

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ОСЦИЛЛЯЦИИ ПОПЕРЕЧНОГО МАГНИТОСОПРОТИВЛЕНИЯ В НИЗКОРАЗМЕРНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУРАХ

У.И. Эркабоев¹, Р.Г. Рахимов^{1,2}, Ж.И. Мирзаев¹,
Н.А. Сайидов¹, У.М. Негматов¹, С.И. Гайратов¹

¹ Наманганский инженерно-технологический институт, 160115, Наманган, Узбекистан

² Наманганский инженерно-строительный институт, 160103, Наманган, Узбекистан
e-mail: rgrakhimov@gmail.com

Аннотация. В данной статье исследовано влияние двумерной плотности состояний на осцилляции магнитосопротивления в гетероструктурах с прямоугольными квантовыми ямами. Выведено новое аналитическое выражение для расчета температурной зависимости осцилляции поперечного магнитосопротивления квантовой ямы. Исследованы осцилляции электропроводности и магнитосопротивления узкозонной квантовой ямы с непараболическим законом дисперсии.

Ключевые слова: квантующее магнитное поле, осцилляция, двумерные полупроводниковые структуры, квантовая яма.

THE INFLUENCE OF TEMPERATURE ON THE OSCILLATIONS OF THE TRANSVERSAL MAGNETORESISTIVITY IN LOW-DIMENSIONAL SEMICONDUCTOR STRUCTURES

U.I. Erkaboev¹, R.G. Rakhimov^{1,2}, J.I. Mirzaev¹,
N.A. Sayidov¹, U.M. Negmatov¹, S.I. Gayratov¹

¹ Namangan Institute of Engineering and Technology, 160115, Namangan, Uzbekistan

² Namangan Engineering-Construction Institute, 160103, Namangan, Uzbekistan
e-mail: rgrakhimov@gmail.com

Abstract. In this article, the effect of two-dimensional density of states on magnetoresistance oscillations in heterostructures with rectangular quantum wells is investigated. A new analytical expression is derived for calculating the temperature dependence of the transverse magnetoresistance oscillation of a quantum well. The oscillations of electrical conductivity and magnetoresistance of a narrow-band quantum well with a nonparabolic dispersion law are investigated.

Keywords: quantizing magnetic field, oscillation, two-dimensional semiconductor structures, quantum well.

1. Введение

При присутствии квантующего магнитного поля в наноразмерных полупроводниковых структурах существенным образом изменяется не только оптические или магнитные, но и кинетические свойства свободных электронов или дырок. Исследование осцилляции продольного и поперечного магнетосопротивления в гетероструктурах на основе квантовых ям наряду с Холловскими измерениями может дать важную информацию о

его характеристиках, таких как эффективные массы свободных электронов и дырок [1,2], число занятых зон, спин вырождение, квантовое время релаксация и другие кинетические параметры [3]. В серии экспериментов, проведенных в последней десятилетии, было обнаружено, что кинетические свойства квантовой ямы, подвергнутой температуре, сверхвысокочастотному электромагнитному полю, деформации и свету в приложенном магнитном поле, дают еще более богатую информацию для теории квантовой физики. В частности, в работах [4,5], в квантовой яме GaAs, проанализировано полуклассическая теория осцилляции магнитосопротивления при облучении микроволнами. В квантующем магнитном поле удельное магнитосопротивление системы демонстрирует осцилляции Шубникова-де Гааза при низких температурах. А также, были установлены экспериментальные значения для квантовой ямы GaAs, под подсветкой микроволнового излучения. В работах [6-12] разработаны различные экспериментальные методики для определения температурной зависимости осцилляции Шубникова – де Гааза в гетероструктурах с квантовыми ямами с параболическими и непараболическими законами дисперсии. Например, в работе [6], наблюдаются квантовые осцилляционные явления в гетероструктурах с квантовыми ямами $Ga_{1-x}In_xN_yAs_{1-y}$ с использованием магнитотранспортных измерений. Осцилляции Шубникова-де Гааза получены при магнитных полях до 3 Тл и температур до 20 К, которые использованы для определения эффективной массы, двумерной плотности носителей заряда и энергии Ферми. В работе [7], представлены измерения магнитопроводимости при сжатии квантовых ям $In_xGa_{1-x}Sb$ и GaSb. Были изготовлены структуры Холла и Ван-де-Пау и измерены осцилляции Шубникова-де Гааза в диапазоне температур $T=2-300$ К при магнитных полях $B=0-9$ Тл. В этих образцах, высокая подвижность носителей зарядов делает возможным наблюдение осцилляции Шубникова-де Гааза.

