

Madaminov Xurshidjon Muxamedovich

Andijon davlat universiteti dotsenti

Tel: 91 169-74-57 e-mail: khurmad@mail.ru

UDK. 621.1383.51

ARALASH ULANGAN ELEKTR ZANJIRIGA DOIR EKSTREMAL MASALALAR

Annotatsiya: Maqola “O‘zgarmas elektr toki” mavzusiga doir ekstremal masalalar va ularni yechishni o‘rganishga bag‘ishlangan. Maqolada ekstremal masalalarni yechish orqali bilim oluvchilarning nafaqat fizikadan, balki matematik analiz, sonlar nazariyasi kabi fanlardan olgan bilim va ko‘nikmalari ortishi aniqlandi.

Kalit so‘zlar: fizik masala, ekstremal masala, batareya, qarshilik, maksimal tok kuchi, Koshi tengsizligi usuli, hosila usuli.

Мадаминов Хуршиджон Мухамедович

Андижанский государственный университет, доцент

тел: 91 169-74-57 e-mail: khurmad@mail.ru

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЦЕПЯМ СМЕШАННОГО СОЕДИНЕНИЯ

Аннотация: Статья посвящается экстремальным задачам по теме “Постоянный электрический ток” и к изучению их решения. В статье установлено, что при решении экстремальных задач у учащихся повышаются знания и умения не только по физике, но и по таким предметам, как математический анализ и теория чисел.

Ключевые слова: физическая задача, экстремальная задача, батарея, сопротивления, максимальная сила тока, метод “неравенства Коши”, метод “производных”.

Madaminov Khurshidjon Muxamedovich

Andijan State University, Associate Professor

EXTREME PROBLEMS OF MIXED CONNECTION ELECTRICAL CIRCUITS

Abstract: *The article is devoted to extreme problems on the topic “Constant electric current” and to the study of solving them. The article found that when solving extreme problems, students increase their knowledge and skills not only in physics, but also in such subjects as mathematical analysis and number theory.*

Key words: *physical problem, extreme problem, battery, resistance, maximum current, “Cauchy inequality” method, “derivatives” method.*

Kirish

Respublikamiz ta'lim muassasalarida fizika laboratoriyalarining moddiy-texnika bazasini kuchaytirish, oliy ta'limning ustuvor yo'nalishlari bo'yicha o'quv-ilmiy laboratoriyalarini zamonaviy fizik uskuna va jihozlar bilan boyitish orqali elektrotexnika va energetikaga doir bilimlarni o'zlashtirish, elektromagnit tebranishlar va to'liqlardan foydalanish va ulardan himoyalash vositalari va yo'l-yo'riqlari, tibbiyotda ayrim kasalliklarni elektrofizik usullar yordamida tashxislash va davolash, lazer to'liqini va tebranishlari asosida moddalarni tozalash yo'nalishlarida ilmiy tadqiqotlar olib borilmoqda. Bu esa ta'lim muassasalarida “O'zgarmas elektr toki” mavzusiga doir nazariy va masala yechish darslarini tashkil etish uslublarini takomillashtirish zaruriyatini yuzaga keltiradi [1].

Adabiyotlar tahlili

Fizikaga doir mavjud o'quv va uslubiy manbalar tahlilidan, “Elektr va magnetizm” bo'limida elektr toki haqida umumiy ma'lumotlar berilganligi aniqlansada, unga doir kattaliklarning fizik mazmuni va mohiyati to'la yoritilmagan, qator elektrofizik sistemalar haqida ma'lumotlar yetarlicha berilmaganligi oydinlashadi. Bundan tashqari elektromagnit tebranishlarning fan va amaliyotda tutgan o'rni va ahamiyati yetarlicha yoritilmagan, zikr etilgan mavzu bo'yicha masala va test topshiriqlari tabaqalashtirilmagan. Shunday qilib,

adabiyotlar, uslubiy qo'llanmalar va ta'limning barcha bosqichlarida fizika ta'limi mazmunini takomillashtirishga doir tadqiqotlar tahlili shuni ko'rsatadiki, "Elektr va magnetizm" bo'limining mazmunini integratsion, jumladan matematika bilan chambarchas o'qitish vositasida to'ldirish va takomillashtirish lozim [1-3].

"O'zgarmas elektr toki" bobi mavzulari matematik nuqtai nazardan yetarlicha murakkab bo'lganli sababli, ushbu bob umumiy o'rta ta'lim maktablarida qisman o'rganilib, ta'limning keyingi bosqichlarida chuqurroq o'rganiladi [2].

