

GRUPPA VA HALQALAR XARAKTERISTIKASI

**Usubjonov Adxamjon Axadjon o'g'li, Namangan davlat universiteti,
matematik analiz kafedrası o'qituvchi.**

tel: +998 90 692 95 92, e-mail: adhamusubjonov@gmail.com

**Sharipov Farhod Murodullayevich, Namangan davlat universiteti,
matematik analiz kafedrası katta o'qituvchi.**

tel: +998 93 490 40 04, e-mail: sharipovfarxodjon2@gmail.com

**Yusufjonova Xosiyatxon Axadjon qizi, Namangan muhandislik texnologiya
instituti, rus tili va adabiyoti kafedrası o'qituvchi.**

tel: +998 88 688 73 74, e-mail: yusufjonovaxosiyatxon1996@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqola klassik sistemalardan bo'lgan nomerlangan algebralar va nomerlangan halqalarning algoritmik xossalarini o'rganishga bag'ishlangan. Bunda algebra, halqa, nomerlangan algebra, nomerlangan halqa, negativ halqa, negativ algebra pozitiv halqalarning ba'zi xossalari qaralgan. Ushbu maqolaning maqsadi, nomerlangan algebra, nomerlangan halqa, hisoblanuvchi ajraluvchi algebra va halqalarni to'liq tasniflashdir.

Kalit so'zlar: algebra, halqa, nomerlangan algebra nomerlangan halqa, hisoblanuvchi ajraluvchi halqa, hisoblanuvchi ajraluvchi, negativ halqa, negativ algebra, pozitiv algebra va pozitiv halqa.

GROUPS AND RINGS CHARACTERISTICS

**Usubjonov Adxamjon Axadjon o'g'li, Namangan state university, teacher of
the department of mathematical analysis.**

tel: +998 90 692 95 92, e-mail: adhamusubjonov@gmail.com

**Sharipov Farhod Murodullayevich, Namangan state university, senior teacher
of the department of mathematical analysis.**

tel: +998 93 490 40 04, e-mail: sharipovfarxodjon2@gmail.com

Yusufjonova Xosiyatxon Axadjon qizi. Namangan institute of engineering technology, teacher of the department of Russian language and literature.

tel: +998 88 688 73 74, e-mail: yusufjonovaxosiyatxon1996@gmail.com

Annotation. This article is devoted to the study of algorithmic properties of numbered algebras and numbered rings from classical systems. Some properties of algebra, ring, numbered algebra, numbered ring, negative shield, negative algebra and positive rings are considered. The purpose of this article is to provide a complete classification of numbered algebra, numbered rings, computable separable algebra, and rings.

Keywords: algebra, ring, numbered algebra numbered ring, countable separable ring, countable separable, negative ring, negative algebra, positive algebra and positive ring.

1. Kirish.

N.X.Qosimov[3] ishlarida hisoblanuvchi ravishda ajralib turadigan algebralarning eng umumiy effektiv, strukturaviy va topologik xususiyatlari o'rganilib, bunday algebralarning eng muhim turlari bayon qilingan. Ko'p sonli algebralarning tabiiy va muhim turlari hisoblanuvchi ravishda ajralib turadigan bo'lib chiqdi, shu jumladan aniq bo'lmaganlar orasida negativ algebralar, hisoblanadigan muvofiqlik panjaralari bilan pozitiv algebralar, qoldiq sonli algebralar. Negativ nomerlash va pozitiv algebralar A.I.Maltsev[1], Yu.L.Yershov, A.S.Morozov, S.P.Odintsov va V.L.Selivanov tomonidan har xil nuqtai nazardan o'rganilgan. Ushbu maqolada, nomerlangan halqa, algebra, hisoblanuvchi-ajraluvchi halqa va hisoblanuvchi-ajraluvchi algebralar to'liq o'rganilgan.

2. Asosiy ta'rif va tushunchalar.

Ta'rif-1. [9]Bizga berilgan “*” binar amal aniqlangan G grupp va $\nu: \omega \rightarrow G$ akslantirish uchun shunday f hisoblanuvchi funksiya topilib

$$\nu n * \nu m = \nu(f(n, m))$$

tenglik o'rinli bo'lsa, (G, ν) juftlikka *nomerlangan grupp* deyiladi.

Ta'rif-2. [8] Agar ν nomeratsiya negativ (pozitiv, hisoblanuvchi) bo'lsa u (G, ν) nomerlangan grupp *negativ (pozitiv, hisoblanuvchi)* deyiladi.

Ta'rif-3. [3] ν nomeratsiya *pozitiv (negativ)* deyiladi, agar $\eta_\nu (\omega^2 \setminus \eta_\nu)$ hisoblanuvchi sanaluvchi bo'lsa.

