

Madaminov Xurshidjon Muxamedovich
Andijon davlat universiteti dotsenti, f. -m. f. n.
Tel: 91 169-74-57 e-mail: khurmad@mail.ru
UDK. 621.1383.51

JISMNING MURAKKAB HARAKATINI EKSTREMAL MASALA SIFATIDA O'RGANISH

Annotatsiya: Maqola “Gorizontga qiyalatib otilgan jism harakati” mavzusiga doir ekstremal masalalar va ularni yechishning integratsion usulini o'rganishga bag'ishlangan.

Kalit so'zlar: fizik masala, ekstremal masala, hosila usuli, gorizontal harakat, bir jinsli og'irlik.

Мадаминов Хуршиджон Мухамедович
Андижанский государственный университет, доцент
Tel: 91 169-74-57 e-mail: khurmad@mail.ru

ИЗУЧЕНИЕ СЛОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА, КАК ЭКСТРЕМАЛЬНАЯ ЗАДАЧА

Аннотация: Статья посвящена исследованию экстремальных задач и интеграционного метода их решения по теме “Движение тела, брошенного под углом к горизонту”.

Ключевые слова: физическая задача, экстремальная задача, метод производной, горизонтальное движение, однородная масса.

Madaminov Khurshidjon Mukhamedovich
Andijan State University, Associate Professor
phone: 91 169-74-57 e-mail: khurmad@mail.ru

STUDYING COMPLEX BODY MOVEMENT AS AN EXTREME PROBLEM

Abstract: The article is devoted to the study of extreme problems and the integration method of their solution on the topic “Motion of a body thrown at an angle to the horizon”.

Keywords: physical problem, extreme problem, derivative method, horizontal motion, homogeneous mass.

Kirish

Gorizontga burchak ostida otilgan moddiy nuqtaning murakkab harakati masalasi fizika va mexanika fanlari aksariyat bo‘limlarining ajralmas qismi bo‘lib, hozirgacha tadqiqotchilarning qiziqishini uyg‘otishda davom etmoqda [1]. Agar havoning qarshiligi bo‘lmasa, ushbu harakat masalasi parabola bo‘ylab harakatni tavsiflovchi analitik yechimga ega bo‘ladi. Ma’lumki, analitik yechimlar ixcham, amaliy masalalarda bevosita foydalanish uchun, ayniqsa, sifatiy tahlil uchun qulaydir [2].

Adabiyotlar tahlili

Fizikadan masala yechish amaliyotida gorizontga burchak ostida otilgan moddiy nuqtaning murakkab harakatiga doir ekstremal masala qaralayotganda, o‘quvchilarni uni yechishing turli usullarini izlashga, muayyan masala uchun ular ichidan eng ma’qbulini tanlab qo‘llashga o‘rgatish kerak [3]. Pirovard natijada masalani qaysi usulda hal qilinishiga bog‘liq bo‘lmagan holda [4], jarayon masalani fizik yoki matematik modelini yasash, undan foydalanishning barcha bosqichlarini o‘z ichiga olishi talab qilinadi [6-7].

Tadqiqot metodologiyasi

Ushbu yondashuv doirasida, muhitdagi moddiy nuqtaning harakat trayektoriyasi kvadratik qonunga ega bo‘lgan hol uchun oddiy analitik

formulalardan foydalanildi. Qo'llanilgan formulalar masalalarni samarali tadqiq qilish va yechishga imkon beradi. Namuna sifatida berilgan masalalar yechimlarining tahlili shuni ko'rsatdiki, qo'llanilgan formulalar yordamida analitik hisoblashda xatolik 3-5 % dan ortmaydi.