А также, в работе [8], в гетероструктурах GaInNAs/GaAs с квантовыми ямами легированных модуляцией n- и p- типа, проведены измерения

магнитосопротивления, как в слабом ($B < 0,08$ Тл), так и в сильном магнитном поле (до 18 Тл) при температурах 75 мК и 6 К. Показано, что квантовые осцилляции в ρ_{xx} и квантового эффекта Холла в ρ_{xy} влияет присутствие азота в решетке $A_{III}B_V$. Для таких материалов, в слабых магнитных полях осцилляции Шубникова-де-Гааза развиваются с более высокой подвижностью при температуре 6 К, а с увеличением состава азота, амплитуда осцилляции Шубникова – де Гааза уменьшается.

Из приведенной выше литературы видно, что не построена полноценная теория в гетероструктурах квантовых ям. Как видно из проанализированной выше литературы, не существует четкой и полной теории зависимости квантовых осцилляций от температуры и магнитного поля, обнаруженных в экспериментах в гетероструктурах с квантовой ямой. Не разработана математическая модель для определения температурной зависимости осцилляций Шубникова-де Гааза в гетероструктурных полупроводниках с квантовой ямой через плотность энергетических состояний двумерных материалов.

Целью настоящей работы является моделирование температурной зависимости осцилляции магнитосопротивления в гетероструктурах на основе квантовых ям с учетом термического уширения двумерной плотности состояний.

2. Теоретическая часть

В наноразмерных полупроводниковых структурах, анализ электропроводности электронов или дырок производится с помощью Больцмановской функции распределения $f_n(k)$ и в однородном электрическом поле F эта функция распределения удовлетворяет решению кинетического уравнения при отсутствии магнитного поля [10, 11]:

$$\frac{q}{\hbar} F \nabla_k f_n(k) = \sum_{n', k'} w_{nn'}(k, k') (f_{n'}(k') - f_n(k)) \quad (1)$$

Здесь, q – заряд носителей заряда, $w_{nn'}(k, k')$ – вероятность рассеяния за единицу времени из состояния $|nk\rangle$ в $|n'k'\rangle$, n и n' – номера подзон или минизон.

В случае классических электрических полей, т.е. когда отклонение функции распределения $\varphi(k)$ от равновесной функции Ферми – Дирака $f_0(E)$ можно считать малым, в одноминизонном приближении кинетическое уравнение (1) описывается в следующем виде:

$$qFv(k) \frac{\partial f_0(E)}{\partial E} = \sum_k w(k, k') (\varphi(k') - \varphi(k)) \quad (2)$$

Здесь, $\varphi(k) = f_1(k) - f_0(E)$; $E = E_1(k)$ – энергии свободного электрона или дырки в основной подзоне или минизоне; $v(k)$ – скорость свободного электрона или дырки.

Для решения уравнения (2) можно использовать приближение тензора времени релаксации с учетом анизотропного характера наноразмерных полупроводников и получаем следующее выражение, в этом приближении для решения уравнения (2):

$$\varphi(k) = q \left(- \frac{\partial f_0(E)}{\partial E} \right) \sum_i \tau_i(E) F_i v_i(k) \quad (3)$$

Здесь

$$\frac{1}{\tau_i} = \sum_{k'} w(k, k') \left(1 - \frac{v_i(k')}{v_i(k)} \right) \quad (4)$$

Компонента тензора времени релаксации в главных осях тензора обратна эффективной массе.

