

Умаралиева Наргиза Ташкинбаевна
Наманганский государственный университет
e-mail: umaraliyeva80@gmail.com

+9989707148

УДК 519.813.7

**АЛГОРИТМ П-СТРАТЕГИИ В ДИСКРЕТНЫХ ИГРАХ ПРЕСЛЕДОВАНИЯ С
СУММАРНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА ПЛОСКОСТИ**

***Аннотация.** Работа посвящена дискретным задачам преследования с суммарными ограничениями на управления игроков. Основным инструментом решения задачи остается стратегия параллельного сближения (П-стратегия). В статье предложена дискретная форма П-стратегии, разработан алгоритм для решения задачи, а также создана анимационная модель, которая визуализирует процесс в плоскости и позволяет наблюдать его на компьютере.*

***Ключевые слова.** Дискретная игра, суммарное ограничение, преследователь, убегающий, стратегия, преследование, гарантированный шаг поимки.*

Umaraliyeva Nargiza Tashkinbayevna
Namangan State University

THE Π -STRATEGY ALGORITHM IN DISCRETE PURSUIT GAMES WITH TOTAL CONSTRAINTS IN THE PLANE

Annotation. *The study focuses on discrete pursuit problems with total constraints on the players' controls. The parallel approach strategy (Π -strategy) remains the main tool for solving such problems. This paper introduces a discrete form of the Π -strategy, develops an algorithm for solving the problem, and presents an animated plane model to visualize the process on a computer.*

Keywords. *Discrete game, total constraints, pursuer, evader, strategy, pursuit, guaranteed capture step.*

Umaraliyeva Nargiza Tashkinbayevna

Namangan davlat universiteti

TEKISLIKDAGI YIG'INDI CHEGARALANISHLI DISKRET QUVISH O'YINIDA Π -STRATEGIYA ALGORITMI

Annotatsiya. *Tadqiqot o'yinchilarning boshqaruvi yig'indi chegaralanishli diskret quvish masalalariga bag'ishlangan. Asosiy yechim vositasi parallel yaqinlashish strategiyasi (Π -strategiya) hisoblanadi. Maqolada Π -strategiyaning diskret shakli taklif qilinib, masalani yechish algoritmi ishlab chiqilgan va jarayonni kompyuterda kuzatish imkonini beruvchi masalaning tekislikdagi animatsion modeli yaratilgan.*

Kalit so'zlar. *Diskret o'yin, yig'indi chegaralanish, quvlovchi, qochuvchi, strategiya, quvish, kafolatlangan tutish qadami.*

1. Введение

Теория процессов с управляемым конфликтом, или, сокращённо, теория динамических игр, тесно связана с применением как в технических, так и в экономических областях. Как известно, теория динамических игр в основном делится на два взаимосвязанных класса:

1. Дифференциальные игры, в которых уравнения движения игроков описываются дифференциальными уравнениями, а стратегии игроков

непрерывно зависят от поступающей информации;

2. Дискретные игры, в которых уравнения движения игроков описываются пошаговыми рекурсивными уравнениями, и стратегии игроков в этом случае должны предопределять выбор ходов на каждом шаге.

Для изучения прикладных задач с использованием компьютерных технологий более эффективными являются дискретные формы конфликтных моделей. В этом случае становится возможным создание алгоритма для решения задачи. Большое количество исследований посвящено изучению различных аспектов динамических игр.

Работы [1]-[8] заложили теоретическую базу и определили практические аспекты дифференциальных и дискретных игр. Аналогично дифференциальным играм, дискретные игры рассматриваются с двух точек зрения: с точки зрения преследователя (задача преследования) и с точки зрения убегающего (задача убегания). При изучении задачи преследования убегающий подвергается информационной дискриминации. В зависимости от этой информации строится стратегия преследователя, с помощью которой определяются условия, при которых задача решается в пользу преследователя. При изучении задачи убегания, наоборот, преследователь подвергается информационной дискриминации, и, в зависимости от этой информации, строится стратегия убегающего, позволяющая определить условия, при которых задача решается в пользу убегающего.

