

IDEMPOTENT MATEMATIKA VA TRADITSION MATEMATIKA O'RTASIDAGI MOSLIK

M.M.Karimov SH.M.Karimova. B.T.Abdulazizov
Namangan davlat universiteti. O'zbekiston, Namangan, Boburshox ko'cha 161
Namangan muhandislik qurilislik qurilish instituti

Annotatsiya: Idempotent matematika bugungi kunda dolbzar bo'lgan iqtisodiy masalalarni optimallashtirishda, biologik va genetikaga oid masalalarni yechishda qo'llaniladi. Idempotent matematika asosida oddiy arifmetik amallarni bazaviy amallarning (maksimum yoki minimum kabi) yangi to'plami bilan almashtirish yotadi, bunda sonlar maydoni idempotent yarim xalqalar va yarim maydonlar bilan almashadi.

Kalit sozlar: Idempotent, operator, simpleks, chiziqli, qo'zg'almas nuqta, matritsa, matematika, trayektoriya.

СВЯЗЬ МЕЖДУ ИДЕМПОТЕНТОМ И ТРАДИЦИОННОЙ МАТЕМАТИКОЙ

М.М.Каримов Ш.М. Каримов Б. Т. Абдулазизов
Наманганский государственный университет. Узбекистан, Наманган, улица
Бобуршоха 161
Наманганский инженерно-строительный институт

Аннотация: Идемпотентная математика сегодня используется при оптимизации экономических задач, а также при решении задач, связанных с биологией и генетикой. В основе идемпотентной математики лежит замена обычных арифметических операций новым набором основных операций (таких как максимумы или минимумы), в которых поле чисел заменяется идемпотентными полукругами и полуполями.

Ключевые слова: Идемпотент, оператор, симплекс, линейный, неподвижная точка, множество решений, матрица, математика, траектория.

RELATIONSHIP BETWEEN IDEMPOTENT AND TRADITIONAL MATHEMATICS

M.M.Karimov Sh.M. Karimov B. T. Abdulazizov

Namangan State University. Uzbekistan, Namangan, Boburshokha street 161

Namangan Engineering and Construction Institute

Annotation: Idempotent mathematics is used today in the optimization of economic problems, as well as in solving problems related to biology and genetics. The basis of idempotent mathematics is the replacement of ordinary arithmetic operations with a new set of basic operations (such as maxima or minima) in which the field of numbers is replaced by idempotent semicircles and semifields.

Abstract: Idempotent, operator, simplex, linear, fixed point, solution set, matrix, mathematics, trajectory, dynamics, self-reflecting complex of idempotent measures.

Idempotent matematika asosida oddiy arifmetik amallarni bazaviy amallarning (maksimum yoki minimum kabi) yangi to'plami bilan almashtirish yotadi, bunda sonlar maydoni idempotent yarim xalqalar va yarim maydonlar bilan almashadi. Maks-plus $R_{\max}$ va min-plus $R_{\min}$ algebralar tipik misollar bo'ladi. R – haqiqiy sonlar maydoni bo'lsin. Unda $R_{\max} = R \cup \{-\infty\}$ dagi amallar:

$$x \oplus y = \max\{x, y\} \quad \text{va} \quad x \otimes y = x + y.$$

Shu kabi $R_{\min} = R \cup \{+\infty\}$ dagi amallar: $\oplus = \min$, $\otimes = +$.

Yangi qo'shish amali idempotent bo'ladi, ya'ni barcha x lar uchun $x \oplus x = x$. [1-9]

