

Kodirov Komiljon Raximovich
Фаргона давлат университети
Математика кафедраси mudiri
Tel: +998904075594 kkodirov65@mail.ru
Ro'zikov Maxammadjon Mamirjon o'g'li
Фаргона давлат университети
Математика кафедраси o'qituvchisi
Tel: +998911200575 ruzikov91uz@mail.ru

TRIGONOMETRIK FUNKSIYALARNING KELIB CHIQISH TARIXI

Annotatsiya. Ushbu maqolada burchakning o'lchov birligini va trigonometriyaning kelib chiqish tarixi va unga hissa qo'ssgan allomalar haqida tarixiy ma'lumotlar bayon etilgan.

Kalit so'zlar: matematika, yoy uzunligi, sinus, kosinus, tangens, kotangens, teskari trigonometrik funksiya.

Кодиров Комильжон Рахимович
Ферганский государственный университет
заведующий кафедрой математики
Tel: +998904075594 kkodirov65@mail.ru
Рўзиков Махаммаджон Мамирали ўгли
Ферганский государственный университет
Преподаватель кафедры математики
Tel: +998911200575 ruzikov91uz@mail.ru

ИСТОРИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Аннотация. В этой статье изложена историческая информация о единице измерения угла, а также о происхождении тригонометрии и учёных, внесших вклад в её развитие.

Ключевые слова: математика, длина дуги, синус, Косинус, тангенс, котангенс, обратная тригонометрическая функция.

Komiljon Rakhimovich Kodirov
Ferghana State University
Head of the Department of Mathematics
Tel: +998904075594 kkodirov65@mail.ru
Rozikov Makhammadjon Mamirali o'g'li
Ferghana State University
Teacher of the Department of Mathematics
Tel: +998911200575 ruzikov91uz@mail.ru

THE HISTORY OF TRIGONOMETRIC FUNCTIONS

Annotation. This article provides historical information about the unit of measurement of angle, as well as about the origin of trigonometry and the scientists who contributed to its development.

Keywords: mathematics, arc length, sine, cosine, tangent, cotangent, inverse trigonometric function

KIRISH

Umumta'lim maktablarining matematika fani o'qituvchilari dars jarayonlarida dars mavzusiga bog'liq bo'lgan tushunchalarning paydo bo'lish tarixi va ularni shakllanib borish bosqichlari hamda bu borada tadqiqotlar olib borgan

buyuk allomalarimiz haqida qisqacha tarixiy ma'lumotlarni o'quvchilarga yetkazib borishlari maqsadga muvofiqdir. Bundan tashqari sinfdan tashqari dars mashg'ulotlarida, xususan matematik to'garaklarda olib boriladigan mashg'ulotlar paytida ham bu ma'lumotlarga chuqurroq to'xtalib o'tsa bo'laveradi. Bu bilan o'quvchilarni matematikaga bo'lgan qiziqishlarini yanada ortib borishi yuzaga keladi [3,4].

Maktab matematika kursi o'quvchilarning muayyan matematik nazariyaning qanday rivojlanganligi, uning kelib chiqish sabablarini, qanday va nima bilan bog'liqligini, atrofdagi voqelikni o'rganish usullarini va uning imkoniyatlari va cheklanishlarini o'z ichiga oladi. Buning uchun matematikaning tarixiy rivojlanishi bo'yicha materiallar bilan mavzularni sistemali ravishda to'ldirib borish lozim. Bu ishni asta-sekin amalga oshirish lozim. Tarixiy elementlardan iborat materiallar mazmunli va metodik jihatdan yaxshi o'ylangan holda asoslangan bo'lishi kerak.

Ushbu maqolada burchakning o'lchov birligining kelib chiqishi va trigonometriyaning kelib chiqish tarixi, jumladan trigonometrik funksiyalarning dastlabki atamalaridan tortib, uni matematika fanida shakllanib borishi haqida ma'lumotlar bayon etilgan.

TAHLIL VA NATIJALAR

Burchakning o'lchov birliklarining kelib chiqishi. Burchakni gradus o'lchov tushunchasi Qadimgi Vavilonda paydo bo'lgan. Ularning fikricha Quyosh o'zini kunlik bosib o'tadigan yo'lini 180 "qadamda" bosib o'tadi deb xisoblashgan. Demak bir "qadam" $\frac{1}{180}$ kengaytirilgan burchakka teng.

