

Иргашев Бахром Юсупханович

Наманганский государственный технический университет, доцент

E-mail:bahromirgasev@gmail.com

Мухсинова Муаззамхон Косимжон кизи

Магистрант Наманганского государственного университета

E-mail:muazzammuxsinova21@gmail.com

УДК 517.956

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО УРАВНЕНИЯ ПЯТОГО ПОРЯДКА

***Аннотация:** В статье рассматривается краевая задача для неоднородного дифференциального уравнения пятого порядка с двумя независимыми переменными. Доказана единственность решения с использованием метода интегралов энергии. Решение строится в виде ряда по собственным функциям одномерной спектральной задачи.*

***Ключевые слова:** Краевая задача, функция Грина, спектральный метод, асимптотика, сходимость..*

BESHINCHI TARTIBLI BIR JINSLI BO'LMAGAN TENGLAMA UCHUN CHEGARAVIY MASALA

Irgashev Baxrom Yusupxanovich

Namangan davlat texnika universiteti, dotsent

Muxsinova Muazzamxon Qosimjon qizi

Namangan davlat universiteti magistranti

***Annotatsiya:** Ushbu maqolada ikki mustaqil o'zgaruvchiga ega bo'lgan beshinchi tartibdagi bir jinsli bo'lmagan differensial tenglama uchun chegaraviy masala ko'rib chiqilgan. Energiya integrallari usuli yordamida yechimning*

yagona ekani isbotlangan. Yechim bir o'lchamli spektral masalaning o'z funksiyalari bo'yicha qator ko'rinishida quriladi

Kalit so'zlar: chegaraviy masala, Grin funksiyasi, spektral metod, asimptotik baho, determinant, yaqinlashuv.

BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A NONHOMOGENEOUS FIFTH ORDER EQUATION

Irgashev Bakhrom Yusupkhanovich

Namangan State Technical University, Associate Professor

Muxsinova Muazzamxon Qosimjon qizi

Master's student of Namangan State University

Abstract: This article studies boundary value problem for a nonhomogeneous fifth-order differential equation with two independent variables. The uniqueness of the solution is proved using the method of energy integrals. The solution is constructed as a series in terms of the eigenfunctions of a one-dimensional spectral problem

Keywords: boundary value problem, Green's function, spectral method, asymptotic estimate, convergence.

1.Введение

Дифференциальные уравнения высоких порядков, возникающие в моделировании различных физических процессов, таких как колебания упругих систем, процессы в вязкоупругих средах и динамика протяжённых конструкций, представляют собой важный объект исследования в современной математике. Особый интерес представляют краевые задачи для уравнений пятого порядка, поскольку они отражают тонкие особенности распространения волн, внутреннего трения, а также вырождения и сингулярности коэффициентов в физических моделях[1,2].

В последние годы исследованию краевых задач для вырождающихся уравнений высокого порядка уделяется значительное внимание. Были разработаны различные методы приведения уравнений к каноническим видам, построения фундаментальных решений, а также анализа кратных характеристик и особенностей решений в неограниченных и ограниченных областях[3,4,5].

Ряд работ посвящён построению решений с учётом наличия сингулярных коэффициентов и младших членов, что усложняет классические подходы и требует новых аналитических методов[6,7].

В настоящей работе рассматривается краевая задача для неоднородного уравнения пятого порядка. Основное внимание уделяется построению решений в явном виде и исследованию корректности задачи. В работах [8,9] исследовались краевые задачи для однородного уравнения пятого порядка. В данной статье мы исследуем краевую задачу для неоднородного уравнения.

2. Постановка задачи

В области $\Omega = \{ (x, y) : 0 < x < 1, 0 < y < 1 \}$ исследуем следующую краевую задачу для уравнения

$$L[u] = \frac{\partial^5 u}{\partial x^5} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y). \quad (1)$$

Задача А.Н найти решение уравнения (1) из класса $u(x, y) \in$

$C_{x,y}^{5,2} \cap C_{x,y}^{4,1}(\overline{\Omega})$, удовлетворяющее следующим краевым условиям:

$$u(x, 0) = 0, u(x, 1) = 0, \quad (2)$$

$$u(0, y) = 0, u(1, y) = 0, \quad (3)$$

$$u_x(0, y) = 0, u_x(1, y) = 0, u_{xx}(1, y) = 0, \quad (4)$$

где $f(x, y)$ достаточно гладкая функция.

3. Единственность решения

Теорема 1. Если задача А имеет решение, то оно единственно.