Дискретные игры с позиционными стратегиями игроков подробно изучены в работах [1],[3]-[5],[9]-[12]. Однако позиционные стратегии не всегда эффективны при решении некоторых задач преследования. Например, в работах [1],[5],[8] для решения задачи Айзекса о игре с "линией жизни" была предложена стратегия параллельного подхода (сокращенно, П-стратегия) или стратегия захвата, которая обеспечивает наилучший подход игроков при произвольных действиях убегающего.

Задачи дифференциальных и дискретных игр интегральными ограничениями на управление игроков изучены в работах [13]-[17]. При решении задачи в работах [16]-[19] была предложена П-стратегия. Для решения задач преследования и убегания были разработаны различные модели программных алгоритмов в работах [20]-[22]. В данной статье рассматривается дискретная игра с суммарными ограничениями на управление игроков. При решении задачи преследования впервые использовано П-стратегия. При этом разработан алгоритм решения задачи и создана анимационная модель, отображающая процесс в плоскости, что позволяет наблюдать его на компьютере.

2. Постановка задачи

В плоскости R^2 два объекта совершают пошаговые движения. Цель первого объекта P (преследователь) заключается в том, чтобы достичь или совпасть со вторым объектом E (убегающий) на последнем шаге. Цель второго объекта противоположна. Пусть их движения описываются следующими рекуррентными уравнениями

$$P: x_i = x_{i-1} + u_i, \quad (1)$$

$$E: y_i = y_{i-1} + v_i, \quad (2)$$

соответственно, здесь:

$x_i = (x_{1_i}, x_{2_i}), y_i = (y_{1_i}, y_{2_i})$ — положение преследователя P и убегающего E в плоскости R^2 на шаге $i, i=1, 2, \dots$;

$x_0 = (x_{1_0}, x_{2_0}), y_0 = (y_{1_0}, y_{2_0})$ — начальное положение преследователя P и убегающего E ; $y_0 \neq x_0$;

$u_i = (u_{1_i}, u_{2_i})$ — управляющий параметр преследователя P , который выбирается в виде последовательности постоянных векторов $u_1, u_2, \dots, u_i \dots \in R^2$ и подчиняется следующему суммарному ограничению

$$\sum_{i=1}^{\infty} |u_i|^2 \leq \mu_0^2, \mu_0 > 0, \quad (3)$$

где $|u_i| = \sqrt{u_{1i}^2 + u_{2i}^2}$;

$v_i = (v_{1i}, v_{2i})$ — управляющий параметр убегающего E , который выбирается в виде последовательности постоянных векторов $v_1, v_2, \dots, v_i, \dots \in R^2$ и подчиняется следующему суммарному ограничению

$$\sum_{i=1}^{\infty} |v_i|^2 \leq \eta_0^2, \eta_0 \geq 0, \quad (4)$$

где $|v_i| = \sqrt{v_{1i}^2 + v_{2i}^2}$.

Вводим новую переменную — вектор расстояния между положениями игроков P и E , $z_i = x_i - y_i$, для всех i , где $i = 1, 2, \dots$, который определяется компонентами:

$$z_i = (z_{1i}, z_{2i}), \quad z_{1i} = x_{1i} - y_{1i}, \quad z_{2i} = x_{2i} - y_{2i}.$$

Длина вектора расстояния выражается как $|z_i| = \sqrt{z_{1i}^2 + z_{2i}^2}$.

Тогда рекуррентные уравнения (1) и (2) объединяются в

$$z_i = z_{i-1} + u_i - v_i, \quad (5)$$

где $z_0 = x_0 - y_0$ и $z_0 \neq 0$.