Tadqiqot metodologiyasi

Mazkur ishda "Elektr va magnetizm" bo'limidagi aralash ulangan elektr zanjiri masalasi ekstremal masala sifatida qarab chiqildi. Ma'lumki, bunday masalalarni yechishning ko'plab usullari mavjud bo'lib, bunday fizik masalani yechishda, yechishning ratsional usulidan foydalanish muhim [2]. Shu sababli, mazkur ishda "O'zgarmas elektr toki" mavzusiga doir ekstremal masalalarni Koshi tengsizligi va funksiya hosilasidan foydalanib yechish tahlil qilindi.

Tahlil va natijalar

1. 400 ta bir xil elementdan tuzilgan batareya n ta ketma-ket ulangan guruhdan iborat, har bir guruhda parallel ulangan m ta element bor. Har bir elementning ichki qarshiligi $r=1 \Omega$. Tashqi $R=100 \Omega$ qarshilikka tutashuvchi batareya n va m ning qanday nisbatlarida maksimal tok kuchi beradi [4]?

Yechilishi: Batareyaning EYuK $n\varepsilon$ ga va ichki qarshiligi nr/m ga teng bo'ladi (1-

rasm). Shuning uchun Om qonuni bo'yicha zanjirdagi tok kuchi:
$$I = \frac{n\varepsilon}{\frac{n}{m}r + R} = \frac{nm\varepsilon}{nr + mR}$$

. Berilgan EYuK da tok kuchi maksimal bo'lishi uchun, tok kuchi ifodasidagi qarshilik, ya'ni $\frac{nr+mR}{nm} = \frac{r}{m} + \frac{R}{n}$ had minimal qiymatga ega bo'lishi kerak.

Ikki sonning o'rta arifmetik qiymati o'rta geometrik qiymatiga teng yoki undan katta bo'lgani (Koshi tengsizligi) uchun $\frac{r}{m} + \frac{R}{n} \geq 2\sqrt{\frac{r \cdot R}{m \cdot n}}$ deb yozish mumkin.

Bu yerda $m \cdot n$ elementlarning umumiy soni va $\sqrt{\frac{r \cdot R}{m \cdot n}}$ biror o'zgarmas qarshilikni

bildiradi. $\frac{r}{m} + \frac{R}{n}$ ifoda minimal qiymatga ega bo'lishi uchun $\frac{r}{m} = \frac{R}{n}$, ya'ni $nr = mR$

bo'lishi kerak. Yuqoridagi ifodalarga asosan hisoblashlarni bajarsak, $m=2$, $n=200$ ekanligi oydinlashadi.

Biz yuqoridagi masalaning hal qilinishi orqali, ekstremal masalani Koshi tengsizligi usuli yordamida yechishni ko'rib chiqdik. Ushbu usul o'quvchidan yetarlicha matematik bilim talab qiladi.

Quyidagi 2-masalani ko'rish orqali, ekstremal masalalarni yechish usullariga doir mavjud bilim va malakalarni qo'llashni mustahkamlashi o'rganib olamiz.

2. Tashqi qarshiligi 0.3Ω bo'lgan elektr zanjir EYuK 2 V , ichki qarshiligi 0.2Ω dan bo'lgan 6 ta akkumulyator orqali ta'minlanadi. Akkumulyatorlar ketma-ket ulangan guruhlarini tashkil etadi, guruhlar esa o'zaro parallel ulanadi. Akkumulyatorlar qanday ulansa zanjirdagi tok kuchi maksimal bo'ladi [5]?

Yechilishi: Faraz qilaylik, guruhda ketma-ket ulangan n ta element bor. Mavjud umumiy elementlar soni N ta ekanligini e'tiborga olsak, $m=N/n$ ta guruh borligi aniqlashadi. Ushbu holatdagi ulanishda tok kuchi avvalgi masaladagi kabi

$$I = \frac{n\varepsilon}{\frac{n}{m}r + R} = \frac{\varepsilon}{\frac{r}{m} + \frac{R}{n}}$$

ifoda bilan aniqlanadi.

