

Р.Я.Расулов, Н.Кодиров, Н.Х.Насиров, Б.Б.Ахмедов, **И.Фармонов**

Фарғона давлат университети, 150100 Фарғона ш, ЎзР.

К ТЕОРИИ МЕЖЗОННОГО ОДНОФОТОННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ СВЕТА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ СО СЛОЖНОЙ ЗОНОЙ. УЧЕТ ПОДМЕШИВАНИЕ К СОСТОЯНИЯМ ЗОНЫ ПРОВОДИМОСТИ ВАЛЕНТНЫХ СОСТОЯНИЙ И ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ШИРИНЫ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНЫ

Аннотация

Исследована спектрально-температурная зависимость коэффициента однофотонного поглощения как линейно-, так и циркулярно поляризованного света, обусловленного оптическими переходами между подзонами дырок валентной зоны и зоны проводимости полупроводниках со сложной зоной. Показано, что учет подмешивание состояний валентной зоны к состояниям зоны проводимости и температурной зависимости ширины запрещенной зоны вклад легких дырок в однофотонного поглощения как линейно-, так и циркулярно поляризованного света примерно в 10 раз превышает вклада тяжелых дырок вне зависимости от поляризации возбуждающего света.

Ключевые слова: подмешивание состояний валентной зоны и зоны проводимости, полупроводник, сложная зонная структура, температурная зависимость ширины запрещенной зоны, однофотонные оптические переходы, спектрально-температурная зависимость.

R.Ya. Rasulov, N.Kodirov, N.H.Nasirov, B.B.Akhmedov, **I.Farmonov**

Fergana State University, 150100 Fergana, Republic of Uzbekistan

ON THE THEORY OF INTERBAND SINGLE-PHOTON LIGHT ABSORPTION IN SEMICONDUCTORS WITH COMPLEX BAND. ACCOUNTING FOR THE ADDITION OF VALENCE STATES AND THE TEMPERATURE DEPENDENCE OF THE BANDGAP TO THE CONDUCTIVITY BAND STATES

Annotation

The spectral-temperature dependence of the single-photon absorption coefficient of both linearly and circularly polarized light caused by optical transitions between the hole subbands of the valence band and conduction band in semiconductors with a complex band has been studied. It is shown that taking into account the mixing of valence band states with conduction band states and the temperature dependence of the band gap, the contribution of light holes to single-photon absorption of both linearly and circularly polarized light is approximately 10 times greater than the contribution of heavy holes, regardless of the polarization of the exciting light.

Key words: admixture of valence and conduction band states, semiconductor, complex band structure, temperature dependence of the band gap, single-photon optical transitions, spectral-temperature dependence.

R.Ya. Rasulov, N. Qodirov, N.H. Nasirov, B.B. Akhmedov, **I.Farmonov**
Farg'ona Davlat Universiteti, 150100 Farg'ona sh., O'zbekiston

**MURAKKAB ZONALI YARIMO'TKAZGICHLARDA BIR FOTONLI
YO'TILISH NAZARIYASI HAQIDA. VALENT HAMDA
O'TKAZUVCHANLIK ZONASI HOLATLARINING BIR BIRIGA KIRISHUVI
VATA'QIQALANGAN ZONANING HARORATGA BOG'LILIGI**

Аннотация

Murakkab zonali yarimo'tkazgichlarda valentlik zonasining kovaklar tarmog'idan o'tkazuvchanlik zonasiga optik o'tishlar natijasida yuzaga keladigan chiziqli va tsirkular qutblangan yorug'lik bir fotonli yutilish koefitsientining chastots hamda haroratga bog'liqligi o'rganildi. Valent zonasi holatlarining o'tkazuvchanlik zonasi holatlari bilan kirishuvi va taqiqlangan zonaning haroratga bog'liqligini hisobga olgan holda, бир фотонли чизиqli циркуляр дихроизм коэффицентиға енгил кавакларнинг улуши оғир каваклар улушидан taxminan 10 baravar ko'p ekanligi ko'rsatilgan.

Tayanch so'zlar: valentlik va o'tkazuvchanlik zonaları, murakkab zonali yarim o'tkazgich, оғир ва енгил каваклар тармоғи, harorat, bir fotonli optik o'tishlar, частота ва haroratga bog'liqlik.

1. Введение

Сегодня развитие не только микро-, но и наноэлектроники требует знания зонной структуры полупроводников, к чему посвящено множество литератур (например, [1-5]).

