

Темиров Кудратали Абдувахоб угли

Наманганский государственный технический университет преп.

Эркабоев Улугбек Инаятиллаевич

Наманганский государственный технический университет проф.

Дадамирзаев Музаффар Гуламкадирович

Наманганский государственный технический университет ст. преп.

Tel: 99-436-77-55 e-mail: muzaffardadamir81@gmail.com

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА УРОВНИ ЛАНДАУ УЗКОЗОННОЙ КВАНТОВОЙ ЯМИ

Аннотация. В этой статье разработана математическая модель зависимости энергии электронов от магнитного поля на дне зоны пропускания и легких полостей на потолке квантовой зоны InAs/AlSb для поверхностей Ландау.

Ключевые слова. Узкая зона, квантовая яма, гетероструктура, магнитное поле, лёгкая дырка, запрещенная зона, эффективная масса.

Temirov Qudratali Abduvahob o'g'li

Namangan davlat texnika universiteti o'qituvchisi

Erkaboyev Ulug'bek Inoyatillayevich

Namangan davlat texnika universiteti professori

Dadamirzaev Muzaffar G'ulomqodirovich

Namangan davlat texnika universiteti, katta o'qituvchisi

Tel: 99-436-77-55 E-mail: muzaffardadamir81@gmail.com

TOR ZONALI KVANT O'RANING LANDAU SATHLARIGA MAGNIT MAYDONINING TA'SIRI

Annotatsiya. Ushbu maqolada Landau sathlar uchun InAs/AlSb kvant o'raning valentlik zonasi shipidagi yengil kovaklar va o'tkazuvchanlik zona

tubidagi elektronlar energiyasini magnit maydonga bog'liqligini matematik modeli ishlab chiqilgan.

Kalit so'zlar. Tor zona, kvant ora, geterostruktura, magnit maydoni, yengil kovak, taqiqlangan zona, effektiv massa.

Temirov Kudratali Abduvahob ugli

Namangan state technical university Lecturer.

Erkaboev Ulugbek Inayatillaevich

Namangan state technical university Professor

Dadamirzaev Muzaffar Gulamkadirovich

Namangan state technical university Senior Lecturer

Tel: 99-436-77-55 E-mail: muzaffardadamir81@gmail.com

INFLUENCE OF MAGNETIC FIELD ON LANDAU LEVELS OF NARROW-BAND QUANTUM WELL

Annotation. In this paper, a mathematical model of the dependence of the electron energy on the magnetic field at the bottom of the transmission zone and light cavities at the top of the InAs/AlSb quantum zone for Landau surfaces is developed.

Key words. Narrow band, quantum well, heterostructure, magnetic field, light hole, band gap, effective mass.

Введение

Основной фундаментальной физической величиной объемных и низкоразмерных полупроводниковых структур является ширина запрещенной зоны (E_g^{3d}, E_g^{2d}) , энергетическая ширина которой позволяет предсказывать эксплуатационные параметры полупроводникового устройства. Следовательно, определение E_g^{3d} и E_g^{2d} (если ширина запрещенной зоны вновь созданных материалов неизвестна) является одной из основных задач технологии полупроводниковых гетероструктур. Кроме того, еще одним важным свойством E_g является его сильная восприимчивость к

внешним воздействиям, и даже изменение E_g в результате этого воздействия радикально меняет физические и химические свойства полупроводникового прибора. Существует ряд методов определения зависимости ширины запрещенной зоны полупроводников от внешних факторов.

Анализ литературы

В том числе [1,2], в работах разработана методика $E_g(T)$ определения плотности поверхностных состояний по модели температурной зависимости. Из этого создается механизм, объясняющий $E_g(T)$ при изменении плотности состояний по температуре проникновением её “хвоста” в запрещенную ширину поля. Но в этих работах влияние квантующего магнитного поля не изучалось [3].

