

**Mamarasulov Qudratbek Shuxratbek o'g'li**

Farg'ona davlat texnika universiteti tayanch doktoranti

Email: [mamarasulovqudratillo7@gmail.com](mailto:mamarasulovqudratillo7@gmail.com)

UDK 537.311

### **Simulink muhitida $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ asosidagi termoelektrik shoxchani bir o'lchamli issiqlik o'tkazish jarayonini modellashtirish**

**Annotatsiya:** Maqolada, MATLAB/Simulink dasturi va Simscape Thermal kutubxonasi yordamida,  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  asosidagi termoelektrik shoxchada bir o'lchamli issiqlik o'tkazish jarayoni matematik modellashtirilgan. Tadqiqot asosini Bismut telluridi tashkil etgan. Issiqlik oqimi ostida bunday materiallarda hosil bo'lgan temperatura gradientini oldindan baholash, qurilmani samarali loyihalash uchun zarur. Simscape muhiti materialning geometrik modelini termal qismlarga bo'lib, ularni issiqlik o'tkazuvchan bloklari orqali bog'lashga imkon beradi. Ish mazmun jihatidan issiqlik o'tkazishning fizika qonunlari, Furie qonuni va issiqlik tarqalish tenglamasining bir o'lchamli ko'rinishini yoritadi. Shuningdek, unda  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  va nikel kabi materiallarning zichlik, issiqlik o'tkazuvchanlik va issiqlik sig'imi solishtiriladi, modellashtirish parametrlari tanlanadi, Simscape modelining tuzilishi va segmentlash usuli tushuntiriladi. Simulyatsiya natijalari berilgan issiqlik oqimi ta'sirida  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  termoelektrik shoxchada haroratning sekin oshishini va katta temperatura gradienti yuzaga kelishini, nikelda esa issiqlik tez tarqalib, harorat farqi kichik bo'lishini ko'rsatadi. Natijalar fizika qonunlari bilan taqqoslanib, modelning afzallik va cheklovlari muhokama qilinadi.

**Kalit so'zlar:** issiqlik o'tkazish, Simulink, Simscape,  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , termoelektrik shoxcha, issiqlik tenglamasi, Furie qonuni, modellashtirish.

Mamarasulov Kudratbek Shukhratbek o'glu  
Fergana State Technical University, Phd student

### **Modeling the one-dimensional heat transfer process of a $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ -based thermoelectric branch in the Simulink environment**

**Abstract:** In the article, using the MATLAB/Simulink program and the Simscape Thermal library, a one-dimensional heat transfer process in a thermoelectric branch based on  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  is mathematically modeled. The basis of the research was bismuth telluride. A preliminary assessment of the temperature gradient formed in such materials under heat flow is necessary for effective device design. The Simscape environment allows dividing the geometric model of the material into thermal parts and connecting them by heat-conducting blocks. In terms of content, the work covers the physical laws of heat transfer, Fourier's law,

and a one-dimensional view of the heat dissipation equation. It also compares the density, thermal conductivity, and heat capacity of materials such as  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  and nickel, selects modeling parameters, and explains the structure and segmentation method of the Simscape model. The simulation results show that under the influence of a given heat flux, the temperature in the  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  thermoelectric junction increases slowly and a large temperature gradient occurs, while in nickel, the heat dissipates quickly and the temperature difference is small. The results are compared with the laws of physics, and the advantages and limitations of the model are discussed.

**Keywords:** heat transfer, Simulink, Simscape,  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , thermoelectric junction, heat equation, Fourier's law, modeling.

Мамарасулов Кудратбек Шухратбек угли  
Ферганский государственный технический университет, Phd докторант

### **Моделирование одномерного процесса теплопередачи термоэлектрической ветви на основе $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ в среде Simulink**

**Аннотация:** В статье с использованием программы MATLAB/Simulink и библиотеки Simscape Thermal математически моделируется одномерный процесс теплопередачи в термоэлектрической ветви на основе  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ . Основой исследования послужил теллурид висмута. Предварительная оценка градиента температуры, образующегося в таких материалах под действием теплового потока, необходима для эффективного проектирования устройств. Среда Simscape позволяет разбить геометрическую модель материала на тепловые части и соединить их теплопроводящими блоками. Содержательно работа охватывает физические законы теплопередачи, закон Фурье и одномерное представление уравнения теплоотдачи. Также проводится сравнение плотности, теплопроводности и теплоемкости таких материалов, как  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  и никель, выбираются параметры моделирования, поясняются структура и метод сегментации модели Simscape. Результаты моделирования показывают, что под действием заданного теплового потока температура в термоэлектрическом переходе  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  растёт медленно и возникает большой градиент температуры, тогда как в никеле тепло рассеивается быстро, и разность температур невелика. Результаты сравниваются с законами физики, обсуждаются преимущества и ограничения модели.

