

Otaxonova Sevinchoy Ruslanbek qizi

O'zbekiston Milliy universiteti, 1-kurs talabasi

E-mail: sevinchoyotaxonova62@gmail.com

Tel: +998940350850

GORIZONTGA BURCHAK OSTIDA OTILGAN JISM HARAKATINI O'RGANISH

Annotatsiya: Ushbu maqola gorizontga nisbatan burchak ostida otilgan jismning harakatini havoning qarshilik kuchlari bo'lgan va bo'lmagan hollarda o'rganishga qaratilgan. Bu orqali nima uchun gorizontga burchak ostida otilgan jism harakatiga doir bo'lgan masalalarni har doim ideal sharoit uchun yechilishini, ya'ni nimaga qarshilik kuchlarini e'tiborga olinmasligi ko'rib chiqilgan. Ushbu maqolada qarshilik kuchlari bo'lgan holatda jismning uchish uzoqligi va trayektoriyasi ideal holatga nisbatan qanday farq qilishini, jismning uchish uzoqliklarini tajriba yo'li bilan aniqlab, taqqoslab o'rganilgan.

Kalit so'zlar: Uchish uzoqligi, Reynolds soni, qarshilik kuchi, qarshilik koeffitsiyenti.

Отахонова Севинчой Русланбек кизи

Национальный университет Узбекистана, студент 1 курса

ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ

Аннотация: Настоящая статья посвящена изучению движения тела, брошенного под углом к горизонту, в условиях с учетом сопротивления воздуха и без него. В ней рассматривается, почему задачи о движении тела, брошенного под углом к горизонту, всегда решаются для идеальных условий, то есть почему силы сопротивления обычно не учитываются. В статье исследуется, как отличаются дальность полета и траектория тела при

наличии сил сопротивления по сравнению с идеальным случаем, а также путем эксперимента определяются и сравниваются дальности полета тела.

Ключевые слова: Расстояние полета, число Рейнольдса, сила сопротивления, коэффициент сопротивления.

Otakhonova Sevinchoy Ruslanbek qizi

National University of Uzbekistan, 1st year student

STUDY OF THE MOTION OF A BODY PROJECTED AT AN ANGLE TO THE HORIZON

Abstract: *This article is aimed at studying the motion of a body projected at an angle to the horizontal, both in the presence and absence of air resistance. It explores why problems related to the motion of a body launched at an angle to the horizon are typically solved under ideal conditions, that is, why air resistance forces are often neglected. The article examines how the flight distance and trajectory of the body differ in the presence of resistance forces compared to the ideal case, and investigates the flight distances experimentally, comparing the results.*

Keywords: *Flight distance, Reynolds number, drag force, drag coefficient.*

Kirish

Ma'lumki, gorizontga burchak ostida otilgan jism harakatini o'rganishda biz havoning qarshilik kuchini ko'p hollarda inobatga olmaydi, buning sababi esa qarshilik kuchining nihoyatda kichik ekanligidir. Ushbu ishda biz havoning qarshilik kuchini baholashga va hisobga olinmasligining sabablarini bilishga harakat qildik. Gorizontga burchak ostida otilgan jism harakatini havoning qarshilik kuchi hisobga olingan holda ko'rib chiqaylik. Bilamiz, havoning qarshilik kuchi doimo harakat yo'nalishiga qarama – qarshi va tezlikning qiymatiga bog'liq bo'lgan kattalik hisoblanadi [1]. Qarshilik kuchining tezlikka

qanday bog'liqligini esa Reynolds soni bilan aniqlaymiz. Reynolds soni jismning shakliga va o'lchamlariga bog'liq bo'lgan kattalik hisoblanadi. Reynolds soni 1 dan kichik bo'lgan holda ($Re \leq 1$), ya'ni jismning harakat tezligi 1 m/s tartibda bo'lsa, havoning qarshilik kuchi jismning harakat tezligiga chiziqli (Stoks) proporsional bo'ladi ($F_q = -kv$) [1]. Ushbu holat uchun harakat tenglamalarini Nyutonning ikkinchi qonunidan foydalangan holda keltirib chiqaramiz.

$$\begin{cases} m a_x = -k v_x \\ m a_y = -k v_y - mg \end{cases} \quad \begin{cases} m \frac{dv_x}{dt} = -k v_x \\ m \frac{dv_y}{dt} = -k v_y - mg \end{cases} \quad \begin{cases} \int \frac{dv_x}{v_x} = \frac{-k}{m} \int dt \\ \int \frac{dv_y}{v_y + \frac{P}{k}} = \frac{-k}{m} \int dt \end{cases}$$

