

Арустамов Владимир Николаевич
Институт Ионно-плазменных и лазерных технологий с.н.с.
кандидат физико-математических наук
[Тел: \(90\)189 85 10](tel:(90)1898510) e-mail: v.arustamov@iplt.uz
Кахрамонов Бобуржон Рузибоевич
Институт Ионно-плазменных и лазерных технологий м.н.с.
[Тел: \(97\)141 22 85](tel:(97)1412285) e-mail: boburjon2285@gmail.com
Худайкулов Илёс Холмурадович
Институт Ионно-плазменных и лазерных технологий с.н.с. PhD.
[Тел: \(90\)352 07 86](tel:(90)3520786) e-mail: i_khudaykulov@mail.ru

УДК:57.022.023.577.11.12

ПРОЦЕСС СТРУКТУРНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ МЕТАЛЛОВ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ НАГРЕВАНИИ ОТ ОДНОГО ИЛИ ДВУХ ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ.

Аннотация. Проведено сравнение теоретических расчетов температурных полей, возникающих в металлических изделиях под действием тока дуги, с экспериментальными данными. Это позволило оптимизировать условия эксперимента, подобрать оптимальные технологические параметры и разработать оптимальные режимы обработки. При моделировании точечного источника тепла учитывались катодные пятна на поверхности металла. Температура на расстоянии 1 см от точечного источника превышала 5000 К. На расстоянии 10,3 см наблюдалось изменение структуры металла и фазовый переход, что привело к образованию аустенитных фаз в сталях 08КП, 45 и 65 Г.

Ключевые слова: Вакуумно-дуговой разряд, катод, точечный источник, аустенитная фаза, температура, теплопроводность, теплоемкость.

Arustamov Vladimir Nikolaevich
Ion plazmasi va lazer texnologiyalari instituti katta ilmiy xodimi,
fizika-matematika fanlari nomzodi,
[Тел: \(90\)189 85 10](tel:(90)1898510) e-mail: v.arustamov@iplt.uz
Kaxramonov Boburjon Ro'ziboevich
Ion plazmasi va lazer texnologiyalari instituti kichik ilmiy xodimi
[Тел: \(97\)141 22 85](tel:(97)1412285) e-mail: boburjon2285@gmail.com
Khudayqulov Ilyos Xolmurodovich
Ion plazmasi va lazer texnologiyalari instituti katta ilmiy xodimi, PhD.
[Тел: \(90\)352 07 86](tel:(90)3520786) e-mail: i_khudaykulov@mail.ru

BIR YOKI IKKI NUQTAVIY MANBALAR YORDAMIDA NOSTATSIONAR ISTISH VAQTIDA METALLARDA STRUKTURAVIY O'ZGARISH JARAYONI.

Annotatsiya. Vakuum yoyi toki ta'sirida metall mahsulotlarda paydo bo'ladigan harorat maydonlarining nazariy hisoblashlari eksperimental ma'lumotlar bilan taqqoslandi. Bu tajriba sharoitlarini optimallashtirish, optimal texnologik parametrlarni tanlash va ishlov berish rejimlarini ishlab chiqish imkonini beradi. Nuqtaviy issiqlik manbasini modellashtirishda metall yuzasida katod dog'lari hisobga olindi. Nuqta manbadan 1 sm gacha bo'lgan masofadagi haroratlar 5000 K dan oshdi. 10,3 sm masofada metall konstruksiyaning o'zgarishi va fazaviy o'tish kuzatildi, bu esa 08KP, 45 va 65 G markali metallarda austenit fazalarning hosil bolishiga olib keladi.

Kalit so'zlar: Vakuum yoy razryadi, katod, nuqtaviy manba, austenit faza, temperatura, issiqlik o'tkazuvchanlik, issiqlik sig'imi..

Arustamov Vladimir Nikolaevich
Institute of Ion Plasma and Laser Technologies Senior Researcher,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences
[Phone: \(90\)189 85 10](tel:(90)189 85 10) e-mail: v.arustamov@iplt.uz.

Kakhramonov Boburjon Ruziboevich
Institute of Ion Plasma and Laser Technologies Junior Researcher
[Phone: \(97\)141 22 85](tel:(97)141 22 85) e-mail: boburjon2285@gmail.com.

Khudaykulov Ilyos Kholmuradovich
Institute of Ion Plasma and Laser Technologies Senior Researcher, PhD.
[Phone: \(90\)352 07 86](tel:(90)352 07 86) e-mail: i_khudaykulov@mail.ru.

THE PROCESS OF STRUCTURAL CHANGES IN METALS DURING NON-STATIONARY HEATING FROM ONE- OR TWO-POINT SOURCES.