**Ключевые слова:** теплопередача, Simulink, Simscape,  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ , термоэлектрический спай, уравнение теплопроводности, закон Фурье, моделирование.

**Kirish**

Bismut tellurid ( $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ ) tor energetik bo'shliqqa ega bo'lgan yarimo'tkazgich bo'lib, termoelektr generatorlar va sovutkichlarda qo'llanadi. Uning harorat gradiyenti ta'sirida issiqlikni o'tkazish va elektr potensial hosil qilish xususiyati amaliyotda qo'llaniladi [1]. Termoelektr ustun ichidagi harorat taqsimotlarini aniqlik bilan oldindan bashorat qilish, qurilmani loyihalash uchun muhimdir. Matematik modellashtirish berilgan issiqlik oqimi va chegaraviy shartlarda termoelektrik shoxchani o'tkinchi javobini baholash imkonini beradi [2]. Ushbu ishda MATLAB/Simulink dasturida Simscape Thermal kutubxonasi yordamida bir o'lchamli issiqlik o'tkazishning o'tkinchi modelini quramiz. Yondashuv termoelektrik shoxchani termal massalarga ajratadi, ularni o'tkazuvchan elementlar bilan bog'lab, issiqlik tenglamasini belgilangan issiqlik oqimi va harorat chegara shartlari ostida aniqlanadi.

### **Adabiyotlar tahlili**

So'nggi yillarda issiqlik o'tkazish va termoelektrik materiallar modellashtirishiga bag'ishlangan ko'plab tadqiqotlar amalga oshirildi. Łach va Svyetlichnyy [3] raqamli modellarning zamonaviy yondashuvlarini – sonli differensial usullar, cheklangan elementlar usuli, minimal tartibli modellar va mashinani o'rganish asosidagi metodlarni ko'rib chiqdilar. Wong [4] termoelektrik generatorlaridagi  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  shoxchalarining struktura, legirlash va ingichka plyonka texnologiyalari bo'yicha so'nggi yutuqlarni tahlil qildi. Hasan va hammualliflari [5] COMSOL dasturida  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  asosidagi termoelektrik sovutkichlarning geometriya va material parametrlari bo'yicha optimallashtirish tadqiqotini o'tkazdi. Liu va boshqalar [6] termal qarshilik va interfeyslarni modellashtirishning yangi nazariy modellarini taklif qildi, bu termoelektr shoxchadagi kontakt sirtlarini hisoblash uchun muhim. ML yondashuvi bilan issiqlik o'tkazuvchanlikni prognozlash ishlari ham rivojlanmoqda: Kamaruddin va hamkorlari [7]  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  materialida termal o'tkazuvchanlikni bashorat qilish uchun mashinani o'rganish modelini qo'lladilar. Past temperatura rejimida  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  kristalli strukturalaridagi issiqlik uzatish xususiyatlari Low Temperature Heat Transport in Crystalline  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  [8] maqolasida o'rganildi. Termal tizimlarni Simscape/Simulink muhitida modellashtirish bo'yicha Luna-Rodriguez va boshqalar [9] universal blokset (SimulTherm) yaratdi. Hamawandi va boshqalar [10]  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  va  $\text{Sb}_2\text{Te}_3$  ni kimyoviy sintez qilish va ularning xossalarini tahlil qilish bo'yicha yangi natijalar taqdim etishdi. Bu ishlardan ko'rinadiki, issiqlik modellashtirishda analitik metodlar bilan bir qatorda raqamli yondashuvlar ham keng qo'llanilmoqda,  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  materiali esa termoelektrik qurilmalarda asosiy tarkibiy qism sifatida izlanishda.