Теперь вычислим температурную зависимость осцилляции продольной электропроводности в квантовой яме при воздействии квантующего магнитного поля. В гетероструктурах с квантовыми ямами для двумерного свободного электрона или дырки добавка к функции распределения (3), с учетом симметрии пишется в виде:

$$\varphi(k) = q \left(- \frac{\partial f_0(E)}{\partial E} \right) \tau_{\perp}(E) Fv(k) \quad (5)$$

Здесь, $\tau_{\perp} = \tau_x = \tau_y$.

В поставленной задаче индукция магнитного поля направлена по толщине квантовой пластины и рассчитывается перпендикулярно плоскости квантовой пластины (плоскость XY). Отсюда при проведении теоретических расчетов введем поперечную электрическую проводимость $(\sigma_{\perp}(E, B))$ перпендикулярно толщине квантовой ямы (по плоскости XY), одна из кинетических величин, вычисляемых по толщине квантовой ямы, определяется как продольная электропроводность $(\sigma_{\parallel}(E, B))$.

Используя в выражении (5) квантующее магнитное поле, можно получить выражение поперечной электропроводности $\sigma_{\perp}(E, B)$:

$$\sigma_{\perp}(E, B) = \sigma_{xx}(E, B) = \sigma_{yy}(E, B) = q n_s \mu_{\perp}(E, B) = \frac{e^2 n_s \langle \tau_{\perp}(E, B) \rangle}{m^*} \quad (6)$$

Здесь, n_s -концентрация носителей зарядов для двумерного электронного газа; $\mu_{\perp}$ -подвижность; m^* -эффективная масса свободного электрона или дырки в квантовой яме. $\langle \tau_{\perp}(E, B) \rangle$ - усредненное по энергии время релаксации свободного электрона при воздействии квантующего магнитного поля, вычисляется следующим выражением [10, 11]:

$$\langle \tau_{\perp}(E, B) \rangle = \frac{\int_0^{\infty} N_s^{2d}(E, B) \left(\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \tau_{\perp}(E) E dE}{n_s} \quad (7)$$

Где, $N_s^{2d}(E, B)$ - двумерная плотность энергетических состояний в квантующем магнитном поле.

В квантующем магнитном поле двумерная плотность энергетических состояний в зоне проводимости квантовой ямы взята в виде суммы гауссовых пиков [12]:

$$N_s^{2d}(E, B, n_L, d, n_z) = \frac{eH}{2\pi c} \sum_{n_L} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\Gamma} \exp \left[-2 \left(\frac{E - \left[\hbar \omega_c \left(n_L + \frac{1}{2} \right) + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* d^2} n_z^2 \right]}{\Gamma} \right)^2 \right] \quad (8)$$

Где, n_L – число уровней Ландау. $\omega_c = \frac{eH}{mc}$ –циклотронная частота. Γ - параметр уширения, принимаемый постоянным.

В сильном магнитном поле рассматриваются двумерные электронные системы невзаимодействующих электронов по параболическому закону дисперсии при низкой температуре T . Дополнение к гауссовому пику плотности состояний, на каждом уровне Ландау есть общий множитель магнитного поля B перед общей плотностью энергетических состояний. Это означает, что с увеличением магнитного поля B каждый уровень Ландау может содержать все большее и большее количество электронов. Согласно (8), между уровнями Ландау нет плотности состояний, если их расстояние $\hbar\omega_c$ заметно больше, чем Γ .