Данная задача решается на основе трехзонного приближения. Это приближение является удобным методом для нахождения решения уравнения для узкозонных квантово-размерных полупроводников. В рассматриваемом приближении с помощью H_{kp} и H_1 взаимная матрица взаимодействий размером 8×8 может быть записана следующим образом [4].

$$\begin{pmatrix} H & 0 \\ 0 & H \end{pmatrix} \quad (1)$$

Здесь:

$$H = \begin{pmatrix} E_c & 0 & kP & 0 \\ 0 & E_v - \frac{\Delta}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3}\Delta & 0 \\ kP & \frac{\sqrt{2}}{3}\Delta & E_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_v + \frac{\Delta}{3} \end{pmatrix} \begin{vmatrix} iS^\dagger \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}(X + iY)^\dagger \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(X - iY)^\dagger \\ \end{vmatrix} \quad (2)$$

(2) Матрица в правом столбце, связанная с H , описывает энергетические состояния.

Если начальную энергию отсчитывать от дна зоны проводимости квантовой ямы ($E_c=0$), то получается следующее уравнение:

$$(E + E_g) \left[E(E + E_g)(E + E_g + \Delta) - k^2 P^2 (E + E_g + 2\Delta/3) \right] = 0 \quad (3)$$

$$E'(k) = E(k) - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0};$$

Здесь:

Из формулы (3) известно, что для $k=0$ функция $E'(k)$ имеет четыре собственных значения: $E_1=0$; $E_2=E_3=-E_g$; $E_4=-E_g-\Delta$. $E_1=0$ - это условие, означающее начало отсчета от дна зоны проводимости. E_2 и E_3 - это энергии, которые соответствуют тяжелой (E_{v1}) и легкой (E_{v2}) дыркам на потолке валентной зоны. E_4 - это энергия, которая показывает влияние спин-орбитального взаимодействия на потолок валентной зоны.

Анализ и результаты

Для решения задачи используем следующие приближенные подходы:

1. Пренебрежение спин-орбитальным взаимодействием для разрешенных зон узкозонного полупроводника.
2. Пренебрежение взаимодействием легких дыр с тяжелыми дырками, поскольку эффективные массы легких дыр близки к эффективной массе свободных электронов.

Тогда, согласно $E_g \gg \Delta$ и [4], энергия легких дыр определяется следующим образом:

$$E_{v2}'(k) = -\frac{E_g}{2} \left\{ 1 + \left[1 + \frac{4k^2 p^2}{E_g^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (4)$$

Из выражения (4) видно, что $k^2 p^2$ (элемент с матрицей P , который равен $P = -\frac{i\hbar}{m_0} \langle S | \hat{p} | X \rangle$) вычисляется как энергия, поскольку для $\frac{k^2 p^2}{E_g^2}$ необходимо выполнение условия безразмерности величины. Тогда, учитывая вышеупомянутую формулу для матричного элемента и безразмерные величины $\frac{k^2 p^2}{E_g^2}$, (3.4) можно записать в следующем виде:

$$E_{v2}'(k) = -\frac{E_g}{2} \left\{ 1 + \left[1 + \frac{4\hbar^2 k_{xyz}^2}{2m_{xyz}^*} * \frac{1}{E_g^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (5)$$

В выражении (3.5) энергия легких дыр на потолке валентной зоны в узкозонных объемных полупроводниках зависит от эффективных масс легких дыр вдоль осей XYZ и от волновых векторов. При этом ширина запрещенной зоны (E_g) для объемного узкозонного полупроводника считается постоянной. Из формулы (5) возникают следующие естественные вопросы:

1. Как использовать, если материал, подвергающийся воздействию магнитного поля, представляет собой узкозонный гетероструктурный полупроводник с квантовой спиралью (5)?

2. Известно, что E_g узкозонных объемных или малогабаритных полупроводников имеют очень высокую восприимчивость к внешним факторам. Как тогда определяются $E_v^{3d}(k, E_g)$ и $E_v^{2d}(k, E_g, d)$?

3. Как изменение $E_v^{2d}(k, E_g, d)$ влияет на плотность энергетических состояний квантовой обмотки в валентной зоне?

Решение этих поставленных задач обязательно потребует создания новой математической модели.

(5) применяя выражение к узкозонным полупроводникам с квантовой спиралью, получается следующее выражение:

$$E_v^{2d}(k, d) = -\frac{E_g}{2} \left\{ 1 + \left[1 + 4 \frac{\frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_y} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} n_z^2}{E_g^2} \right] \right\} \quad (6)$$

Формула (6) вычисляет энергию легких ям узкозонной квантовой оболочки на валентном потолке.