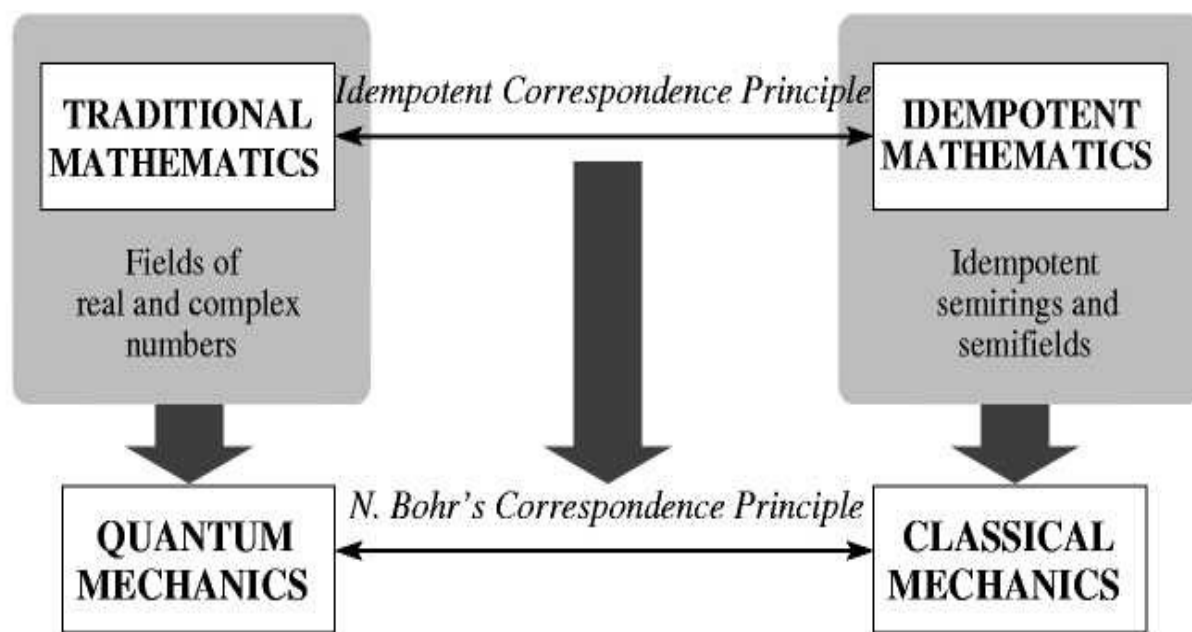
S. Klinining klassik ishlaridan boshlab, ko'plab mualliflar informatika va diskret matematikaning bir qator amaliy masalalarini yechish uchun idempotent yarim xalqalar va bu yarim xalqalar ustidagi matritsalaridan foydalanishgan. Zamonaviy idempotent analiz (yoki idempotent hisob, yoki idempotent matematika) V. P. Maslov va uning izdoshlari tomonidan Moskvada 80-yillardan boshlab yaratilmoqda. E. Xopf va G. Shokelar o'z ishlarida ba'zi taxminiy natijalarni ifodalashdi.

Idempotent matematikani sonlar maydoni ustidagi traditsion matematika dekvantovaniyasining natijasi deb qarash mumkin, bunda $\hbar$ Plank doimiysi mavhum qiymatlar qabul qilib, nolga intiladi. Bunday nuqtai nazar G. L. Litvinov va V. P. Maslovlar tomonidan taqdim etilgan. Boshqacha aytganda, idempotent matematika haqiqiy va kompleks sonlar maydonlari ustidagi traditsion matematikaning asimptotik versiyasi bo'ladi.

Idempotent matematikani asosiy paradigmasini idempotent moslik prinsipi ifodalaydi. Ushbu prinsip Nils Borning kvant nazariyasi uchun mashhur moslik prinsipi bilan chambarchas bog'langan. Ma'lum bo'lishicha, maydonlar ustidagi oddiy matematikaning bir qator muhim, qiziqarli, foydali konstruksiyalari, natijalari bilan idempotent yarim xalqa va yarim maydonlar (yarim maydon va yarim xalqa idempotent qo'shish bilan) ustidagi shunga o'xshash konstruksiyalar va natijalar o'rtasida evristik moslik mavjud.

Idempotent moslik prinsipining sistemali va ketma-ket qo'llanilishi ko'p hollarda kutilmagan ko'pxillik natijalarga olib keladi. Natijada traditsion matematika bilan bir qatorda uning "soyaviy" idempotent versiyasi paydo bo'lyapti. Klassik fizika kvant fizikasi bilan qanday bog'langan bo'lsa, bu [9]"soyaviy" versiya ham traditsion matematika bilan shunday bog'langan:

THE MASLOV DEQUANTIZATION



Traditsion va idempotent matematika o'rtasidagi bog'liqlik [23].

