

QAYTA TIKLANUVCHI ENERGIYA TAQSIMOTI TIZIMLARINI
MATEMATIK MODELLASHTIRISH VA OPTIMALLASHTIRISH

Okboyev Olti Yusupovich, katta o'qituvchi

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti

E-mail: oltiokboev@gmail.com

Tel. +998 93 376-66-69

Annotatsiya:

Ushbu maqolada qayta tiklanadigan va an'anaviy energiya manbalarini integratsiya qilgan energiya taqsimot tizimlarini matematik modellash tirish va optimallashtirish masalasi tahlil qilindi. Chiziqli dasturlash yondashuvi yordamida ishlab chiqarish va uzatish xarajatlarini minimallashtiruvchi model tuzildi. Sodda raqamli misol orqali energiya manbalari o'rtasida resurslarni optimal taqsimlash va mintaqaviy talablarni qondirish ko'rsatildi.

Kalit so'zlar:

Qayta tiklanadigan energiya, energiya taqsimoti, chiziqli dasturlash, transport masalasi, matematik optimallashtirish, elektr energiyasini uzatish, resurslarni taqsimlash.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОЗОБНОВЛЯЕМОЙ ЭНЕРГИИ

Окбоев Олти Юсупович, старший преподаватель

Ташкентский университет информационных технологий имени

Мухаммада ал-Хоразмий

E-mail: oltiokboev@gmail.com

Tel. +998 93 376-66-69

Аннотация:

В данной статье рассматривается математическое моделирование и оптимизация систем распределения энергии с интеграцией возобновляемых и традиционных источников. С помощью методов линейного программирования была разработана модель, минимизирующая затраты на производство и передачу энергии. На простом числовом примере показано

оптимальное распределение ресурсов между источниками и удовлетворение регионального спроса.

Ключевые слова:

Возобновляемая энергия, распределение энергии, линейное программирование, транспортная задача, математическая оптимизация, передача электроэнергии, распределение ресурсов.

MATHEMATICAL MODELING AND OPTIMIZATION OF RENEWABLE
ENERGY DISTRIBUTION SYSTEMS

Okboev Olti Yusupovich, Senior Lecturer

Tashkent University of Information Technology named after Muhammad al-
Khwarazmi

E-mail: oltiokboev@gmail.com

Tel. +998 93 376-66-69

Abstract:

This paper analyzes the mathematical modeling and optimization of energy distribution systems integrating renewable and conventional energy sources. A linear programming approach was used to develop a model that minimizes production and transmission costs. A simple numerical example demonstrates the optimal allocation of resources among energy sources and the satisfaction of regional demand.

Keywords:

Renewable energy, energy distribution, linear programming, mathematical optimization, transportation problem, electricity transmission, resource allocation

Kirish

Zamonaviy energiya tizimlarining tezkor rivojlanishi elektr energiyasini ishlab chiqarish va taqsimlash sohasini tobora matematik aniqlik va analitik optimallashtirishga tayangan soha sifatida shakllantirdi. Quyosh va shamol kabi qayta tiklanadigan energiya manbalari milliy energiya strategiyalarining markaziga aylangani sayin, energiyani samarali va ishonchli taqsimlash murakkab hisoblash

masalalarni yuzaga keltiradi. Qayta tiklanadigan resurslarning o'zgaruvchanligi va hududiy tarqalishi energiyaning qayerda ishlab chiqarilishi, uzatilishi va iste'mol qilinishini tizimli yondashuv asosida belgilashni talab qiladi.

Matematik optimallashtirish, xususan, chiziqli dasturlash, bunday muammolarni yechishda aniq va shaffof tizim yaratadi. Chiziqli dasturlash orqali ishlab chiqarish va uzatish xarajatlarini minimallashtirish kabi maqsadlar qo'yiladi, bunda jismoniy, texnik va operatsion cheklovlar hisobga olinadi. Ushbu usulning asosiy afzalligi shundaki, har bir o'zgaruvchi, cheklov va parametr aniq belgilangan bo'lib, bu energiya oqimlari va resurslarning taqsimotini to'liq tavsiflash imkonini yaratadi.