Vavilonda 10 lik emas, 60 lik sanoq sistemasi qabul qilingan, ya'ni 60 ni darajalarini yig'indisi ko'rinishida ifodalangan. Tabiiyki, shuning uchun kichikroq burchaklarning o'lchovini kiritishda bir "qadam" doimiy ravishda 60 qismga bo'lingan. Burchaklarni o'lchashni Vavilon sistemasi ancha qulay ekan. Uni Gretsiya va Rimlik matematiklar ham saqlab kelishgan. Biz qo'llaydigan burchak o'lchamlari deb ataluvchi terminlar lotin tilida o'z mazmuniga ega. «gradus» so'zi lotinchada gradus (qadam, zina) degan ma'noni anglatadi. Lotinchada "minutus"

degani “kichraytirilgan” va nihoyat, “second” degani “ikkilamchi” degan ma’nolarni anglatadi. Bunda quyidagi tushunchalar uchrab turadi: gradusni 60 qismga bo‘lish, ya’ni minutlar –bular birinchi bo‘linish; minutni 60 sekundga bo‘lish –gradusni ikkinchi bo‘linishi. Kam ishlatiladigan $\frac{1}{60}$ sekund – tersina termini, lotinchada “tercina” «uchinchi» (gradusni bo‘lish).

Hozirda ishlatilayotgan burchak kattaliklarini nomlash tizimi XVI va XVII asrlarda keng tarqaldi; undan mashhur astronomlar N.Kopernik va T.Bragelar foydalanishgan. Bundan tashqari K.Ptolomey (milodiy II-asr) gradus kattaligini doirachalar bilan, minutlar sonini shtrix belgisi bilan, sekundlarini esa, ikkita shtrix belgisi bilan belgilagan [1].

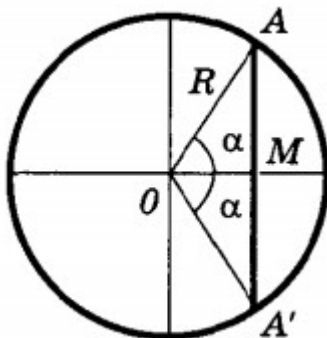
Radian o‘lchov birligi esa, yaqin vaqtlarda kiritilgan bo‘lib, “radian” terminini o‘z ichiga olgan birinchi nashr 1873-yili Anglyada paydo bo‘ldi. Dastlab, belgilashlarda radian o‘lchovi (masalan, $\frac{\pi^R}{2}$ -burchak $\frac{\pi}{2}$ radianda), keyinchalik yuqori qismidagi indeks R (yoki r) lar bekor qilindi.

Agar biz burchakni bir radiandagi ta’rifini esga olsak (yoy uzunligi aylana radiusiga teng bo‘lgan markaziy burchak), unda “rad” ni burchak deb tanlash mutlaqo tabiiy bo‘ladi.

Trigonometriyaning tarixi. «Trigonometriya» so‘zi birinchi bo‘lib nemis matematigi Pitiskusning (1505yil) kitobining sarlavhasida uchragan. Bu so‘zni grekchadan kelib chiqishi: $\tau\rho\omega\nu\nu\nu$ – uchburchak, $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\omega$ - o‘lchov. Boshqacha qilib aytganda, trigonometriya-bu uchburchaklarni o‘lchash haqidagi ilm. Bu nomlanishga ko‘p bo‘lmagan bo‘lsada, trigonometriyaga oid tushunchalar bundan ikki ming yil avval paydo bo‘lgan [2].