Abstract. A comparison has been made of theoretical calculations of temperature fields arising in metal products under the influence of arc current with experimental data. This made it possible to optimize the experimental conditions, select optimal technological parameters and develop optimal processing modes. When modeling a point heat source, cathode spots on the metal surface were taken into account. The temperature at a distance of 1 cm from the point source exceeded

5000 K. At a distance of 10.3 cm, a change in the metal structure and a phase transition was observed, which led to the formation of austenitic phases in steels 08KP, 45 and 65 G.

Keywords: Vacuum-arc discharge, cathode, point source, austenite phase, temperature, thermal conductivity, heat capacity.

ВВЕДЕНИЕ

Температурное распределение на поверхности металлических материалов является ключевым показателем для многих отраслей промышленности [1-4]. Изучение этого явления позволяет оптимизировать процессы нагрева и охлаждения материалов, а также повысить эффективность технологических процессов. Кроме того, прежде чем оценивать вторичные процессы, важно определить температуру электронного газа и энергию Ферми на расстояниях недалеко от поверхности металлического катода [5,6].

Одним из методов изучения распределения температуры на поверхности металлических материалов является тепловизионный анализ. С помощью инфракрасной камеры можно получить изображение поверхности и определить точные значения температуры в каждой точке. Этот метод позволяет выявить равномерность нагрева и обнаружить возможные дефекты, такие как перегревы или не до нагривы.

Важным аспектом является также выбор материала поверхности. Различные металлические материалы имеют разные коэффициенты теплопроводности и теплоемкости, что влияет на скорость и равномерность распределения температуры. Поэтому необходимо учитывать эти факторы при проектировании и выборе материалов.

В заключении можно отметить, что изучение распределения температуры на поверхности металлических материалов играет важную роль в проектировании и оптимизации технологических процессов. Понимание этого явления позволяет повысить качество продукции и экономить ресурсы, что делает его актуальной и интересной темой для исследований.

Взаимодействие образующегося при этом вакуумно-дугового разряда с поверхностью металла может выражаться высокой температурой до 10^4 °С и скоростью движения вакуумно-дугового разряда до 10^4 см/сек., следовательно, катодные пятна можно рассматривать как точечные источники очень большой мощности, движущиеся с большой скоростью [7,8].

В данной работе теоретически рассчитаны температурные поля дугового разряда вблизи поверхности прутка. В расчетах использован источник метода теории теплопередачи.

Методы исследований и постановка задачи. При рассмотрении температурных нестационарных полей в полубесконечной полосе и в приповерхностном слое круглого прутка или трубы при их обработке плазмой дугового разряда основным методом исследований является метод источников теории теплопроводности.

Этот метод заключается в том, что строится функция точечного источника рассматриваемой задачи для квазизамкнутой прутка ширины l и радиусом r с не теплоизолированными

$$\frac{\partial T(M, \tau)}{\partial \tau} = a \nabla^2 T \quad (1), \quad M \in (D), \tau > 0, \quad T(M, 0) = 0, M \in (D) \quad (2)$$

∇^2 -оператор Лапласа, a -коэффициент температуропроводности T -температура. Отыскание функции точечного источника задачи (1) и (2) при переменных и интегральным преобразованием Фурье [9].

Отыскание функции точечного источника задачи (1) и (2) при переменных и интегральным преобразованием Фурье.

Обозначим найденную функцию через $G(M, M', \tau)$. В силу того, что функция $\frac{Q}{c\rho} G(M, M', \tau - \theta)$ есть действие единичного мгновенного сосредоточенного источника, то действие источников непрерывно распределенных с плотностью выражается формулой

$$T(M, \tau) = \int_0^\tau \int_{(D)} G(M, M', \tau - \theta) f(M', \theta) d\Omega_{M'} d\theta \quad (3)$$

Эта функция есть решение неоднородного уравнения

$$T \frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T + f(M, \tau) \quad (4)$$

При начальном условии и соответствующих однородных граничных условиях.

$$T(M, 0) = 0 \quad (5)$$

$V(3)d\Omega_{M'}$ – элементы области (Д), интегрирование в (3) ведется по координатам точки M' .

