

Машраббоев Ахмадали

НамГУ, доцент

МНОГОТИПНЫЙ ВЕТВЯЩИЙСЯ ПРОЦЕСС БЕЛЛМАНА-ХАРРИСА С ИММИГРАЦИЕЙ

Аннотация. В данной статье рассматривается многошинный ветвящийся процесс Беллмана-Харриса в контексте иммиграционных процессов. Модель Беллмана-Харриса имеет важное значение в теории случайных процессов, так как описывает динамику ресурсов и систем с течением времени. В статье совместно анализируются многотипные процессы и элементы иммиграции, исследуется, какую роль играет иммиграция в развитии сети.

В ходе анализа изучается влияние иммиграционных процессов на динамику многошинных систем, а также взаимосвязи и изменчивость этих процессов. Учитывая параметры процесса Беллмана-Харриса и коэффициенты иммиграции, проводится оценка поведения модели, изменений с течением времени и социально-экономического влияния. Данная статья имеет как теоретическое, так и практическое значение и может быть применена в областях экономики, демографии и статистического анализа. Результаты позволяют глубже понять влияние иммиграционных процессов на многотипные системы и способствуют эффективному управлению различными процессами в практике.

Ключевые слова: многотипный ветвящийся процесс, процесс Беллмана-Харрис, иммиграция, вероятностные модели, случайные процессы, динамика популяции, моделирование иммиграции, теория случайных процессов.

Mashrabboev Akhmadali

NamSU, Associate Professor

BELLMAN-HARRIS MULTI-TYPE BRANCHING PROCESS WITH IMMIGRATION

Abstract. *This article examines the multi-type branching process of Bellman-Harris in the context of immigration processes. The Bellman-Harris model is significant in the theory of stochastic processes as it describes the dynamics of resources and systems over time. The article jointly analyzes multi-type processes and elements of immigration, investigating the role of immigration in the development of the network.*

The analysis explores the impact of immigration processes on the dynamics of multi-type systems, as well as the interrelationships and variability of these processes. Considering the parameters of the Bellman-Harris process and immigration coefficients, an assessment of the model's behavior, changes over time, and socio-economic effects is conducted. This article has both theoretical and practical significance and can be applied in the fields of economics, demography, and statistical analysis. The results provide a deeper understanding of the influence of immigration processes on multi-type systems and contribute to the effective management of various processes in practice.

Keywords: *multi-type branching process, Bellman-Harris process, Immigration, Probabilistic models, Stochastic processes, Population dynamics, Immigration modeling, Theory of stochastic processes.*

Mashrabboev Ahmadali

NamDU, dotsent

KO‘P O‘LCHOVLI IMMIGRATSYON BELLMAN-HARRIS TARMOQLANISH JARAYONI

Annotatsiya. *Ushbu maqolada ko‘p tarmoqli, tarqalib boruvchi Bellman-Harris jarayoni, immigratsiya jarayonlari bilan bog‘liq holda o‘rganiladi. Bellman-Harris modeli tasodifiy jarayonlar nazariyasida muhim ahamiyatga ega bo‘lib, u vaqt o‘tishi bilan resurslar va tizimlarning dinamikasini ta’riflaydi. Maqolada ko‘p tarmoqli jarayonlar va immigratsiya elementlari birgalikda ko‘rib chiqilib, tarmoqning rivojlanishida immigratsiyaning qanday rol o‘ynashi tahlil etiladi. Tahlil davomida immigratsiya jarayonlarining ko‘p tarmoqli tizimlar dinamikasiga ta’siri, shuningdek, ushbu jarayonlarning o‘zaro aloqalari va*

o'zgaruvchanliklari tadqiq qilinadi. Bellman-Harris jarayonining parametrlarini va immigratsiya koefitsiyentlarini hisobga olgan holda, modelning xulq-atvorini, vaqt o'tishi bilan qanday o'zgarishini va ijtimoiy-iqtisodiy ta'sirini baholash amalga oshiriladi. Ushbu maqola nazariy va amaliy jihatdan muhim bo'lib, u iqtisodiyot, demografiya va statistik tahlil sohalarida qo'llanilishi mumkin. Natijalar, immigratsiya jarayonlarining ko'p tarmoqli tizimlarga ta'sirini yanada chuqurroq tushunishga imkon berishi bilan birga, amaliyotdagi turli jarayonlarni samarali boshqarishga yordam beradi.

Kalit so'zlar: ko'p tarmoqli vetviy jarayoni, Bellman-Harris jarayoni, Immigratsiya, tasodifiy modellar, tasodifiy jarayonlar, populyatsiya dinamikasi, immigratsiyani modellashtirish, tasodifiy jarayonlar nazariyasi.

Пусть $F_i(s) = \sum P_k^i s^k$ - производящая функция распределения непосредственных потомков, $i = 1, 2, 3, \dots, k$.

