

QAVARIQ KO'PYOQNI TIKLASH MASALASI HAQIDA

Topvoldiyev Fayzulla Foziljonovich

Farg'ona davlat universiteti matematika kafedrası o'qituvchisi.

E-mail: ftopvoldiev87@mai.ru

Mamasoliyev Mirzabek Isomiddin o'g'li

Namangan muhandislik-texnologiya instituti tayanch doktoranti

E-mail: mirzabekmamasolijev@gmail.com

Annotatsiya: Global differensial geometriyaning asosiy muammolaridan biri sirtni geometrik xarakteristikaga ko'ra tiklash masalasidir. Ushbu maqola kesimlari bo'yicha izometrik sirtlarning xossalarini o'rganiladi. Xususan, bitta va ikkita maxsuslikka ega bo'lgan qavariq ko'pyoqqa bog'liq invariant kattalik topilib, bu invariant bo'yicha ko'pyoqni tiklash masalasi yechilgan.

Kalit so'zlar: Global geometriya, kesimlari bo'yicha izometriya, bitta va ikkita maxsuslikka ega ko'pyoqli burchak.

О ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ВЫПУКЛОГО МНОГОГРАННИКА

Топволдиев Файзулла Фозилжонович

Преподаватель кафедры математики Ферганского государственного университета.

E-mail: ftopvoldiev87@mai.ru

Мамасолиев Мирзабек Исомиддин угли

Базовый докторант Наманганского инженерно-технологического института

E-mail: mirzabekmamasolijev@gmail.com

Аннотация: Одной из основных задач глобальной дифференциальной геометрии является задача восстановления поверхности по ее геометрическим характеристикам. В данной статье рассматриваются свойства поверхностей, изометрично по сечениям. В частности, найдена инвариантная величина, связанная с выпуклым многогранником с одной и двумя особенностями, и решена задача восстановления многогранника по этому инварианту.

Ключевые слова: Глобальная геометрия, секционная изометрия, полигоны с одним и двумя особенностями.

ON THE PROBLEM OF RESTORING A CONVEX POLYHEDRON

Topvoldiev Faizulla Fozilzhanovich

Lecturer of the Department of Mathematics of Fergana State University.

E-mail: ftopvoldiev87@mai.ru

Mamasoliyev Mirzabek Isomiddin ugli

Namangan Institute of Engineering and Technology, PhD student.

G-mail: mirzabekmamasoliyev@gmail.com

Abstract: One of the main problems of global differential geometry is the problem of reconstructing a surface according to geometric characteristics. This article studies the properties of isometric surfaces in terms of sections. In particular, an invariant quantity is found for a convex polyhedron with one and two singularities, and the problem of reconstructing the polyhedron according to this invariant is solved.

Key words: Global geometry, isometry on sections, polyhedral angle with one and two singular.

Kirish

Klassik differensial geometriya yoʻnalishlaridan birida geometrik obʼyektlarning xossalarini ularning butunligicha oʻrganadi, bu global geometriya deb ataladi. Global geometriyaning koʻpgina masalalari berilgan xarakteristikasi boʻyicha sirtlarning mavjudligi va yagonaligi bilan bogʻliq. Geometrik

xarakteristikalar ichki egrilik, tashqi yoki Gauss egriligi va sirt bilan bog'liq boshqa kattaliklar bo'lishi mumkin. Uchlarida berilgan egriliklari bo'lgan ko'pyoqning mavjudligi ham global geometriya masalasidir. Shuning uchun ma'lum sinfdagi ko'pyoqlarning invariantlarini topish muammosi va invariantning berilgan qiymatlarida ko'pyoqlarning mavjudligi va yagonaligi masalasini hal qilish dolzarbdir.

Adabiyotlar tahlili

Qavariq ko'pyoqni tashqi egrilik bo'yicha tiklash masalasi birinchi marta A.D. Aleksandrov [1] tomonidan 1942 yilda yechilgan. U ko'pyoqning tashqi egriligini sifatida ko'pyoqning barcha uchlaridagi sferik tasvirlari yuzalarining yig'indisini oladi. A.V.Pogorelov [2] 1956 yilda bu masalani boshqa usul yordamida yechdi. Regulyar sirtlar uchun sirtni tiklash masalalaridan biri-Dirixle masalasidir. I.Ya.Bakelman [3], A.V.Pogorelov [2] ishlarida Monj-Amper tenglamasi uchun Dirixle masalasi tekislikning qavariq va bir bog'lamli sohasi uchun yechilgan. A.Ortiqboyev [4] esa bu masalani noyevklid fazoda tekislikning qavariq bo'lmagan hamda ko'p bog'lamli sohasida yechdi.