Sinus juda ham uzoq tarixga ega. Aslida, uchburchak va aylanalarning qismlari orasidagi turli munosabatlar (aslida trigonometrik funksiyalar) miloddan avvalgi III asrda qadimgi Yunonistonning buyuk matematiklari Yevklid, Arximed, Apolloniy ishlarida uchragan. Rim davrida bu munosabatlar sistematik tarzda

Menel (I-asrda) o'rganilgan, lekin maxsus nomlanmadi. α burchakni zamonaviy sinusi, masalan, α ga teng bo'lgan markaziy burchakka tiralgan yarim vatar yoki ikkilangan yoyga teng bo'lgan vatar kabi aniqlangan (quyidagi rasmga qarang):



$$\sin \alpha = \frac{AM}{R} = \frac{AA'}{2R}$$

Keyingi davrda esa, matematika uzoq vaqt Xind va Arab olimlari tomonidan faol rivojlantirib kelindi. Xususan, IV-V asrlarda buyuk Xind astronomi Ariabxat (476-550yy) tomonidan Yerning birinchi sun'iy yo'ldoshi nomlandi. U AM kesmani (1-rasm) ardxadjiva (ardxa – yarim, djiva – vatarga o'xshaydigan kamon ipi) deb nomladi.

Keyinroq qisqacha *djiva* deb ataluvchi nomlanish yuzaga keldi. IX-asrda Arab matematiklari tomonidan *djiva* (yoki *djiba*) so'zi, arabchaga *djayb* (qavariq) so'ziga o'zgartirildi. XII-asrda Arab tilidagi matematik matnlarning tarjimasida bu so'z lotinchaga sinus (sinus – egilish, egrilik) so'ziga o'zgartirildi.

Kosinus so'zi anchagina yosh. Kosinus –lotinchada qisqacha “complemnty sinus” iborasi bilan, ya'ni “qo'shimcha sinus” (yoki boshqacha qilib aytganda “qo'shimcha yoyning sinusi”; eslang: $\cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha)$).

Trigonometrik funksiyalar bilan ishlashda biz “uchburchaklarni o'lchash” ga doir masalalardan mutloq chetga chiqamiz. Shuning uchun taniqli matematik olim Kleyn (1849-1925) “trigonometrik” funksiyalarni o'zgacha atashni – *goniometriya*

(latincha gonio “burchak” ni anglatadi) tavsiya etdi, lekin uning tavsiyasi amalga oshmadi.

Tangens esa, soya uzunligini ta’rifi bilan bog‘liq masalalarni yechish orqali paydo bo‘ldi. Tangens (kotangens, sekans va kosekanslar ham) tushunchasi X-asrda arab matematigi Abu-l-Vafoy tomonidan kiritildi va tangens va kotangenslarning qiymatlarini topishni birinchi jadvalini tuzdi. Biroq, bu kashfiyotlar uzoq vaqt davomida Yevropalik olimlar uchun noma’lum bo‘lib qoldi va XIV-asrda dastlab ingliz matematigi T.Braverdin tomonidan so‘ng esa, nemis matematigi va astronomi Regiomontan (1467y) tomonlaridan qayta kashf qilindi.

“tangens” nomi lotinchadan tanger (urunish) 1583 yili yuzaga keldi. Tangens so‘zining tarjimasi “urunuvchi” (eslang: tangens chizig‘i –bu birlik aylanaga urunma).

$\arcsin$ va $arctg$ larning zamonaviy belgilanishlari 1772 yili Venalik matematik Sherfer va taniqli fransuz olimi J.L.Lagranjlarning ishlarida paydo bo‘ldi, biroq undan avvalroq Y.Bernulli boshqacha belgilashlarni ishlatgan. Lekin umumiy holda qabul qilingan bunday belgashlar faqatgina XVIII asrni so‘ngi yuz yilligida yuzaga chiqdi. “ark” so‘zi lotinchada arcus (kamon, yoy) so‘zidan kelib chiqqan va ma’nosiga to‘la mos keladi: masalan, $\arcsin x$ –sinusi x ga teng bo‘lan burchak (yoy deyish mumkin).

Uzoq vaqt trigonometriya geometriyaning qismi sifatida rivojlanib keldi, ya’ni trigonometrik funksiyalar termini bilan bayon qilmoqchi bo‘lgan tasdiqlarimiz, geometrik tushuncha va tasdiqlar orqali bayon etilgan va isbotlangan.

