

TENGLAMALARNING GRAFIK KO'RINISHI VA ULARNING MATEMATIK ANALIZ ASOSIDAGI TAHLILI

To'rayev Farxodjon Farmonovich

Alfraganus University, "Matematika va fizika" kafedrası v.b dotsenti,(PhD)

E-mail: farhodjon9618@mail.ru

Tel: +998 909849618

Annotatsiya

Ushbu ishning o'ziga xosligi shundaki, u fanlararo integratsiya tamoyillariga asoslangan holda turli fanlarda uchraydigan jarayonlarni grafik va matematik modellashtirish imkonini beradi. Fizikadagi harakat grafigi, iqtisodiyotda talab–taklif funksiyalari, biologiyadagi populyatsiya o'sish modeli, informatika va muhandislikda signallarni tahlil qilish kabi ko'plab misollar matematik analiz asosida talqin qilinadi. Shu orqali talaba nafaqat matematik grafiklarni o'qish va tahlil qilish, balki ularni real obyekt va jarayonlar bilan bog'lab, fanlararo yondashuvda qo'llash ko'nikmalariga ega bo'ladi.

GRAPHICAL REPRESENTATION OF EQUATIONS AND THEIR ANALYSIS BASED ON MATHEMATICAL ANALYSIS

Turaev Farkhodjon

Alfraganus University, Department of Mathematics and Physics, Acting Associate
Professor (PhD)

E-mail: farhodjon9618@mail.ru

Phone : +998 909849618

Abstract

The distinctiveness of this article lies in its application of interdisciplinary integration principles to demonstrate the possibilities of graphical and mathematical modeling of processes encountered in various scientific fields. Examples such as motion graphs in physics, demand–supply functions in economics, population growth models in biology, and signal analysis in computer science and engineering are interpreted through the lens of mathematical analysis. Through this approach, students gain skills not only in reading and interpreting mathematical graphs but also in relating them to real-world objects and processes, applying interdisciplinary methods, and engaging in practical modeling.

ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И ИХ АНАЛИЗ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Тураев Фарходжон Фармонович

Alfraganus University, кафедра «Математика и физика», и.о. доцента (PhD)

E-mail: farhodjon9618@mail.ru

Тел: +998 909849618

Аннотация

Особенностью данной статьи является то, что она демонстрирует возможности графического и математического моделирования процессов, встречающихся в различных областях науки, на основе принципов междисциплинарной интеграции. В работе рассматриваются такие примеры, как графики движения в физике, функции спроса и предложения в экономике, модели роста популяции в биологии, а также анализ сигналов в информатике и инженерии с позиций математического анализа. Благодаря такому подходу студенты получают навыки не только чтения и интерпретации математических графиков, но и умения связывать их с реальными объектами и процессами, применять междисциплинарные методы и осуществлять практическое моделирование.

Kirish

Zamonaviy ta'lim jarayonida fanlararo integratsiya tamoyillaridan samarali foydalanish o'quvchilarning kompleks fikrlashini rivojlantirishda alohida ahamiyat kasb etadi. Ayniqsa, real jarayonlarni grafik va matematik modellash tirish orqali turli fanlarda uchraydigan hodisalarni yagona nazariy asosda tahlil qilish imkoniyati kengayadi. Fizikadagi harakat grafigi, iqtisodiyotda talab-taklif munosabatlari, biologiyada populyatsiya o'sish modeli, informatika va muhandislikda esa signallarni qayta ishlash jarayonlari matematik analiz yordamida talqin qilinadigan jarayonlarning yorqin namunasidir.

Ushbu yondashuv talabalarga nafaqat grafiklarni o'qish va tahlil qilish ko'nikmalarini, balki ularning mazmunini real obyekt hamda jarayonlar bilan bog'lay olish, turli fanlar kesimidagi masalalarni birgalikda hal qilish kompetensiyalarini shakllantirish imkonini beradi. Shu bois, matematik modellash va grafik tahlilning fanlararo qo'llanilishi bo'lajak mutaxassislarining ilmiy tafakkurini chuqurlashtirish va amaliy masalalarni yechishga tayyorlashda muhim o'rin tutadi.