Yuqorida keltirilganlarga asosan, mazkur ishda, birjinsli og'irlik maydonidagi jismning gorizontga qiyalatib otilgan harakatini o'rganishda havoning qarshiligini e'tiborga olmasdan aniqlash masalasini ekstremal masala sifatida hal qilish imkoniyati paydo bo'ldi. Buning uchun ushbu harakatda, jismning otilish nuqtasi bilan tushish nuqtasi har xil balandliklarda joylashgan bo'lsa, mazkur jismning maksimal uchish uzoqligini aniqlashga doir quyidagi masalalar yechimlarini o'rganishni tavsiya etamiz.

Tahlillar va natijalar

1-masala. Snaryad balandligi $h = 9.81 \text{ m}$ bo'lgan qoyadan, gorizontga $\alpha = 30^\circ$ burchak ostida $v_0 = 9.81 \text{ m/s}$ boshlang'ich tezlik bilan qiyalatib otilgan. Havo qarshiligini e'tiborga olmasdan, mazkur snaryadnig eng yuqori ko'tarilish balandligi va eng uzoq uchish masofasini toping (1-rasm) [5].

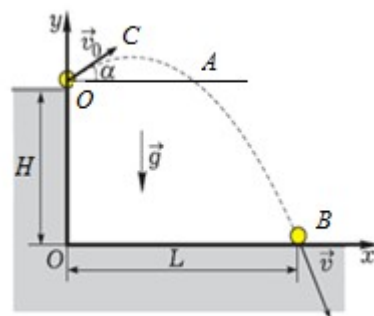
Yechish: Dekart koordinatalar sistemasida jism tezligining tashkil etuvchilari $v_x = v_0 \cos \alpha$, $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$ bo'ladi. Jismning koordinatalari esa vaqt o'tishi bilan tekis o'zgaruvchan harakat tenglamasiga binoan o'zgaradi:

$$y = H + v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}, \quad (1)$$

$$x = v_0 t \cos \alpha \quad (2)$$

Eng yuqori ko'tarilish nuqtasida jism tezligining y tashkil etuvchisi $v_y = 0$ bo'lishidan, $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$ ifodadan uning ko'tarilish uchun ketgan vaqtini aniqlaymiz:

$$t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \quad (3)$$



1-rasm. 1-masalaga oid chizma

Jismning C nuqtadan A nuqtagacha tushish vaqti uning O nuqtadan C nuqtagacha ko'tarilish vaqtiga teng bo'ladi. Shu sababli, jismning O nuqtadan A nuqtagacha uchishiga ketgan vaqt

$$t_A = 2t_n = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad (4)$$

ifoda orqali hisoblanadi.

(3) tenglamani (1) tenglamaga qo'yib, undan maksimal ko'tarilish balandligini aniqlash mumkin:

$$Y_{max} = H + \frac{v_0^2 \sin^2 \varphi}{2g} \quad (5)$$

Ikkinchi tomondan esa (1) tenglamadagi y koordinataning qiymatini nolga tenglab ($y=0$), jismning B nuqtagacha uchishi uchun ketgan vaqtni aniqlaymiz:

$$t_B = \frac{v_0 \sin \varphi}{g} + \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (6)$$

So'ngra (6) ifodani (2) ifodaga qo'yib, undan uchish masofasi:

$$L = x_{max} = v_0 \cos \varphi t_B \quad (7)$$

ni aniqlaymiz.

Masala shartida berilgan ma'lum kattaliklarning son qiymatlarini (4), (6), (5) va (7) ifodalarga qo'yib, tegishli hisoblashlarni bajarganimizdan so'ng,

$$t_A = \frac{2 \cdot 9.81 \cdot 0.5 \text{ m/s}}{9.81 \text{ m/s}^2} = 1 \text{ s}, \quad t_B = \frac{2 \cdot 9.81 \cdot 0.5 \text{ m/s}}{9.81 \text{ m/s}^2} + \sqrt{\frac{(2 \cdot 9.81 \cdot 0.5)^2}{(9.81)^2} + \frac{2 \cdot 9.81}{9.81}} = 2.73 \text{ s}$$

$$y_{max} = 12 + \frac{9.81^2 \cdot 0.5^2}{2 \cdot 9.81} = 12.125 \text{ m}, \quad L = x_{max} = 9.81 \cdot 0.865 \cdot 2.73 = 23.166 \text{ m}.$$

natijalarni olamiz.