$G_i(t)$ - распределения времени жизни процесса Беллмана-Харриса.

Определения.

Период жизни ветвящегося процесса с иммиграцией начинается в момент T и имеет длину τ , если число чистец $z_i(T - 0) = 0$, $z_i(t) > 0$ для всех $T < t < T + \tau$ а $z(t + \tau) = 0$ (траектория процесса предполагается непрерывным справа)

Предположим

$$u_i(t) = P\{\tau_i > t\}$$

$$B_i(s) = \sum_{t=0}^{\infty} u_i(t) s^t$$

и

$$J_i'(t) = P\{z_i(t) \neq 0 \mid z_i(0) = 0\}.$$

Теорема 1. Пусть $m_i = F_i'(1) < 1$, $\int_0^{\infty} (1 - G_i(t)) dt = \infty$, $G \in Z$,

$$H_i(t,s) = \prod_{k=0}^{\lfloor t \rfloor} G_i(F_{t-k}^i(s)),$$

тогда

$$J_i(t) = \exp \left\{ \frac{1}{1-m_i} \int_0^t (1-G_i(x)) dx (1+o(1)) \right\}.$$

Доказательство.

В силу того, что $\int_0^{\infty} (1-G_i(t)) dt = \infty$ и $\delta_i(x) = o(x)$ при $x \rightarrow 0$ и используя

$$\ln J_i(t) = -\lambda_i \int_0^t (1-\Phi_i(x,0)) dx + \int_0^t \delta_i(1-\Phi_i(x,0)) dx$$

также

$$P\{\mu_i(t) > 0\} = 1 - \Phi_i(t, 0) \sim \frac{1-G_i(t)}{1-m_i}$$

Получаем при $t \rightarrow \infty$

$$\ln J_i(t) = -\frac{\lambda_i}{1-m_i} \int_0^t (1-G_i(t)) dx (1+o(1))$$

что доказывает утверждения.

Теорема 2. Пусть $m_i = 1$ и

$$F_i(s) = s + (1-s)^{1+\alpha_i} L_i\left(\frac{1}{1-s}\right), \quad \alpha_i \in (0, 1] \quad (1)$$

$L_i(s)$ - медленно меняющиеся функция.

Пусть $\mu_i = \int_0^{\infty} t dG_i(t) < \infty$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(1-G_i(n))}{1-F_i^n(0)} = 0, \quad (2)$$

тогда

$$P\{\mu_i(t) > 0\} \sim t^{-\frac{1}{\alpha_i}} L_i(t)$$

и при $0 < \alpha_i < 1$ тогда

$$y_i(t) \downarrow \lambda_i > 0, \quad (t \rightarrow \infty) \quad (3)$$

Доказательство.

Пусть выполнены условия (1) и (2) и $0 < \alpha_i < 1$ тогда рассуждения получаем (3).

Если же $\alpha_i = 1$ и $L_i(t) \rightarrow C_i$ - константа тогда

$$\ln y_i(t) = -\lambda_i \int_0^t P\{\mu_i(t) > 0\} dx (1 + o(1)) = -\lambda C_i \int_0^t \frac{dx}{x} (1 + o(1))$$

Последнее равно сильно ([Феллер] Т2ю стр. 342)

$$y_i(t) \sim L_i(t) t^{-\lambda_i}$$

и выполнено $\sum_{k=1}^{\infty} k V_k^i \ln k < \infty$ условие и

$\left| \int_0^{\infty} (P\{\mu_i(t) > 0\} - L_i t^{-1}) dt \right| < \infty$, тогда используем

$$\ln y_i(t) = -\lambda_i \int_0^t \left(\frac{1}{1 + \frac{B_i}{\mu_i} x} + \varepsilon_i(x) \right) dx + \int_0^t \left(\frac{1}{1 + \frac{B_i}{\mu_i} x} + \varepsilon(x) \right) dx$$

и [*] получаем утверждение теоремы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Севостьянов Б.А. Ветвящиеся процессы. М, Наука, 1971.0

2. Бадалбоев И.С, Машраббоев А. Периоды жизни ветвящегося процесса Беллмана-Харриса с иммиграцией. - В сб.: Вероятностные распределения и математическая статистика. Ташкент: Фан, 1986, с. 60-82.
3. Athreya K.B., Ney P. Branching processes. Berlin et al, springer, 1972, XL 287pp.
4. Зубков А.М. Периоды жизни ветвящегося процесса с иммиграцией, - Теор.вероятн. и ее примен., 1972, т. VIII, ел, с. 179-188.
5. Polvonov RR, SHaripov FM. LOCAL LIMIT THEOREMS FOR SUMS OF CONTINUOUS RANDOM VARIABLES. Scientific Bulletin of Namangan State University. 2019; 1 (10):54-8.
6. Феллер В., Введения в теорию вероятностей им приложения, М. Мир, 1967, Е2752 стр.