chiziqlarning perimetrlari. Bu defekt S_n ning $e(OX)$ yo'nalish bo'yicha shartli to'la burchagi deyiladi [5].

S_n ning a_1 qirrasini S konus sirti bo'ylab l_2' ga tomon, a_{m+1} qirrasini esa l_1' ga tomon harakatlantiramiz. a_1 qirra l_2' bilan, a_{m+1} qirra esa l_1' bilan ustma-ust tushganda, S_n ning bu qirralari $e(OX)$ vektorga perpendikulyar bo'ladi va biz

bunday ko'pyoqli burchakni $\overline{S_n}$ bilan belgilaymiz. $\overline{S_n}$ ning shartli to'la burchagini baholaymiz:

$$0 < \omega_{\overline{S_n}} \leq 2(O'A'_{k_1} + O'A'_{k_2}). \quad (2)$$

Bu yerda A'_{k_1} va A'_{k_2} nuqtalar mos holda $A_2 \dots A_m$ va $A_{m+2} \dots A_n$ siniq chiziqlarning O' ga eng yaqin bo'lgan nuqtalari.

Uchi koordinata boshida, XOY tekisligiga bir qiymatli proektsiyalanuvchi, OZ o'qining $z < 0$ qismini o'z ichiga oluvchi ixtiyoriy silliq qavariq konusni S' bilan belgilaymiz. S' konusning $x = \pm 1$ tekisliklar bilan kesimlarida giperbolasimon chiziq (giperbolasimon chiziq bu giperbolaning ayrim xossalari ega bo'lgan chiziq, masalan, giperbolasimon chiziq giperbola kabi asimptotaga ega bo'ladi) hosil bo'ladi. S konus o'rniga S' konusni olsak ham, yuqoridagi faktlar o'rinli bo'ladi.

Yuqoridagilarga asoslanib, quyidagi teoremani isbotlash mumkin.

Teorema. Ko'pyoqli burchak shartli to'la burchagining qiymati musbat aniqlangan va yuqoridan chegaralangan.

XULOSALAR

Ushbu maqolada XOY tekisligiga bir qiymatli proektsiyalanuvchi va ikkita qirrasi $e(OX)$ vektorga perpendikulyar bo'lgan, lekin $e(OX)$ vektorga perpendikulyar tayanch tekislikka ega bo'lmagan qavariq ko'pyoqli burchaklar tadqiq etilgan, bunday ko'pyoqli burchakning shartli to'la burchagi bahosi olinib, uning chegaralanganligi ko'rsatilgan. Olingan natijalar ko'pyoqlikning har bir uchida shartli to'la burchagi berilganida, shu ko'pyoqlikni tiklashda asos bo'lib xizmat qiladi.

Adabiyotlar

1. Александров А. Д. Существование и единственность выпуклой поверхности с заданной интегральной кривизной//Докл. АНУССР. — 1942. —35, №5. —С. 143–147.

2. Погорелов А. В. Внешняя геометрия выпуклых поверхностей. —М.: Наука, 1969.
3. А. Артикбаев, Н.М. Ибодуллаева, Задача восстановления поверхности по внешней кривизне и решения уравнения Монжа-Ампера, Итоги науки и техн. Сер. современ. мат. и ее прил. Темат. обз., 2021, том 201, 123–131.
4. Артыкбаев А. Восстановление выпуклых поверхностей по внешней кривизне в галилеевом пространстве//Мат. сб. —1982. — 119 (161), №2 (10). —С. 204–224.
5. Sharipov A. S., Topvoldiyev F. F., On Invariants of Surfaces with Isometric on Sections. Mathematics and Statistics vol. 10, no. 3, pp. 523-528, 2022.
6. Sharipov A. S., Topvoldiyev F. F. On one invariant of polyhedra isometric on sections. AIP Conference Proceedings 2781, 020038 (2023).
7. Anvarjon Sharipov, Mukhamedali Keunimjaev. Existence and Uniqueness of Polyhedra with Given Values of the Conditional Curvature at the Vertices. Mathematics and Statistics 11(3): 509-515, 2023.
8. Anvarjon Sharipov, Mukhamedali Keunimjaev. Existence and Uniqueness of Polyhedra with Given Values of the Conditional Curvature. International electronic journal of geometry. Volume 16 no. 1 page 160–170 (2023).
9. Muhittin Evrin Aydin, Mihriban Alyamac Kulahci and Alper Osman Ogrenmis. Constant Curvature Translation Surfaces in Galilean 3-Space. International electronic journal of geometry, V-12, №-1, 9-19 pp, 2019.
10. Alev Kellecia, Luiz. C. B. Da Silva. Invariant surfaces with coordinate finite-type Gauss map in simply isotropic space. Journal of Mathematical Analysis and Application. V-495. №-1. 2021.