Для основных механизмов, в массивных полупроводниках в приближении упругого рассеяния зависимость времени релаксации $\tau_3(E, T)$ от энергии и температуры носит степенной характер [13]:

$$\tau_3(E, T) = \gamma_3 (k_0 T)^\beta E^\alpha \quad (9)$$

Для свободных электронов в квантовой яме изменение плотности состояний и энергетического спектра с учетом размерного квантования приводит к следующей формуле [14]:

$$\tau_\perp / \tau_3 = \gamma dk_\perp = \gamma d \sqrt{\frac{2m^* E}{\hbar^2}} \sim E^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

Из (10), получим:

$$\tau_\perp = \gamma_\perp (k_0 T)^\beta E^{\alpha + \frac{1}{2}} \quad (11)$$

Здесь, d – толщина квантовой ямы. С учетом (7), (8) и (11) зависимость поперечной электропроводности от квантующего магнитного поля и

температуры в гетероструктурах с квантовыми ямами принимает следующий вид:

$$\sigma_{\perp}^{2d}(E, B, T, d) = \frac{e^3 B}{2\pi m^* c} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\Gamma} \cdot \int_0^{\infty} \sum_{n_L} \exp \left[-2 \left(\frac{E - \left[\hbar \omega_c \left(n_L + \frac{1}{2} \right) + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* d^2} n_L^2 \right]}{\Gamma} \right)^2 \right] \mathcal{Y}_{\perp}(k_0 T)^{\beta} E^{\alpha + \frac{3}{2}} \left(\frac{\partial f_0(E, T)}{\partial E} \right) dE \quad (12)$$

Таким образом, мы можем определить температурную зависимость осцилляции электропроводности в квантовой яме при воздействии квантующего магнитного поля. И так, выведено новое аналитическое выражение для вычисления осцилляции электропроводности в гетероструктурах с квантовыми ямами при присутствии температуры и магнитного поля, на основе формулы (12). Используя формулу (12), можно анализировать некоторые экспериментальные результаты при различных температурах и магнитных полях. Кроме того, с помощью формулы (12), можно вычислить температурную зависимость осцилляции поперечного магнитосопротивления в зоне проводимости квантовой ямы при присутствии квантующего магнитного поля. Тогда, для гетероструктуры на основе квантовой ямы, изменение осцилляции поперечного магнитосопротивления $\rho_{\perp}^{2d}(E, B, T, d)$ по температуре и по квантующему магнитному полю определяется в следующем новом аналитическом выражении:

$$\rho_{\perp}^{2d}(E, B, T, d) = 1 / \sigma_{\perp}^{2d}(E, B, T, d) \quad (13)$$

$$\rho_{\perp}^{2d}(E, B, T, d) = \frac{1}{\frac{e^3 B}{2\pi m^* c} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\Gamma} \cdot \int_0^{\infty} \sum_{n_L} \exp \left[-2 \left(\frac{E - \left[\hbar \omega_c \left(n_L + \frac{1}{2} \right) + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* d^2} n_L^2 \right]}{\Gamma} \right)^2 \right] \mathcal{Y}_{\perp}(k_0 T)^{\beta} E^{\alpha + \frac{3}{2}} \left(\frac{\partial f_0(E, T)}{\partial E} \right) dE}$$

3. Обсуждение и результаты

Теперь, на основании формул (12) и (13) рассмотрим зависимости $\sigma_{\perp}^{2d}(E, B, T, d)$ и $\rho_{\perp}^{2d}(E, B, T, d)$ на графике. Как видно из полученных новых аналитических выражений, член под интегралом является очень сложной функцией по отношению к энергии E . То есть получить точный результат путем его интегрирования невозможно, и для получения $\sigma_{\perp}^{2d}(E, B, T, d)$ и $\rho_{\perp}^{2d}(E, B, T, d)$ воспользуемся компьютерной программой.