A.S.Sharipovning asarlarida [5], [6] kesmalari bo'yicha izometrik sirtlarning xossalarini o'rgangan. Shuningdek, ma'lum bir yo'nalishga perpendikulyar bo'lgan tayanch tekisliklari va qirralari bo'lmagan qavariq ko'pyoqni shartli egrilik bo'yicha tiklash masalasini hal qildi, [7] ishda ma'lum bir yo'nalishga perpendikulyar qirralari mavjud bo'lgan, biroq, bu yo'nalishga perpendikulyar bo'lgan tayanch tekisliklari mavjud bo'lmagan ko'pyoqli burchak shartli to'la burchagi qiymatining nomanfiy aniqlanganligi va chekliligini ko'rsatdi.

Tahlillar va natijalar

Uch o'lchovli yevklid fazosida uchi koordinatalar boshida, Oxy tekisligiga bir qiymaatli proyeksiyalanuvchi, Ox o'qiga perpendikulyar qirrasi va tayanch tekisligi mavjud bo'lmagan, qirralari $a_1, a_2, \dots, a_m, a_{m+1}, a_{m+2}, \dots, a_n$ nurlardan iborat n -yoqli burchakni qaraymiz. Bunday n -yoqli burchakni S_n bilan belgilaymiz.

$a_{m+1}, a_{m+2}, \dots, a_n$ qirralar $x=1$ tekislikni kesib o'tsin, kesishish nuqtalarini mos holda $A_{m+1}, A_{m+2}, \dots, A_n$ bilan belgilaymiz. $a_1, a_2, \dots, a_m$ qirralarni $x > 0$ tomonga davom ettirib, ular bilan $x=1$ tekislikning kesishish nuqtaalarini mos

holda $A_1, A_2, \dots, A_m$ bilan belgilaymiz. $A_1, A_2, \dots, A_m, A_{m+1}, A_{m+2}, \dots, A_n, A_1$ nuqtalarni ketma-ket tutashtiramiz va $A_1, A_2, \dots, A_m, A_{m+1}, A_{m+2}, \dots, A_n$ ko'pburchakni yasaymiz. Bu ko'pburchak tomonlarining defekti quyidagi formula bilan topiladi:

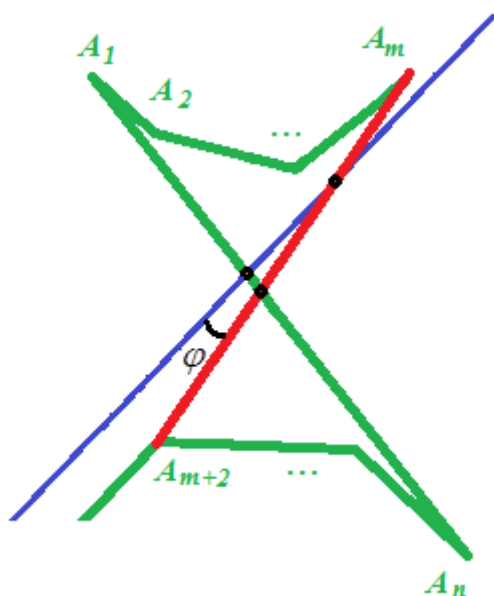
$$\omega(S_n) = A_1 A_n + A_m A_{m+1} - P_{A_1 A_2 \dots A_m} - P_{A_{m+1} A_{m+2} \dots A_n}, \quad (1)$$

bu yerda $P_{A_1 A_2 \dots A_m}$ va $P_{A_{m+1} A_{m+2} \dots A_n}$ - mos holda $A_1 A_2 \dots A_m$ va $A_{m+1} A_{m+2} \dots A_n$ siniq chiziqlarning perimetrlari [3].