Ряд оптических явлений как в объемных, так в низкоразмерных полупроводниках определяются состояниями носителей тока в нескольких зонах, энергии которых близки по сравнению с энергетическими расстояниями до других зон [5, 6]. Однако в большинстве из них не уделяется внимание на спин-орбитальное взаимодействие зон с учетом подмещение к состояниям валентной зоны состояний зоны проводимости.

В связи с этим ниже рассмотрим межзонное однофотонное(квантовое) поглощение поляризованного излучения в полупроводниках с решеткой алмаза и цинковой обманки с учетом с учетом подмещение к состояниям валентной зоны состояний зоны проводимости и температурной зависимости ширины запрещенной зоны [8,9].

2. Вероятность и составные матричные элементы оптических переходов

Отметим, что вероятность однофотонного поглощения (1ФП), обусловленного оптическим переходом из состояния $|n, \vec{k}\rangle$ в состояние $|n, \vec{k}\rangle$ определяется как [10-14]

$$W^{(1)} = \frac{2\rho}{\hbar} \left\langle \vec{a}_{n, n\vec{k}} \left| M_{nk, n\vec{k}}^{(1)} \right|^2 \right\rangle (f_{nk} - f_{n\vec{k}}) d(E_{nc}(\vec{k}) - E_n(\vec{k}) - \hbar\omega), \quad (1)$$

где $f_{nk} (f_{n\vec{k}})$ - равновесная функция распределения носителей тока в начальном (конечном) состоянии, $M_{nk, n\vec{k}}^{(1)}$ - составной матричный элемент одноквантового оптического перехода, определяемого соотношением

$$M_{c, s; V, \Gamma_g, m}^{(1)} = \left(\frac{eA_0}{cm_0} \right) \vec{e} \cdot \vec{p}_{c, s; V, \Gamma_g, m}, \quad (2)$$

где $\vec{p}_{c, s; V, \Gamma_g, m} = \frac{m_0}{\hbar} \frac{\partial}{\partial \vec{k}} \left[\vec{H}(\vec{k}) \right]_{c, s; V, \Gamma_g, m}$ - матричный элемент оператора импульса, A_0 - амплитудное значение вектора потенциала (вектор поляризации) световой волны, $\vec{H}(\vec{k})$ - гамильтониан носителей тока в кристаллах решетки цинковой обманки, при учете подмешивание к состояниям подзоны легких и тяжелых дырок (Γ_8) состояний в нижней зоне проводимости (Γ_6) (двухзонное приближение) который принимает вид [15]

$$H^{(\Gamma_8)} = E_{\Gamma_8}^0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} - \frac{\hbar^2 |p_{cV}|^2}{m_0^2 E_g} - \begin{bmatrix} \frac{k_z^2}{2} & -\frac{k_z k_-}{\sqrt{3}} & -\frac{k_-^2}{\sqrt{12}} & 0 \\ -\frac{k_z k_+}{\sqrt{3}} & \frac{2}{3} k_z^2 + \frac{k_+^2}{6} & 0 & -\frac{k_-^2}{\sqrt{12}} \\ -\frac{k_+^2}{\sqrt{12}} & 0 & \frac{2}{3} k_z^2 + \frac{k_+^2}{6} & \frac{k_z k_-}{\sqrt{3}} \\ 0 & -\frac{k_+^2}{\sqrt{12}} & \frac{k_z k_+}{\sqrt{3}} & \frac{k_-^2}{2} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $p_{cV} = \langle S | p_z | Z \rangle$, $k_{\pm} = k_x \pm ik_y$, $E_{\Gamma_8}^0$ - экстремальное значение валентной зоны, которого в дальнейшем считаем началом отсчета энергий носителей тока.

Согласно гамильтониану (3), матричные элементы оператора импульса: для оптических переходов между подзонами валентной зоны можно записать в виде следующей матрицы:

$$\left\| \vec{e} \cdot \vec{p}_{m,m}^{(\Gamma_g)} \right\| = \hbar k \begin{bmatrix} e'_z & +\xi_g \frac{e'_z}{\sqrt{3}} & 0 & 0 \\ +\xi_g \frac{e'_z}{\sqrt{3}} & \left(1 - \frac{4}{3}\xi_g\right) e'_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(1 - \frac{4}{3}\xi_g\right) e'_z & -\frac{\xi_g e'_z}{\sqrt{3}} \\ 0 & 0 & -\frac{\xi_g e'_z}{\sqrt{3}} & e'_z \end{bmatrix}. \quad (4)$$