Доказательство. Предположим, обратное. Пусть задача А имеет два решения $u_1(x, y)$ и $u_2(x, y)$. Тогда функция $u(x, y) = u_1(x, y) - u_2(x, y)$ удовлетворяет однородному уравнению (1) с однородными краевыми условиями. Докажем, что $u(x, y) \equiv 0$ в $\bar{\Omega}$.

В области Ω справедливо следующее тождество:

$$uL[u] \equiv \frac{\partial}{\partial x}(uu_{xxxx}) - \frac{\partial}{\partial x}(u_x u_{xxx}) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x}(u_{xx}^2) + \frac{\partial}{\partial y}(uu_y) - u_y^2 \equiv 0,$$

(5)

Интегрируя тождество (5) по области Ω и учитывая однородные краевые условия, получим

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \int_0^1 \left[\frac{\partial}{\partial x}(uu_{xxxx}) - \frac{\partial}{\partial x}(u_x u_{xxx}) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x}(u_{xx}^2) \right] dx dy + \int_0^1 \int_0^1 \frac{\partial}{\partial y}(uu_y) dx dy - \int_0^1 \int_0^1 u_y^2 dx dy = 0, \\ & \int_0^1 u(1, y) u_{xxxx}(1, y) dy - \int_0^1 u(0, y) u_{xxxx}(0, y) dy - \int_0^1 u_x(1, y) u_{xxx}(1, y) dy + \\ & + \int_0^1 u_x(0, y) u_{xxx}(0, y) dy + \frac{1}{2} \int_0^1 u_{xx}^2(1, y) dy - \frac{1}{2} \int_0^1 u_{xx}^2(0, y) dy + \\ & + \int_0^1 u(x, 1) u_y(x, 1) dx - \int_0^1 u(x, 0) u_y(x, 0) dx - \int_0^1 \int_0^1 u_y^2 dx dy \equiv 0, \\ & \frac{1}{2} \int_0^1 u_{xx}^2(1, y) dy + \int_0^1 \int_0^1 u_y^2(x, y) dx dy \equiv 0. \end{aligned}$$

Из этого $u_y(x, y) = 0$ или $u(x, y) = f(x)$. Из краевых условий имеем $u(x, 0) = f(x) \equiv 0$, тогда $u(x, y) \equiv 0$.

Теорема 1 доказана.

4. Существование решения

Решение задачи А ищем в виде

$$u(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) \sin \pi k y. \quad (6)$$

Подставим (6) в уравнение (1), тогда получим задачу

$$\begin{cases} X_k^{(5)}(x) + (\pi k)^2 X_k(x) = f_k(x), \\ X_k(0) = 0, X_k'(0) = 0, X_k''(0) = 0, \\ X_k(1) = 0, X_k'(1) = 0, \end{cases} \quad (7)$$

где

$$f_k(x) = 2 \int_0^1 f(x) \sin \pi k y dy,$$

причём справедлива оценка

$$|f_k(x)| \leq M, 0 < M = \text{const}.$$

Составим характеристическое уравнение

$$r^5 + (\pi k)^2 = 0,$$

где $r_s = (\pi k)^{\frac{2}{5}} e^{\frac{2\pi i}{5}}$, $s = 0, 1, 2, 3, 4$;
 $\operatorname{Re} r_1, \operatorname{Re} r_2, \operatorname{Re} r_3 < 0, \operatorname{Re} r_4, \operatorname{Re} r_5 > 0$.

Перенумеруем номера корней r_s так чтобы было
 $\operatorname{Re} r_5 > \operatorname{Re} r_4 > \operatorname{Re} |r_3| > \operatorname{Re} |r_2| > \operatorname{Re} |r_1|$.

Построим функцию Грина $G(x, \xi)$ в виде

$$G(x, \xi) = \begin{cases} G_1(x, \xi) = a_1 e^{r_1 x} + a_2 e^{r_2 x} + a_3 e^{r_3 x} + a_4 e^{r_4 x} + a_5 e^{r_5 x}; 0 \leq \xi \leq x \leq 1, \\ G_2(x, \xi) = b_1 e^{r_1 x} + b_2 e^{r_2 x} + b_3 e^{r_3 x} + b_4 e^{r_4 x} + b_5 e^{r_5 x}; 0 \leq x \leq \xi \leq 1. \end{cases}$$

(8)

Функция Грина удовлетворяет следующим условиям :

$$\begin{cases} G_1(\xi, \xi) - G_2(\xi, \xi) = 0, \\ G_{1x}(\xi, \xi) - G_{2x}(\xi, \xi) = 0, \\ \frac{\partial^3 G_1(\xi, \xi)}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 G_2(\xi, \xi)}{\partial x^3} = 0, \\ \frac{\partial^4 G_1(\xi, \xi)}{\partial x^4} - \frac{\partial^4 G_2(\xi, \xi)}{\partial x^4} = 1. \end{cases} \quad (9)$$

В силу того, что задача (7) имеет единственное решение, то функция Грина существует.