Masalani yechish I tok kuchini maksimal qiymatga erishtiradigan m ning shunday qiymatini aniqlashdan iborat, yoki tok kuchi ifodasidagi mahrajning minimalligini ta'minlovchi m ning qiymatini topish kerak. Tok kuchi ifodasidagi

$$\text{mahrajni } \frac{r}{m} + \frac{R}{n} = \frac{nr}{N} + \frac{R}{n} = \frac{nr}{N} - 2\sqrt{\frac{rR}{N}} + \frac{R}{n} + 2\sqrt{\frac{rR}{N}} = \left(\sqrt{\frac{nr}{N}} - \sqrt{\frac{rR}{N}}\right)^2 + 2\sqrt{\frac{rR}{N}}$$

ko'rinishda o'zgartiramiz.

Oxirgi ifodadan $\sqrt{\frac{nr}{N}} = \sqrt{\frac{rR}{N}}$ shart bajarilganda, mahrajning qiymati minimal bo'lishi ko'rinadi va $n = \sqrt{N \frac{R}{r}} = 3$ ekanligi aniqlanadi.

Ya'ni, guruh 3 ta akkumulyatordan iborat bo'lishi, bunday guruhlar soni esa 2 ta bo'lishi kerak. Bunda tok kuchi $I_{\max} = \frac{\varepsilon}{2} \sqrt{\frac{N}{rR}} = 10 \text{ A}$.

Shunday qilib, yuqoridagi usul bilan ulangan zanjirda batareyaning ichki qarshiligi $r' = \frac{nr}{m} = \frac{n^2 r}{N}$ zanjirning tashqi qarshiligi R ga tenglashadi. Haqiqatdan ham ichki qarshilik ifodasiga $n = \sqrt{N \frac{R}{r}}$ ifodani olib borib qo'ysak $r' = R$ ekanligini ko'rishimiz mumkin.

Ushbu masalani yechish usuli kasr mahrajining xossasi bilan bog'liq bo'lib, 1-masalani yechishda qo'llanilgan Koshi tengsizligi usuliga nisbatan o'zining soddaligi va qo'llashga qulayligi bilan e'tiborga loyiq.

Shu o'rinda 2-masalani yechishning hosila usuli ham mavjudligini eslab o'tish foydadan holi bo'lmaydi [3-4].

Mazkur usulda zanjirdagi tok kuchi ifodasini

$$I = \frac{n\mathcal{E}}{\frac{n}{m}r + R} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{r}{m} + \frac{R}{n}} = \frac{nN\mathcal{E}}{n^2 r + NR}$$

ko'rinishiga o'zgartiramiz. Hosil bo'lgan ifodadan n bo'yicha birinchi tartibli hosila olsak va hosil bo'lgan $\frac{dI}{dn} = \frac{N\mathcal{E}(n^2 r + NR) - 2n^2 Nr\mathcal{E}}{(n^2 r + NR)^2} = 0$ tenglama ni yechish orqali ham $n = \sqrt{N \frac{R}{r}}$ ni osongina hosil qilish mumkin.

Kasrning mahraji xossasiga bog'liq holda yechiladigan yana bir ekstremal masalani yechishni ko'rib chiqaylik.

3. Batareya $m=3$ ta parallel guruhdan iborat bo'lib, har bir guruh ketma-ket ulangan $n=20$ ta elementdan iborat. Har bir elementning E.Yu.K. $\mathcal{E}=1.5$ V ga, ichki qarshilik $r=0.3 \Omega$ ga teng va batareyaga $R=2.5 \Omega$ tashqi qarshilik ulangan. Tashqi zanjirdagi va har bir elementdagi tok kuchini, shuningdek, batareya qisqichlaridagi kuchlanishni toping. Elementlarning bunday guruhlanishida tashqi zanjirdagi tok kuchi eng katta bo'lishini ko'rsating. Ikki marta katta tashqi qarshilik bilan maksimal tok kuchiga erishish uchun batareya elementlarini qanday tashkil qilish kerak [6]?

Yechilishi: Tashqi zanjirdagi tokning eng katta qiymatini olish uchun batareya elementlari shunday guruhlangan bo'lishi kerak-ki, u holda batareyaning