В этом случае преследователь P стремится реализовать равенство $z_i = 0$ до гарантийного шага поимки $N = \left\lceil \left(\frac{|z_0|}{\mu_0 - \eta_0} \right)^2 \right\rceil + 1$, где $1 \leq i \leq N$ (дискретная игра преследования), а убегающий E стремится реализовать неравенство $z_i \neq 0$ для всех $i = 1, 2, \dots$ или избежать этого столкновения как можно дольше (дискретная игра убегания). Данная постановка определяет задачи преследования и убегания в дискретной форме с суммарными ограничениями на управления игроков.

3. Алгоритм решения задачи дискретной игры преследования на плоскости

Для решения задачи дискретного преследования (1)-(2) или (5),

предполагается, что преследователь знает начальные положения x_0, y_0 , начальные ресурсы μ_0, η_0 , а также значения последовательности v_i на каждом текущем шаге $i=1, 2, \dots$

Определение 1. Мы будем называть последовательность

$$U_i^{\dot{i}} = \dot{i} \quad (6)$$

Π^* -стратегией в задаче дискретного преследования (1)–(2) или (5), где:

$$u_i^{\dot{i}} = v_i - \omega(v_i) e_0, \quad (7)$$

$$u_i^{\dot{i} * \dot{i}} = v_i - z_{i-1} \dot{i}, \quad (8)$$

$$\omega(v_i) = \max\{0, \gamma_0^2 / |z_0| + 2\langle v_i, e_0 \rangle\}, \quad (9)$$

$z_0 = x_0 - y_0$, $e_0 = z_0 / |z_0|$, $\gamma_0^2 = \mu_0^2 - \eta_0^2$. и $\langle v_i, e_0 \rangle$ обозначает скалярное произведение векторов v_i, e_0 в плоскости R^2 , $i=1, 2, \dots$. Далее, последовательность $u_i^{\dot{i}}$ мы будем называть стратегией сближения, а последовательность $u_i^{\dot{i} * \dot{i}}$ — финальной стратегией.

Определение 2. В игре (1)–(2) или (5) будем называть последовательности:

$$\mu_i^2 = \mu_{i-1}^2 - |U_i^{\dot{i}}|^2, \quad (10)$$

$$\eta_i^2 = \eta_{i-1}^2 - |v_i|^2, \quad (11)$$

текущими ресурсами преследователя P и убегающего E , соответственно. Разностью текущих ресурсов игроков будем называть последовательность

$$\gamma_i^2 = \mu_i^2 - \eta_i^2 = \gamma_{i-1}^2 - (|U_i^{\dot{i}}| - |v_i|). \quad (12)$$

Пусть выполнены условия $z_0 \neq 0$ и $\mu_0 > \eta_0$, а преследователь реализует стратегию Π^* (6). Рассмотрим алгоритм для решения задачи дискретной игры преследования (ДИП) на плоскости, в котором анализируются действия как преследователя, так и убегающего игрока на каждом шаге i , до выполнения равенства $z_i = 0$, где $1 \leq i \leq N$.

Алгоритм: ДИП

Назначение: Алгоритм решения задачи дискретной игры преследования (ДИП) состоит из четырёх ключевых процедур, каждая из которых выполняет определённый этап. На первом шаге осуществляется инициализация через Процедуру 1, которая проверяет начальные условия и запускает игру. Затем

выполняется Процедура 2, где происходит определение параметров управления для убегающего игрока. В зависимости от условия $|z_{i-1}| > \omega(v_i)$, алгоритм запускает либо Процедуру 3, которая отвечает за стратегию сближения, либо Процедуру 4, которая выполняет финальную стратегию поимки. Завершение алгоритма происходит после выполнения Процедуры 4.

Требуется: Данные: Процедура1, Процедура2, Процедура3, Процедура4.

Обеспечивается: Выполнение ДИП.

1: Выполнение Процедуры 1.

2: Выполнение Процедуры 2.

3: если $|z_{i-1}| > \omega(v_i)$ то:

3.1: Запустить Процедуру 3,

3.2: Запустить Процедуру 4.

4: иначе

4.1: Запустить Процедуру 4.

5: Завершить алгоритм.