Matematik analiz nima? Bu beriladigan odatiy savol. Hozircha bu savolga soddalashtirilgan javobni ko'rib chiqaylik.

Quyida, DENA sharbati qutisi misolida ushbu algebraik masalani yechishga harakat qilib ko'ramiz.

Algebraik amaliy masala

Qutining balandligi, eni va bo'ylarining yig'indisi 207 mm. Agar balandlik enidan uch baravar ko'p bo'lsa va bo'yi enidan 7 mm ko'proq bo'lsa, qutining uchala chiziqli o'lchovlarini toping?

Bu masalani javobi quyidagicha, qutining eni 40 mm, bo'yi 47 mm va balandligi 120 mm ga teng bo'ladi.

Quyida, qutilar ishlab chiqaruvchisiga zarur bo'lgan hisoblash usullari keltirilgan.

Matematik tahlil masalasi

DENA sharbati qutisi hajmi 200 cm^3 ichimlikni saqlashi kerak. Agar qutining balandligi enidan ikki baravar ko'p bo'lishi kerak bo'lsa, qanday chiziqli o'lchamlar qutining to'la sirt maydonini minimallashtiradi?

Ushbu muammoni hal qilishning usullaridan biri, 200 cm^3 hajmdagi quti uchun, qutining balandligi enidan ikki baravar katta bo'lgan bir nechta chiziqli o'lchamlarni tanlaymiz va natijada olingan to'la sirt yuzlaridan eng kami qaysi ekanligini aniqlaymiz.

Agar sizda elektron jadval dasturiga kirish imkoni bo'lsa, siz elektron jadval yaratishingiz va pastdagi jadvalni kengaytirish imkoni bo'lishi mumkin.

Bunda h — balandlik, a — eni, l — uzunligi bo'lib bunda $h=2a$ shart bajarilishi kerak. To'la sirt yuzi A ni esa quyidagi $A=2ah+2al+2hl$ formula orqali topamiz.

Bu formulada: $2ah$ — eni a va balandligi h bo'lgan ikki qirrali yuzalarning umumiy maydoni;

- $2al$ — eni a va uzunligi l bo'lgan ikki qirrali yuzalarning umumiy maydoni;
- $2hl$ — balandligi h va uzunligi l bo'lgan ikki qirrali yuzalarning umumiy maydoni.

Balandligi endian ikki marta katta bo'lib bo'yi ularga bog'liq holda topiladi			To'la sirt yuzi,
Eni, a	Balandligi, h	Uzunligi, l	$2ah+2al+2hl$
5 cm	10 cm	4 cm	220 cm^2
4 cm	8 cm	6,25 cm	214 cm^2
3 cm	6 cm	11,1 cm	236 cm^2
2 cm	4 cm	25 cm	316 cm^2

Biz $h=2a$ va $abh=200$ ga teng bo'lgan ba'zi xususiy hollarni yozib chiqdik.

Jadvaldagi ma'lumotlardan xulosa qilishimiz mumkinki, eng kichik sirt maydoni 214 cm^2 . Ammo A — minimallashtiradigan boshqa yaxshiroq o'lchamlar yo'qligiga qanday amin bo'lishimiz mumkin? Bunga javob berish uchun bizga maxsus hisoblash usullari kerak bo'ladi. Biz buni (maksimum - minimum muammolarini) keyinchalik o'rganamiz.