umumiy ichki qarshiligi zanjirga ulangan tashqi qarshilikka teng bo'lishi lozim. Keling, ushbu fikrni isbotlaylik. Avvaldan, batareyaning umumiy EYuK $\mathcal{E}' = n\mathcal{E}$ ekani, umumiy ichki qarshiligi esa $r' = nr/m$ bo'lishi ma'lum. Shularni e'tiborga olsak, tashqi zanjirdagi tok kuchi $I = \frac{nm\mathcal{E}}{nr+mR}$ ekanligi aniqlanadi. Algebradan ma'lumki, ko'paytmasi o'zgarmas bo'lgan nomanfiy hadlar yig'indisi barcha qo'shiluvchilar o'zaro teng bo'lganda eng kichik qiymatga ega bo'ladi. (1) ifoda maxrajidagi ikki hadining ko'paytmasi $nrmR = \text{const}$; shuning uchun mahraj eng kichik qiymatini $nr = mR$, yoki $R = \frac{nr}{m} = r'$ bo'lganda, ya'ni tashqi zanjirdagi qarshilik batareyaning umumiy ichki qarshiligiga teng bo'lganda qabul qiladi. Bunday holda, eng katta tok kuchi

$$I_{\max} = \frac{n\mathcal{E}}{2R}$$

kabi aniqlanadi.

Agar elementlarni ularning umumiy ichki qarshiligi tashqi zanjirdagi qarshilikka teng bo'ladigan qilib guruhlash mumkin bo'lsa, u holda tashqi zanjirdagi tok kuchi $I = 6 \text{ A}$ bo'ladi. Darhaqiqat, bunday guruhlash har doim ham mumkin emas. Bizning holatda, batareyaning umumiy ichki qarshiligi $r' = 2\Omega$, tok kuchi esa $I = 6,7 \text{ A}$. Demak $r' < R$. Guruhlashda ichki umumiy qarshilik tashqi zanjir qarshiligidan biroz katta bo'lgan holni tahlil qilish kerak. Eng yaqin bunday guruhlash $m = 2$, $n = 30$ da yuz beradi. Bunday akkumulyatorning ichki umumiy qarshiligi $r' = \frac{nr}{m} = 4.5\Omega > R$ ga teng. Bunday guruhlash bilan joriy tok kuchi

$$I = \frac{n\mathcal{E}}{r+R} \approx 6.4 \text{ A} < I_{\max}$$

bo'ladi. Binobarin, batareya elementlarini guruhlashning berilgan sharti ostida tashqi zanjirdagi tok kuchi eng katta: $I = 6.7 \text{ A}$. Tok kuchining umumiy qiymati parallel ulangan qarshilik guruhlaridan oqadigan uchta tokka teng ravishda ajraladi: $I_{1,2,3} = \frac{I_{\max}}{3} \approx 6.22 \text{ A}$. Batareya qisqichlaridagi umumiy kuchlanish $U = IR \approx 16.7 \text{ V}$.

Masala shartida so'ralgan $R=5\Omega$ da, har biri 30 ta elementdan iborat ikkita elementlar guruhini ulash eng optimal bo'ladi, chunki bu holda $r'=4.5\Omega \approx R$. Demak, $n=30$, $m=2$.

Xulosalar

Demak, fizika darslarida aynan amaliy metoddan foydalanish ko'proq samara beradi, chunki, yuz beradigan jarayonni tavsiflovchi formulalar asosida nazariy hisoblashlarni amalga oshirish orqali olingan bilimlar yanada mustahkamlanadi. Amaliy mashg'ulotlarda talabalarning bilim darajasini hisobga olgan holda, jumladan, iqtidorli talabalarga murakkabroq hisoblangan, ekstremal masalalar berilsa, talabalarning fikrlashi va ilmiy dunyoqarashini kengayishidan tashqari, murakkab matematik amallarni bajarish ko'nikmasini hosil bo'lishiga ham yordam berardi [4].

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Tursunmetov K., Sheraliyev S.S., Maxsudov V.G. Mexanik tebranishar bo'yicha nostandart masalalarni yechish namunalari. FMI. Ilmiy-metodik jurnal. – T.: 2013. №6. – B. 48-53.
2. Madaminov X.M. Mexanika bo'limiga doir ekstremal masalalar. NamDU Ilmiy axborotnomasi. 2022. №5. – B. 71-76.
3. Madaminov X.M. “Molekulyar fizika va termodinamika” bo'limini o'qitishda ekstremal masalalarning ahamiyati. NamDU Ilmiy axborotnomasi. 2023. №9. – B. 99-103.
4. Isamuhamedova M.S., Kamardin I.F., Nazirov E., Qurbonov M., Sultonov G'.S. Fizikdan olimpiada masalalari. - T.: O'qituvchi, 1990. -B –92.
5. Варикаш В.М., Цедрик М.С. Избранные задачи по физике с решениями. Минск, Высшая школа, 1966. – 268 стр.
6. Гурский И.П. Элементарная физика с примерами решения задач. Москва. Наука, 1984. – 448 стр.