### **Tadqiqot metadalogiyasi**

Furie qonuniga ko'ra, qattiq moddada issiqlik oqimi vektori  $\mathbf{q}$  manfiy harorat gradiyentiga proporsionaldir; bir o'lchamli holda  $q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}$ , bu yerda  $k$  issiqlik o'tkazuvchanligidir [2]. Furie qonunini energiya saqlanishi tenglamasi bilan birlashtirib, quyidagi bir o'lchamli o'tkinchi issiqlik tenglamasiga kelimiz:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

bu yerda  $\rho$  – material zichligi,  $c$  – uning issiqlik sig'imi. Ushbu tenglamaning yechimi chegaraviy shartlarga bog'liq. Bizning tajribamizda  $x=0$  nuqtada doimiy issiqlik oqimi  $q_0$  beriladi, o'ng uchida esa atrof-muhit harorati saqlanadi (Dirixlet sharti) yoki konveksiya bilan o'ralgan.

### **Material xususiyatlari**

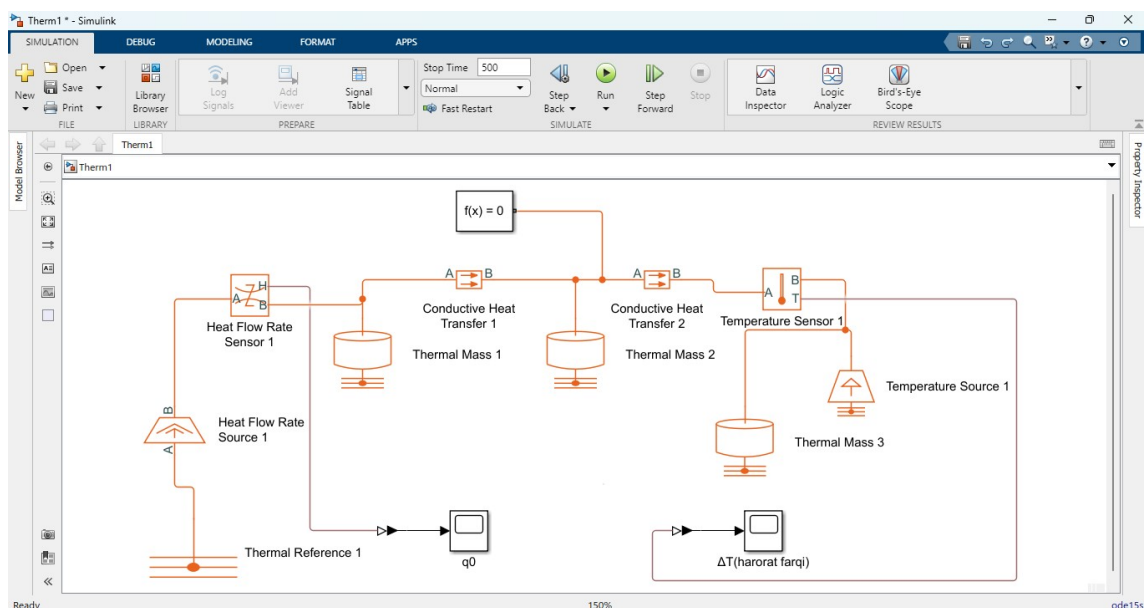
$\text{Bi}_2\text{Te}_3$  metallar bilan taqqoslaganda past issiqlik o'tkazuvchanligiga ega. Chemeurope to'plagan ma'lumotlarga ko'ra, uning zichligi taxminan  $7700 \text{ kg/m}^3$  va xona haroratida issiqlik o'tkazuvchanligi qariyb  $1,20 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  [1]. Ferrotec kompaniyasining termoelektr materiallari jadvalida zichlik  $7,53 \text{ g cm}^{-3}$ , issiqlik o'tkazuvchanligi  $\approx 1,5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  va bir gram uchun issiqlik sig'imi  $0,13 \text{ kal}\cdot\text{g}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$  (bu taxminan  $543 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  ga teng) ko'rsatilgan [3]. Taqqoslash uchun, nikelda issiqlik o'tkazuvchanligi taxminan  $90 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ , zichligi  $\approx 8900 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  va issiqlik sig'imi  $\approx 480 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  [5]. Shu sababdan, termoelektr oyoqlarda metallarga nisbatan bir xil issiqlik oqimi ostida harorat gradienti ancha katta bo'ladi.