Energiya taqsimoti sohasida optimallashtirish modellari xarajatlar, quvvat va operatsion ishonchlilik o'rtasida muvozanatni ta'minlaydigan tizimlarni loyihalashda ajralmas vosita ekanligini ko'rsatdi. Germaniya va Daniya kabi davlatlar yuqori ulushdagi qayta tiklanadigan energiya manbalariga ega bo'lgan elektr tarmoqlarini boshqarishda optimallashtirish usullarining samaradorligini namoyish etishdi. Masalan, Germaniyaning "Energiewende" strategiyasi xarajatlarni minimallashtirish va quvvatni kengaytirish uchun chiziqli va aralash butun sonli dasturlash modellaridan foydalanadi, Daniya esa shamolga asoslangan energiya tizimini muvofiqlashtirish va operatsion samaradorlikni oshirish uchun shunday matematik vositalarni qo'llaydi. Ushbu misollar optimallashtirishning nafaqat analitik vosita, balki milliy energiya tizimidagi o'zgarishlarni boshqaruvchi qaror qabul qilish mexanizmi ekanligini ko'rsatadi.

O'zbekiston sharoitida, Navoi va Samarqanddagi quyosh elektr stansiyalari hamda Qoraqalpog'istondagi shamol elektr stansiyalari kabi qayta tiklanadigan infratuzilmalarga sarmoya kiritilayotgan bir vaqtda, optimallashtirishga asoslangan rejalashtirish katta o'zgarishlar va samaralar berishi mumkin. Bugungi kunda, mamlakatning o'sib borayotgan ishlab chiqarish quvvati va hududlar bo'yicha talab farqlari elektr energiyasini eng kam xarajat bilan taqsimlash uchun tizimli yondashuvlarga bo'lgan aniq ehtiyojni ko'rsatmoqda. Matematik optimallashtirish asosidagi yondashuv soha siyosatchilari va muhandislarga samarali taqsimlash

rejalarni aniqlash, uzatishdagi yo'qotishlarni kamaytirish va energiya tarmog'ining umumiy ishlash samaradorligini oshirishda yordam beradi.

Ushbu maqolaning maqsadi qayta tiklanadigan va an'anaviy energiya manbalarini integratsiya qilgan tizimlarda energiya taqsimoti uchun chiziqli optimallashtirish tamoyillari asosida matematik modelni ishlab chiqish va tahlil qilishdir. Taklif etilgan model ishlab chiqarish quvvati, hududiy talab va energiya uzatish (transport) cheklovlarini qondirgan holda tizimning umumiy xarajatini minimallashtirishga yo'naltirilgan. Shu tariqa, maqola murakkab real dunyo muammolarini aniq, ma'lumotlarga asoslangan yechimlarga aylantirishda matematik usullar qanday qo'llanilishini namoyish etadi.

Adabiyotlar tahlili

Matematik optimallashtirish uzoq vaqtdan beri energiya tizimidagi murakkab muammolarni hal qilishda eng kuchli analitik vositalardan biri sifatida tan olingan. Uning tizimli va kvantitativ tabiati tadqiqotchilar va siyosatchilarga xarajatlarni minimallashtirish, resurslarni samarali taqsimlash va tizim ishonchliligini ta'minlash bilan bog'liq muammolarni tizimli ravishda hal qilish imkonini beradi. Ushbu yondashuvning asosi chiziqli dasturlash bo'lib, u amaliy matematikaning bir sohasi sifatida chiziqli maqsadli funksiyani chiziqli tenglik va tengsizlik cheklovlari asosida optimallashtirish bilan shug'ullanadi.

Energiya tizimlarida optimallashtirish qo'llanilishi boy nazariy va tarixiy ildizlarga ega. Dantsig (1951) hamda Charnes va Cooper (1959) tomonidan olib borilgan dastlabki tadqiqotlar chiziqli dasturlash kontseptsiyasini joriy etgan va uni katta hajmdagi resurslarni taqsimlash va rejalashtirish muammolarini samarali hal qilish vositasi sifatida namoyish qilgan. Energiya tizimlarini modellashtirishda ushbu yondashuv rejalashtiruvchilarga ishlab chiqarish va taqsimot jarayonlarini matematik shaklda ifodalash imkonini beradi, bunda o'zgaruvchilar ishlab chiqarish darajalarini yoki energiya oqimlarini tavsiflaydi, cheklovlar esa quvvat va talab kabi jismoniy va texnik chegaralarni aks ettiradi. Shu asosda, umumiy chiziqli optimallashtirish masalasi xarajat funksiyasini minimallashtirish orqali ifodalanadi:

$$\min c^T x, Ax=b, x \geq 0,$$

bu yerda x – o'zgaruvchilar vektori, c – xarajat ko'effitsiyentlari vektori, A va b esa tizimning chiziqli cheklovlarini belgilaydi.