Найдём неизвестные функции $a_j(x), b_j(x)$. Пусть $d_j(x) = a_j(x) - b_j(x)$, тогда по свойству функции Грина при $x = \xi$ имеем систему

$$\begin{cases}
d_1 e^{r_1 \xi} + d_2 e^{r_2 \xi} + d_3 e^{r_3 \xi} + d_4 e^{r_4 \xi} + d_5 e^{r_5 \xi} = 0, \\
d_1 r_1 e^{r_1 \xi} + d_2 r_2 e^{r_2 \xi} + d_3 r_3 e^{r_3 \xi} + d_4 r_4 e^{r_4 \xi} + d_5 r_5 e^{r_5 \xi} = 0, \\
d_1 r_1^2 e^{r_1 \xi} + d_2 r_2^2 e^{r_2 \xi} + d_3 r_3^2 e^{r_3 \xi} + d_4 r_4^2 e^{r_4 \xi} + d_5 r_5^2 e^{r_5 \xi} = 0, \\
d_1 r_1^3 e^{r_1 \xi} + d_2 r_2^3 e^{r_2 \xi} + d_3 r_3^3 e^{r_3 \xi} + d_4 r_4^3 e^{r_4 \xi} + d_5 r_5^3 e^{r_5 \xi} = 0, \\
d_1 r_1^4 e^{r_1 \xi} + d_2 r_2^4 e^{r_2 \xi} + d_3 r_3^4 e^{r_3 \xi} + d_4 r_4^4 e^{r_4 \xi} + d_5 r_5^4 e^{r_5 \xi} = 1.
\end{cases}$$

(10)

Основной определитель Δ , системы (10) имеет вид

$$\Delta = \begin{vmatrix}
e^{r_1 \xi} & e^{r_2 \xi} & e^{r_3 \xi} & e^{r_4 \xi} & e^{r_5 \xi} \\
r_1 e^{r_1 \xi} & r_2 e^{r_2 \xi} & r_3 e^{r_3 \xi} & r_4 e^{r_4 \xi} & r_5 e^{r_5 \xi} \\
r_1^2 e^{r_1 \xi} & r_2^2 e^{r_2 \xi} & r_3^2 e^{r_3 \xi} & r_4^2 e^{r_4 \xi} & r_5^2 e^{r_5 \xi} \\
r_1^3 e^{r_1 \xi} & r_2^3 e^{r_2 \xi} & r_3^3 e^{r_3 \xi} & r_4^3 e^{r_4 \xi} & r_5^3 e^{r_5 \xi} \\
r_1^4 e^{r_1 \xi} & r_2^4 e^{r_2 \xi} & r_3^4 e^{r_3 \xi} & r_4^4 e^{r_4 \xi} & r_5^4 e^{r_5 \xi}
\end{vmatrix} = \prod_{j > p, j=2}^5 (r_j - r_p).$$

Методом Крамера находим решение в виде

$$d_i = \frac{(-1)^{i+1} e^{-r_i \xi} \prod_{j > p, j=2}^5 (r_j - r_p)}{\Delta} = \frac{M_1}{(\pi k)^{\frac{4}{5}} e^{r_i \xi}}, 0 \neq M_1 = \text{const}, i = 1, 2, 3, 4, 5.$$

Теперь для определения $a_j(x)$ получим систему

$$\begin{cases}
a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5, \\
r_1 a_1 + r_2 a_2 + r_3 a_3 + r_4 a_4 + r_5 a_5 = r_1 d_1 + r_2 d_2 + r_3 d_3 + r_4 d_4 + r_5 d_5, \\
r_1^2 a_1 + r_2^2 a_2 + r_3^2 a_3 + r_4^2 a_4 + r_5^2 a_5 = r_1^2 d_1 + r_2^2 d_2 + r_3^2 d_3 + r_4^2 d_4 + r_5^2 d_5, \\
a_1 e^{r_1} + a_2 e^{r_2} + a_3 e^{r_3} + a_4 e^{r_4} + a_5 e^{r_5} = 0, \\
a_1 r_1 e^{r_1} + a_2 r_2 e^{r_2} + a_3 r_3 e^{r_3} + a_4 r_4 e^{r_4} + a_5 r_5 e^{r_5} = 0.
\end{cases}$$