На рис.1 показана зависимость осцилляции поперечной электропроводности от обратной индукции магнитного поля в гетероструктурах на основе квантовой ямы $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}/\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ при постоянных низких температурах. Здесь, параметры квантовой ямы $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ равняется следующей величине: толщина квантовой ямы $d=16.8$ нм, эффективная масса электронов в зоне проводимости квантовой ямы $m_n=0,059m_0$, параметр уширения $\Gamma=0,6$ мэВ и температура $T=4,2\text{K}$ [9].

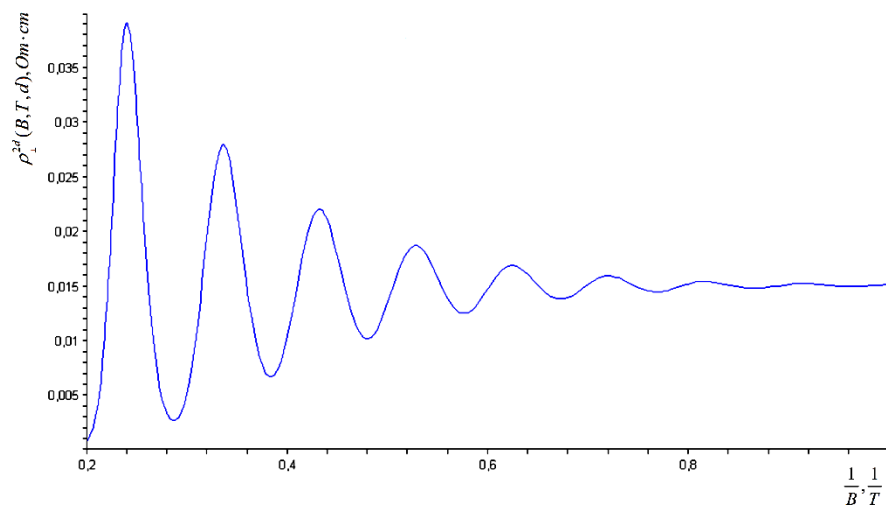


Рис.1. Зависимость осцилляции поперечной электропроводности от обратной индукции магнитного поля в гетероструктурах на основе квантовой ямы $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}/\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ при температурах $T=4,2$ К.

При этом при построении графика $\sigma_{\perp}^{2d}(E, B, T, d)$ количество уровней Ландау принималось за $n_L=8$, а количество размерных квантов (число размерных квантований) за $n_z=1$. На рисунках наблюдается резкое

увеличение значения амплитуды колебаний электропроводности в зоне проводимости квантовой ямы $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ при значениях индукции магнитного поля 1,5 Тл и выше. На рис.2 показано влияние температуры на зависимость осцилляции поперечной электропроводности от обратной индукции магнитного поля в гетероструктурах на основе квантовой ямы $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}/\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ с параболическим законом дисперсии. Как видно из этих рисунков, с ростом температуры, амплитуда осцилляции электропроводности в зоне проводимости квантовой ямы $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ уменьшается. При достаточно высоких температурах, например, при $T=40\text{ K}$, осцилляции магнитосопротивления не чувствует квантующего магнитного поля и не наблюдаются осцилляции кинетических параметров. Потому что в наноразмерных полупроводниковых материалах для наблюдения эффектов квантовых колебаний тепловая энергия свободных носителей заряда должна быть намного меньше, чем разница между двумя соседними дискретными уровнями энергии.