Где n_z - количество измеренных квантов, d - толщина узкозонной квантовой оболочки, m^* - эффективная масса световой ямы.

Как видно из Формулы (6), энергия световой ямы в потолке валентной зоны квантовой ямы становится зависимой от толщины квантовой ямы, эффективной массы световой ямы и количества измеряемых квантов.

Теперь рассмотрим влияние сильного магнитного поля на узкозонную квантовую яму. В частности, пусть вектор индукции магнитного поля направлен вдоль оси ($\vec{B}$) и перпендикулярен плоскости XOY. Это называется продольным квантующим магнитным полем. В таком случае, согласно

теории Ландау [5] и законам квантующего магнитного поля, $\left[\frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_y} \right]$ в энергии свободной легкой дырки на потолке валентной зоны квантовой ямы заменяется на $\left[\left(N_{Lv} + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_{cv} \right]$.

Здесь N_{Lv} - это количество уровней Ландау в валентной зоне узкозонной квантовой ямы, а ω_{cv} - это циклотронная частота легких дыр.

Исходя из этого, формула (6) под воздействием продольного квантующего магнитного поля принимает следующий вид:

$$E_v^{2d}(B, d, n_z, N_{Lv}) = -\frac{E_g}{2} \left\{ 1 + \left[1 + 4 \frac{\left(N_{Lv} + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_{cv} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} n_z^2}{E_g^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (7)$$

Из выведенной формулы (7) видно, что энергия легких дыр на потолке валентной зоны квантовой ямы превращается в дискретные энергетические уровни. Это, в свою очередь, приводит к тому, что энергия легкой дырки аналогична квантовой точке энергии. Однако, также необходимо отметить, что важная физическая величина E_g зависит от магнитного поля B и размера d . Это связано с тем, что функция $E_g(B, d)$ изменяется монотонно. Следовательно, функция $E_v^{2d}(B, d, n_z, N_{Lv})$ будет такой же, как и функция $E_v^{2d}(E_g(B, d), B, d, n_z, N_{Lv})$. Тогда формула принимает следующий вид:

$$E_v^{2d, \text{доп.граб}}(E_g(B, d), B, d, n_z, N_{Lv}) = -\frac{\left(E_g(0) + \frac{1}{2} \hbar \omega_{cv} + \frac{1}{2} \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} n_z^2 \right)}{2} * \left\{ 1 + \left[1 + 4 \frac{\left(N_{Lv} + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_{cv} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} n_z^2}{\left(E_g(0) + \frac{1}{2} \hbar \omega_{cv} + \frac{1}{2} \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} n_z^2 \right)^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (8)$$

Полученная формула (8) выражает зависимость энергии легких дыр на потолке валентной зоны квантовой ямы от магнитного поля, ширины запрещенной зоны, толщины квантовой ямы и числа размерных уровней. Далее, для анализа этой зависимости, рассмотрим численный и графический методы [6,7]. В работе были определены осцилляции Шубникова-де Гааза для узкозонного полупроводника InAs. В этом случае толщина квантовой ямы $d=4\text{nm}$, магнитное поле варьируется в интервале $B=0\div 12\text{ Tl}$, ширина запрещенной зоны $E_g(0)=0,35\text{ eV}$, а также задано значение n_z .

Используя полученные значения в эксперименте и подставив их в формулу (8), можно построить график для $E_v^{2d}(B, d, E_g(B, d))$. На рисунке 1 показана зависимость энергии легких дыр на потолке валентной зоны квантовой ямы InAs от магнитного поля для различных уровней Ландау. Из этого графика видно, что кривая графика отражает неквадратичное дисперсионное соотношение для узкозонной квантовой ямы InAs.

Кроме того, используя формулу (8), можно рассчитать плотность энергетических состояний в двумерной валентной зоне узкозонной квантовой ямы.