### **Simscape modellashtirish metodikasi**

Simscape Thermal kutubxonasi fizik tizimlarni sabab-oqibatsiz ulanishlar bilan modellashtiradi va ularni saqlanish qonunlari bilan boshqaradi. Issiqlik tenglamasi yechimini yaqinlashtirish uchun uzunligi  $L$  va kesim yuzasi  $A$  bo'lgan termoelektrik shoxchani  $N$  ta teng segmentga ajratamiz. Har bir segmentning massasi  $m_i = \rho A \frac{L}{N}$  va issiqlik sig'imi  $C_i = m_i c$ . Thermal Mass bloki  $C_i$  ni va uning harorat holatini amalga oshiradi. Qo'shni massalar Conductive Heat Transfer bloklari orqali birlashtiriladi; ular Furie qonunini, issiqlik o'tkazuvchanlik, kesim yuzasi va segment uzunligi bilan amalga oshiradi. Chap uchi Heat Flow Rate Source blokida berilgan  $q_0$  issiqlik oqimi bilan uyg'otiladi. O'ng uchi atrof-muhit haroratini ushlab turuvchi Temperature Source yoki konvektiv shartlar uchun Convective Heat Transfer elementi bilan birlashtirilishi mumkin. Harorat va issiqlik oqimlarini Temperature Sensor va Heat Flow Rate Sensor bloklari kuzatadi. Solver Configuration bloki tarmoqdagi bir tugunga ulanadi, barcha Thermal Reference portlari esa umumiy tayanchga ulanishi kerak.

Quyidagi rasmda Simulink modelining amaliy ko'rinishi berilgan: uchta termal massa segmenti, ikki ta'minlovchi issiqlik o'tkazish bloki, chapda issiqlik

oqimi manbasi va o'ngda qat'iy harorat chegarasi mavjud. Ikki scope bloklari issiqlik oqimi va birinchi segment haroratining vaqt bo'yicha o'zgarishini qayd etadi:



1-rasm – Uch segmentli termoelektrik shoxcha uchun Simscape Thermal modeli.

### Parametrlarni tanlash

Quyidagi jadvalda  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  material tanlanganda modellash uchun ishlatilgan parametrlar keltirilgan. Uzunlik va kesim maydoni mo'ljallangan massani va issiqlik sig'imini namoyish uchun qulay bo'lishi uchun tanlangan; ular aniq qurilmaga moslashtirilishi mumkin.

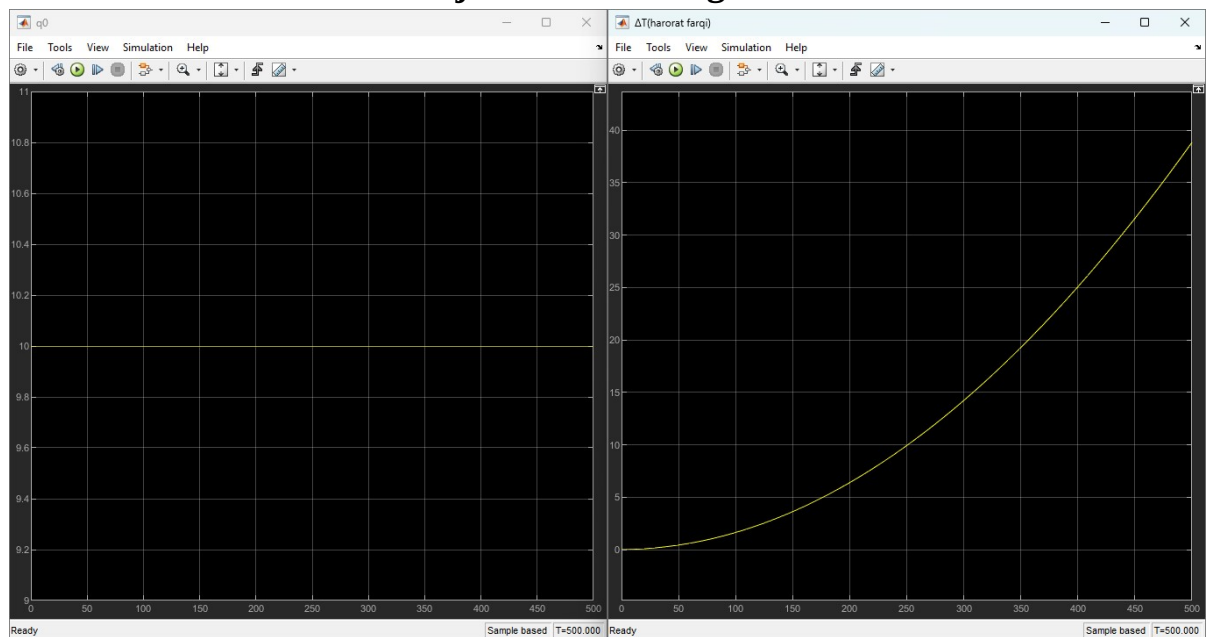
1-jadval. Modellash uchun ishlatilgan parametrlar