Ko'p munosabatlarda idempotent matematika traditsion matematikadan soddaroq. Biroq traditsion konstruksiya va natijalardan ularning idempotent analoglariga o'tish ko'pincha netrivial bo'ladi.[10-15]

Dekvantovaniya.

S to'plamda 2 ta algebraik amal berilgan bo'lsin: $\oplus$ qo'shish va $\otimes$ ko'paytirish.

Agar S to'plamning $\forall x, y, z$ elementlari uchun quyidagi shartlar bajarilsa, yarim xalqa deyiladi:

- $\oplus$ qo'shish va $\otimes$ ko'paytirish assotsiativ, ya'ni

$$\forall x, y, z \in S \text{ lar uchun } (x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z); \\ (x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z);$$

- $\oplus$ qo'shish kommutativ, ya'ni

$$\forall x, y \in S \text{ lar uchun } x \oplus y = y \oplus x,$$

- $\otimes$ ko'paytirish $\oplus$ qo'shishga nisbatan distributiv:

$$x \otimes (y \oplus z) = (x \otimes y) \oplus (x \otimes z) \text{ va } (x \oplus y) \otimes z = (x \otimes z) \oplus (y \otimes z).$$

S yarim xalqaning birligi deb shunday $1 \in S$ elementga aytiladiki, bunda barcha $x \in S$ lar uchun $1 \otimes x = x \otimes 1 = x$. S yarim xalqaning noli deb shunday $0 \in S$ elementga aytiladiki, bunda $0 \neq 1$ va barcha $x \in S$ lar uchun

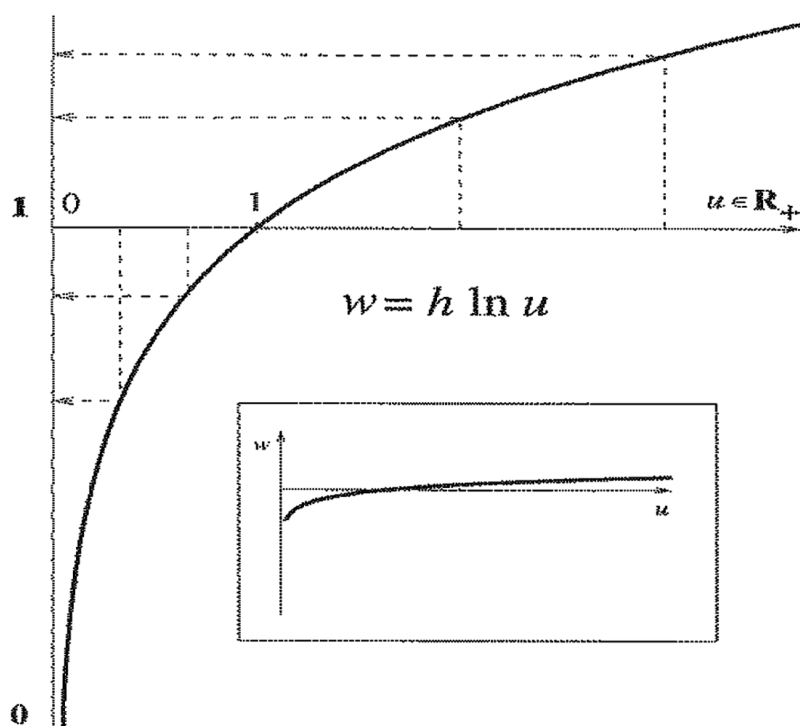
$$0 \oplus x = x, \quad 0 \otimes x = x \otimes 0 = 0.$$

S yarim xalqa idempotent yarim xalqa deyiladi, agar barcha $x \in S$ lar uchun $x \oplus x = x$ o'rinli bo'lsa. 0 va 1 elementlari bilan S yarim maydon deyiladi, agar S to'plamning ixtiyoriy noldan farqli elementi uchun teskari element mavjud bo'lsa.