В рассматриваемых задачах функция $f(M, \tau)$ выражается через δ - функция

Дирака, т.е.
$$f(M, \tau) = \frac{Q}{c\rho} \delta(M, M_0) \quad (6)$$

На основании свойства δ – функции $\iiint_{-\infty}^{\infty} \varphi(M') \delta(M', M_0) d\Omega_m = \varphi(M_0) + r$

имеем
$$T(M, \tau) = \frac{Q}{c\rho} \int_0^{\tau} G(M, M_0, \tau - \theta) d\theta \quad (7)$$

Если область полубесконечной линии шириной $l = 2\pi r_0$ является точечным источником, то источник движется по прямой $y = y_0$ со скоростью v_0 для получения уравнений изотермы, устанавливая верхний предел интеграла равным ∞ и (7) к пределу в интеграле применим переход, т.е. рассматривать действие точечного источника как долговременное. Вычислив этот интеграл, мы находим граничное решение задачи. При рассмотрении этого вопроса изучалось температурное поле приповерхностного слоя круглого стержня при движении одного и двух точечных источников.

Исследование температурного поля приповерхностного слоя круглого прутка при движении точечного источника.

Задача для круглого стержня с теплоизолированной поверхностью, когда точечный источник движется по прямой – образующей стержень со скоростью v_0 сводятся к решению уравнения

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{Q}{c\rho} \delta(r - r_0) \delta(\varphi - \varphi_0) \delta(z - v_0 \tau) \quad (8), \quad 0 \leq r < r_0, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi, \quad 0 < z < l$$

при начальном условии $T(r, \varphi, z, 0) = 0, 0 \leq r < r_0, 0 \leq \varphi < 2\pi, 0 < z < l$ (9)

и граничных условиях $\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_0} = 0, |T(0, \varphi, z, \tau)| \leq M$

$$T(r, \varphi + 2k\pi, z, \tau) = T(r, \varphi, z, \tau) \quad (10)$$

Решая задачу методом функции точечного источника [10], имеем, что

$$T(x, \varphi, z, \tau) = \frac{Q}{c\rho} \int_0^\tau G(r, \varphi, z, \tau - \theta) d\theta.$$

а) в случае неограниченного прутка

$$G(r, \varphi, z, \tau - \theta) = \frac{e^{\frac{-(z - v_0 \theta)^2}{4a^2(\tau - \theta)}}}{r_0 \pi \sqrt{a^2 \pi (\tau - \theta)}} * \sum_{n,k=0}^{\infty} \frac{J_n\left(\frac{\mu_k^{(n)}}{r_0} r\right) \cos n(\varphi - \varphi_0)}{\varepsilon_n J_n(\mu_k^{(n)}) \left(1 - \frac{n^2}{(\mu_k^{(n)})^2}\right)} e^{-a^2 (\mu_k^{(n)})^2 (\tau - \theta)}$$

где $\varepsilon_n = \begin{cases} 2, n=0 \\ 1, n \neq 0 \end{cases}$, $\mu_k^{(n)}$ -корни уравнения $J_n'(\mu) = 0$ и поэтому решение задачи можно

записать
$$T(r, \varphi, z, \tau) = \frac{Q}{c\rho r_0 \pi^{3/2} a} \sum_{n,k=0}^{\infty} \frac{J_n\left(\frac{\mu_k^{(n)}}{r_0} r\right) \cos n(\varphi - \varphi_0)}{\varepsilon_n J_n(\mu_k^{(n)}) \left(1 - \frac{n^2}{(\mu_k^{(n)})^2}\right)} I_n(\tau), \quad (11)$$

$$I_n(\tau) = \int_0^\tau \frac{e^{\frac{-(z - v_0 \theta)^2 + (2a^2 \mu_k^{(n)} (\tau - \theta))^2}{4a^2(\tau - \theta)}}}{\sqrt{\tau - \theta}} d\theta \quad (12)$$

Находим предельное значение $I_n(\tau)$, полагая $\tau \rightarrow \infty$.

Положим $\tau - \theta = t'$, $t' > \theta = \tau - t'$, $d\theta = dt'$, вычислив интеграл, получим следующую

формулу.
$$I = \exp\left[\frac{-(z - v_0 \tau) v_0}{2a^2}\right] \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t'}} \exp\left[\frac{-(z - v_0 \tau)^2}{4a^2 t'} - \frac{v_0^2 + 4a^4 (\mu_k^{(n)})^2}{4a^2} t'\right] dt'.$$

Если мы сделаем замену следующим образом $t' = t^2$, $dt' = 2t dt$, получим

$$I = 2 \exp\left[\frac{-(z - v_0 \tau) v_0}{2a^2}\right] \int_0^\infty \exp\left[\frac{-(z - v_0 \tau)^2}{4a^2 t^2} - \frac{v_0^2 + 4a^4 (\mu_k^{(n)})^2}{4a^2} t^2\right] t^2 dt \quad (13)$$

Введем маркировку: $\int_0^\infty e^{\frac{-b^2}{z^2} - a^2 z^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2a} e^{-2a|b|} \quad (14).$