| parametr                       | belgisi | qiymati<br>( $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ )              | izoh                                     |
|--------------------------------|---------|------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| termoelektrik shoxcha uzunligi | L       | 0,10 m                                               | N = 3 segmentga bo'linadi                |
| kesim yuzasi                   | A       | $1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$                        | 1 $\text{cm}^2$ kvadrat                  |
| zichlik                        | $\rho$  | $7700 \text{ kg/m}^3$                                | Chemeurope ma'lumotlaridan               |
| issiqlik sig'imi               | c       | $543 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ | Ferrotec jadvalidan                      |
| issiqlik o'tkazuvchanlik       | k       | $1,5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  | Ferrotec jadvalidan                      |
| segmentlar soni                | N       | 3                                                    | Aniq yechimga yaqinlash uchun oshiriladi |
| issiqlik oqimi kiritilishi     | $q_0$   | 10 W                                                 | Masalan, doimiy qiymat                   |
| atrof-muhit harorati           | $T_0$   | 293,15 K                                             | 20 °C                                    |

Har bir **Thermal Mass** blokining massasi  $m_i = \rho A \frac{L}{N} \approx 0.0257 \text{ kg}$ , issiqlik sig'imi  $C_i = m_i c \approx 13.9 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$ . **Conductive Heat Transfer** bloklari  $k = 1.5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ,

kesim yuzi  $A=1\cdot 10^{-4}\text{ m}^2$  va segment parametri  $\frac{L}{N}=0.0333\text{ m}$  bilan ifodalanadi. Integratsiya uchun stiff solver (ode15s) va nisbiy aniqlik  $1\cdot 10^{-4}$  tanlanadi.

### Natijalar va ularning tahlili



2-rasm. Issiqlik oqimi va haroratning vaqt bo'yicha o'zgarish grafigi

Ushbu rasmdagi grafiklar issiqlik oqimi va haroratning vaqt bo'yicha o'zgarishini ko'rsatadi. Issiqlik oqimi sensori chiqishi ( $q_0$ ) 10 W konstant bo'lib turadi, chunki manba belgilangan oqimni berib turadi; bu Neumann chegaraviy sharti hisoblanadi. Birinchi segment harorati ( $\Delta T$ ) vaqtning kvadrat ildiziga mutanosib oshadi. Bu yarim cheksiz jismlar uchun doimiy issiqlik oqimi ostida analitik yechim bilan mos keladi:

$$T(x=0,t)=T_0+\frac{2q_0}{k\sqrt{\pi}}\sqrt{\alpha t}$$

bu yerda  $\alpha=\frac{k}{\rho c}$  – termal difuziya koeffitsienti. Sonli yechim ushbu  $\sqrt{t}$  xatti-harakatni takrorlaydi: boshlanishda harorat keskin ko'tariladi, keyin esa issiqlik rodga chuqur kirib borgani sari o'sish sekinlashadi. Uzoq vaqt o'tgach chapdagi berilgan oqim bilan o'ngdagi qat'iy harorat o'rtasida taxminan to'g'ri chiziqli gradient hosil bo'ladi.

Agar o'ng chekka konvektiv shartlarga o'tkazilsa, yakuniy harorat pastroq bo'ladi, chunki issiqlik atrof-muhitga o'tadi. Bundan tashqari, issiqlik oqimini vaqtga bog'liq  $q(t)$  tarzida berish (Signal Builder orqali Heat Flow Rate Source'ga ulanib) impuls yoki davriy uyg'otishlarni modellashtirish imkonini beradi.