R haqiqiy sonlar maydonini va barcha nomanfiy R_+ haqiqiy sonlar yarim maydonini (oddiy qo'shish va ko'paytirish amallariga nisbatan) qaraymiz. $x \mapsto u = h \ln x$, $h > 0$ o'zgaruvchilarning almashtirilishi $\Phi_h: R_+ \rightarrow S = R \cup \{-\infty\}$ akslantirishni beradi. R dagi qo'shish va ko'paytirish amallarini S ga Φ_h akslantirish yordamida o'tkazamiz, ya'ni

$$\begin{aligned} u \oplus_h v &= h \ln(\exp(u/h) + \exp(v/h)), \\ u \otimes v &= u + v, \quad 0 = -\infty = \Phi_h(0), \quad 1 = 0 = \Phi_h(1) \end{aligned}$$

bo'lsin. Shunday qilib S R_+ ga izomorf $R^{(h)}$ yarim xalqaning strukturasini egallaydi.



R_+ dan $R^{(h)}$ ga o'tish.

Tekshirish qiyin emaski, $h \rightarrow 0$ da $u \oplus_h v \rightarrow \max\{u, v\}$ va $u \oplus v = \max\{u, v\}$ qo'shish va $u \otimes v = u + v$ ko'paytirish amallariga nisbatan S $0 = -\infty$ nol va $1 = 0$ birlik elementli yarim xalqa hosil qiladi. Bu yarim xalqani

$R_{\max}$ orqali belgilaymiz: u idempotent, chunki barcha elementlar uchun $u \oplus u = u$. Bunda $R_{\max}$ yarim xalqa yarim maydon bo'ladi. Bu yerda kvantovaniya protsedurasiga o'xshashlik ravshan, h parametr Plank doimiysi rolini o'ynaydi, shuning uchun R_+ yarim maydonni "kvant" ob'yekti kabi, $R_{\max}$ yarim xalqani esa uning "dekvantovaniya" natijasi kabi qarash mumkin. $h < 0$ uchun shunga o'xshash protsedura $\oplus = \min$, $\otimes = +$ amalli $R_{\min} = R \cup \{+\infty\}$ yarim xalqani beradi. Bu holda $0 = +\infty$, $1 = 0$. $R_{\max}$ va $R_{\min}$ yarim xalqalar izomorf. $R_{\max}$ yoki $R_{\min}$ ga o'tish Maslov dekvantovaniyasi deyiladi. Tushunarliki, R yoki C dan $R_{\max}$ ga o'tish $x \mapsto |x|$ akslanish va Maslov dekvantovaniyasi yordamida amalga oshiriladi. $\oplus = \max$, $\otimes = \min$ amalli $R \cup \{-\infty\} \cup \{+\infty\}$ idempotent yarim xalqani beradi. R , C maydonlarning yoki R_+ yarim maydonning "ikkilamchi dekvantovaniya"si natijasida olinishi mumkin. O'nlab qiziqarli izomorf bo'lmagan idempotent yarim xalqalarga misollar hamda dastlabkidan yangi yarim xalqalarni hosil qilishning standart usullari G. Cohen, S. Gaubert, J.P. Quadrat, J.S. Golan, M. Gondran, M. Minoux, J. Gunawardena, G.L. Litvinov, V.P. Maslov, G.B. Shpiz larning ba'zi ishlarida ko'rib chiqiladi. Idempotent dekvantovaniya Maslov dekvantovaniyasining umumlashmasi bo'ladi. Bu matematik konstruksiyalar va natijalardagi maydondan idempotent yarim xalqalar va yarim maydonlarga o'tish.

Maslov dekvantovaniyasi, masalan, E. Shredinger va E. Xopflarning klassik ishlarida qo'llanilgan yaxshi ma'lum logarifmik almashtirishga bog'liq. "Koul-Xopf almashtirishi" termini ham qo'llaniladi.

Idempotent analiz

Idempotent analiz birinchi bo'lib V.P. Maslov va uning izdoshlari tomonidan yaratilgan edi, so'ngra turli mualliflarning ko'p sonli nashrlarida rivojlantirildi va rivojlantirilmogda.

S – $\oplus$ idempotent qo'shish (doim kommutativ deb faraz qilinadi), $\otimes$ ko'paytirish bilan, 0 nol va 1 birlik elementli ixtiyoriy yarim xalqa bo'lsin. S

to'plam standart $\leq$ qisman tartib munosabati bilan ta'minlangan: ta'rif bo'yicha, $a \leq b$, faqat va faqat $a \oplus b = b$ bo'lsa. Shunday qilib, S to'plamning barcha elementlari nomanfiy: barcha $a \in S$ lar uchun $0 \leq a$. Mana shu tartibning mavjudligi tufayli, idempotent analiz panjaralar nazariyasi, vektor panjaralar nazariyasi va tartiblangan fazo nazariyasi bilan mustahkam bog'langan. Bundan tashqari, bu qisman tartib asosiy topologik tushunchalarni va natijalarni toza algebraik darajada modellashtirishga imkon beradi.