Процедура 1: Инициализация игры

Назначение: Процедура инициализирует игру, проверяя, что начальные данные игроков удовлетворяют необходимым условиям $z_i \neq 0$ и $(\mu_0 > \eta_0 \geq 0)$. При успешной инициализации игра запускается, и процесс переходит к следующей процедуре.

Требуется: Начальные координаты игроков: $E: y_0 = (y_{1_0}, y_{2_0})$, $P: x_0 = (x_{1_0}, x_{2_0})$, а также их начальные ресурсы: $E: \mu_0$, $P: \eta_0$.

Обеспечивается: Инициализация начальных условий для игры.

1: Ввод начальных координат: $y_0 = (y_{1_0}, y_{2_0})$, $x_0 = (x_{1_0}, x_{2_0})$ и начальных ресурсов: μ_0 , η_0 .

2: Вычислить: $z_{1_0} = x_{1_0} - y_{1_0}$, $z_{2_0} = x_{2_0} - y_{2_0}$, $|z_0| = \sqrt{z_{1_0}^2 + z_{2_0}^2}$.

3: если $z_i \neq 0$ и $\mu_0 > \eta_0 \geq 0$ то:

3.1: Вычислить: $e_{1_0} = z_{1_0} / |z_0|$, $e_{2_0} = z_{2_0} / |z_0|$, $\gamma_0^2 = \mu_0^2 - \eta_0^2$.

3.2: Определить гарантийный шаг поимки: $N = \left\lceil \left(\frac{|z_0|}{\mu_0 - \eta_0} \right)^2 \right\rceil + 1$.

3.3: Присвоить: $i := 1$.

4: иначе:

4.1: Перейти к шагу 1.

5: Завершить процедуру.

Процедура 2: Определение параметров управления убегающего

Назначение: Процедура определяет параметры управления для убегающего игрока, проверяя, что значения управляющего параметра соответствуют граничному условию $|v_i|^2 \leq \eta_{i-1}^2$ (4). При выборе параметра управления $v_i = \{\eta_{i-1} v_{1_i}^{\dot{}}, \eta_{i-1} v_{2_i}^{\dot{}}\}$, который удовлетворяет неравенству

$$\max_{i \in R} \sqrt{(v_{1_i}^{\dot{}})^2 + (v_{2_i}^{\dot{}})^2} \leq 1,$$

обеспечивается выполнение ограничения (4). Процедура обновляет данные убегающего игрока в зависимости от этого условия.

Требуется: Данные из Процедуры 1, параметры управления убегающего: E : $v_i^{\dot{}} = (v_{1_i}^{\dot{}}, v_{2_i}^{\dot{}})$.

Обеспечивается: Определение параметров управления для убегающего.

1: Ввод: E : $v_i^{\dot{}} = (v_{1_i}^{\dot{}}, v_{2_i}^{\dot{}})$.

2: Вычислить: $|v_i^{\dot{}}| = \max_{i \in R} \sqrt{(v_{1_i}^{\dot{}})^2 + (v_{2_i}^{\dot{}})^2}$.

3: если $|v_i^{\dot{}}| \leq 1$ то:

3.1: Присвоить: $v_{1_i} := \eta_{i-1} v_{1_i}^{\dot{}}, v_{2_i} := \eta_{i-1} v_{2_i}^{\dot{}}$,

3.2: Вычислить: $|v_i| = \sqrt{v_{1_i}^2 + v_{2_i}^2}$,

3.3: Вычислить: $\langle v_i, e_0 \rangle = v_{1_i} e_{1_0} + v_{2_i} e_{2_0}$,

3.4: Вычислить: $\omega(v_i) = \max\{0, \gamma_0^2 / |z_0| + 2 \langle v_i, e_0 \rangle\}$.

4: иначе

4.1: Перейти к шагу 1.

5: Завершить процедуру.

Процедура 3: Сближающая стратегия

Назначение: Процедура выполняет стратегию сближения, которая используется, когда условие $|z_{i-1}| > \omega(v_i)$ выполняется. Она обновляет координаты игроков и их ресурсы до выполнения условия $|z_{i-1}| \leq \omega(v_i)$

Требуется: Данные из Процедуры 1, Процедуры 2.