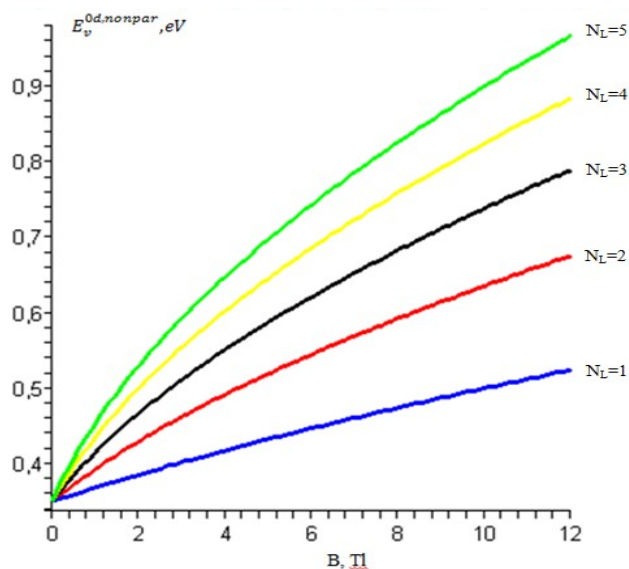


Рисунок 1. Зависимость энергии легких дыр на потолке валентной зоны квантовой ямы InAs от магнитного поля для различных уровней Ландау.

Давайте рассмотрим зависимость энергии свободных электронов, находящихся в зоне проводимости узкополосной зонной структуры, от магнитного поля. Известно, что для узкополосных полупроводников

используется условие $m_n \ll m_0$, и при этом член $\frac{\hbar^2 k^2}{2m_0}$, представленный в (3), не учитывается условие ($E' \ll E_g$). В этом случае, при наличии магнитного поля, для трёх энергетических зон, аналогичных приведённым в уравнении (3), возникает кубическое уравнение, определяющее энергетические уровни;

$$E_{N\pm}(E_{N\pm} + E_g)(E_{N\pm} + E_g + \Delta) - P^2 \left[k_z^2 + (2N+1)\frac{1}{L^2} \right] * \left(E_{N\pm} + E_g + \frac{2}{3}\Delta \right) \pm \frac{P^2 \Delta}{3L^2} = 0 \quad (9)$$

Здесь: $E_{Nk_z\pm} = E_{N\pm}$

В уравнении (9) основной энергетический уровень начинается от дна зоны проводимости. Если $B \rightarrow 0$, то уравнение (9) переходит в форму уравнения (3). Если распределение спинов электронов не учитывается и выполняется условие $E_N \ll E_g$, то кубическое уравнение из (9) для электронов зоны проводимости преобразуется в квадратное уравнение следующего вида:

$$E_{N\pm}(B, E_g) = -\frac{E_g}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{E_g^2 + 4E_g \left[\left(N + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c^0 + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_n} \right]} \quad (10)$$

Известно, что при отсутствии сильного магнитного поля энергия свободных электронов становится дискретной вдоль оси OZ за счёт размерного квантования, однако в плоскости XOY она остаётся непрерывным спектром. То есть,

$$E_c^{parab}(k, d) = \frac{P_x^2}{2m_{nx}} + \frac{P_y^2}{2m_{ny}} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_{nz} d^2} n_z^2 \quad (11)$$

Выражение (11) применимо для широкозонных квантовых ям (в случае квадратичного закона дисперсии). Формула (10) выражает зависимость энергии свободных электронов в зоне проводимости объёмных узкозонных полупроводников от магнитного поля. Магнитное поле направлено вдоль оси Z, перпендикулярной плоскости XOY. Согласно теории Ландау, энергия носителей заряда в плоскости XOY становится дискретной (образуются уровни Ландау), тогда как вдоль оси OZ энергия остаётся непрерывным

спектром. Это создаёт аналогию с квантовой нитью. Возникает вопрос: каким образом данная научная гипотеза реализуется в узкозонных квантовых ямах? Как энергия свободных электронов в зоне проводимости узкозонной квантовой ямы зависит от магнитного поля? А что можно сказать о валентной зоне?