Analiz asosan qiymatlari sonlardan iborat bo'lgan funksiyalar bilan aloqada bo'ladi. Sonli funksiyaning idempotent analogi bo'lib, $X \rightarrow S$ akslanish bo'ladiki, bunda X — ixtiyoriy to'plam, S — idempotent yarim xalqa. Qiymatlari S da bo'lgan funksiyalarni bir-biriga qo'shish, ko'paytirish hamda S ning elementlariga nuqtaviy ko'paytirish mumkin.

Chiziqli funksional fazoning idempotent analogi qiymatlari S da bo'lgan funksiyalar to'plami (yoki S — yarim modul) bo'ladiki, bunda u funksiyalarni qo'shishga va funksiyalarni S ning elementlariga ko'paytirishga nisbatan yopiq. Masalan, $B(X, S)$ barcha $X \rightarrow S$, S dagi standart tartib ma'nosida chegaralangan, funksiyalarning S — yarim modulini qaraymiz.

$S = R_{\max}$ bo'lsin, unda integralning idempotent analogi

$$I(\phi) = \int_X^{\oplus} \phi(x) dx = \sup_{x \in X} \phi(x), \quad (1)$$

Bunda $\phi \in B(X, S)$. Haqiqatan, $\sum_i \phi(x_i) \cdot \sigma_i$ ko'rinishdagi Riman yig'indisi

$$\bigoplus_i \phi(x_i) \otimes \sigma_i = \max_i \{ \phi(x_i) + \sigma_i \}$$

ifodaga mos tushadi, bu ifoda $\sigma_i \rightarrow 0$ da (1) ning o'ng qismiga yaqinlashadi. Tushunarliki, bu toza evristik mulohaza.

(1) formula qiymatlarini $R_{\max}$ da qabul qiluvchi funksiyalar uchun idempotent integral (yoki Maslov integrali) ni aniqlaydi.

X da idempotent o'lchov (yoki Maslov o'lchovi)

$$m_\psi(Y) = \sup_{x \in Y} \psi(x), \text{ bunda } \psi \in B(X, S), Y \subseteq X,$$

kabi aniqlanadi. Bu o'lchov bo'yicha integral quyidagi ko'rinishga ega:

$$I_\psi(\phi) = \int_X^\oplus \phi(x) dm_\psi = \int_X^\oplus \phi(x) \otimes \psi(x) dx = \sup_{x \in X} (\phi(x) \otimes \psi(x)) \quad (2)$$

Ravshanki, agar $S = R_{\min}$ bo'lsa, u holda standart tartib oddiy $\leq$ tartibga nisbatan qarama-qarshi bo'ladi, shuning uchun (2) ifoda quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\int_X^\oplus \phi(x) dm_\psi = \int_X^\oplus \phi(x) \otimes \psi(x) dx = \inf_{x \in X} (\phi(x) \otimes \psi(x)),$$

bunda $\inf$ oddiy $\leq$ tartib ma'nosida tushuniladi.

IDEMPOTENT O'LCHOV

Idempotent o'lchovning ta'rifini yuqorida berdim. Unga ko'plab misollar keltirishimiz mumkin. Lekin biz hozir $Comp$ kategoriyasida idempotent o'lchov tushunchasiga to'xtalamiz.

X — kompakt Hausdorf fazosi bo'lsin. X da $\sup$ — norma bilan ta'minlangan uzluksiz funksiyalarning Banach fazosini $C(X)$ orqali belgilaymiz.

Kelgusida, funktor orqali kovariant funktorni ifodalaymiz. $Comp$ kategoriyasida harakat qilayotgan ehtimollik o'lchov funktorini P orqali belgilaymiz.

$R_{\max} = R \cup \{-\infty\}$ $\rho(x, y) = |e^x - e^y|$ orqali aniqlangan ρ metrika bilan ta'minlangan bo'lsin. $R_{\max}^n = (R_{\max})^n$ bo'lsin.