Обеспечивается: Выполнение стратегии сближения.

- 1: Вычислить: $u_{1_i}^i = v_{1_i} - \omega(v_{1_i})e_{1_0}$, $u_{2_i}^i = v_{2_i} - \omega(v_{2_i})e_{2_0}$.
- 2: Присвоить: $U_{1_i}^i: i u_{1_i}^i$, $U_{2_i}^i: i u_{2_i}^i$.
- 3: Вычислить: $|U_i^i| := \sqrt{U_{1_i}^i{}^2 + U_{2_i}^i{}^2}$.
- 4: Обновить координаты: $P: x_{1_i} = x_{1_{i-1}} + U_{1_i}^i$, $x_{2_i} = x_{2_{i-1}} + U_{2_i}^i$,
 $E: y_{1_i} = y_{1_{i-1}} + v_{1_i}$, $y_{2_i} = y_{2_{i-1}} + v_{2_i}$.
- 5: Обновить: $z_{1_i} = x_{1_i} - y_{1_i}$, $z_{2_i} = x_{2_i} - y_{2_i}$, $|z_i| = \sqrt{z_{1_i}^2 + z_{2_i}^2}$.
- 6: Обновить ресурсы: $P: \mu_i^2 = \mu_{i-1}^2 - |U_i^i|^2$, $E: \eta_i^2 = \eta_{i-1}^2 - |v_i|^2$.
- 7: Присвоить: $i := i + 1$.
- 8: Запустить Процедуру 2.
- 9: если $|z_{i-1}| > \omega(v_i)$ то:
 9.1: Перейти к шагу 1.
- 10: иначе:
 10.1: Завершить процедуру.

Процедура 4: Финальная стратегия

Назначение: Процедура выполняет финальную стратегию поимки, которая применяется, когда условие $|z_{i-1}| \leq \omega(v_i)$ выполняется. При этом вычисляются параметры, обновляются координаты игроков, и выводятся результаты поимки.

Требуется: Данные из Процедуры 1, Процедуры 2.

Обеспечивается: Выполнение Захвата.

- 1: Вычислить: $i * i = v_{1_i} - z_{1_{i-1}} i$, $i * i = v_{2_i} - z_{2_{i-1}} i$.
- 2: Присвоить: $U_{1_i}^i: i i u_{1_i}^{i * i}$, $U_{2_i}^i: i i u_{2_i}^{i * i}$.
- 3: Обновить координаты: $P: x_{1_i} = x_{1_{i-1}} + U_{1_i}^i$, $x_{2_i} = x_{2_{i-1}} + U_{2_i}^i$,
 $E: y_{1_i} = y_{1_{i-1}} + v_{1_i}$, $y_{2_i} = y_{2_{i-1}} + v_{2_i}$.
- 4: Вывести точку захвата $C(x_{1_i}, x_{2_i})$, шаг захвата i , гарантированный шаг преследования N .
- 5: Завершить процедуру.

4. Результаты моделирования

На основе алгоритма ДИП была реализована анимационная модель на языке C#. Эксперимент проведен с данными из таблицы (Таблица 1), результаты представлены в виде графика (Рисунок 1) и таблицы (Таблица 2), где $N = 58$.

Таблица 1.

Инициалы ДИП

$x_0 = (x_{1_0}, x_{2_0})$	$y_0 = (y_{1_0}, y_{2_0})$	$v_i = (v_{1_i}, v_{2_i})$	μ_0	η_0
(0.3, -1)	(0.5, 0.5)	$v_{1_i} = 1/(2+i^3)$ $v_{2_i} = 1/(3+i^4)$	1.7	1.5