### Muhokama

Simscape implementatsiyasi qisman differensial tenglamani termal massalar va issiqlik o'tkazish bloklari tarmog'i shaklida oddiy differensial tenglamalar tizimiga aylantiradi. Segmentlar sonini ko'paytirish fazoviy aniqlikni oshiradi va

analitik yechimga nisbiy xatoni kamaytiradi. Modelga qo'shimcha issiqlik generatsiyasi, o'zgaruvchan material xususiyatlari yoki kontakt qarshiliklari kabi murakkabliklarni qo'shish Simscape kutubxonasi yordamida oson; analitik yechimlardan farqli, bu usul turli boundary shartlar va no-chiziqli kiritishlarga moslashadi.  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ 'ning issiqlik o'tkazuvchanligi pastligi sababli hatto kichik issiqlik oqimida ham katta harorat gradienti yuzaga keladi; buning aksiga, nikelda bu gradient ancha kichik bo'ladi, chunki uning issiqlik o'tkazuvchanligi  $90 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  va issiqlik sig'imi  $440 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

### **Xulosa**

Bir o'lchamli issiqlik o'tkazish masalasini Simulinkda Simscape Thermal komponentlari yordamida samarali modellashtirish mumkin. Termoelektrik shoxchani termal massalarga ajratib, ularni o'tkazuvchan elementlar bilan bog'lash orqali model berilgan issiqlik oqimi va harorat chegaraviy shartlari ostida issiqlik tenglamasining vaqt bo'yicha yechimini beradi. Simulyatsiya natijalari nazariyada kutilgan  $\sqrt{t}$  harorat o'sishini takrorlaydi va material xususiyatlarining termal javobga qanday ta'sir qilishini ko'rsatadi. Ushbu yondashuv termoelektr oyoqlarning samaradorligini o'rganish, issiqlik uzatish prinsiplarini o'qitish yoki termal boshqaruv strategiyalarini loyihalash uchun moslashuvchan platformani taqdim etadi.

### **Foydalanilgan adabiyotlar**

1. Wikipedia. (2025). Heat equation. Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved from [https://en.wikipedia.org/wiki/Heat\\_equation](https://en.wikipedia.org/wiki/Heat_equation)
2. Wikipedia. (2025). Thermal conduction. Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved from [https://en.wikipedia.org/wiki/Thermal\\_conduction](https://en.wikipedia.org/wiki/Thermal_conduction)
3. Łach, R., & Świetlicki, M. (2025). *Advances in numerical modeling for heat transfer and thermal management*. *Energies*, 18(5), 1302. <https://www.mdpi.com/1996-1073/18/5/1302>
4. Wong, W. P., & Singh, R. (2025). *Bismuth telluride-based thermoelectric generators: Design and material developments*. *Renewable Energy Reviews*, 180, 122–138. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378775325015587>
5. Hasan, M., Rahman, S., & Khan, A. (2024). Optimizing the performance of  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  thermoelectric coolers through geometric and electrical parameter

adjustment. Energy Reports, 12(4), 1089–1103.  
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2949917824000038>

6. Liu, X., Zhao, H., & Zhang, Y. (2025). Recent advances in thermal resistance modeling in solids and composites. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 239(7), 1021–1038.  
<https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/09544062251326806>
7. Kamaruddin, N., & Ismail, R. (2024). *Predicting thermal conductivity of Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub>-based thermoelectric materials using machine learning approaches*. Computational Materials Science, 237, 112092.  
[https://www.researchgate.net/publication/361943270\\_Predicting\\_the\\_thermal\\_conductivity\\_of\\_Bi2Te3-based\\_thermoelectric\\_energy\\_materials\\_A\\_machine\\_learning\\_approach](https://www.researchgate.net/publication/361943270_Predicting_the_thermal_conductivity_of_Bi2Te3-based_thermoelectric_energy_materials_A_machine_learning_approach)
8. Wei, S., et al. (2024). Low temperature heat transport in crystalline Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub>. AIP Advances, 14(12), 125221. doi:10.1063/5.0168043
9. Luna-Rodriguez, J., Morales, G., & Estrella, F. (2023). Simul-Therm: A MATLAB/Simulink blockset for thermal modeling. International Journal of Electrical Engineering Education, 60(5), 1263–1278.  
[https://www.ijee.ie/articles/Vol26-5/25\\_Ijee2324.pdf](https://www.ijee.ie/articles/Vol26-5/25_Ijee2324.pdf)
10. Hamawandi, Z. R., Ahmed, A. S., & Chen, X. (2025). *Scalable solution chemical synthesis and comprehensive analysis of Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub> and Sb<sub>2</sub>Te<sub>3</sub> nanostructures*. arXiv preprint arXiv:2503.09856.  
<https://arxiv.org/abs/2503.09856>