Idempotent matematika uslubidan borib, $(\lambda, \phi) \mapsto \lambda_x + \phi$ bo'yicha harakat qilayotgan akslantirishni $\otimes : R \times C(X) \rightarrow C(X)$ bilan va $(\phi, \psi) \mapsto \max\{\phi, \psi\}$ bo'yicha harakat qilayotgan akslantirishni $\oplus : C(X) \times C(X) \rightarrow C(X)$ bilan belgilaymiz.

Har bir $c \in R$ uchun $c_X(x) = c$, har bir $x \in X$ uchun, formula bilan aniqlangan $C(X)$ dagi o'zgarmas funksiyani c_X orqali belgilaymiz.

Ta'rif. Agar har bir $\phi, \psi \in C(X)$ lar uchun $\mu : C(X) \rightarrow R$ funksional quyidagi shartlarni qanoatlantirsa, idempotent ehtimollik o'lchovi deyiladi:

- (1) $\mu(c_X) = c$;
- (2) $\mu(c \otimes \phi) = c \otimes \mu(\phi)$;
- (3) $\mu(\phi \oplus \psi) = \mu(\phi) \oplus \mu(\psi)$.

X da idempotent ehtimollik o'lchovlari to'plamini $I(X)$ bilan belgilaylik. $I(X)$ ni sust topologiya bilan ta'minlaymiz. Bu topologiya bazasi

$$\langle \mu; \phi_1, \dots, \phi_n; \varepsilon \rangle = \{ \nu \in I(X) \mid |\mu(\phi_i) - \nu(\phi_i)| < \varepsilon, i=1, \dots, n \},$$

bunda $\mu \in I(X)$, $\phi_i \in C(X)$, $i=1, \dots, n$, $\varepsilon > 0$, to'plamlardan tashkil topgan.

Quyidagi idempotent ehtimollik o'lchoviga misol bo'ladi: $x_1, \dots, x_n \in X$ va $\lambda_1, \dots, \lambda_n \in R_{\max}$, bunda $\max \{ \lambda_1, \dots, \lambda_n \} = 0$, bo'lsin. $\mu: C(X) \rightarrow R$ ni quyidagicha aniqlaymiz: $\mu(\phi) = \max \{ \phi(x_i) + \lambda_i \mid i=1, \dots, n \}$. Odatdagiday, har bir $x \in X$ uchun quyidagicha $\delta_x(\phi) = \phi(x)$, $\phi \in C(X)$ kabi aniqlangan $C(X)$ dagi funksionalni δ_x (yoki $\delta(x)$) bilan belgilaymiz. U holda $\mu = \bigoplus_{i=1}^n \lambda_i \otimes \delta_{x_i}$ yozish mumkin.

Idempotent ehtimollik o'lchovlari to'plamining xossalarini o'rnatish uchun tartib saqlovchi funksionallardan foydalanamiz. Kompakt Xausdorf fazosida tartib saqlovchi funksionallar to'plamini T. Radul ko'rib chiqqan.

Ta'rif: $\nu: C(X) \rightarrow R$ funksional

- (1) sust additiv deyiladi, agar har bir $c \in R$ va $\phi \in C(X)$ uchun $\nu(\phi + c_X) = \nu(\phi) + c$ o'rinli bo'lsa;
- (2) tartib saqlovchi deyiladi, agar $\phi \leq \psi$ bo'ladigan har bir $\phi, \psi \in C(X)$ lar uchun $\nu(\phi) \leq \nu(\psi)$ o'rinli bo'lsa;
- (3) normalangan deyiladi, agar $\nu(1_X) = 1$ o'rinli bo'lsa.

R haqiqiy sonlar fazosi standart metrika bilan ta'minlangan. Keyingi faktlar T. Radulning ishlarida o'rnatilgan.

Lemma. Har bir tartib saqlovchi sust additiv funksional kengaymagan akslantirish bo'ladi.

X kompakt Hausdorf fazosi uchun $O(X)$ bilan $C(X)$ da barcha tartib saqlovchi sust additiv normalangan funksionallar to'plamini belgilaymiz. Ko'rish osonki, har bir $v \in O(X)$ va $c \in R$ uchun $v(c_X) = c$ ga egamiz. Shunday qilib, har bir X kompakt Xausdorf fazosi uchun $I(X) \subset O(X)$.