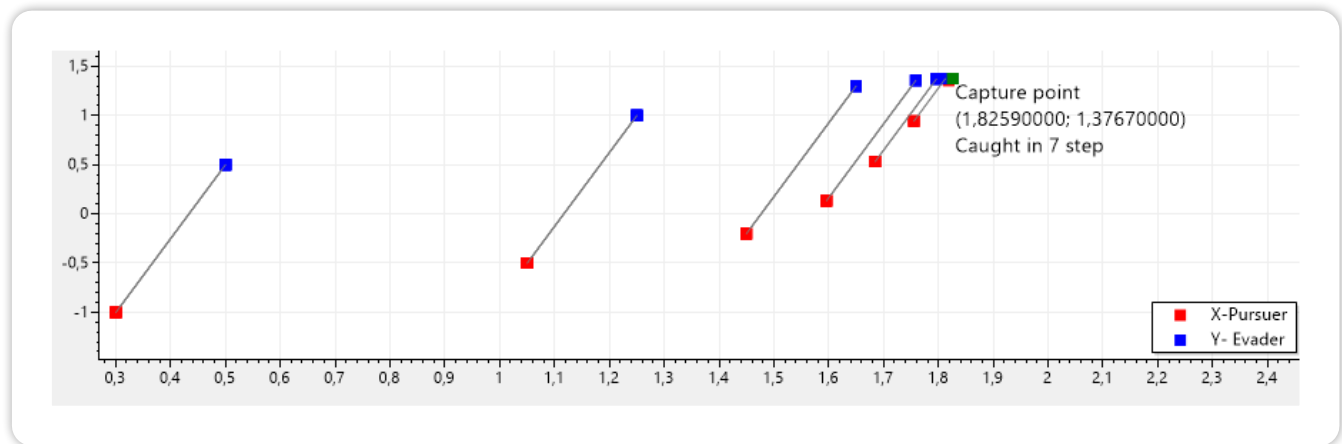


Рисунок 1. Результаты в виде графика

Таблица 2.

Результаты в виде таблицы

i	$x_i = (x_{1_i}, x_{2_i})$	$y_i = (y_{1_i}, y_{2_i})$	$ z_i $	v_{1_i}	v_{2_i}	$ v_i $	η_0	$\omega(v_i)$	$ U_i^{\dot{z}} $	μ_0
0	0.3, -1	0.5, 0.5	1,5133				1,5000			1,7000
1	1.05, -0.5	1.25, 1	1,5133	0,7500	0,5000	0,9014	1,1990	0,000 0	0,9014	1,4414
2	1.4496, - 0.2002	1.6496, 1.2997	1,5133	0,3997	0,2997	0,4996	1,0899	0,000 0	0,4996	1,3520
3	1.5957, 0.1350	1.7586, 1.3571	1,2329	0,1090	0,0574	0,1232	1,0829	0,280 4	0,3657	1,3016
4	1.6842, 0.5320	1.7959, 1.3699	0,8454	0,0373	0,0129	0,0395	1,0822	0,387 5	0,4067	1,2364
5	1.7548, 0.9429	1.8123, 1.3741	0,4351	0,0164	0,0042	0,0169	1,0821	0,410 3	0,4169	1,1640
6	1.8185, 1.3582	1.8209, 1.3758	0,0178	0,0085	0,0017	0,0087	1,0821	0,417 3	0,4202	1,0855
7	1.8259,	1.8259,	0,0000	0,0049	0,0008	0,0050	1,0820	0,420	0,0199	1,0853

	1.3767	1.3767					5		
--	--------	--------	--	--	--	--	---	--	--

В программе можно наблюдать процесс перемещения игроков шаг за шагом, при этом между игроками создаются прямые линии, что позволяет визуализировать параллельное движение. Сама программа размещена в облачном хранилище (https://drive.google.com/file/d/1dklg-yAC0p7QKjgIHMVbZwm7Orb_JIMs/view?usp=sharing) Google Disk, что позволяет тестировать функциональность модели.