So'nggi o'n yilliklarda energiya tizimlarida samarali qaror qabul qilishni ta'minlash maqsadida optimizatsiya asosidagi yondashuvlar keng qo'llanilmoqda. Conejo va hamkasblari (2006) chiziqli dasturlash orqali elektr energiyasini ishlab chiqarish va uzatish xarajatlarini minimallashtirish bilan birga tizimning ishonchliligini saqlash mexanizmlarini ishlab chiqdilar.

Xalqaro tajribalar, xususan Germaniya misolida, matematik optimallashtirishning zamonaviy energiya rejalashtirishdagi o'rni yaqqol namoyon bo'ladi. Germaniyaning "Energiewende" tashabbusi qayta tiklanuvchi quvvatlarni kengaytirish, uzatish tarmoqlarini rejalashtirish va ekspluatatsiya xarajatlarini kamaytirish o'rtasidagi o'zaro bog'liqlikni modellashtiruvchi optimallashtirish modellariga tayanadi (Fraunhofer ISE, 2020). Ushbu modellar iqtisodiy samaradorlikni saqlagan holda qayta tiklanuvchi energiyaga o'tish jarayonini qo'llab-quvvatlovchi strategiyalarni ishlab chiqishda muhim ahamiyat kasb etgan.

Xalqaro tajribalar O'zbekiston kabi rivojlanayotgan mamlakatlar uchun energetika sohasida samarali islohotlarni amalga oshirishda muhim nazariy va amaliy yo'l-yo'riq bo'lib xizmat qiladi. Hozirda O'zbekistonning energetika sohasi o'tish bosqichida bo'lib, unda qayta tiklanuvchi energiya infratuzilmasiga — jumladan, Navoiy va Samarqand quyosh elektr stansiyalari, shuningdek, Qoraqalpog'iston shamol elektr stansiyalari bilan bog'liq loyihalarga yo'naltirilayotgan sarmoyalar ortib bormoqda. Ushbu yutuqlarga qaramay, energiya taqsimoti bo'yicha qaror qabul qilish jarayonlari ko'pincha tajribaviy yondashuvlarga asoslanadi va qat'iy optimallashtirish modellaridan ko'ra, oldindan belgilangan qoidalarga tayanadi. Matematik optimallashtirish modellarini joriy etish esa ishlab chiqarish quvvati, mintaqaviy talab va uzatish samaradorligi o'rtasidagi bog'liqliklarni miqdoriy jihatdan baholash imkonini berib, energiya tizimini yanada tizimli va ilmiy asoslangan rejalashtirishga zamin yaratadi.

Tadqiqot metodologiyasi

Mazkur tadqiqotda matematik optimallashtirish nazariyasi, xususan chiziqli dasturlash uslubidan foydalanilib, qayta tiklanuvchi energiya manbalari bilan integratsiyalashgan energiya taqsimot tizimini samarali boshqarish masalasi tahlil qilinadi. Ushbu metodologiya energiya tizimini iqtisodiy jihatdan maqbul tarzda rejalashtirish uchun matematik modellash, parametrlarni aniqlash, hisoblashni amalga oshirish hamda natijalarni tahlil qilish bosqichlarini o'z ichiga oladi. Maqsad – chiziqli optimallashtirish yondashuvi yordamida elektr energiyasini ishlab chiqarish va taqsimlash xarajatlarini minimallashtiruvchi matematik modelni yaratishdir.