а для межзонных оптических переходов

$$\left\| \vec{e} \cdot \vec{p}_{c,v;\Gamma_g,m} \right\| = p_{c,v} \begin{bmatrix} -\frac{e'_z}{\sqrt{2}} & e'_z \sqrt{\frac{2}{3}} & \frac{e'_z}{\sqrt{6}} & 0 \\ 0 & -\frac{e'_z}{\sqrt{6}} & e'_z \sqrt{\frac{2}{3}} & \frac{e'_z}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

Здесь $\xi_g = \frac{|p_{c,v}|^2}{m_0 E_g}$ и оно появляется благодаря учета подмешивание состояний валентной зоны и зоны проводимости, $m', m = +3/2, +1/2, -1/2, -3/2$ собственные значения оператора углового момента [5, 6], e'_x, e'_y, e'_z - проекции вектора поляризации относительно системы координат $x', y', z' \parallel k$, k - волновой вектора носителей тока, $p_{c,v}$ - параметр Кейна.

Температурная зависимость ширины запрещенной зоны ($E_g(T)$) запишем в виде формулы Варшни [8]

$$E_g(T) = E_g(T=0) - g_T \frac{T^2}{T + T_V} \quad (6)$$

и формулы Пасснера [9]

$$E_g(T) = E_g(T=0) - \frac{aQ_p}{2} \left(\frac{T}{T_V} \right)^p + \frac{aQ_p}{2T_V} \left(\frac{T}{T_V} \right)^{p+1} - 1 \left(\frac{T}{T_V} \right)^{p+2}. \quad (7)$$

Здесь g_T , T_V , a , Q_p , p - постоянные величины, численные значения которых приведены в [8, 9].

Из (4) и (5) видно, что составной матричный элемент зависит от типа однофотонных оптических переходов. В частности для оптического перехода из подзоны тяжелых дырок в зону проводимости определяется соотношением

$$M_{c,\pm 1/2;\hbar\hbar,\pm 3/2}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{eA_0}{c\hbar} \right) p_{c,v} \begin{bmatrix} -e'_z & 0 \\ 0 & e'_z \end{bmatrix}; \quad (8)$$

из подзоны легких дырок в зону проводимости:

$$M_{c,\pm 1/2;lh,\pm 1/2}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\frac{eA_0}{c\hbar} \right) p_{c,V}^* \begin{bmatrix} 2e'_z & -e'_+ \\ e'_+ & 2e'_z \end{bmatrix}; \quad (9)$$

из подзоны тяжелых дырок в подзону тяжелых дырок:

$$M_{hh,\pm 3/2;hh,\pm 3/2}^{(1)} = \left(\frac{eA_0}{c\hbar} \right) \hbar k e'_z \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

из подзоны легких дырок в подзону легких дырок:

$$M_{lh,\pm 1/2;lh,\pm 1/2}^{(1)} = \frac{1}{3} \left(\frac{eA_0}{c\hbar} \right) \hbar k (3 - 4\xi_g) e'_z \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (11)$$

из подзоны тяжелых дырок в подзону легких дырок:

$$M_{lh,\pm 1/2;hh,\pm 3/2}^{(1)} = \frac{\xi_g}{\sqrt{3}} \left(\frac{eA_0}{c\hbar} \right) \hbar k \begin{bmatrix} e'_+ & 0 \\ 0 & -e'_+ \end{bmatrix}. \quad (12)$$

3. Коэффициент одноквантового межзонного поглощения поляризованного излучения

Отметим, что коэффициент одноквантового поглощения света определяется выражением (см., например, [12])

$$K^{(1)} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{\hbar\omega}{I} \sum_{k,L,m;L',m'} (f_{L',k}^{(1)} - f_{L,k}^{(1)}) |M_{L,m;L',m'}^{(1)}(k)|^2 \delta(E_{L',k} - E_{L,k} - \hbar\omega) \quad (13)$$

Здесь $L, m(L', m') = lh, m' = \pm 1/2 (hh, m' = \pm 3/2)$ - для тяжелых (легких) дырок), где их энергетический спектр имеет вид $E_{L,k} = -\hbar^2 k^2 / (2m_L)$, $L, m(L', m') = c, m' = \pm 1/2$ - для электронов в зоне проводимости, энергетический спектр которых: $E_{c,k} = E_g + \hbar^2 k^2 / (2m_c)$. Тогда учитывая соотношений (2)-(5) коэффициент поглощения света:

а) для оптических переходов из подзона тяжелых дырок в зону проводимости запишется как

$$K_{c,\pm 1/2;hh,\pm 3/2}^{(1)} = \frac{4\pi^2 e^2}{3\hbar n_\omega c} |p_{c,V}|^2 \frac{\mu_+^{(c, hh)}}{\hbar^2} \frac{k_{c,hh}^{(\omega)}}{\hbar\omega} \left\langle \frac{|e'_\pm|^2}{\sqrt{1 + \xi_{hh} |e'_\pm|^2}} \right\rangle \cdot [f_c(k_{c,hh}^{(\omega)}) - f_{hh}(k_{c,hh}^{(\omega)})] \quad (14)$$

б) для оптических переходов из подзона легких дырок в зону проводимости имеем

$$K_{c,\pm 1/2;lh,\pm 1/2}^{(1)} = \frac{4\pi^2 e^2}{3\hbar n_\omega c} |p_{c,V}|^2 \frac{\mu_+^{(c, lh)}}{\hbar^2} \frac{k_{c,lh}^{(\omega)}}{\hbar\omega} \left\langle \frac{4e_z'^2 + e_\pm'^2}{\sqrt{1 + \xi_{lh} (4e_z'^2 + e_\pm'^2)}} \right\rangle \cdot [f_c(k_{c,lh}^{(\omega)}) - f_{lh}(k_{c,lh}^{(\omega)})] \quad (15)$$

Здесь учтено, что $\left(\frac{eA_0}{c\hbar} \right)^2 = \frac{2\pi e^2}{n_\omega c} \frac{I}{(\hbar\omega)^2}$, $\xi_{hh} = 4 \frac{\alpha_\omega}{\hbar^2 \omega^2} \left(\frac{eA_0}{c\hbar} \right)^2 |p_{c,V}|^2$, $\xi_{lh} = \xi_{hh}/3$,

$\alpha_\omega = 6\omega^2 T_{hh}^{(1)} T_{lh}^{(1)} \frac{I}{I_0}$, $I_0 = \frac{cn_\omega \hbar^3 \omega^3}{2\pi |B|}$, $k_{c,L}^{(\omega)} = \sqrt{\frac{2\mu_+^{(c,L)}}{\hbar^2} (\hbar\omega - E_g)}$, $\mu_+^{(c,L)} = \frac{m_c m_L}{m_c + m_L}$ ($L = lh, hh$),
 $f_c(k_{c,lh}^{(\omega)}, T)$, $f_{hh}(k_{c,lh}^{(\omega)}, T)$ и $f_{lh}(k_{c,lh}^{(\omega)}, T)$ - функции распределения электронов, легких

и тяжелых дырок, участвующих в оптических переходах из подзон валентной зоны в зону проводимости, символом $\langle \dots \rangle$ обозначено усреднение по телесным углам волнового вектора.

Далее целесообразно проанализировать спектрально-температурные зависимости функций распределения тяжелых ($f_{hh}(\omega, T)$) и легких ($f_{lh}(\omega, T)$) дырок (см. рис. 1), поскольку $K^{(1)}(\omega, T)$ определяется спектрально-температурной зависимостью $f_{hh}(\omega, T)$ и $f_{lh}(\omega, T)$ (см. формулу (18), (19). Расчеты по спектрально-температурным зависимостям $f_{hh}(\omega, T)$ и $f_{lh}(\omega, T)$ (в приближении невырожденной статистике [16] показывают, что для *InSb*:

а) при фиксированной частоте с ростом температуры функции распределения возрастают, достигают максимума, а затем уменьшаются, так как функции распределения состоят из произведения $T^{-3/2}$ и $\exp(-E^*/k_B T)$, где E^* – энергия фотовозбужденных дырок;

б) максимальные значения функций распределения уменьшаются с увеличением частоты, относительное изменение которых зависит от зонных параметров кристалла, например, от $E_g(T)$. В частности, в узкозонных кристаллах эта величина больше, чем в широкозонных: например, в *InSb* она примерно в 5,4 раза больше, чем в *InAs*;

с) если учесть зависимость зонных параметров от температуры (согласно (8) и (9)), то функции распределения легких (тяжелых) дырок в *InSb* уменьшается примерно в 5,3 (2,5) раза, а в *InAs* – в 5,2 (2) раза.

Указанные выше случаи, безусловно, оказывают влияние на спектрально-температурные зависимости $K^{(1)}(\omega, T)$, анализ которого проведен ниже.