Astronomiyaga doir masalalarni yechish trigonometriyaning rivojida katta ahamiyatga ega bo‘ldi va uning rivojlanishiga eng katta turtki bo‘ldi (masalan, kemalarni joylashuvini aniqlash, tutilishning bashorati va xokazo).

Astronomlar sferada joylashgan ko‘p sondagi aylanalardan iborat bo‘lgan sferik uchburchaklarning tomonlari va burchaklari orasidagi munosabatlarga qiziqishgan. Va shuni ta’kidlab o‘tish kerakki, qadimda matematiklar bundan ko‘ra qiyinroq masalalarni yechishni ham uddasidan chiqishgan. Har holda, geometrik

shaklda ma'lum bo'lgan ko'plab trigonometrik formulalar qadimgi Yunon, Xind va Arab matematiklari tomonidan kashf va qayta kashf etilgan (trigonometrik funksiyalar ayirmasi formulasi XVII asrda ingliz matematigi Neper tomonidan kiritilgan, sinusodaning birinchi rasmi 1634 yili yuzaga kelgan).

K.Ptolemey tomonidan tuzib chiqilgan sinuslar jadvali (uzoq vaqt vatarlar jadvali deb yuritilgan): amaliy masalalarni, birinchi navbatda astronomiya masalalarini yechish vositasi sifatida yuzaga kelgan. Ptolemey jadvali besh xonalikkacha aniqlikda berilgan.

Ptolemeyning sinuslar jadvalining ahamiyati: Ptolemeyning sinuslar jadvali, trigonometrik funksiyalarni amalda qo'llashda birinchi keng tarqalgan manba bo'lib, keyinchalik boshqa olimlar va astronomlar tomonidan ishlatilgan. Bu jadval o'rta asrlar davomida va ilm-fan taraqqiyoti davomida astronomiya, navigatsiya va boshqa sohalarda muhim ahamiyatga ega bo'ldi. Sinuslar funksiyasi, albatta, keyinchalik trigonometriyaning asosiy vositalaridan biriga aylangan.

XULOSA

Matematika darslarida o'qituvchining tarixiy materiallar bilan ishlashining fanlararo tizimini yaratish muhim metodologik muammo hisoblanadi. Buning uchun tarix elementlarining matematik materiallar bilan mohirona birikmasini topish lozim. Bu bir muncha qiyin kechishi mumkin. Qiyinchilikni o'ziga xos xususiyati shundan iborat-ki, unda aniq tarixiy materialni tanlash, shuningdek, uni o'qitish usullari va shakllarini berishdan iborat. Matematika darslarida tarix elementlarining didaktik vazifalarini amalga oshirish uchun, ular maxsus o'quv dasturlari va darsliklarga kiritilishi lozim.

Maktab matematika kursining har bir mavzusi o'ziga xos tarixiy faktlar va ularni o'quvchilarga taqdim etish usullarini o'z ichiga oluvchi tegishli uslubiy ishlanmalar yaratilishi lozim. Jumladan trigonometrik funksiyalar, trigonometrik tenglama va tengsizliklarni yechishga doir mavzularni o'qitish bilan birgalikda, ularni kelib chiqish tarixini o'rganish o'quvchilarning axloqiy tarbiyalash vositasi sifatida xizmat qiladi, shuningdek milliy matematika yutuqlaridan faxrlanish hissi bo'yicha tarbiyalaydi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Бахмутская Э. Я. Степенные ряды для $\sin t$ и $\cos t$ в работах индийских математиков XV—XVIII вв // Историко-математические исследования. Физматгиз, 1960. № 13. С. 325—335.
2. Александрова Н. В. История математических терминов, понятий, обозначений: Словарь-справочник, изд. 3-е. СПб.: ЛКИ, 2008. — 248 с.
3. K.Kodirov, M.Mamatqodirov. Matematikani o'qitish jarayonida tarixiy materiallar bilan tanishishning turli shakllari. NamDU ilmiy axborotnomasi. 2020. №11. 338-342 b.
4. K.Kodirov. N.Mirzakarimova. V.I.Romanovskiyy ilmiy maktabini shakllanishi va uni o'quvshilarni vatanparvarlik ruxida tarbiyalashdagi roli. NamDU ilmiy axborotnomasi. 2022. №4. 667-670b.