Grafikalar

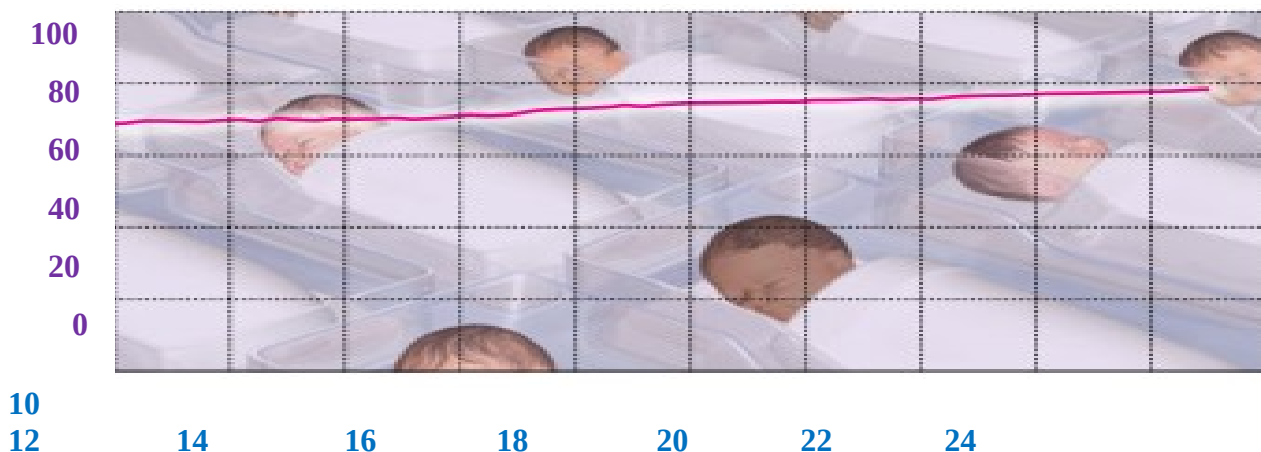
Grafiklarni o'rganish matematik tahlilning muhim jihati hisoblanadi. Funksiyaning grafigi qaralayotgan jarayonni yaxshiroq tasavvur qilish imkoniyatini beradi. Misol uchun, quyidagi grafik O'zbekistonda aholining umr ko'rishi vaqt o'tishi bilan qanday o'zgarayotganligini ko'rsatadi. Keyinchalik analizda ko'rib chiqadigan mavzulardan biri bir miqdorning o'zgarish boshqa miqdorni o'zgarishga qanday ta'sir qilayotganligini ko'ramiz.

2010-2024 yillarda O'zbekistonda tug'ilishda kutilayotgan o'rtacha umr ko'rish davomiyligi.

Yillar	2010	2012	2014	2016	2018	2020	2022	2024
--------	------	------	------	------	------	------	------	------

O'rtacha umr ko'rish Yoshi	73	73,1	73,4	73,6	73,7	75,1	73,8	74,5
---	-----------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

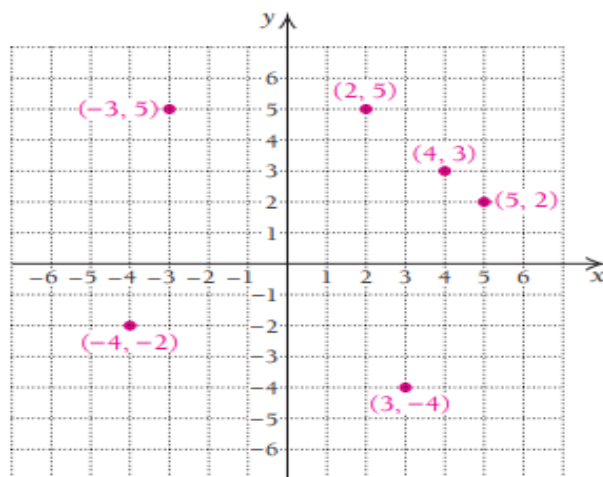
Yuqoridagi, jadvalda berilgan demografik ko'rsatkichlardan foydalanib quyidagi grafikni chizamiz.



(O'zbekiston Respublikasi Milliy statistika qo'mitasi)

Koordinatalar sistemasida tartiblangan sonlar juftliklari va grafiklar

Tekislikdagi har bir nuqta tartiblangan sonlar juftligiga mos keladi. O'ngdagi rasmda (2,5) juftlikka mos keladigan nuqta (5,2) juftlikka mos keladigan nuqtadan farq qiladi. Juftlikdagi birinchi son nuqtaning birinchi koordinatasi, ikkinchi son esa ikkinchi koordinata deb ataladi. Bular birgalikda *nuqtaning koordinatalari* deyiladi. Vertikal to'g'ri chiziq *y-o'qi*, gorizontaal chiziq esa *x-o'qi* deb ataladi.