Вычислим интегралы (13) по известной формуле (14) и получим следующий

результат (15).
$$I = \frac{2\sqrt{\pi} a}{\sqrt{v_0^2 + 4a^4 (\mu_k^{(n)})^2}} \exp\left[\frac{-(z - v_0 \tau) v_0}{4a^2} - \frac{\sqrt{v_0^2 + 4a^4 (\mu_k^{(n)})^2}}{2a^2} |z - v_0 \tau|\right]. \quad (15)$$

Подставляя найденное предельное значение интеграла в (11), будем иметь

$$T(r, \varphi, z, \tau) = \frac{2Q}{c\rho r_0 \pi} \sum_{n,k=0}^{\infty} \frac{J_n\left(\frac{\mu_k^{(n)}}{r_0} r\right) \cos n(\varphi - \varphi_0)}{\varepsilon_n J_n(\mu_k^{(n)}) \left(1 - \frac{n^2}{(\mu_k^{(n)})^2}\right) \sqrt{v_0^2 + 4a^4(\mu_k^{(n)})^2}} * \exp\left[\frac{-1}{2a^2} \left(\frac{v_0}{2}(z - v_0 \tau) + \sqrt{v_0^2 + 4a^4(\mu_k^{(n)})^2} |z - v_0 \tau|\right)\right] \quad (16)$$

б) в случае конечного прутка, с теплоизолированными границами $0 \leq z \leq l$, $\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=0} = \left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=l} = 0$, функция точечного источника имеет вид [11]:

$$T(r, \varphi, z, \tau) = \frac{4Q}{c\rho r_0 l \pi} \sum_{k,n,m=0}^{\infty} \frac{J_n\left(\frac{\mu_k^{(n)}}{r_0} r\right) \cos n(\varphi - \varphi_0) \cos \frac{m\pi}{l} z}{\varepsilon_n J_n(\mu_k^{(n)}) \left(1 - \frac{n^2}{(\mu_k^{(n)})^2}\right)} * \int_0^{\tau} \exp\left\{-a^2 \left[\left(\frac{\mu_k^{(n)}}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{l}\right)^2\right]\right\} (\tau - \theta) \cos \frac{m\pi}{l} v_0 \theta d\theta \quad (17)$$

После интегрирования (17)

$$T(r, \varphi, z, \tau) = \frac{4Q}{c\rho \pi r_0 l} \sum_{k,n=0}^{\infty} \frac{J_n\left(\frac{\mu_k^{(n)}}{r_0} r\right) \cos n(\varphi - \varphi_0)}{\varepsilon_n J_n(\mu_k^{(n)}) \left(1 - \frac{n^2}{(\mu_k^{(n)})^2}\right)} * \left(\frac{1 - e^{-a^2 \left(\frac{\mu_k^{(n)}}{r_0}\right)^2 \tau}}{a^2 \left(\frac{\mu_k^{(n)}}{r_0}\right)^2} + \frac{\frac{\pi}{l} v_0 \sin \frac{\pi}{l} v_0 \tau \cos \frac{\pi}{l} z}{a^4 \left[\left(\frac{\mu_k^{(n)}}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2\right] + \left(\frac{\pi}{l} v_0\right)^2} \right) \quad (18)$$

(18) представляет собой распределение температур в круглом прутке. В силу громоздкости и сложности выражения (18) непосредственное получение уравнений изотерм из (18) затруднительно. Вследствие этого осуществлён другой подход к решению поставленной задачи (8), (9), (10).

Поскольку скорость перемещения источника большая, то можно пренебречь граничными условиями при $z=l$ и учитывать изменение температуры только в приповерхностном слое прутка, считая, что конец $x=0$ тепло изолирован. Потому можно считать, что функция $T(r, \varphi, z, \tau)$ является функцией только независимых переменных φ, z, τ , а $r=r_0$, следовательно, уравнение (8) переписывается в виде [12]:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{1}{r_0^2} \frac{\partial T^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{Q}{c\rho} \delta(\varphi - \varphi_0) \delta(z - v_0 \tau) \quad (19)$$

$$0 \leq \varphi < 2\pi, 0 < z < \infty. \quad \text{Если сделать замену} \quad \begin{cases} x = z \\ y = r_0 \varphi \end{cases} \quad (20)$$

то оператор Лапласа уравнения (19) [13,14], записанный новых переменных x, y примет вид

$$\Delta^2 T = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (21)$$

При этом следует наложить требования:

$$T_x(0, y, \tau) = 0, T(x, 0, \tau) = T(x, l, \tau), T_y(x, 0, \tau) = T_y(x, l, \tau), \quad (22)$$

при $0 < y < l, x > 0$ при $l = 2\pi r_0$.