2-masala. Balandligi $h = 34 \text{ m}$ bo'lgan qoyadan $v_0 = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ boshlang'ich tezlik bilan gorizontga α burchak ostida uncha katta bo'lmagan jism otildi. Uchish uzoqligi L maksimal qiymatga erishishi uchun jismni qanday α burchak ostida otish kerak [5]?

Yechilishi: Bu holat (2-rasm) uchun jismning kinematik tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi: $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g} t^2}{2}$. Bu tenglamani koordinata o'qlariga

proyeksiyalasak, quyidagi ikki tenglama hosil bo'ladi:

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t; y = h + v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}, \text{ bu yerda } t_t - \text{ tushish vaqti.}$$

Tushish vaqtida $y=0$ va $t=t_t$ bo'ladi, shu sababli

$$l = v_0 \cos \alpha \cdot t_t, \quad (8)$$

$$h + v_0 \sin \alpha \cdot t_t - \frac{gt_t^2}{2} = 0 \quad (9)$$

Yuqoridagi (8-9) tenglamalardan l va α orasidagi bog'lanish

$$h + l \cdot \tan \alpha - \frac{gl^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = 0$$

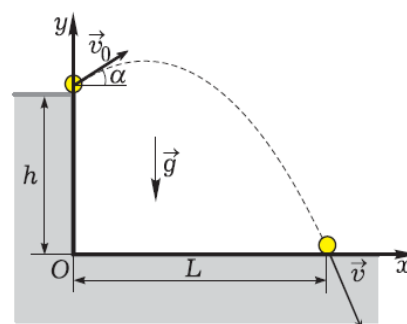
olamiz. Shundan so'ng $g \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$ ayniyatni qo'llat

tenglamani hosil qilamiz. Ushbu kvadrat

tenglama $l \leq \frac{v_0 \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$ shart bajarilganda

haqiqiy yechimlarga ega bo'lishidan

$l_m = \frac{v_0 \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$ ni aniqlaymiz.



2-rasm. 2-masalaga oid chizma

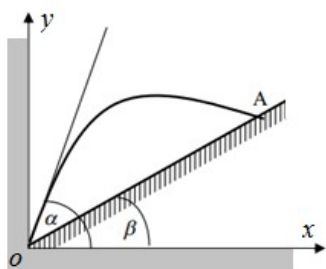
Undan so'ng otilish burchagi uchun $\alpha_m = \arctg \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}} = \arctg 0.5718 = 29^\circ 46'$ yechimni olamiz.

Shuni yodda tutish kerakki, α_m uchun formuladan agar jism Yer sirtida turgan bo'lsa ($h \rightarrow 0$ da) $\alpha = 45^\circ$ ekanligi va $2gh \gg v_0^2$ bo'lganda esa $\alpha = 0^\circ$ bo'lishi kelib chiqadi.

Mazkur ekstremal masalani yechishning o'quvchiga qiyinchilik tug'diradigan "hosila usuli" bilan ham yechish mumkin [6]. Uning o'rniga biz nisbatan sodda usulni tanladik. Mazkur usul kvadrat tenglama diskriminantining xossasi bilan bog'langan.

Fizikadan ekstremal masalalarni yechishning bir qancha usullari mavjud bo'lib, ular ichidan qulayi bilan ish ko'rishni keyingi masalani yechish jarayonida tahlil qilaylik.

3-masala. Qiyaligi gorizontga nisbatan β bo'lgan tepalikning asosida joylashgan o'qotar quroldan uchib chiqqan snaryad $x=v_0 \cos \alpha \cdot t$, $y=v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$ tenglamalar bo'yicha harakat qiladi. Bu yerda - α gorizont va snaryadning uchib chiqish yo'nalishi orasidagi burchak. Snaryadning OA yo'nalishi bo'yicha eng uzoqqa uchishi uchun u qanday α burchak ostida otilishi kerak? Havoning qarshiligini hisobga olmang [5].