Для узкозонных квантовых ям применяется формула из [4], то есть при выполнении условия $\Delta \ll E_g$.

$$E_c^{nonparab}(k) = -\frac{E_g}{2} \left\{ 1 - \left[1 + \frac{4P^2}{E_g^2} * \frac{2m_{nxyz}}{\hbar^2} * \frac{\hbar^2 k_{xyz}^2}{2m_{nxyz}} \right]^{1/2} \right\} \quad (12)$$

Уравнение (12) для узкозонной квантовой ямы можно записать следующим образом:

$$E_c^{2d,nonparab}(k, d) = -\frac{E_g}{2} \left\{ 1 - \left[1 + \frac{4P^2}{E_g^2} * \frac{2m_n}{\hbar^2} \left(\frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_{nx}} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_{ny}} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_{nz}} n_z^2 \right) \right]^{1/2} \right\} \quad (13)$$

$$\text{Здесь, } P = -\frac{i\hbar}{m_0} \langle S | \hat{p}_x | X \rangle.$$

Формулы (11) и (13) выражают энергию свободных электронов в зоне проводимости квантовой ямы при квадратичном и не квадратичном законе дисперсии при $B = 0$. Если условие $B \neq 0$ выполняется, то выражение (11) переходит в следующую форму:

$$E_c^{parab}(B, d) = \left(N_{Lc} + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_{cc} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_n d^2} n_z^2 \quad (14)$$

В этом случае, если в уравнении (10) вместо условия $\frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_n}$ применить условие для узкозонной квантовой ямы в соответствии с соотношением (Луи

де Бройля $\lambda_d \approx d$), и заменить член $\frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_n d^2} n_z^2$, то получится следующая форма выражения:

$$E_n^{2d,nonparab}(E_g(B,d),B,d,n_z,N_{lc}) = -\frac{E_g(B,d)}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(E_g(B,d))^2 + 4E_g(B,d)[(N_{lc} + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + \frac{\pi^2\hbar^2}{2md^2}n_z^2]} \quad (15)$$

Эта формула выражает зависимость энергии свободных электронов в зоне проводимости узкозонной квантовой ямы от магнитного поля. Новая полученная формула (15) важна, поскольку до сих пор ширина запрещённой зоны квантовой ямы для направлений $E_N(B,d)$ рассчитывалась только в соответствии с уравнением (14), независимо от её ширины. Однако согласно

(15), энергия E_N нелинейно зависит от магнитного поля В. Здесь, $\omega_c = \frac{eB}{m_n}$;

Давайте применим формулу (15) к полупроводникам на основе узкозонных квантовых ям. Проанализируем эту теоретическую идею в графическом виде. На рисунке 2 показана зависимость энергии свободных электронов в зоне проводимости для квантовой ямы InAs/AlSb от $E_c^{nonparab}$ и магнитного поля В.

В первом случае, $E_g(\text{InAs})=0.35 \text{ eV}$ [7]. На рисунке 3, для GaAs/Al_xGa_{1-x}/GaAs [8,9] приведен график $E_c^{parab}(B,d)$ для квантовой ямы. Из этого рисунка видно, что наблюдается подчинение линейных и нелинейных графиков законам дисперсии. Кроме того, согласно формуле (15), также можно получить зависимость толщины узкозонной квантовой ямы d от $E_c^{nonparab}(B,d)$.