Tenglamalarning grafiklari

Ikki o'zgaruvchili tenglamaning yechimi— ζ bu shunday tartiblangan sonlar juftligiki u o'zgaruvchilarni o'rniga kerakli sonlar juftligini qo'yganimizda tenglama to'g'ri tenglikka aylanadi.

Biz odatda o'zgaruvchilarni alifbo tartibida olamiz. Masalan, $(-1,2)$ juftlik $3x^2 + y = 5$ tenglamaning yechimi, chunki tenglamani chap tomoniga, x ga -1 ni va y ga 2 sonini qo'yganimizda tenglama to'g'ri tenglikka aylanadi.

$$3x^2 + y = 5$$

$$3(-1)^2 + 2 \stackrel{?}{=} 5$$

$$3 + 2 \stackrel{?}{=} 5$$

$$5 = 5 \quad \text{bu to'g'ri tenglik.}$$

1-TA'RIF

Tenglama **grafigi**—bu tenglamaning yechimlaridan iborat barcha tartiblangan juftliklarni ifodalovchi chizma.

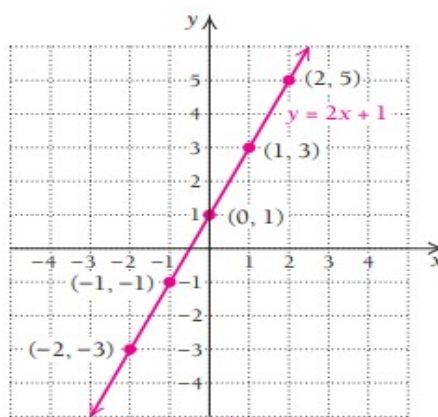
Tenglama grafigini chizish uchun yetarlicha tartiblangan juftliklarni (ya'ni tenglama yechimlarini) chizish orqali hosil qilamiz. Grafigimiz to'g'ri chiziq yoki egri chiziqdan iborat bo'lishi mumkin.

1-Misol. $y=2x+1$ tenglama grafigini chizing.

Yechim. Dastaval biz tenglama yechimi bo'lgan bir nechta tartiblangan juftliklarni topamiz va ularni jadvalga joylashtiramiz. Bu juftlikni topish uchun biz x ga istalgan sonni berib unga mos y ni aniqlaymiz. Misol uchun, agar biz x uchun -2 ni olsak va uni $y=2x+1$ ifodaga qo'ysak,

$y=2(-2)+1=-4+1=-3$ hosil bo'ladi. Shunday qilib, $(-2,-3)$ tenglama yechimidir. Umuman olganda, biz x —ni qiymati sifatida manfiy sonlarni ham, musbat sonlarni ham, 0 ni ham tanlashimiz mumkin.

x	y	(x, y)
-2	-3	$(-2, -3)$
-1	-1	$(-1, -1)$
0	1	$(0, 1)$
1	3	$(1, 3)$
2	5	$(2, 5)$



- (1) x ni tanlaymiz.
- (2) y ni hisoblaymiz.
- (3) (x, y) juftliklarni hosil qilamiz.
- (4) Ulardan foydalanib grafikni chizamiz.

Koordinatalar sistemasida yetarlicha (x, y) juftliklarni belgilaymiz va bu nuqtalarni tutashtirib chiqamiz, natijada to'g'ri chiziq hosil bo'ladi. Ushbu to'g'ri chiziqni $y=2x+1$ tenglamani grafigi deb ataymiz.

2-Misol. $3x+5y=10$ tenglama grafigini chizing.

Yechim. Dastaval, x —ni qiymatlarini tanlashimiz so'ngra tenglamani to'g'ri tenglikka aylantiruvchi unga mos y —larni topishimiz mumkun edi, lekin biz hisob kitoblarni yengillashtirish uchun tenglamadagi y —ni tenglikni chap tomoniga qoldirib barcha ifodalarni tenglikni o'ng tarafga o'tkazamiz.