5. Вывод

Разработанный подход к решению задачи дискретного преследования с суммарными ограничениями на управление игроков продемонстрировал свою эффективность. Использование стратегии Π^* позволяет преследователю достичь цели до гарантированного шага N , даже с учётом ограничений ресурсов. Модель показывает, что процесс преследования строго зависит от сравнения расстояния между игроками и значения $\omega(v_i)$, что позволяет определять момент завершения игры. Анимационная модель и представленные данные подтверждают правильность разработанного алгоритма, а также дают возможность визуально наблюдать за движением игроков и оценивать эффективность стратегии.

6. Список литературы

1. Айзекс Р. Дифференциальные игры. Мир. Москва, 1967.
2. Понтрягин Л.С. Линейные дифференциальные игры преследования. Математический сборник. – 1980. – Т. 154, № 3. – С. 307–330.
3. Krasovskii N. and Subbotin A. Game-Theoretical Control Problems. New York: Springer. 2011.
4. Азамов А.А. Основания теории дискретных игр. Ташкент: Нисо Полиграф, 2011.
5. Petrosyan L. A. Differential Games Of Pursuit. World Scientific, 1993. – Т. 2.
6. Пшеничный Б.Н. Простое преследование несколькими объектами. Кибернетика. — 1976. — № 3. — С. 145–146.

7. Азамов А. О задаче качества для игр простого преследования с ограничением. Българско матем. спис. Сердика. 1986. Т. 12. Вып. 1. С. 38–43.
8. Азамов А.А., Саматов Б.Т. П-стратегия: Элементарное введение в теорию дифференциальных игр. — Ташкент: Национальный университет Узбекистана, 2000.
9. Азамов А.А. О задаче убегания в двумерных дифференциальных играх. Доклады Академии наук Узбекской ССР, 1974, № 8, с. 3-4.
10. Азамов А.А. Структура дискретных игр преследования и убегания. Известия Академии наук Узбекской ССР, серия физико-математических наук, 1984, т. 2, с. 3–8.
11. Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы. Наукова думка. Киев, 1992.
12. Симакова Е.Н. О дифференциальной игре преследования. Автоматика и телемеханика, 1967, т. 2, с. 5–14.
13. Н. Ю. Сатимов, А. З. Фазылов, А. А. Хамдамов. О задачах преследования и уклонения в дифференциальных и дискретных играх многих лиц с интегральными ограничениями. Дифференц. уравнения, 20:8 (1984), 1388–1396
14. Ушаков В.Н. Экстремальные стратегии в дифференциальных играх с интегральными ограничениями. Прикладная математика и механика. 1972. Том:36.–No1. – С. 15–23.
15. Ибрагимов Г.И. Групповое преследование с интегральными ограничениями на управления игроков. Матем. тр., 6:2 (2003), 66–79; Siberian Adv. Math., 14:2 (2004), 14–26
16. Саматов Б. Т. Построение П-стратегий в игре простого преследования с интегральными ограничениями. Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики. – Т.: Фан. – 1986. – С. 402-412.

17. Саматов Б. Т. О задачах группового преследования при интегральных ограничениях на управления игроков. I. Кибернетика и системный анализ. – 2013. – Т. 49. – С. 756-767.
18. Саматов Б. Т. Задача преследования–убегания при интегрально-геометрических ограничениях на управления преследователя. Автоматика и телемеханика. – 2013. – №. 7. – С. 17-28.
19. Samatov B. T., Umaraliyeva N. T., Uralova S. I. Differential games with the langenhop type constrains on controls. Журнал Лобачевского по математике Учредители: Казанский (Приволжский) федеральный университет. – 2021. – Т. 42. – №. 12. – С. 2942-2951.
20. Dubanov A.A. and Ayushev T. Kinematic model of the parallel approximation method. Journal of Physics: Conference Series, 1791 012044, February 17, 2021
21. Dubanov A.A. Methods of applying matrices in creating models of group pursuit. X International Annual Conference “Industrial Technologies and Engineering” E3S Web Conf. Volume 474, 08 January 2024, p. 9.
22. Samatov B., Umaraliyeva N. The П-strategy and its animation model in plane. AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing, 2024. – Т. 3244. – №. 1.