Ta'rif-5. [10] Bo'sh bo'lmagan R to'plamda aniqlangan $+$ va $\cdot$ binar amallar quyidagi aksiomalarni qanoatlantirsa:

(R_1) Ixtiyoriy $a, b, c \in R$ elementlar uchun $(a+b)+c=a+(b+c)$;

(R_2) Ixtiyoriy $a, b \in R$ elementlar uchun $a+b=b+a$;

(R_3) Ixtiyoriy $a \in R$ uchun shunday $0 \in R$ element mavjudki,

bunda $a+0=a$;

(R_4) Ixtiyoriy $a \in R$ uchun shunday $-a \in R$ element mavjudki, bunda

$a+(-a)=0$;

(R_5) $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ barcha $a, b, c \in R$;

(R_6) $a \cdot (b+c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$ for all $a, b, c \in R$;

(R_7) $(b+c) \cdot a = (b \cdot a) + (c \cdot a)$ for all $a, b, c \in R$.

$(R, +, \cdot)$ tartiblangan uchlikka *halqa* deyiladi.

3. Nomerlangan guruppalar va halqalar

Ta'rif-6. [3] ν nomeratsiya yechilgan deyiladi, agar η_ν munosabat hisoblanuvchi bo'lsa.

Nomerlangan ekivalentlik $\eta = \{ \langle x, y \rangle / \nu x = \nu y \}$.

Ta'rif-7. Agar nomerlangan ekivalentlik hisoblanuvchi ajraluvchi bo'lsa, nomerlangan grupp *hisoblanivchi ajraluvchi* deyiladi.

Quyidagi teorema shuni ko'rsatadiki, negativ gruppalar hisoblanuvchi ajraluvchi gruppalarining sodda bo'lmagan misollari hisoblanadi.

Teorema-1. Har qanday (G, ν) negativ gruppada hisoblanuvchi ajratiluvchi nomerlangan gruppaga bo'ladir.

Lemma-1. $T(a, b)$ eng kichik kongurensiya bo'lsa, $\langle a, b \rangle$ juftlikni o'z ichiga oladi.

Isbot. Bu atamalarining murakkabligini induksiya bilan isbotlash oson. Qaysiki $\langle a, b \rangle$ ni o'z ichiga olgan ixtiyoriy kongurensiyani o'zida saqlovchi $T(a, b)$ ni.

Bizga n o'rinli f - amal berilgan bo'lsin va $\langle a_i, b_i \rangle \in T(a, b)$ uchun $0 \leq i \leq n$. U holda shunday $e_1, \dots, e_n$ transversiya mavjudki $e_i(a) = a_i$, $e_i(b) = b_i$. Va transversiya e ni orqali belgilaymiz $f(e_1(x), \dots, e_n(x))$. Ta'rifga ko'ra $\langle e(a), e(b) \rangle \in T(a, b)$ tegishli bo'ladi. Ya'ni $T(a, b)$ kongurensiya bo'ladi.

Lemma isbot bo'ldi.

Bizga G gruppada asosiy to'plamning A_0, A_1 bo'laklashlari bo'lsin, ya'ni

$$A_0 \cup A_1 = G, \quad A_0 \cap A_1 = \emptyset.$$

Endi $\theta(A_0, A_1)$ kongurensiyalar to'plamini ko'rib chiqamiz, A_0 to'plamni biron-bir elementi A_1 to'plamni biron bir elementi bilan kesishmaydi. Ya'ni

$$\theta^i \in \theta(A_0, A_1) \Leftrightarrow \forall xy (x \in A_0 \ \& \ y \in A_1 \rightarrow x \neq y \pmod{\theta}).$$

Lemma-2. $a \neq b \pmod{\theta^*}$ bo'lishi uchun T da shunday e transversiya mavjud bo'lishi zarur va yetarli. Ya'ni e uchun $e(a) \in A_0 \ \& \ e(b) \in A_1$ yoki $e(a) \in A_1 \ \& \ e(b) \in A_0$ bajarilsin.

Teorema-2. Nomerlangan gruppada hisoblanuvchi-ajraluvchi bo'lishi uchun negativ gruppaga approksimatsiyalanishi zarur va yetarlidir.

Isbot. Bizga (G, ν) - hisoblanuvchi-ajraluvchi nomerlangan gruppaga berilgan bo'lsin. G gruppada amal ν nomeratsiyani saqlasin. Endi biz transversiya deb $\lambda_{x,e}(x, a)$ shunday bir o'rinli hisoblanuvchi funksiyaga aytiladiki. Bu yerda e - termal amaldir, unda har bir belgi F dan olingan hisoblanuvchi funksiyalar bilan izohlanadi, G gruppadagi mos keluvchi amallarni o'z ichiga oladi. a_1^a ixtiyoriy bo'lgan natural sonlar juftligi. Ko'rinib turibdiki, barcha transversiyalar to'plami hisoblanuvchidir.