$$3x+5y=10$$

$$3x+5y-3x=10-3x \text{ ikkala tomonidan } 3x \ni \text{ ayiramiz}$$

$$5y=10-3x \text{ soddalashtiramiz}$$

$$\frac{1}{5} \cdot 5y = (10-3x) \cdot \frac{1}{5}$$

ikkala tomonini $\frac{1}{5}$ ga ko'paytiramiz yoki 5 ga bo'lamiz

$$y = 10 \cdot \frac{1}{5} - (3x) \cdot \frac{1}{5} \text{ qavsni ochish qonunidan foydalanamiz}$$

$$y = 2 - \frac{3}{5}x \text{ soddalashtiramiz}$$

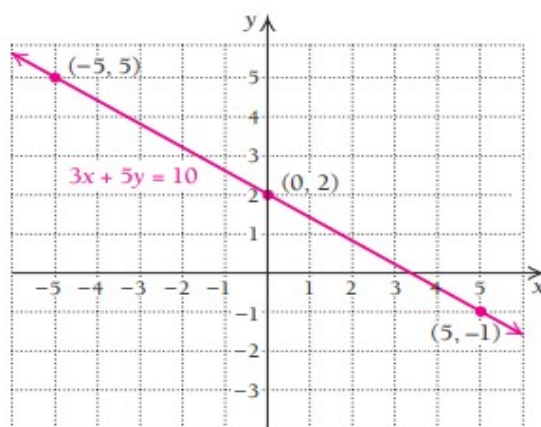
$$y = -\frac{3}{5}x + 2$$

Biz $y = -\frac{3}{5}x + 2$ tenglikdan foydalanib uchta juftlikni topamiz. y -ni qiymati kasr son bo'lishidan qochish uchun x -ga beriladigan qiymatni 5 ga karrali qilib olamiz.

Ya'ni agar x ga oddiy butun son qiymatlari berilsa, masalan, $x = 1, 2, 3, \dots$ u holda $-\frac{3}{5}x$ ifodasi ko'pincha **kasr son** bo'ladi (chunki uning maxraji 5 ga bo'linmasligi mumkin).

Shuning uchun y ning butun son bo'lishini ta'minlash uchun, x ga **5 ga karrali** bo'lgan qiymatla berilasdi.

x	y	(x, y)
0	2	(0, 2)
5	-1	(5, -1)
-5	5	(-5, 5)



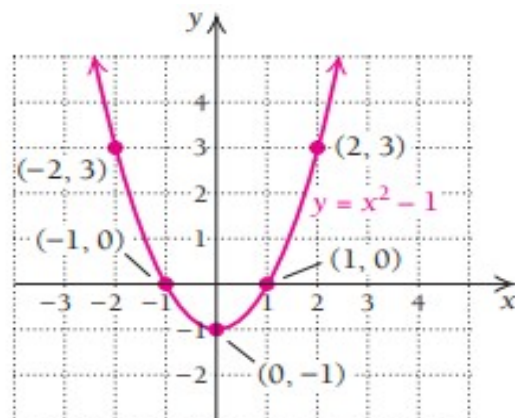
Shundan so'ng kordinatalar tekisligiga berilgan uchala nuqtalarni belgilaymiz va ularni grafikda ko'rsatilgandek to'g'ri chiziq bilan tutashtiramiz. 1 va 2-misollarda chiziqli tenglamalarni grafigi ko'rsatildi.

Endi esa, chiziqli bo'lmagan tenglamani grafigiga doir misol ko'raylik. .

3-Misol. $y = x^2 - 1$ tenglama grafigini chizing.

Yechim.

x	y	(x, y)
-2	3	(-2, 3)
-1	0	(-1, 0)
0	-1	(0, -1)
1	0	(1, 0)
2	3	(2, 3)



Bu nuqtalarni tutashtirish orqali hosil bo'lgan egri chiziq **parabola** deb ataladi. Parabola — bu kvadrat tenglama grafigi bo'lib, uning shakli egri va