Учитывая (21), (22), сведём задачу (8), (9), (10) о температурном поле круглого прутка, когда точечный источник движется по образующей, к задаче о температурном поле полу бесконечной полосы ширины $l = 2\pi r_0$, когда точечный источник движется по прямой $y = y_0$ с скоростью v_0 .

Уравнения изотерм вблизи точечного источника имеют следующий вид:

$$\begin{cases} z = -v_0 \tau \\ \varphi = \frac{r_0}{2} \arccos \left(0,5 - \frac{T}{T_0} e^{\frac{v_0^2}{a^2} \tau} \right) e^{\frac{a^2}{r_0^2} \tau} \end{cases} \quad z < 0 \quad (23)$$

$$\text{и } \begin{cases} z = v_0 \tau \\ \varphi = \frac{r_0}{2} \arccos \frac{\beta^3 - \sqrt{\beta^6 - 8\theta\beta^4 + 8}}{4} \end{cases} \quad z > 0 \quad (24)$$

где $\beta = e^{\frac{a^2}{r_0^2} \tau}$, $\theta = 0,5 - \frac{T}{T_0}$.

Температурное поле при движении двух точечных источников по поверхности прутка.

При движении двух точечных источников вдоль образующих $\varphi = \varphi_1$ и $\varphi = \varphi_2$ прутка придём к задаче:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{1}{r_0^2} \frac{\partial T^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{Q_1}{c\rho} \delta(z - v_0 \tau) \delta(\varphi - \varphi_1) + \frac{Q_2}{c\rho} \delta(z - v_0 \tau) \delta(\varphi - \varphi_2) \quad (25), \quad T(\varphi, z, 0) = 0,$$

$$T_z(0, \varphi, \tau) = 0, 0 < z < \infty \quad 0 \leq \varphi < 2\pi, \tau > 0 \quad (26)$$

Если сделать замену $\begin{cases} x = z \\ y = r_0 \varphi \end{cases}$, то получим задачу о распространении тепла на поверхности полбесконечной полосы ширины $l = 2\pi r_0$ при движении точечных источников вдоль прямых $y_1 = r_0 \varphi_1$ и $y_2 = r_0 \varphi_2$, причём, мощности источников соответственно Q_1 , и Q_2 . Эта задача сводится к уравнению

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial T^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{Q_1}{c\rho} \delta(x - v_0 \tau) \delta(y - y_1) + \frac{Q_2}{c\rho} \delta(x - v_0 \tau) \delta(y - y_2) \quad (27)$$

при начальном условии $T(x, y, 0) = 0$ и граничных условиях:

$$T_x(0, y, \tau) = 0, \quad T(x, 0, \tau) = T(x, l, \tau), \quad T_y(x, 0, \tau) = T_y(x, l, \tau)$$

Решение этой задачи в силу принципа наложения представляется в виде суперпозиции двух решений, которые соответствуют отдельным источникам:

$$T(x, y, \tau) = T_1(x, y, \tau) + T_2(x, y, \tau),$$

$$T_1(x, y, \tau) = \frac{Q_1}{a c \rho l \sqrt{\pi}} \int_0^\tau \frac{\left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\left(\frac{2ak\pi}{l} \right)^2 (\tau - \theta)} \cos \frac{2k\pi}{l} (y - y_1) \right) * 1}{\sqrt{(\tau - \theta)}} \left(\exp \left(\frac{-(x - v_0 \theta)^2}{4 a^2 (\tau - \theta)} \right) + \exp \left(\frac{-(x + v_0 \theta)^2}{4 a^2 (\tau - \theta)} \right) \right) d\theta$$

$$T_2(x, y, \tau) = \frac{Q_2}{a c \rho l \sqrt{\pi}} \int_0^\tau \frac{\left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\left(\frac{2ak\pi}{l} \right)^2 (\tau - \theta)} \cos \frac{2k\pi}{l} (y - y_2) \right) * 1}{\sqrt{(\tau - \theta)}} \left(\exp \left(\frac{-(x - v_0 \theta)^2}{4 a^2 (\tau - \theta)} \right) + \exp \left(\frac{-(x + v_0 \theta)^2}{4 a^2 (\tau - \theta)} \right) \right) d\theta \quad (28)$$