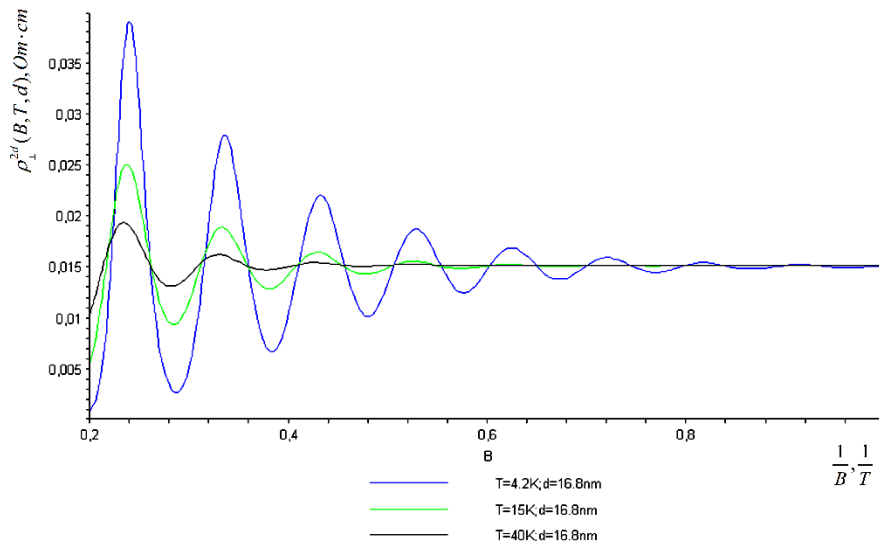


Рис.2. Влияние температуры на зависимость осцилляции поперечной электропроводности от обратной индукции магнитного поля в гетероструктурах на основе квантовой ямы $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}/\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$

4. Заключение

На основе проведенного исследования можно сделать следующие заключения:

Как видно из проанализированной выше литературы, не существует четкой и полной теории зависимости квантовых осцилляций от температуры и магнитного поля, обнаруженных в экспериментах в гетероструктурах с квантовой ямой. Не разработана математическая модель для определения температурной зависимости осцилляций Шубникова-де Гааза в гетероструктурных полупроводниках с квантовой ямой через плотность энергетических состояний двумерных материалов.

Целью настоящей работы является моделирование температурной зависимости осцилляции магнитосопротивления в гетероструктурах на основе квантовых ям с учетом термического уширения двумерной плотности состояний.

Выведено новое аналитическое выражение для расчета температурной зависимости осцилляций поперечной электропроводности и магнитосопротивления квантовой ямы. Исследованы осцилляции магнитосопротивления узкозонной квантовой ямы с непараболическим законом дисперсии. Предложенной теорией исследованы результаты экспериментов узкозонной квантовой ямы ($\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$). В эксперименте показано, что измеренные при температуре 2 К осцилляции поперечного магнитосопротивления квантовой ямы $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ переходят в сплошной энергетический спектр за счет термической промывки под влиянием динамики роста температуры.

Литературы

1. Yuzeeva N.A., Galiev G.B., Klimova E.A., Oveshnikov L.N., Lunin R.A., Kulbachinskii V.A. Experimental determination of the subband electron effective mass in InGaAs/InAlAs HEMT-structures by the Shubnikov - de Haas effect at two temperatures // Physics Procedia. 2015. Vol.72, pp.425-430.

2. Tarquini V., Knighton T., Wu Zh., Huang J., Pfeiffer L., West K. Degeneracy and effective mass in the valence band of two-dimensional (100)-GaAs quantum well systems // Applied Physics Letters. 2014. Vol.104, Iss.9, pp.092102-1- 092102-3.
3. Berkutov I.B., Andrievskii V.V., Komnik Yu.F., Kolesnichenko Yu.A., Morris R.J.H., Leadley D.R. Magnetotransport studies of SiGe-based p-type heterostructures: Problems with the determination of effective mass // Low Temperature Physics. 2012. Vol.38, Iss.12, pp.1145-1452.
4. Abdullah Yar, Kashif Sabeeh. Radiation-assisted magnetotransport in two-dimensional electron gas systems: appearance of zero resistance states // Journal of Physics: Condensed Matter. 2015. Vol.27, No.43, Article ID 435007.
5. Bogan A., Hatke A.T., Studenikin S.A., Sachrajda A., Zudov M.A., Pfeiffer L.N., West K.W. Effect of an in-plane magnetic field on microwave photoresistance and Shubnikov-de Haas effect in high-mobility GaAs/AlGaAs quantum wells // Journal of Physics: Conference Series. 2013. Vol.456, Article ID 012004.
6. Dönmez Ö., Sarcan F., Erol A., Gunes M., Arikan M.Ç., Puustinen J., Guina M. Magnetotransport study on as-grown and annealed n- and p-type modulation-doped GaInNAs/GaAs strained quantum well structures // Nanoscale Research Letters. 2014. Vol.9, Article ID 141.
7. Nainani A., Irisawa T., Bennett B.R., Boos J.B., Ancona M.G., Saraswat K.C. Study of Shubnikov–de Haas oscillations and measurement of hole effective mass in compressively strained $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{Sb}$ quantum wells // Solid-State Electronics. 2011. Vol.62, Iss.1, pp.138-141.
8. Sarcan F., Nutku F., Donmez O., Kuruoglu F., Mutlu S., Erol A., Yildirim S., Arikan M.C. Quantum oscillations and interference effects in strained n- and p-type modulation doped GaInNAs/GaAs quantum wells // Journal of Physics D: Applied Physics. 2015. Vol.48, No.30, Article ID 305108.