(11)

Основной определитель Δ' , системы (11) имеет вид

$$\Delta' = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ r_1 & r_2 & r_3 & r_4 & r_5 \\ r_1^2 & r_2^2 & r_3^2 & r_4^2 & r_5^2 \\ e^{r_1} & e^{r_2} & e^{r_3} & e^{r_4} & e^{r_5} \\ r_1 e^{r_1} & r_2 e^{r_2} & r_3 e^{r_3} & r_4 e^{r_4} & r_5 e^{r_5} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ r_1 & r_2 & r_3 \\ r_1^2 & r_2^2 & r_3^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} e^{r_4} & e^{r_5} \\ r_4 e^{r_4} & r_5 e^{r_5} \end{vmatrix} + O(e^{r_1+r_3}), k \rightarrow \infty,$$

$$\Delta' = \prod_{1 \leq j}^3 (r_j - r_i) + O(e^{r_1+r_3}) = M e^{r_4+r_5} + O(e^{r_1+r_3}).$$

Далее имеем определитель Δ'_1 , полученный из Δ' заменой первого столбца на столбец свободных членов по правилу Крамера

$$\Delta'_1 = \begin{vmatrix} d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ r_1 d_1 + r_2 d_2 + r_3 d_3 + r_4 d_4 + r_5 d_5 & r_2 & r_3 & r_4 & r_5 \\ r_1^2 d_1 + r_2^2 d_2 + r_3^2 d_3 + r_4^2 d_4 + r_5^2 d_5 & r_2^2 & r_3^2 & r_4^2 & r_5^2 \\ 0 & e^{r_2} & e^{r_3} & e^{r_4} & e^{r_5} \\ 0 & r_2 e^{r_2} & r_3 e^{r_3} & r_4 e^{r_4} & r_5 e^{r_5} \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
& d_1(x) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ r_1 & r_2 & r_3 & r_4 & r_5 \\ r_1^2 & r_2^2 & r_3^2 & r_4^2 & r_5^2 \\ 0 & e^{r_2} & e^{r_3} & e^{r_4} & e^{r_5} \\ 0 & r_2 e^{r_2} & r_3 e^{r_3} & r_4 e^{r_4} & r_5 e^{r_5} \end{vmatrix} + d_2(x) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ r_2 & r_2 & r_3 & r_4 & r_5 \\ r_2^2 & r_2^2 & r_3^2 & r_4^2 & r_5^2 \\ 0 & e^{r_2} & e^{r_3} & e^{r_4} & e^{r_5} \\ 0 & r_2 e^{r_2} & r_3 e^{r_3} & r_4 e^{r_4} & r_5 e^{r_5} \end{vmatrix} + \\
& + d_3(x) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ r_3 & r_2 & r_3 & r_4 & r_5 \\ r_3^2 & r_2^2 & r_3^2 & r_4^2 & r_5^2 \\ 0 & e^{r_2} & e^{r_3} & e^{r_4} & e^{r_5} \\ 0 & r_2 e^{r_2} & r_3 e^{r_3} & r_4 e^{r_4} & r_5 e^{r_5} \end{vmatrix} + d_4(x) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ r_4 & r_2 & r_3 & r_4 & r_5 \\ r_4^2 & r_2^2 & r_3^2 & r_4^2 & r_5^2 \\ 0 & e^{r_2} & e^{r_3} & e^{r_4} & e^{r_5} \\ 0 & r_2 e^{r_2} & r_3 e^{r_3} & r_4 e^{r_4} & r_5 e^{r_5} \end{vmatrix} + \\
& + d_5(x) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ r_5 & r_2 & r_3 & r_4 & r_5 \\ r_5^2 & r_2^2 & r_3^2 & r_4^2 & r_5^2 \\ 0 & e^{r_2} & e^{r_3} & e^{r_4} & e^{r_5} \\ 0 & r_2 e^{r_2} & r_3 e^{r_3} & r_4 e^{r_4} & r_5 e^{r_5} \end{vmatrix} =
\end{aligned}$$