Если мощности источников равны, т.е. $Q_1 = Q_2 = Q$, то

$$T(x, y, \tau) = \frac{Q}{a c \rho l \sqrt{\pi}} \int_0^\tau \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} \cos \frac{2k\pi}{l} (y - y_1) + \cos \frac{2k\pi}{l} (y - y_2) \right) * \exp \frac{\left(-\left(\frac{2ak\pi}{l} \right)^2 (\tau - \theta) \right) * 1}{\sqrt{(\tau - \theta)}} \left(\exp \left(\frac{-(x - v_0 \theta)^2}{4 a^2 (\tau - \theta)} \right) + \exp \left(\frac{-(x + v_0 \theta)^2}{4 a^2 (\tau - \theta)} \right) \right) d\theta \quad (29)$$

$$\text{Так как } \cos \frac{2k\pi}{l} (y - y_1) + \cos \frac{2k\pi}{l} (y - y_2) = 2 \cos \frac{k\pi}{l} (2y - y_1 - y_2) \cos \frac{k\pi}{l} (y_2 - y_1)$$

то (23) примет вид:

$$T(x, y, \tau) = \frac{Q}{a c \rho l \sqrt{\pi}} \int_0^\tau \frac{\left(1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \cos \frac{k\pi}{l} (2y - y_1 - y_2) \cos \frac{k\pi}{l} (y_2 - y_1) \right) * e^{-\left(\frac{2ak\pi}{l} \right)^2 (\tau - \theta)} * e^{\frac{-(x - v_0 \theta)^2}{4 a^2 (\tau - \theta)}} + e^{\frac{-(x + v_0 \theta)^2}{4 a^2 (\tau - \theta)}}}{\sqrt{(\tau - \theta)}} d\theta \quad (30)$$

Учитывая, что слагаемое $e^{\frac{-(x + v_0 \theta)^2}{4 a^2 (\tau - \theta)}} \rightarrow 0$ ($v_0 \geq 10 \frac{c M}{c}$) имеем вид:

$$T(x, y, \tau) = \frac{2Q}{a c \rho l \sqrt{\pi}} \int_0^\tau \frac{\left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{4n\pi}{l} y * e^{-\left(\frac{4an\pi}{l} \right)^2 (\tau - \theta)} \right) * e^{\frac{-(x - v_0 \theta)^2}{4 a^2 (\tau - \theta)}}}{\sqrt{(\tau - \theta)}} d\theta \quad (31)$$

Сравнивая полученную функцию с решением задачи для полубесконечной

полосы ширины $l=2\pi r_0$ получим, что температурные распределения при движении двух точечных источников вдоль образующих круглого прутка совпадают с температурным распределением в полосе ширины.

$$T(x, y, \tau) = 2T_0 \left(\frac{1}{2} - e^{-\left(\frac{4a\pi}{l}\right)^2(\tau-\theta)} \cos \frac{4\pi}{l} y + e^{-4\left(\frac{4a\pi}{l}\right)^2(\tau-\theta)} \left(2 \cos^2 \frac{4\pi}{l} y - 1 \right) \right) \quad (32)$$

$$\gamma = e^{\left(\frac{4a\pi}{l}\right)^2(\tau-\theta)}, \quad \gamma = [1, \infty], \quad z = \cos \frac{4\pi}{l} y, \quad |z| \leq 1.$$

Тогда уравнение предельных температур примет вид: $2z^2 - \gamma^3 z + \left(\frac{1}{2} - \frac{T}{2T_0} \right) \gamma^4 - 1 = 0$, откуда

$$z_1 = \frac{1}{4}(\gamma^3 + \sqrt{\gamma^6 - 4\theta\gamma^4 + 8}) \quad (33), \quad z_2 = \frac{1}{4}(\gamma^3 - \sqrt{\gamma^6 - 4\theta\gamma^4 + 8}) \quad (34)$$

где $\theta = 1 - \frac{T}{T_0}$. Так как $T \geq 0$ и $T_{max} = 5T_0$, то $-4 \leq \theta \leq 1$.

Положим $\Phi(\gamma) = \gamma^6 - 4\theta\gamma^4 + 8$. Выясним, при каких γ и θ $\Phi(\gamma)$ неотрицательна.