Bizga $\nu m \neq \nu n$ berilgan bo'lsin, u holda shartga ko'ra ν - yopiq hisoblanuvchi α to'plam mavjud bo'ladiki, bunda $m \in \alpha$, $n \in \omega \setminus \alpha$. Bizga $A_0 = \nu \alpha$, $A_1 = \nu(\omega \setminus \alpha)$ berilgan bo'lsin. Oldingi lemmalarni ko'rib chiqqan holda $\theta(A_0, A_1)$ to'plamdagi eng katta θ^* kongurensiyani qaraymiz. Ko'rsatamizki, aynan θ^* negativ kongurensiya borligini, qaysiki G gruppani moduli har hil bo'ladigan νm va νn elementlarini.

$$\sigma = \{ \langle x, y \rangle / \exists e \in T, [e(x) \& e(y) \in \omega \setminus \alpha \vee e(x) \in \omega \setminus \alpha \& e(y) \in \alpha] \}$$

to'plamni ko'rib chiqamiz. Lemma-2. ga binoan bizda mavjud:

$$\nu x \neq \nu y \pmod{\theta^*} \Leftrightarrow \langle x, y \rangle \in \sigma.$$

Shunday qilib $\nu m, \nu n$ elementlar negativ θ^* kongurensiya orqali ajratiladi.

Aksincha, bizga berilgan nomerlangan (G, ν) gruppaga negativ gruppaga yaqinlashsin. Agar $\nu m \neq \nu n$ bo'lsa, shartga ko'ra shunday negativ (G_1, μ) gruppaga mavjud bo'ladiki, gomomorfizm $\varphi: G \rightarrow G_1$ va hisoblanuvchi funksiya f mavjud bo'ladiki, bunda $\varphi \nu m \neq \varphi \nu n$, $\varphi \nu = \mu f$. Mayli μ - yopiq α hisoblanuvchi to'plam

mavjud bo'lsin va u $f(m)$ ni $f(n)$ dan ajratsin. U holda $f^{-1}(\alpha)$ to'plam ν - yopiq hisoblanuvchi to'plam bo'ladi va m ni n dan ajratadi.

Teorema isbot bo'ldi.

Ta'rif-8. Agar K halqa bo'lib unda ikkita binar «+» va «•» amal aniqlangan bo'lsin. $\nu: \omega \rightarrow K$ akslantirish uchun «+» va «•» binar amallar uchun quyidagi shartlarni qanoatlantiradigan

$$f_+ : \omega^2 \rightarrow \omega, \text{ qaysiki } \nu m + \nu n = \nu f_+(m, n),$$

$$f_\bullet : \omega^2 \rightarrow \omega, \text{ qaysiki } \nu m \bullet \nu n = \nu f_\bullet(m, n)$$

hisoblanuvchi funksiya mavjud bo'lsa, (K, ν) juftlik nomerlangan halqa deyiladi.

Agar ν nomeratsiya negativ (pozitiv, hisoblanuvchi) bo'lsa, u holda nomerlangan (K, ν) halqa negativ (pozitiv, hisoblanuvchi) deyiladi.

Nomerlangan ekivalentlik $\eta = \{ \langle x, y \rangle / \nu x = \nu y \}$.

Ta'rif-9. Agar nomerlangan halqada hisoblanuvchi ajraluvchi nomerlangan ekivalentlik bo'lsa, nomerlangan halqa hisoblanuvchi ajraluvchi deyiladi.

Quyidagi teorema shuni ko'rsatadiki, negativ halqalar hisoblanuvchi-ajratiladigan halqalarning muhim aniq bo'lmagan misollari hisoblanadi.

Foydanilgan adabiyotlar

1. Мальцев А. И. Конструктивные алгебры. I. // УМН. – 1961. – Т. 16. – №3 С. 3–60.
2. Касымов Н.Х. Рекурсивно отделимые нумерованные алгебры // УМН. - 1996. – Т.51. – №3 – С. 145–176.
3. Ибрагимов Ф.Н. К теории рекурсивно отделимых моделях. //Вестник НУУз. – 2006. – №2. – С. 23 – 27.
4. Номерланган гурппаларнинг характеристикаси //НамДУ ахборот журнали 2022-йил 6- сон . Усубжонов А. Шарипов Ф.

5. Бекжанова С. А. Рекурсивно отделимые группы. // Новые теоремы молодых математиков. Тез. докл. Респ. науч. конф. –Наманган, 2013 - Т.1. - №1. - С. 99.
6. Ершов Ю. Л. Теория нумераций. // Наука, М., - 1977.
7. Ершов Ю.Л. Проблемы разрешимости и конструктивные модели. - Наука, М. – 1980.
8. Nomerlangan grupp va halqalar xarakteristikasi // NamDU axborot jurnali 2024-yil 1-son. Usubjonov A. Sharipov F. Yusufjonova X.
9. Курош А. Г. Лекции по общей алгебре. // Наука, М., - 1973. С. 33-51.