$$= d_1(x)(M + O(e^{r_4+r_5})) + d_2(x)O(e^{r_2+r_5}) + d_3(x)O(e^{r_2+r_3}) + d_4(x)O(e^{r_4+r_5}) + d_5(x)O(e^{r_3+r_4}),$$

$$a_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{d_1(x)(Me^{r_4+r_5} + O(e^{r_4+r_5})) + d_2(x)O(e^{r_2+r_5}) + d_3(x)O(e^{r_2+r_3}) + d_4(x)O(e^{r_4+r_5}) + d_5(x)O(e^{r_3+r_4})}{Me^{r_4+r_5} + O(e^{r_4+r_5})},$$

$$a_1(x) = Md_1(x) = \frac{M_{11}}{(k)^{\frac{5}{4}} e^{r_1 x}}, |a_1(x) e^{r_1 x}| \leq \frac{M_{11}}{(k)^{\frac{5}{4}}}, 0 \neq M_{11} = \text{const.}$$

Для оставшихся членов $a_2(x), a_3(x), a_4(x), a_5(x)$ мы получаем ту же оценку. Таким образом

$$|G_1(x, \xi)| \leq \frac{M}{(k)^{\frac{5}{4}}}, 0 \leq \xi \leq x \leq 1, k \rightarrow +\infty,$$

где $M = \text{const.}$

Теперь рассмотрим

$$G_2(x, \xi) = b_1 e^{r_1 x} + b_2 e^{r_2 x} + b_3 e^{r_3 x} + b_4 e^{r_4 x} + b_5 e^{r_5 x}; 0 \leq x \leq \xi \leq 1.$$

т.к. $b_1(x) = a_1(x) - d_1(x)$, то получим

$$\begin{aligned} & \frac{d_1(x)(Me^{r_4 + r_5} + O(e^{r_1 + r_5})) + d_2(x)O(e^{r_2 + r_5}) + d_3(x)O(e^{r_3 + r_5}) + d_4(x)O(e^{r_1 + r_5}) + d_5(x)O(e^{r_3 + r_4})}{Me^{r_4 + r_5} + O(e^{r_1 + r_5})} - d_1 = \\ & = \frac{d_2(x)O(e^{r_2 + r_5}) + d_3(x)O(e^{r_3 + r_5}) + d_4(x)O(e^{r_1 + r_5}) + d_5(x)O(e^{r_3 + r_4})}{Me^{r_4 + r_5} + O(e^{r_1 + r_5})}, \end{aligned}$$

$$b_1 e^{r_1 \xi} = \frac{d_2(x)e^{r_1 \xi}O(e^{r_2 + r_5}) + d_3(x)e^{r_1 \xi}O(e^{r_3 + r_5}) + d_4(x)e^{r_1 \xi}O(e^{r_1 + r_5}) + d_5(x)e^{r_1 \xi}O(e^{r_3 + r_4})}{Me^{r_4 + r_5} + O(e^{r_1 + r_5})} \Rightarrow$$

$$|b_1 e^{r_1 \xi}| \leq \frac{M}{(\pi k)^{\frac{4}{5}}}, 0 \leq \xi \leq x \leq 1, k \rightarrow \infty.$$

Для оставшихся членов $b_2(x), b_3(x), b_4(x), b_5(x)$ получаем аналогичную оценку. Следовательно

$$|G_2(x, \xi)| \leq \frac{M}{(k)^{\frac{4}{5}}}, 0 \leq \xi \leq x \leq 1, k \rightarrow +\infty, \quad (12)$$

значит

$$\left| \frac{\partial^j G(x, \xi)}{\partial x^j} \right| \leq \frac{M}{(\pi k)^{\frac{4-j}{5}}}, 0 \leq \xi \leq x \leq 1, k \rightarrow +\infty, j = 0, 1, 2, 3, 4. \quad (13)$$

Мы доказали следующую теорему.

Теорема 2 Для функции $X_k(x)$, при $k \rightarrow +\infty$ справедливы оценки:

$$|X_k^{(j)}(x)| \leq \frac{M}{(\pi k)^{\frac{4-j}{5}}} |f_k(\tau)|, j = 0, 1, 2, 3, 4, \quad (14)$$

здесь

$$|f_k(\tau)| = \max_{0 \leq \xi \leq 1} |f_k(\xi)|.$$

Итак решение задачи (7) имеет вид:

$$X_k(x) = \int_0^1 G_k(x, \xi) f_k(\xi) d\xi.$$

Справедлива теорема:

Теорема 3. Если выполнены следующие условия:

- 1) $f(x, y), \frac{\partial^3 f}{\partial y^3} \in C[0, 1];$
- 2) $f(x, 0) = f(x, 1) = f_{yy}(x, 0) = f_{yy}(x, 1) = 0,$

то ряд (6) будет решением задачи А.