Итак, имеем $|z_1| \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq \gamma \leq \sqrt[3]{4} \\ F(\gamma) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < \theta \leq \theta_0 \\ \gamma \in [1, \gamma_1] \end{cases} \quad (35)$

Следовательно,

$$|z| \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < \theta \leq -\frac{5}{4}\sqrt[3]{2} \\ 1 \leq \gamma \leq \gamma^{(1)} \end{cases} \cup \begin{cases} 0 \leq \theta \leq \theta_0 \\ 1 \leq \gamma \leq \gamma_2 \end{cases} \cup \begin{cases} -\frac{5}{4}\sqrt[3]{2} < \theta < 2 \\ \sqrt[3]{4} \leq \gamma \leq \gamma^{(2)} \end{cases} \quad (36)$$

Объединяя результаты (35) и (36) на следующей диаграмме (рисунок 1) будем иметь:

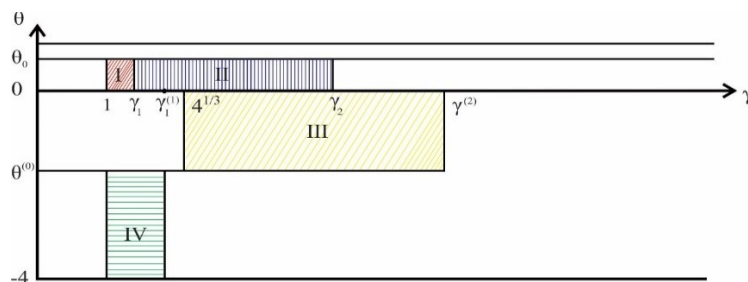


Рисунок 1. Внешний вид температурных зон в интервале $-4 \leq \theta \leq 1$.

Из рисунок 1 видно, что существуют температурные зоны в диапазоне $-4 \leq \theta \leq 1$ от температуры точки. При этом зоны 1 и 2 являются зонами высоких температур, а зона 3 создает температурную волну при столкновении этих двух зон, а зона 4 соответствует зоне низкой температуры.

В I зоне $\begin{cases} 0 \leq \theta \leq \theta_0 \\ 1 \leq \gamma \leq \gamma_1 \end{cases}$ решение определяется двумя значениями: z_1 и z_2 . Но при $\gamma > \gamma_1$ во II зоне $\begin{cases} 0 \leq \theta \leq \theta_0 \\ \gamma_1 \leq \gamma \leq \gamma_2 \end{cases}$ в III зоне $\begin{cases} \theta^{(0)} < \theta < 0 \\ \sqrt[3]{4} \leq \gamma \leq \gamma^{(2)} \end{cases}$ в IV зоне $\begin{cases} -4 < \theta < \theta_0 \\ 1 < \gamma < \gamma^{(1)} \end{cases}$ решение определяется только значениями из (34).

Учитывая замену $x=z$, $y=r_0\varphi$. Получим уравнения изотерм для круглого прутка, по поверхности которого, вдоль образующих, перемещаются два точечных источника одинаковой мощности со скоростью v_0 :

$$\begin{cases} z = v_0 \tau, z > 0 \\ \varphi = \frac{r_0}{2} \arccos \left(0,5 - \frac{T}{2T_0} e^{\frac{v_0^2}{a^2} \tau} \right) e^{\frac{4a^2}{r_0^2} \tau}, \gamma = e^{\frac{4a^2}{r_0^2} \tau}, \end{cases} \quad (37)$$

$$\text{и } \begin{cases} z = -v_0 \tau, z < 0 \\ \varphi = \frac{r_0}{2} \arccos \frac{\gamma^3 - \sqrt{\gamma^6 - 4\theta\gamma^4 + 8}}{4}, \theta = 1 - \frac{T}{T_0} \end{cases} \quad (38)$$

Для этой цели рассмотрим температурные поля полубесконечных полос с теплоизолированными границами из сталей 45, 65-Г, 08-кП.

Количественные характеристики теплофизических свойств этих сталей-коэффициент теплопроводности, теплоёмкости и плотности приводятся в нижеследующей таблице/ коэффициент температуропроводности a вычислен из соотношения $a = \frac{\lambda}{c\rho}$.

Таблица 1. Теплофизические характеристики прутков из стали 45, 65-Г, 08-КП.

№	Марка стал	Теплоёмкост, с(кал/г·град)	Теплопроводност, λ (кал/см·град·с)	Плотност, ρ (г/см ³)	Температуропроводност, a (см ² /с)
1	45	0,136	0,075	7,814	0,071
2	65-Г	0,137	0,0916	7,81	0,085
3	08-кП	0,135	0,109	7,83	0,103

Как видно из формул (30) и (31), максимальная температура поверхности прутки в одном и двух точечных источниках равна соответственно:

$$T_0 = \frac{Q}{a c \rho l \sqrt{\pi}} \quad \text{ва} \quad T_0 = \frac{2Q}{a c \rho l \sqrt{\pi}}. \quad (39)$$

Основе полученной формулы (28) можно определить распределение

температуры на разных расстояниях от точечного источника. Таким образом, оптимальная температура возникает на расстоянии 10,3 см от точечного источника, то есть фазовый переход происходит на поверхности металла, при этом на поверхности металла γ -Fe.