9. Kulbachinskii V.A., Oveshnikov L.N., Lunin R.A., Yuzeeva N.A., Galiev G.B., Klimov E.A., Maltsev P.P. Experimental Determination of the Electron Effective Masses and Mobilities in Each Dimensionally Quantized Subband in an $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ Quantum Well with InAs Inserts // Semiconductors. 2015. Vol.49, No.2, pp.204-213.
10. Shik A.Ya., Bakueva L.G., Musikhin S.F., Rykov S.A. Physics of low-dimensional system. Saint Petersburg. Press "Science". 2001. p.160
11. Tavger B.A., Demikhovskii V.Ya. Quantum size effects in semiconducting and semimetallic films // Soviet Physics Uspekhi. 1969. Vol.11, Iss.5, pp.644-658.
12. Zawadzki W., Raymond A., Kubisa M. Reservoir model for two-dimensional electron gases in quantizing magnetic fields: A review // Physica Status Solidi (b). 2013. Vol.251, Iss.2, pp.247-262.
13. Anselm A.I. Introduction to the theory of semiconductors // Physics-Uspekhi. 1965. Vol.85, Iss.1, pp.183–184.
14. Shik A.Ya. Superlattices-Periodic Semiconductor Structures (Review) // Soviet Physics-Semiconductors. 1975. Vol.8, Iss.10, pp.1195-1209.
15. P.J.Baymatov, A.G.Gulyamov, B.T.Abdulazizov, Kh.Yu.Mavlyanov, M.Tokhirjonov// Features of the Chemical Potential of a Quasi-Two-Dimensional Electron Gas at Low Temperatures Features of the Chemical Potential of a Quasi-Two-Dimensional Electron Gas at Low Temperatures // International Journal of Modern Physics B 2150070 (1-13), 2021, <https://doi.org/10.1142/S0217979221500703>
16. G.Gulyamov, B.T.Abdulazizov, P.J.Baymatov // Three-band simulation of the g-factor of an electron in an InAs quantum well in strong magnetic fields // Journal of Nanomaterials, Volume 2021, Article ID 5542559, <https://doi.org/10.1155/2021/5542559>
17. B.T. Abdulazizov/Cyclotron mass of an electron in strong magnetic fields in a wide InAs quantum well/ Eurasian Journal of Physics and Functional Materials 2022, 6(1), 32-37, DOI:10.32523/ejpfm.2022060103

18. B. T. Abdulazizov, G. Gulyamov, P. J. Baymatov, Sh. T. Inoyatov, M. S. Tokhirjonov and Kh. N. Juraev // Peculiarities of the Temperature Dependence of the Chemical Potential of a Two-dimensional Electron Gas in Magnetic Field // SPIN Vol. 13, No. 1 (2022) 2250002, World Scientific Publishing Company, DOI:10.1142/S2010324722500023