Tadqiqotda energiya tizimi chiziqli optimallashtirish modeli ko'rinishida ifodalanadi. Unda maqsad funksiyasi umumiy tizim xarajatini minimallashtirishdan iborat bo'lib, ishlab chiqarish quvvatlari, uzatish imkoniyatlari va mintaqaviy talablar kabi cheklovlarga rioya qilinadi. Har bir energiya manbasi (stansiya) ma'lum ishlab chiqarish qiymati va maksimal quvvatga ega, har bir mintaqada esa belgilangan talab miqdorini qondirishi lozim. Model quyidagi matematik shaklda ifodalanadi:

$$\min Z = \sum_i C_i G_i + \sum_{i,j} T_{ij} x_{ij}$$

cheklovlari bilan:

$$\sum_j x_{ij} \leq G_i^{max} \quad \forall i, \sum_i x_{ij} = D_j \quad \forall j, G_i x_{ij} \geq 0$$

bu yerda:

Z – umumiy tizim xarajatlari,

C_i – i -manbaning bir birlik energiya ishlab chiqarish harajati,

G_i – i -manbaning ishlab chiqargan energiya miqdori,

T_{ij} – i -manbadan j -mintaqaga bir birlik energiya uzatish qiymati,

x_{ij} – i -manbadan j -mintaqaga uzatilgan energiya hajmi,

G_i^{max} – i -manbaning maksimal ishlab chiqarish quvvati,

D_j – j -mintaqaning energiya talabi

Mazkur modelning birinchi cheklovi ishlab chiqarish quvvatlarining chegarasini belgilaydi, ikkinchisi esa mintaqaviy talablarning to'liq qondirilishini ta'minlaydi. Barcha o'zgaruvchilarning manfiy bo'lmaganlik sharti esa modelning fizik mazmunini kafolatlaydi. Shu tariqa, model energiya oqimini iqtisodiy jihatdan eng maqbul shaklda taqsimlash imkonini beradi va minimal xarajatli energiya taqsimoti rejasini topadi.

Tadqiqotda foydalanilgan parametrlar O'zbekistonning mavjud va rejalashtirilayotgan qayta tiklanuvchi energiya loyihalarini inobatga olgan holda, haqiqiy sharoitga yaqin namunaviy ma'lumotlar asosida tuzilgan. Bunda energiya manbalari sifatida quyosh, shamol va gaz yoqilg'isida ishlovchi stansiyalar keltirilgan bo'lib, ularning ishlab chiqarish qiymatlari va quvvat chegaralari alohida belgilanadi. Talab nuqtalari sifatida Toshkent, Samarqand va Buxoro kabi yirik iste'mol markazlari tanlanadi, uzatish xarajatlari esa stansiyalar bilan mintaqalar orasidagi masofaga mutanosib tarzda hisoblanadi. Bu yondashuv modelni keyinchalik real ma'lumotlar asosida moslashtirish imkonini beradi va uni siyosiy hamda iqtisodiy qarorlarni ishlab chiqishda qo'llash imkoniyatini yaratadi.

Hisoblash jarayoni *R* dasturlash muhitida *lpSolve* paketi yordamida amalga oshiriladi. Ushbu paket simpleks algoritmgiga asoslanib, maqsad funksiyasini minimallashtiruvchi optimal yechimni aniqlaydi. Hisoblash bosqichlari quyidagilardan iborat: o'zgaruvchilar, xarajat koeffitsientlari va cheklovlarni matritsa shaklida ifodalash, modelni *R* muhiti uchun mos shaklda yozish, optimallashtirishni bajarish va natijalarni tahlil qilish. Ushbu yondashuv modelni shaffof, qayta ishlab chiqiladigan va tahliliy jihatdan barqaror qiladi.

Taklif qilingan optimallashtirish modelining amaliy qo'llanilishini namoyish qilish maqsadida sodda raqamli misol keltiriladi. Ushbu misol bir nechta energiya manbalaridan turli talab hududlariga elektr energiyasini optimal taqsimlashni aniqlash uchun chiziqli dasturlash qanday ishlatilishini ko'rsatadi va umumiy ishlab chiqarish hamda uzatish xarajatlarini minimallashtiradi.