Yuqoridagi integrallashlarni bajarib, tezlikning boshlang'ich $v_x(0) = v_0 \cos \alpha$, $v_y(0) = v_0 \sin \alpha$ shartlardan foydalangan holda tezlikning x va y bo'yicha tenglamalarini hosil qilamiz. Tezlikdan olingan birinchi tartibli hosila koordinataga teng ekanligidan foydalanib, quyidagi tenglamalarni hosil qilamiz [2]:

$$x = \frac{m}{k} v_0 \cos \alpha (1)$$

$$y = \frac{m}{k} (1 - e^{-\frac{kt}{m}})$$

Bu ifodalarni yanada soddalashtirishimiz mumkin. $y = 0$ tenglama kamida ikkita yechimga ega bo'lishi kerak, bundan tashqari $e^{-\frac{kt}{m}}$ ifodani darajali qatorga yoyib olishimiz mumkin, chunki k juda kichik qiymatlarni qabul qiladi.

$$e^{-\frac{kt}{m}} \approx 1 - \frac{kt}{m} + \frac{1}{2} \left(\frac{kt}{m}\right)^2 + \dots \quad (3)$$

(3) ifodani koordinata tenglamalariga qo'yib ularni soddalashtiramiz. Bizga ma'lum, $y = 0$ bo'lgan vaqtda jism yerga tushadi, ya'ni (2) ni nolga tenglashtirib jismning uchish vaqtini aniqlab olamiz. Uchish vaqtini (1) ga qo'yib jismning maksimal uchish uzoqligining quyidagi ifodasini hosil qilamiz:

$$S_{maks} = \frac{m^2 g v_0^2 \sin^2 \alpha}{(mg + k v_0 \sin \alpha)^2} \quad (4)$$

Endi (1) tenglamadan t ni topib (2) tenglamaga qo'yish orqali trayektoriya tenglamasini hosil qilamiz [2].

$$y = x \tan \alpha + \frac{mgx}{k v_0 \cos \alpha} + \frac{m^2 g}{k^2} \ln \left(1 - \frac{kx}{m v_0 \cos \alpha} \right) \quad (5)$$

Reynolds soni 1000 dan katta bo'lganda α) ya'ni, jismning harakat tezligi yuqori bo'lsa, qarshilik kuchi jism tezligining kvadratiga (Nyuton) proporsional bo'ladi ($F_q = -k v^2 \alpha$). Ushbu holat uchun ham xuddi yuqoridagidek usulda Nyutonning ikkinchi qonunidan foydalangan holda harakat tenglamalarini keltirib chiqaramiz [2, 3].

$$\begin{cases} m a_x = -k v_x^2 \\ m a_y = -mg - k v_y^2 \end{cases} \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -\frac{k}{m} v_x^2 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g - \frac{k}{m} v_y^2 \end{cases} \begin{cases} \int_{v_x} \frac{-dv_x}{v_x^2} = \int_{t_0}^t \frac{k}{m} dt \\ \int_{v_y} \frac{-dv_y}{1 + \left(\sqrt{\frac{k}{mg}} v_y \right)^2} = \int_{t_0}^t dt \end{cases}$$

Ushbu integrallarni yechib jismning harakat tezligi va koordinata tenglamalarini hosil qilamiz. Yuqorida aytib o'tilganidek $y = 0$ bo'lganda jismning yerga tushish shartidan foydalanib, trigonometrik shakl almashtirishlar yordamida uchish vaqtini va maksimal uchish uzoqligini quyidagicha ifodasini hosil qilamiz [3]:

$$S_{maks} = \frac{m}{k} \ln \alpha 1 + 2 \sqrt{\frac{k}{mg}} v_0 \cos \alpha \cdot \arctg \sqrt{\frac{k}{mg}} v_0 \sin \alpha \alpha \quad (6)$$

Ushbu holat trayetoriya tenglamasi esa quyidacha bo'ladi:

$$y = \frac{m}{k} \ln \alpha \alpha$$

Natijalar va ularning tahlili

Yuqoridagi (4) va (6) ifodalardan foydalangan holda jismning uchish uzoqligi nazariy yo'l bilan hisoblandi va laboratoriya sharoitida tajriba yo'li bilan jismning maksimal uchish uzoqliklarini bir nechta burchaklarda aniqlandi [4].

Nazariy va laboratoriya sharoitida olingan natijalar farqlari quyidagi jadvallarda keltirilgan.