Teorema. $I(X)$ to'plam $O(X)$ da yopiq.

$O(X)$ Xausdorf kompakti bo'lishi ma'lum, $I(X)$ fazo ham shunday bo'lishini xulosa qilamiz.

Kompakt Xausdorf fazolarda $f: X \rightarrow Y$ akslantirish, har bir $\phi \in C(Y)$ uchun $O(f)(\mu)(\phi) = \mu(\phi f)$ formula bilan aniqlangan $O(f): O(X) \rightarrow O(Y)$ akslantirish berilgan bo'lsin.

Teorema. $|X| = n$ bo'lsin. U holda $I(X)$ fazo $(n-1)$ -o'lchovli simpleksga gomeomorf.

Teorema.

$$I_w(X) = \left\{ \bigoplus_{i=1}^n \lambda_i \otimes \delta_{x_i} \mid \lambda_i \in R_{\max}, i=1, \dots, n, \bigoplus_{i=1}^n \lambda_i = 0, x_i \in X, n \in N \right\}$$

to'plam(ya'ni, chekli tashuvchili idempotent ehtimollik o'lchovlari to'plami) $I(X)$ da zich.

Teorema. $\lambda_1 \otimes \mu_1 \oplus \lambda_2 \otimes \mu_2 \in I(X)$.

Bu teorema $I(X)$ idempotent o'lchovlar to'plami chiziqli fazo tashkil etishini bayon etadi.

Teorema. $I = (I, \eta, \zeta)$ uchlik $Comp$ kategoriyasida monad bo'ladi.

Xulosa o'rninda shuni takidlash lozimki bugungi globallashuv davrida iqtisodiy va genetik masalalar dolbzarb bo'lib bormoqda. Ushbu maqola iqtisodiy masalalarni optimallashtirishda va genetik massalalarda qo'llaniladi.

Adabiyotlar

- [1] M. Akian, Trans. Amer. Math. Soc. **351**, 4515 (1999).
- [2] M.M.Karimov, B.B.Axmedov NamDU ilmiy axborotnomasi 2024-yil 10-son 76-81 bet
- [3] M.M.karimov, F.M.Sharipov NamDU ilmiy axborotnomasi 2024-yil 6-son 45-47-bet
- [4] J. M. Casas, M. Ladra and U. A. Rozikov, Linear Algebra Appl. **435** (4),852 (2011).
- [5] P. Del Moral and M. Doisy, Math. Notes. **69** (2), 232 (2001).
- [6] P. Del Moral and M. Doisy, Theory Probab. Appl. **43** (4), 562 (1998); **44** (2), 319 (1999).
- [5] R. L. Devaney, *An introduction to chaotic dynamical system* (Westview Press 2003).
- [6] R. N. Ganikhodzhayev, F. M. Mukhamedov and U. A. Rozikov, Infin. Dim. Anal., Quantum Probab. Related Topics. **14** (2), 279 (2011).
- [7] G. L. Litvinov and V. P. Maslov (eds.), Idempotent mathematics and mathematical physics (Vienna 2003), Contemp. Math., 377, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2005.
- [8] G. L. Litvinov, J. Math. Sciences. **140** (3), 426 (2007).
- [9] V. P. Maslov and S. N. Samborskii (eds.), Adv. Soviet Math. **13**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, (1992).
- [10] U. A. Rozikov and M. M. Karimov, *Dinamics of Linear Maps of Idempotent Measures*, Lobachevskii Journal of Mathematics, **34**(1), (2013) 20-28
- [11] A. N. Shiryaev, *Probability, 2 nd Ed.* (Springer, 1996).
- [12] M. M. Zarichyi, Izvestiya: Mathematics. **74** (3), 481 (2010).
- [13] M.Karimov. NamDU ilmiy axborotnomasi (maxsus son)2020-yil 8-15-bet
- [14] M.Karimov NamDU ilmiy axborotnomasi 2020-yil 2-son 8-12-bet
- [15] M.Karimov, Sh.Karimova, Analiytikal Journal of Education and Development Volume:03 Issue:01 / Jan2023 ISSN:2181-2624.