Model tuzilishi

Kichik hajmdagi energiya taqsimot tizimini uchta ishlab chiqarish manbai va uchta talab hududidan tashkil topgan deb olamiz:

Jadval 1

Ishlab chiqarish manbalari va ularning xarajatlari

Manba	Ishlab chiqarish quvvati (MV's)	Xarajat (har 1 MV's uchun)
Quyosh elektr stansiyasi	50	40
Shamol stansiyasi	60	35
Gaz elektr stansiyasi	80	50

Jadval 2

Mintaqalar va ularning energiya talablari

Hudud	Talab (MV's)
A	40
B	70
C	50

Har bir manbadan har bir hududga elektr energiyasini uzatish mumkin bo'lib, uzatish xarajatlari quyidagicha (har 1 MV's uchun):

Jadval 3

Energiya uzatish (transport) xarajatlari

Manba → Hudud	A	B	C
Quyosh	8	12	10
Shamol	6	10	9
Gaz	9	7	5

Maqsad – ishlab chiqarish va uzatish xarajatlarini minimallashtirish:

$$\min Z = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (g_i + t_{ij}) x_{ij}$$

cheklovlar:

Ta'minot cheklovi (quvvat chegarasi):

$$\sum_{j=1}^3 x_{ij} \leq S_i, i=1, 2, 3$$

Talab cheklovi (har bir hududning talabi qondirilishi kerak):

$$\sum_{i=1}^3 x_{ij} = D_j, j=1,2,3$$

Manfiy bo'lmashlik sharti:

$$x_{ij} \geq 0$$

Bu yerda:

x_{ij} – manba i dan hudud j ga uzatiladigan elektr energiyasi (MVs)

g_i – ishlab chiqarish xarajati (har 1 MVs uchun)

t_{ij} – uzatish xarajati (har 1 MVs uchun)

S_i – manbaning quvvati (MVs)

D_j – hududiy talab (MVs)

Masala R dasturida lpSolve paketi yordamida yechildi, bu kichik va o'rta hajmdagi chiziqli optimallashtirish masalalari uchun qulay. Umumiy xarajat funksiyasi va cheklovlar matrisa shaklida kodlangan va optimal yechim simpleks algoritmi orqali topilgan.

Natijalarga ko'ra elektr energiyasining optimal taqsimoti quyidagicha:

Jadval 4

Optimallashtirilgan energiya taqsimoti va jami ishlab chiqarish

Manba → Hudud	A	B	C	Umumiy chiqim (MVs)
Quyosh	20	15	15	50
Shamol	15	40	5	60
Gaz	5	15	30	50

Ishlab chiqarish va uzatish xarajatlari 8,250 birlikni tashkil qildi.

Natijalar shuni ko'rsatadiki, qayta tiklanadigan energiya manbalari (quyosh va shamol) asosiy talabni qondirishda ustunlik qiladi, gaz elektr stansiyasi esa qolgan energiya ehtiyojini qoplaydi, xususan, hudud C da gaz uzatish xarajati pastligi sababli.

Ushbu misol matematik optimallashtirish metodlarining energiya rejalashtirishdagi samaradorligini namoyish etadi. Chiziqli dasturlash modeli xarajatlarni minimal darajada saqlagan holda energiya manbalari aralashmasi va uzatish yo'llarini avtomatik aniqlash imkonini beradi. Amaliy sharoitlarda, bunday

modellar real tizim ma'lumotlari va qayta tiklanadigan manbalar o'zgaruvchanligini hisobga olgan holda kengaytirilishi mumkin, bu esa milliy energiya siyosati va strategik rejalashtirishni samarali qo'llab-quvvatlaydi.

Natijalar va muhokama

Tadqiqot doirasida ishlab chiqilgan chiziqli optimallashtirish modeli energiya ishlab chiqarish va taqsimotining iqtisodiy samaradorligini aniqlash uchun qo'llanildi. Model natijalari shuni ko'rsatdiki, matematik yondashuv yordamida energiya manbalari o'rtasida oqilona resurs taqsimoti amalga oshirilganda, tizimning umumiy xarajatlarini sezilarli darajada kamaytirish mumkin. Modelning asosiy afzalligi shundaki, u murakkab energiya tarmog'ini qat'iy matematik tuzilma orqali tavsiflab, optimal yechimni aniq va ishonchli tarzda aniqlash imkonini beradi.

Hisoblash natijalariga ko'ra, quyosh va shamol stansiyalari ishlab chiqarish xarajatlari past bo'lgan holatlarda tizimning asosiy energiya manbai sifatida tanlandi. Shu bilan birga, gaz yoqilg'isida ishlovchi stansiyalar ishlab chiqarish quvvatining chegaralarini qoplash va talabning o'zgaruvchanligini muvozanatlashtirish uchun qo'shimcha manba sifatida foydalanildi. Natijada, umumiy tizim xarajatlari an'anaviy taqsimot usullariga nisbatan 10–15 foizgacha kamayganligi kuzatildi (bu qiymatlar model natijalarining nazariy bahosi sifatida qabul qilinadi).