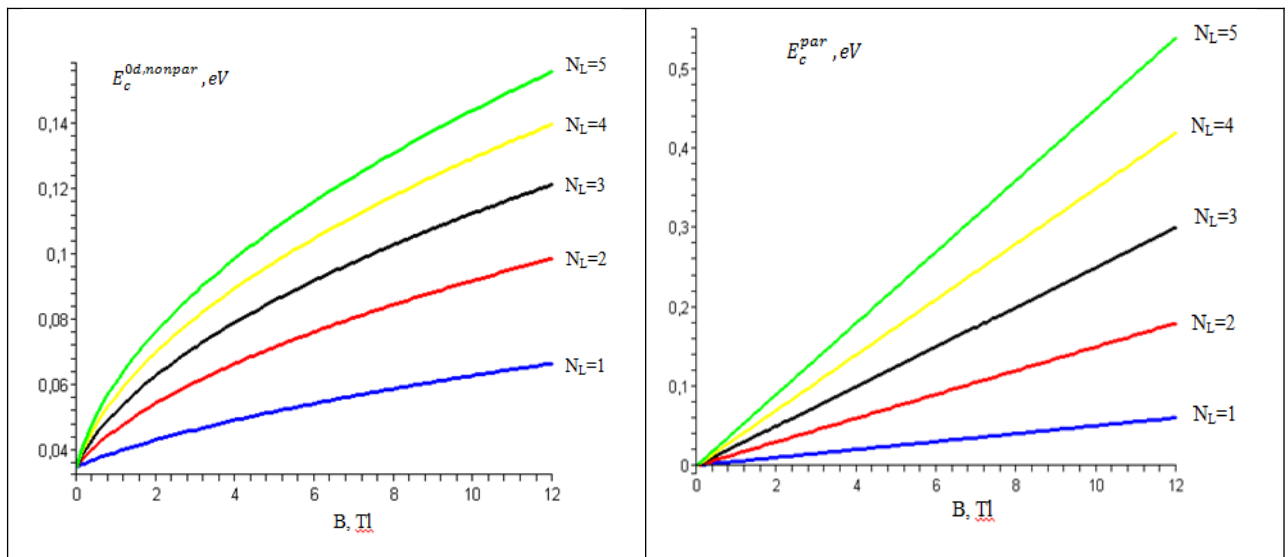


Рисунок 2. Влияние магнитного поля на энергию свободных электронов в зоне проводимости квантовой ямы InAs/AlSb.

Рисунок 3. Влияние магнитного поля на энергию свободных электронов в зоне проводимости квантовой ямы GaAs/Al_xGa_{1-x}/GaAs.

Заключение

Разработана новая математическая модель для расчета зависимости энергии дырок в валентной зоне узкозонной квантовой ямы от магнитного поля. Получены новые аналитические выражения для расчета дискретных уровней Ландау в зоне проводимости узкозонной квантовой ямы при различных магнитных полях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gulyamov G., Sharibaev N.Yu. The Temperature Dependence of the Density of States in Semiconductors //World Journal of Condensed Matter Physics 2013, №3, p.216-220
2. Гулямов Г., Шарибаев Н. Ю. Исследования температурной зависимости ширины запрещенной зоны Si и Ge с помощью модели. // Физическая инженерия поверхности 2013, т.11, № 2 с.231-237
3. Gulyamov G., Erkaboev U.I., Gulyamov A.G. Magnetic quantum effects in electronic semiconductors at microwave-radiation absorption // Journal of nano- and electronic physics. 2019. Vol.11, Iss.1, Article ID 01020. [https://doi.org/10.21272/jnep.11\(1\).01020](https://doi.org/10.21272/jnep.11(1).01020)
4. Цидильковский И.М. Электроны и дырки в полупроводниках. Энергетический спектр и динамика // Издательство «Наука» Главная редакция физико - математической литературы, М., 1972 г. С. 264.
5. Landau L. Diamagnetismus der Metalle / Zeitschrift für Physik. 1930. Vol.64, pp.629-637. <https://doi.org/10.1007/BF01397213>
6. Joseph Y., Mehdi H., Brenden A. M., William M., Matthieu C.D., Kasra S., Kaushini S.W., Giti A.K., Yasuhiro H.M., Yoshimitsu K., Zhuo Y., Sunil T., Christopher J.S., Javad S. Experimental measurements of effective mass in near-surface InAs quantum wells // Physical review B. 2020. Vol.101, pp.205310- 205317. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.101.205310>
7. Gulyamov G., Abdulazizov B. T., Baymatov P. J. Three-Band Simulation of the g-Factor of an Electron in an InAs Quantum Well in Strong Magnetic Fields // Journal of Nanomaterials. 2021. Vol. 2021, Article ID 5542559, 4 p.
8. Abdulazizov, B. T. Cyclotron mass of an electron in strong magnetic fields in a wide InAs quantum well // Eurasian Journal of Physics and Functional Materials. 2022. Vol.6, pp.32-37.
9. Hou-zhi Zheng, Aimin Song, Fu-hua Yang, and Yue-xia Li. Density of states of the two-dimensional electron gas studied by magneto capacitances of biased double – barrier structures // Physical review B. 1994. Vol. 49, No.3, pp.1802-1808.