3-rasm. 3-masalaga oid chizma

Yechish: Oldingi masaladagi kabi, harakat tenglamalaridan trayektoriya tenglamasi $y_1 = \tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 \ni \text{topamiz}$. Tepalik sirtining xy vertikal tekislikka proyeksiyasi bo'lgan OA to'g'ri chiziqli tenglamasi $y_2 = x \tan \beta$ hisoblanadi.

Snaryad A nuqtada Yerga tushadi va y_1 va y_2 ordinatalar o'zaro teng bo'ladi:

$$x \tan \beta = \tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2. \quad (10)$$

Bundan

$$x = (\tan \alpha - \tan \beta) \frac{2v_0^2}{g} \cos^2 \alpha = \frac{v_0^2}{g} (\sin 2\alpha - 2 \cos^2 \alpha \cdot \tan \beta) \quad (11)$$

α burchakka bog'liq ravishda eng uzoqqa uchish masofasini aniqlash uchun x dan α bo'yicha olingan hosilani nolga tenglash kerak:

$$\frac{dx}{d\alpha} = \frac{v_0^2}{g} (2 \cos 2\alpha - 2 \sin 2\alpha \cdot \tan \beta) = 0. \quad (12)$$

Bundan $\cot 2\alpha = -\tan \beta$ yoki $\alpha = \frac{\beta}{2} + \frac{\pi}{4}$ ekanligi kelib chiqadi.

Xulosalar

Yuqoridagilarga qo'shimcha qilib, mazkur maqolada keltirilganlar asosida umumta'lim maktablarida fizika o'qitish jarayonini matematik usullarni qo'llagan holda integratsion amalga oshirish maqsadga muvofiqligi va mumkinligi, u

o'quvchilarda aniq fanlar tizimida fizikaning o'rni haqida yetarlicha tasavvur hosil qilishi; umumta'lim maktab bitiruvchilarini nafaqat fizikadan, balki matematikadan ham savodxonligini ortirishi; o'quvchilarda amaliy jihatdan qimmatli tushunchalar va tasavvurlarni shakllantirib, bu bilan ularning fizik bilimlarini orttirish imkonini berishi haqidagi fikrlar o'z tasdiqini topganligini ham ko'rsata olamiz [4, 6-7].

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Chudinov P.S. Analytical investigation of point mass motion in mid air// Eur. J. Phys. 2004 Vol.25. - P. 73-79.
2. Yabushita K., Yamashita M., Tsuboi K. An analytic solution of projectile motion with the quadratic resistance law using the homotopy analysis method// J. Phys. A: Math. Theor. 2007. Vol. 40. -P. 8403-8416.
3. Tursunmetov K., Sheraliyev S.S., Maxsudov V.G. Mexanik tebranishar bo'yicha nostandart masalalarni yechish namunalari. FMI. Ilmiy-metodik jurnal. – T.: 2013. №6. – B. 48-53.
4. Madaminov X.M. Mexanika bo'limiga doir ekstremal masalalar. NamDU Ilmiy axborotnomasi. 2022. №5. – B. 71-76.
5. Колмаков Ю.Н., Пекар Ю.А. Задачи и методы их решения: Пособие для подготовки к итоговому междисциплинарному экзамену по мат. и естеств. дисциплинам, изд. 4-е, испр. и доп. ТулГУ., Тула, 2009, С. 101.
6. Madaminov X.M. “Molekulyar fizika va termodinamika” bo'limini o'qitishda ekstremal masalalarning ahamiyati. NamDU Ilmiy axborotnomasi. 2023. №9. – B. 99-103.
7. Madaminov X.M. “Mexanik tebranishlar” mavzusiga doir ekstremal masalalar. NamDU Ilmiy axborotnomasi. 2024. №6. – B. 31-33.