Ta'rif 1. n -yoqli burchak S_n ning shartli to'la burchagi deb $A_1, A_2, \dots, A_m, A_{m+1}, A_{m+2}, \dots, A_n$ ko'pburchakning defektiga aytamiz.

n -yoqli burchak S_n ning uchidagi shartli egriligi deb n -yoqli burchak S_n ning shartli to'la burchagini qabul qilamiz [3].

a_{m+1} qirra Ox o'qiga perpendikulyar bo'lsin. U holda $A_1, A_2, A_3, \dots, A_m, A_{m+2}, A_{m+3}, \dots, A_n$ ko'pburchakka ega bo'lamiz. Bunday n -yoqli burchakni S_n^1 bilan belgilaymiz.

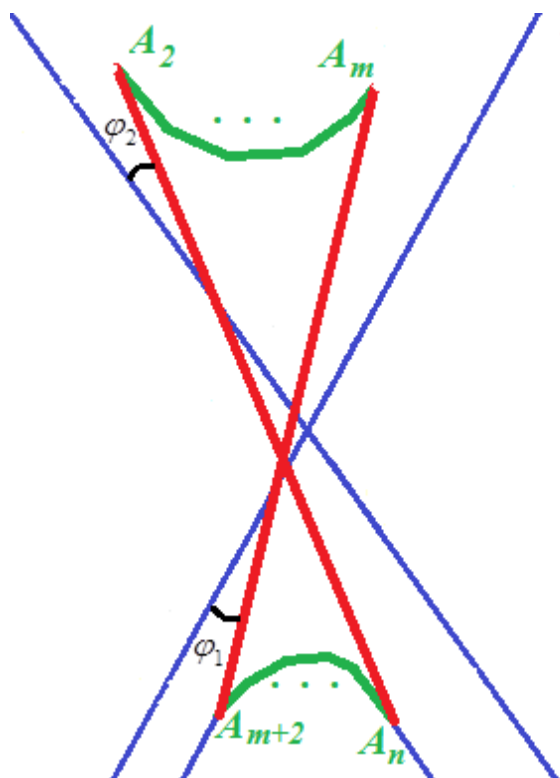


S_n^1 ning shartli to'la burchagi quyidagi formula bilan topiladi:

$$\omega(S_n^1) = A_1 A_n + A_m A_{m+2} \cdot \cos \varphi - P_{A_1 A_2 \dots A_m} - P_{A_{m+2} A_{m+3} \dots A_n}, \quad (2)$$

bu yerda $P_{A_1, A_2, A_3, \dots, A_m}$ va $P_{A_{m+2}, A_{m+3}, \dots, A_n}$ - mos holda $A_1, A_2, A_3, \dots, A_m$ va $A_{m+2}, A_{m+3}, \dots, A_n$ siniq chiziqlar perimetrlari. φ esa a_{m+1} qirra bilan $A_m A_{m+2}$ kesma orasidagi burchak.

a_1 va a_{m+1} qirralar Ox o'qiga perpendikulyar bo'lsin. U holda $A_2, A_3, \dots, A_m, A_{m+2}, A_{m+3}, \dots, A_n$ ko'pburchakka ega bo'lamiz. Bunday n -yoqli burchakni S_n^2 bilan belgilaymiz.



S_n^2 ning shartli to'la burchagi quyidagi formula bilan topiladi:

$$\omega(S_n^2) = A_2 A_n (\cos \varphi_1) + A_m A_{m+2} (\cos \varphi_2) - P_{A_2, A_3, \dots, A_m} - P_{A_{m+2}, A_{m+3}, \dots, A_n}, \quad (3)$$

bu yerda $P_{A_2, A_3, \dots, A_m}$ va $P_{A_{m+2}, A_{m+3}, \dots, A_n}$ - mos holda $A_2, A_3, \dots, A_m$ va $A_{m+2}, A_{m+3}, \dots, A_n$ siniq chiziqlar perimetrlari. φ_1 burchak a_1 qirra bilan $A_2 A_n$ kesma orasidagi burchak, φ_2 burchak a_{m+1} qirra bilan $A_m A_{m+2}$ kesma orasidagi burchak.

Ta'rif 2. Bitta (ikkita) qirrasi Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan, Ox o'qiga perpendikulyar tayanch tekislikka ega bo'lmagan n -yoqli burchakni bitta (ikkita) maxsuslikka ega bo'lgan n -yoqli burchak deb ataymiz.

Uch o'lchamli yevklid fazosida Oxy tekisligiga bir qiymatli proyeksiyalanuvchi, uchlaari $A_1, A_2, \dots, A_m$ bo'lgan va Oxy o'qiga perpendikulyar tayanch tekisligi bo'lmagan P ko'pyoqni qaraymiz. $\omega_1 = \omega(A_1), \omega_2 = \omega(A_2), \dots, \omega_m = \omega(A_m)$ bo'lsin.