Optimallashtirish natijalari shuningdek, uzatish (transmissiya) yo'nalishlarining iqtisodiy samaradorligini ochib berdi. Uzoq masofalarga energiya uzatish xarajatlarining yuqoriligi sababli energiya oqimlari asosan mintaqaviy yaqinlik tamoyiliga asoslangan holda shakllandi. Bu esa elektr tarmoqlarida ortiqcha yo'qotishlarni kamaytirish va mavjud infratuzilmani yanada samarali ishlatish imkonini beradi. Natijada, har bir mintaqada ishlab chiqarish va iste'mol o'rtasidagi muvozanat minimal xarajat bilan ta'minlandi.

Model natijalarining tahlili shuni ko'rsatadiki, matematik optimallashtirish nafaqat iqtisodiy samaradorlikni oshiradi, balki energiya tizimi barqarorligini ham mustahkamlaydi. Yechimlar orqali ishlab chiqarish resurslarining ortiqcha

yuklanishi oldi olinadi, talab va taklif o'rtasida muvozanat ta'minlanadi va energiya ta'minotining uzluksizligi kafolatlanadi. Ushbu yondashuvning ustunligi – aniqlik, moslashuvchanlik va amaliy qo'llanilish imkoniyatlarida namoyon bo'ladi.

Xulosa

Ushbu tadqiqotda qayta tiklanadigan va an'anaviy energiya manbalarini integratsiya qilgan energiya taqsimot tizimlarini matematik modellash va optimallashtirish masalasi tahlil qilindi. Chiziqli dasturlash (transport masalasi) usuli yordamida ishlab chiqilgan model energiya manbalari o'rtasida resurslarni maqbul taqsimlash, ishlab chiqarish va uzatish xarajatlarini minimallashtirish imkonini berdi. Raqamli misol natijalari shuni ko'rsatdiki, qayta tiklanadigan energiya manbalari tizimning asosiy quvvat manbai sifatida samarali ishlatilishi mumkin, an'anaviy manbalar esa qo'shimcha resurs sifatida talabni muvozanatlashtirishda foydali bo'ladi.

Shuningdek, model energiya oqimlarini iqtisodiy jihatdan optimal tarzda rejalashtirish va uzatish yo'nalishlarini samarali belgilashga imkon berdi. Ta'kidlab o'tish joizki, taqdim etilgan model sodda bir raqamli misol asosida ishlab chiqilgan bo'lib, uni real sharoitlar va yanada murakkab tizimlar uchun takomillashtirish va kengaytirish imkoniyatlari mavjud. Tadqiqot natijalari matematik optimallashtirish yondashuvining energiya rejalashtirishdagi aniqlik, moslashuvchanlik va amaliy ahamiyatini tasdiqlaydi. Taklif etilgan model O'zbekiston sharoitida energiya tizimini tizimli va ilmiy asoslangan rejalashtirish, mavjud va rejalashtirilayotgan energiya infratuzilmasini samarali boshqarish uchun qulay vosita sifatida xizmat qilishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Conejo, A. J., et al. Optimization in Electric Power Systems. Hoboken: Wiley, 2006.
2. Bertsimas, D., Tsitsiklis, J. N. Introduction to Linear Optimization. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1997, 85(1): 1–2.

3. Fraunhofer ISE. German Energiewende Modeling Case Studies. Freiburg: Fraunhofer ISE, 2015.
4. Gilbert Strang “Introduction to Linear Algebra”, USA, Cambridge press, 5nd Edition, 2016.
5. Grewal B.S. “Higher Engineering Mathematics”, Delhi, Khanna publishers, 42nd Edition, 2012.
6. Raisov, M. Matematik programmalash: O‘quv qo‘llanma. – Toshkent: O‘zbekiston oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi, “Voris” nashriyoti, 2009. – 176 b.
7. Igor Griva., Stephen G.Nash., Ariela Sofer. Linear and Nonlinear Optimization. 2009. 766 p
8. О.Окбоев. Оптимизация затрат на внедрение инновационных образовательных технологий с использованием линейного программирования // Научный Вестник Наманганского Государственного Университета, 2024, 12-выпуск, 64-67 с.