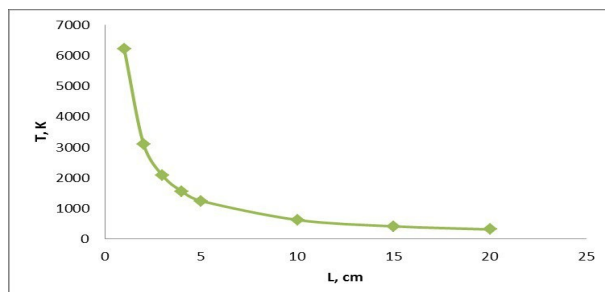


Рисунок 2. Изменение температуры на поверхности металла на определенных расстояниях от точечного источника.

На рисунок 2 показано экспериментальное распределение температуры в зонах до 20 см от точечного источника. Из рисунка видно, что температура приближается к насыщению при приближении к точке на расстоянии 10 см. Из экспериментальных результатов можно сказать, что это согласуется с приведенными выше теоретическими результатами.

Заключения

Расчёт температурных полей, распространяющихся в изделиях при различных параметрах дугового разряда или при различных энергиях, передаваемых к поверхности изделия и сравнение полученных теоретических результатов с экспериментальными данными позволяет оптимизировать экспериментальную работу, выбрать оптимальные условия технологического процесса и, кроме того, разработать оптимальные режимы обработки металлических изделий.

В качестве точечного источника рассматривается появление катодных пятен на поверхности металла. Температура на участках до 1 см от выбранной точки точечного источника будет выше 5000K. Важно, что на расстоянии 10,3 см от точечного источника происходит изменение структуры металла и фазовый переход. В результате в сталях марок 08КП, стали 45 и 65 Г

одновременно отсутствуют аустенитные фазы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zinin P. V. et al. Measurement of the temperature distribution on the surface of the laser heated specimen in a diamond anvil cell system by the tandem imaging acousto-optical filter //High Pressure Research. – 2019. – Т. 39. – №.1.–С. 131-149.
2. Yadroitsev I., Krakhmalev P., Yadroitsava I. Selective laser melting of Ti6Al4V alloy for biomedical applications: Temperature monitoring and microstructural evolution //Journal of Alloys and Compounds. – 2014. – Т. 583. – С. 404-409.
3. Soltis J. Passivity breakdown, pit initiation and propagation of pits in metallic materials–review //Corrosion Science. – 2015. – Т. 90. – С. 5-22.
4. Huang K. E., Logé R. E. A review of dynamic recrystallization phenomena in metallic materials //Materials & Design. – 2016. – Т. 111. – С. 548-574.
5. P.J.Baymatov, A.G.Gulyamov, B.T.Abdulazizov, Kh.Yu.Mavlyanov, M.S.Tokhirjonov// Features of the Chemical Potential of a Quasi-Two-Dimensional Electron Gas at Low Temperatures Features of the Chemical Potential of a Quasi-Two-Dimensional Electron Gas at Low Temperatures // International Journal of Modern Physics B 2150070 (1-13), 2021, <https://doi.org/10.1142/S0217979221500703>
6. G Gulyamov, P.J. Baymatov, Effects of band nonparabolicity and band offset on the electron gas properties in InAs/AlSb quantum well. Journal of Modern Physics 7 (13), 1644-1650, DOI: 10.4236/jmp.2016.713149
7. Arustamov V. N. et al. Structure and parameters of vacuum arc cathode spots //Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. – 2014.–Т. 78. – С.558-562.
8. Arustamov V. N. et al. Effect of the cathode spots of a vacuum arc on the properties of the surface layer of structural materials //Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques. – 2014.–Т.8.–С.573-580.
9. Braun J. L. et al. A steady-state thermorefectance method to measure thermal conductivity //Review of Scientific Instruments. – 2019. – Т. 90.
10. Han Z. et al. FourPhonon: An extension module to ShengBTE for computing four-phonon scattering rates and thermal conductivity //Computer Physics

Communications. – 2022. – T. 270. – C. 108179

11. Keller H. B. Numerical methods for two-point boundary-value problems. – Courier Dover Publications, 2018

12. Pietrak K., Wiśniewski T.S. A review of models for effective thermal conductivity of composite materials. Journal of Power Technologies. – 2015. – T. 95. – №1

13. Mukin D., Valdaytseva E., Turichin G. Analytical solution of the non-stationary heat conduction problem in thin-walled products during the additive manufacturing process // Materials. – 2021. – T. 14. – №. 14. – C. 4049

14. Dyke P. P. G., Dyke P. P. An introduction to Laplace transforms and Fourier series. – London: Springer, 2001