A.S. Sharipovning [5] ishidagi kabi, P ning shartli tashqi egriligi P ning barcha uchlaridagi shartli egriliklar yig'indisiga teng bo'lib, uni $\omega(P)$ bilan belgilaymiz, ya'ni,

$$\omega(P) = \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_m = \sum_{i=1}^m \omega_i. \quad (4)$$

P ko'pyoqda bitta yoki ikkita maxsuslikka ega uchlar mavjud bo'lsin, u holda, bitta maxsuslikka ega uchidagi shartli egrilik (2) formula bilan, ikkita maxsuslikka ega uchidagi shartli egrilik (3) formula bilan topiladi, qolgan uchlardagi shartli egrilik (1) formula bilan topiladi.

$D - L'$ yopiq siniq chiziq bilan chegaralangan Oxy tekisligida yotuvchi qavariq soha bo'lsin. L' ga bir qiymatli proyeksiyalanuvchi fazoviy yopiq qavariq L siniq chiziqni qaraymiz, bunda L ning uchlari L' ning uchlariga proyeksiyalanadi.

$B_1, B_2, \dots, B_m$ - D sohaning qo'zg'almas nuqtalari bo'lsin. $g_1, g_2, \dots, g_m$ - mos holda $B_1, B_2, \dots, B_m$ nuqtalardan o'tuvchi va Oz o'qiga parallell to'g'ri chiziqlar bo'lsin. Uchlari $A_i \in g_i, i = 1, 2, \dots, m$ nuqtalarda yotuvchi va cheti L bo'lgan qavariq sirtlar to'plamini W orqali belgilaymiz. $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m$ - haqiqiy sonlar bo'lsin.

Teorema. Agar bo'lsa $\omega_i > 0$, u holda $A_i \in g_i$ uchlaridagi shartli egriliklari $\omega(A_i) = \omega_i$ ga teng bo'lgan qavariq $P \in W$ ko'pyoq mavjud va u

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = \alpha x + y \cos \theta - z \sin \theta \\ z' = \beta x + y \sin \theta + z \cos \theta. \end{cases} \quad (5)$$

akslantirishga nisbatan yagona.

Teoremaning isboti A. V. Pogorelovning uchlarida berilgan monoton funksiyali ko'pyoqlarning mavjudligi haqidagi teoremasidan [2] kelib chiqadi.

Xulosalar

Ma'lumki, geometrik xarakteristika bo'yicha sirtlarni tiklash masalasi global geometriyaning masalalaridan hisoblanadi. Jumladan, [5] ishda mualliflar ko'pyoqni ma'lum yo'nalishga perpendikulyar qirraga ega bo'lmagan hol uchun yechishgan. Bu maqolada ushbu shartni olib tashlash natijasida hosil bo'ladigan maxsusliklar uchun invariant topildi. Bu invariant bo'yicha tiklash masalasi hal qilindi. Bu natija ko'pyoqlardan sirtga limit orqali o'tish imkonini beradi.

Adabiyotlar

1. Александров А. Д. Существование и единственность выпуклой поверхности с заданной интегральной кривизной// Докл. АН УССР. — 1942. — 35, № 5. — С. 143–147.
2. А. В. Погорелов. Внешняя геометрия выпуклых поверхностей. —М.: Наука, 1969.
3. Bakelman I. Ya. Convex Analysis and Nonlinear Geometric Elliptic Equations. — Berlin–Heidelberg: Springer-Verlag, 1994.
4. Артыкбаев А., Соколов Д. Д. Геометрия в целом в плоском пространстве-времени. — Ташкент: Фан, 1991.
5. Anvarjon Sharipov, Mukhamedali Keunimjaev. Existence and uniqueness of polyhedra with given values of the conditional curvature at the vertices. Mathematics and Statistics, 2023, Vol.11, No.3, pp. 509-515.
6. Sharipov, A., Topvoldiyev, F. On One Invariant of Polyhedra Isometric on Sections. AIP Conference Proceedings, 2023, 2781, 020038
7. Topvoldiyev, F., Sharipov, A. On Defects of Polyhedra Isometric on Sections at Vertices. AIP Conference Proceedings, 2024, 3004(1), 030011