Доказательство. Достаточно доказать возможность дважды по членного дифференцирования ряда (6) по переменной y .

Имеем

$$|u_{yy}| \leq M \sum_{k=1}^{\infty} k^2 |X_k(x)| \leq M \sum_{k=1}^{\infty} k^2 \frac{|f_k(\tau)|}{k^{\frac{4}{5}}} \leq M \sum_{k=1}^{\infty} k^{\frac{6}{5}} |f_k(\tau)|, \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
f_k(\tau) &= 2 \int_0^1 f(\tau, y) \sin \pi k y dy = \\
&= -\frac{2}{\pi k} \left[f(\tau, y) \cos \pi k y \Big|_0^1 - \int_0^1 f_y(\tau, y) \cos \pi k y dy \right] = \\
&= \frac{2}{(\pi k)^2} \left[f_y(\tau) \sin \pi k y \Big|_0^1 - \int_0^1 f_{yy}(\tau, y) \sin \pi k y dy \right] = \\
&= \frac{2}{(\pi k)^2} \int_0^1 f_{yy}(\tau, y) \sin \pi k y dy = -\frac{2}{(\pi k)^3} \left[f_{yy}(\tau, y) \cos \pi k y \Big|_0^1 - \right. \\
&\quad \left. - \int_0^1 f_{yyy}(\tau, y) \cos \pi k y dy \right] = \frac{2}{(\pi k)^3} \int_0^1 f_{yyy}(\tau, y) \cos \pi k y dy,
\end{aligned}$$

значит

$$|f_k(\tau)| \leq \frac{M}{k^3},$$

отсюда

$$|u_{yy}| \leq M \sum_k^\infty k^{\frac{6}{5}} \frac{1}{k^3} \leq M \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k^{\frac{9}{5}}} < \infty.$$

Теорема 3 доказана.

Заключение

В данной статье исследована краевая задача для неоднородного дифференциального уравнения пятого порядка с двумя независимыми переменными. Путём

применения метода интегралов энергии доказана единственность решения поставленной задачи.

Решение построено в виде ряда по собственным функциям соответствующей одномерной спектральной задачи.

Литература

1. Вахрушев В.А. Краевая задача для уравнения пятого порядка // Труды СКГМИ (ГТУ), 2008, №15. – С.28–31.
2. Дереняев Н.В., Новиков В.В. К задаче о колебаниях упругих систем с малым внутренним трением // В сб. Колебания корпусов, машин, математика и кибернетика. – Горький, 1974. – С.29.
3. Уринов А.К., Абдукодиров А.Т. Канонические виды дифференциальных уравнений с частными производными пятого порядка // Материалы II Междунар. Российско-Узбекского симпозиума. – Нальчик: КБНЦ РАН, 2012. – С.151–154.
4. Апаков Ю.П., Иргашев Б.Ю. Краевая задача для вырождающегося уравнения высокого нечетного порядка // Украинский математический журнал. – 2014. – Т. 66, № 10. – С. 1318–1331.
5. Иргашев Б.Ю. Краевая задача для вырождающегося уравнения высокого порядка с сингулярными коэффициентами // Узбекистанский математический журнал. – 2020. – №1. – С. 45–53.
6. Апаков Ю.П., Жураев А.Х. Краевая задача для уравнения пятого порядка с кратными характеристиками в неограниченной области // Узбекский математический журнал. 2009, №4. – С. 21-28.

7. Жураев А.Х., Апаков Ю.П. Вторая краевая задача для уравнения пятого порядка с кратными характеристиками // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. 2012. Т. 14. № 1. - С. 22-27.

8. Апаков Ю.П., Мирзаев О.М. Решения одной краевой задачи для уравнения пятого порядка с кратными характеристиками. Научный вестник Наманганского государственного университета. – Наманган, 2022. №5. – С.129-137.

9. Сопуев А., Апаков Ю.П., Мирзаев О.М. Вестник ОшГУ «Решения второй краевой задачи для уравнения пятого порядка с кратными характеристиками», 2022, №3. – С.136-149. DOI: 10.52284/oshgu.v1i3.2022.1.136