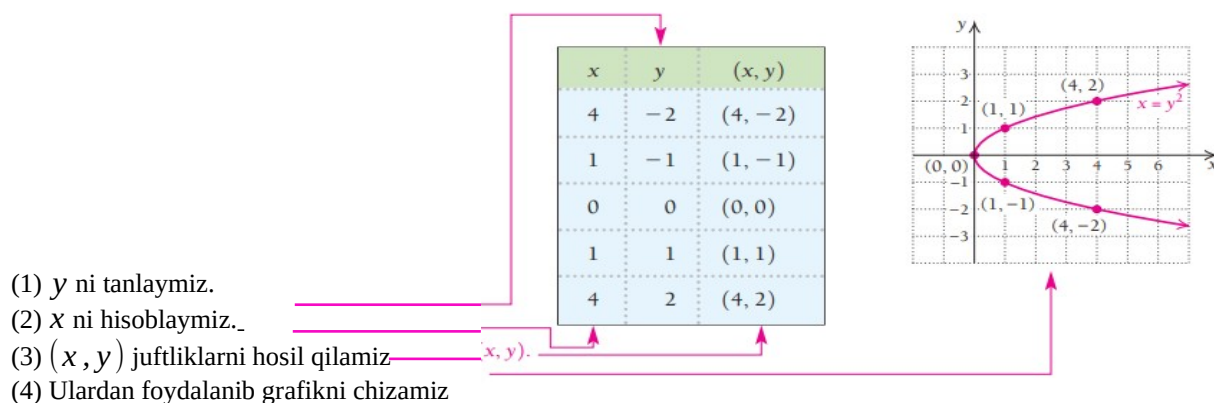
simmetrik bo‘ladi. Parabolani chizish uchun biz avvalo koordinatalar tekisligida bir nechta muhim nuqtalarni aniqlashimiz kerak.

Ushbu nuqtalar parabola egri chizig‘ining aniq ko‘rinishini hosil qiladi. Nuqtalarni belgilash jarayonida, odatda, parabola tenglamasiga mos keladigan x qiymatlari tanlanadi va ularga mos y qiymatlari hisoblanadi.

Keyin, shu nuqtalar koordinatalar tekisligida belgilanib, ular orasidan egri chiziq chiziladi. Natijada, bu egri chiziq parabola sifatida ko‘rinadi. Parabola ko‘pincha matematikada va fizikada harakat yo‘nalishini, masalan, tashlanayotgan jismning yo‘lini ifodalashda ishlatiladi.

4-Misol. $x = y^2$ tenglama grafigini chizing.

Yechim. Biz avval y uchun sonlarni tanlaymiz va keyin x ni hisoblaymiz.



Xulosa

Yuqorida keltirilgan tahlillar shuni ko‘rsatadiki, tenglamalarning grafik ko‘rinishi va ularning matematik analiz asosida o‘rganilishi turli fanlarda uchraydigan jarayonlarni chuqur anglash uchun muhim metodik asos bo‘lib xizmat qiladi. Fanlararo integratsiya tamoyillariga tayangan holda grafiklar orqali fizikadagi harakat, iqtisodiyotdagi talab–taklif munosabatlari, biologiyadagi populyatsiya dinamikasi hamda informatika va muhandislikdagi signal jarayonlarini matematik modellashtirish imkoniyati yanada kengayadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Claudio Canuto-Anita Tabacco. Mathematical Analysis . Milano, Italiya, 2015.
2. Gerd Baumann. Mathematics for Engineers I. Minchen. 2010.
3. Xurramov Sh.R. «Oliy matematika». 1-2 jild. Toshkent, «Tafakkur» nashriyoti, 2018.
4. Y.O. Soatov, «Oliy matematika». Darslik. 1, 2, 3-jild.- T.: «O‘zbekiston», 1996 y. - 640 b.
5. Sh.I. Tojiev, «Oliy matematikadan masalalar yechish». Darslik. T.: «O‘zbekiston», 2002 y. - 512b.
6. P.E. Danko, «Oliy matematikadan misol va masalalar to‘plami». Darslik. T.: «O‘zbekiston», 2007 y. - 248 b.

7. S.Alixonov Matematika o'qitish metodikasi. Toshkent. O'qituvchi. 2011y. (o'quv qo'llanma)
8. Barakaev M va boshqalar. Matematika o'qitish metodikasi. Toshkent. O'qituvchi. 2017y. (o'quv qo'llanma).
9. O'zbekiston Respublikasi Davlat statistika qo'mitasi. <https://stat.uz/>.