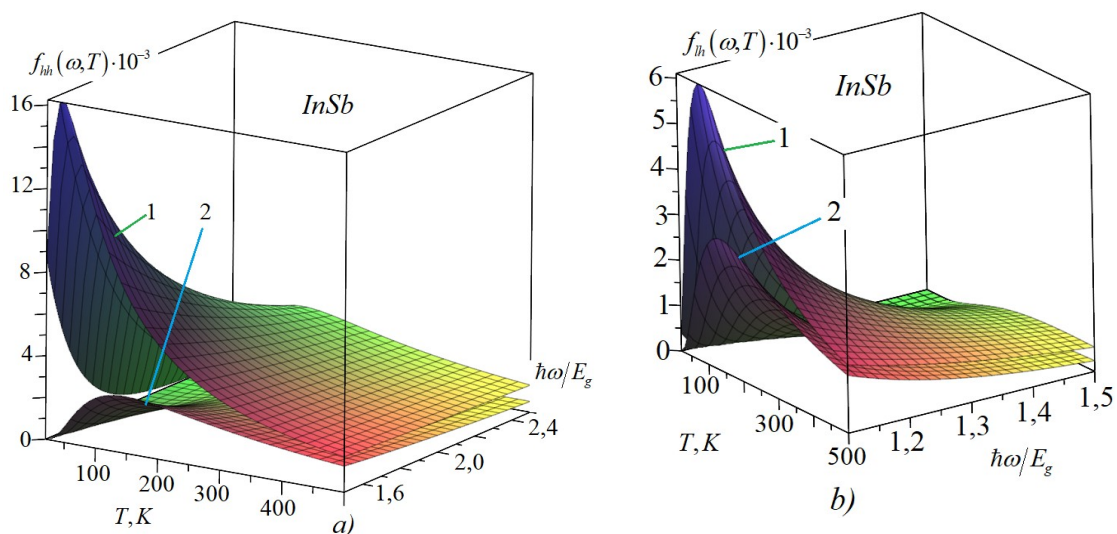


Рис.1. Спектрально-температурные зависимости функций распределения тяжелых (a) и легких (b) дырок в *InSb*. 1 (2) – соответствует $E_g = E_g(T=0K)$ ($E_g(T)$).

Отметим, что поскольку коэффициент однофотонного межзонного поглощения света пропорционален волновому вектору фотовозбужденных носителей тока $k_{c,L}^{(\omega)} = \left[2m_c m_L \hbar^{-2} (\hbar\omega - E_g) / (m_c + m_L) \right]^{1/2}$, то при условии $\hbar\omega = E_g$ он обращается в ноль, а значит, поглощение света удовлетворяет условию $\hbar\omega \geq E_g$, где $E_g = E_g(T=0)$. Но если учесть выражения (6) и (7), то $k_{c,L}^{(\omega)}(T) = \left[2m_c(T) m_L \hbar^{-2} (\hbar\omega - E_g(T)) / (m_c(T) + m_L) \right]^{1/2}$ увеличивается с ростом температуры, так как с ростом температуры $E_g(T)$ уменьшается. В результате край поглощения света удовлетворяет условия $\hbar\omega \leq E_g(T=0)$ (вместо $\hbar\omega \geq E_g$).

Расчеты показывают, что при комнатной температуре вклад тяжелых дырок в коэффициент $\tilde{K}_{c,m;L,m}^{(1)}(\omega, T)$ примерно в 10 раз превышает вклада легких дырок, в области частот, удовлетворяющих условию $1,1E_g < \hbar\omega < 1,5E_g$. Такая ситуация имеет место и в спектрально-температурных зависимостях результирующего коэффициента 1ФП (см. рис. 8), а физическая природа этих зависимостей объясняется аналогичной частотной зависимостью неравновесных функций распределения носителей тока.

Выводы

В заключении отметим, что в полупроводниках со структурой алмаза и цинковой обманки: а) при однофотонном межзонном поглощении коэффициент света линейной поляризации может быть намного больше, чем в случае циркулярной поляризации; б) при фиксированной температуре коэффициент 1ФП с ростом частоты увеличивается и проходя через максимум, уменьшается, амплитудное значение которого уменьшается с ростом параметра Раби; учет температурной зависимости ширины запрещенной зоны приводит к существенному увеличению коэффициента межзонного однофотонного поглощения света в области низких температур в узкозонных полупроводниках как с учетом, так и без учета вклада эффекта когерентного насыщения.