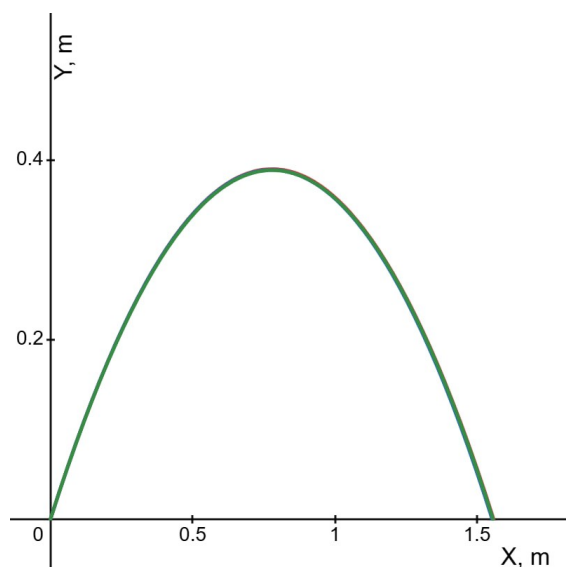
1-jadval. $F_q = -kv$ bo'lgan holat uchun

α°	$S_{tajriba}(\text{cm})$	$S_{nazariy}(\text{cm})$	Natijalar orasidagi farq (%)
30	134,30	134,81	0,38
40	152,70	153,30	0,39
45	155,00	155,67	0,43
50	153,10	153,30	0,13
60	134,50	134,81	0,23
70	99,70	100,06	0,36

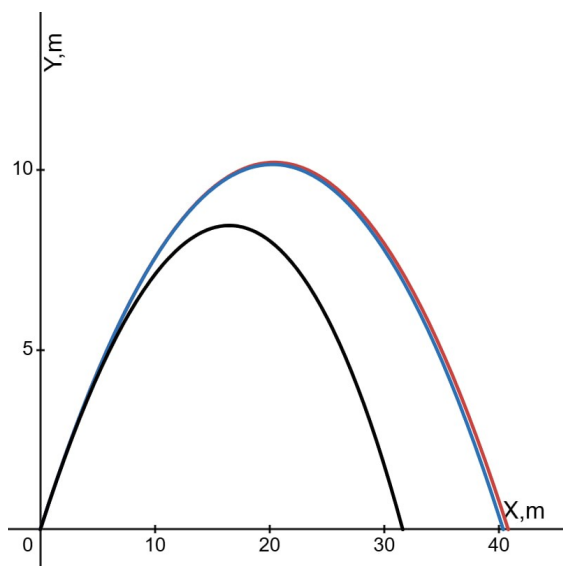
2-jadval. $F_q = -kv^2$ bo'lgan holat uchun

α°	$S_{tajriba}(\text{cm})$	$S_{nazariy}(\text{cm})$	Natijalar orasidagi farq (%)
30	134,30	134,95	0,48
40	152,70	153,46	0,49
45	155,00	155,82	0,53
50	153,10	153,46	0,23
60	134,50	134,95	0,33
70	99,70	100,16	0,46

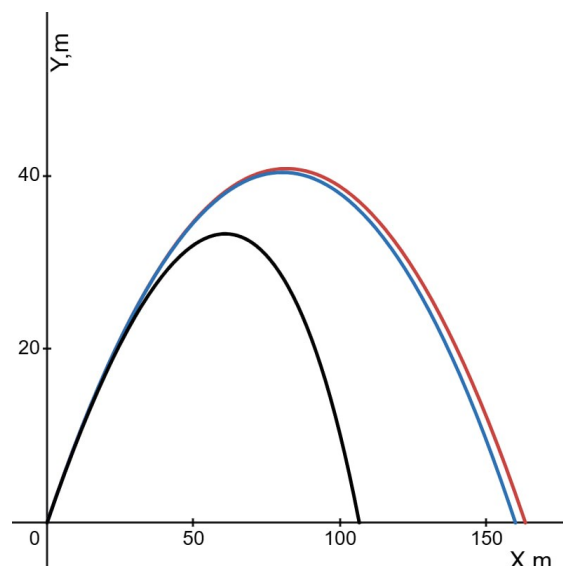
Yuqorida keltirilgan natijalardan ko'rinib turibdiki, biz masalalar ishlayotganda havoning qarshilik kuchini inobatga olmaganimizda ham uncha katta bo'lmagan tezliklarda, hisoblash natijalari tajribada olingan qiymatlariga yaqin chiqar ekan. Ular orasidagi farq 1% dan ham kichik ekanligini ko'rish mumkin. Tezlik oshgan sari esa, ular orasidagi farq ham sezilarli darajada oshadi. Bu farqlarni trayektoriya tenglamalaridan foydalangan holda chizilgan ushbu grafiklarda ko'rish mumkin:



1-rasm. Jism tezligi $v=3,9\text{ m/s}$ bo'lgandagi harakat trayektoriyasi



2-rasm. Jism tezligi $v=20\text{ m/s}$ bo'lgandagi harakat trayektoriyasi



3-rasm. Jism tezligi $v=40\text{ m/s}$ bo'lgandagi harakat trayektoriyasi

Jism kichik tezliklarda otilganda $\vec{v}$) qarshilik kuchi hisobga olingan holda jismning trayektoriyasi ideal holatga juda yaqin chiqqanligini va ular ustma-ust tushib qolganligini ko'rish mumkin (1-rasm). Agar jismni yetarlicha katta tezliklarda otsak, masalan, $v=20\text{ m/s}$ tezlikda otilganda trayektoriyalari orasidagi farq ham ortishni boshlaydi (2-rasm). Rasmdan ko'rinib turibdiki, qarshilik kuchi tezlikka chiziqli (Stoks) proporsional, ya'ni $F_q = -kv$ bo'lganda jismning trayektoriyasi ideal holatga yaqin bo'ladi. Chunki, kichik tezliklarda jismga Stoks kuchi ta'siri ko'proq bo'ladi [5]. Shu sababli ham jismga ta'sir qilayotgan qarshilik kuchini Stoks kuchi deb hisoblasak bo'ladi va bunday holatda jismning trayektoriyasi ideal holatdagiga nisbatan yaqin bo'ladi. Qarshilik kuchi tezlikning

kvadratiga (Nyuton) proporsional, ya'ni $F_q = -k v^2$ bo'lganda jismning trayektoriyasi ideal holatga nisbatan ancha farq qilganini ko'rish mumkin. Bunga sabab, jism katta tezliklarda otilganda jismga ta'sir qilayotgan kinetik energiya ham yetarlicha katta bo'ladi va jismga ta'sir qiluvchi qarshilik kuchini tezlikning kvadratiga bog'liq deyish mumkin [5]. Shuning uchun ham bu holatda trayektoriyasi idealga nisbatan ham, chiziqli bog'liq bo'lgan holatga nisbatan ham ancha farq qiladi. $v=40\text{ m/s}$ tezlikda otilganda esa trayektoriyalar orasidagi farq yanada kattalashganini ko'rish mumkin (3-rasm). Umumiy qilib aytganda, tezlik oshgan sari jismning trayektoriyalari orasidagi farq ham kattalashishni boshlaydi.

Xulosa

Yuqoridagilardan kelib chiqib xulosa qiladigan bo'lsak, jismning maksimal uzoqliklari ideal va real hollarda bir-biriga juda yaqin qiymatlarga ega bo'lganligi sababli, qarshilik kuchi aksariyat hollarda inobatga olinmaydi. Undan tashqari yuqoridagi grafiklardan ham ko'rinib turibdiki, kichik tezliklarda ikkala holatdagi trayektoriyalar ham idealga holatdagi grafiklarga yaqinlashdi. Yetarlicha katta tezliklarda esa ular orasidagi farq sezilarli darajada ekanligini ko'rish mumkin. Yuqoridagilarga asoslangan holda aytish mumkinki, shu kabi masalalarni yechishda havoning qarshilik kuchini hisobga olmasak ham xato hisoblanmas ekan va havoning qarshilik kuchlarini inobatga olmaslikdan maqsad, masala yechish jarayonini soddalashtirish, ya'ni qo'yilgan masalaning javobini topishda qiymatning yuqori aniqligi emas balki, o'quvchilarning fizik hodisa va jarayonlarni aniq tushuna olishi, shuningdek ularning masala ishlash ko'nikmasini shakllantirishdan iborat.

Foydalanilgan adabiyotlar

- [1]. S. P. Strelkov. Mexanika. O'qituvchi. Toshkent - 1997, IX bob, §36-37(128-135b).
- [2]. Могилев А.В. Движение тела, брошенного под углом к горизонту. Законы подобия. Информатика, §3.3/207. Май 2014.

[3]. Peter Chudinov. Projectile motion in a medium with quadratic drag at constant horizontal wind. Perm State Agro – Technological University, Russia. 02397. June 2014.

[4]. K. A. Tursunmetov, F. Y. Turgunbaev, I. X. Xamidjonov. Umumiy fizika kursidan praktikum Mexanika. Toshkent – 2006, (28/174 – 181b).

[5]. S. E. Frish, A. V. Timoreva, Umumiy fizika kursi, 1-tom. Mexanika. O'qituvchi. Toshkent – 1965, §20(66 – 71b)