Литература

1. Tsidilkovski, I. M. Band Structure of Semiconductors: International Series on the Science of the Solid State. Pergamon Press, 2016. -416 p. Hardcover. ISBN 10: 0080216579 ISBN 13: 9780080216577;
2. G.L. Bir, G.E. Pikus. Symmetry and Strain-induced Effects in Semiconductors Hardcover. 1975. 494 p. <https://www.amazon.in/Symmetry-Strain-induced-Effects-Semiconductors-G-L/dp/0706513673>;

3. Е. Л. Ивченко, Р. Я. Расулов. Симметрия и реальная зонная структура полупроводников. Ташкент. ФАН 1992. 141 с. <https://koha.lib.tsu.ru/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=125752> ;
4. Г.Г.Зегря, В.И.Перель. Основы физики полупроводников. Физматлит. 2009. -336 с. <https://www.labyrinth.ru/books/509910/>
5. G. Pikus and E. L. Ivchenko, Superlattices and Other Heterostructures: Symmetry and Optical Phenomena. Springer Series in Solid-State Sciences, V. 110, Springer Verlag, Heidelberg, Berlin . 2-nd edition. -1997. -396 p. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-642-60650-2>
6. E. L. Ivchenko, Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures, Alpha Science International Ltd., V.XII, Harrow, U. K. -2005-427 p. <https://www.amazon.com/Optical-Spectroscopy-Semiconductor-Nanostructures-Ivchenko/dp/1842651501>
7. М.М. Глазов Физика низкоразмерных систем. Курс лекций. -2022. -73 p. https://chair.itp.ac.ru/biblio/lectures/semiconductors/lowdim_1_total1.pdf
8. Vurgaftman I. and J. R. Meyer, L. R. Ram-Mohan. Band parameters for III–V compound semiconductors and their alloys // Journal of Applied Physics. - 2001. -V. 89. - Pp. 5815-5875. DOI: 10.1063/1.1368156;
9. R. Paëssler. Parameter Sets Due to Fittings of the Temperature Dependencies of Fundamental Bandgaps in Semiconductors//Phys. Stat. Sol. (b).-1999. - Vol.216. -Pp. 975-1007. DOI: 10.1002/(SICI)1521-3951(199912)216:23.3.CO;2-E
10. Ivchenko E.L. Two-photon absorption of light and optical orientation of free carriers // Physics. St. Petersburg. - 1972. – T.14. – Issue 12. – pp. 3489-3496.
11. R. Ya. Rasulov Linear-circular dichroism in multiphoton intersubband absorption in semiconductors // - Phys. -1993. -T.35. -Issue 6. -1674-1678. <https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/14966> .
12. Rasulov R. Ya., Rasulov V. R., Kuchkarov M. Kh., and Eshboltaev I. M. Interband multiphoton absorption of polarized radiation and its linear circular dichroism in semiconductors in the kane approximation // Russian Physics Journal, Vol. 65, No. 10, 2023. -Pp. 1746-1754. DOI 10.1007/s11182-023-02825-3
13. Rasulov, R.Y., Rasulov, V.R. & Eshboltaev, I.M. Linearly and circular dichroism in a semiconductor with a complex valence band with allowance for four-photon absorption of light. Phys. Solid State 59, 463–468 (2017). <https://doi.org/10.1134/S1063783417030283>
14. Rasulov V.R., Rasulov R.Ya., Kodirov N.U., Isomaddinova U.M. Interband single-photon absorption and its linear-circular dichroism in crystals taking into account the effect of coherent saturation // Physics of the Solid State. -

2023. -Т.65. -No. 7. -S.1224-1230.
<https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/56410>
- 15.Е.Л.Ивченко. Физика низкоразмерных систем. -2015. -55 p.
https://solid.phys.spbu.ru/images/Ivch_lec15.pdf
- 16.Peter YU Manuel CardonaFundamentals of Semiconductors: Physics and
 Materials Properties. Springer. 2010. -800 p.
<https://www.amazon.com/Fundamentals-Semiconductors-Materials-Properties-Graduate/dp/3642007090>]
- 17.Leppenen N. V., Ivchenko E. L., Golub L. E. Nonlinear optical absorption and
 photocurrents in topological insulators // Phys. Rev. B 105, 115306-1-11. -2022
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.105.115306>
18. D.A. Parshin, A.R. Shabaev Theory of linear IR absorption by semiconductors
 with degenerate bands // Zh. Exp. Teor. Fiz. – 1987. – Vol.92. –No. 4. – pp.
 1471-1484. http://jetp.ras.ru/cgi-bin/dn/e_065_04_0827.pdf