

Muxtarov Erkinjon Kobiljonovich
Andijon davlat universiteti, Umumiy fizika kafedrası dotsenti
e-mail: erkinmuxtarov@yahoo.com

UO‘K: 378.147

“CHEKSIZ CHUQUR POTENSIAL O‘RA” MAVZUSINI RAQAMLI TEKNOLOGIYALAR YORDAMIDA O‘QITISH METODIKASINI TAKOMILLASHTIRISH

Annotasiya: Maqolada kvant mexanikasining “Bir o‘lchamli cheksiz chuqur potensial o‘radagi zarracha” modeli pedagogik nuqtai nazardan ko‘rib chiqiladi. O‘quv jarayonida Shredinger tenglamasini yechish, to‘lqin funksiyasi va ehtimollik zichligining grafik talqini, kvant sonlariga bog‘liqligi chuqur tahlil qilinadi. Zamonaviy raqamli vositalar, simulyatsiya dasturlari va grafik vizualizatsiyalarning integratsiyasi orqali talabalarda mavzuga nisbatan intuitiv va aniq tasavvur shakllantirish imkoniyatlari yoritilgan. Maqolada interaktiv o‘qitish, muammoli masalalarni tahlil qilish hamda mustaqil o‘rganishga yo‘naltirilgan topshiriqlar misolida mavzuni o‘zlashtirish samaradorligi ko‘rsatib berilgan.

Kalit so‘zlar: kvant mexanikasi, Shredinger tenglamasi, potensial o‘ra, to‘lqin funksiyasi, ehtimollik zichligi, interaktiv simulyatsiya, raqamli texnologiya, ta‘lim metodikasi.

Мухтаров Эркинжон Кобилжонович
Андижанский государственный университет,
доцент кафедры общей физики

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «БЕСКОНЕЧНО ГЛУБОКАЯ ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЯМА» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Аннотация: В статье рассматривается задача о частице в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме с точки зрения педагогики преподавания квантовой механики. Анализируются решения стационарного уравнения Шредингера, свойства волновых функций и плотностей вероятности, их зависимость от квантового числа. Особое внимание уделено использованию цифровых технологий – интерактивных симуляций и визуализаций – в обучении, что способствует формированию у студентов более глубокого и интуитивного понимания квантовых понятий. На конкретных примерах показано, как цифровые инструменты повышают эффективность усвоения темы.

Ключевые слова: квантовая механика, уравнение Шредингера, потенциальная яма, волновая функция, плотность вероятности, цифровые технологии, интерактивные симуляции, методика преподавания.

Mukhtarov Erkin Kobilzhanovich

Andijan State University,

Associate Professor of the Department of General Physics

IMPROVING THE TEACHING METHODOLOGY OF THE TOPIC “INFINITE POTENTIAL WELL” USING DIGITAL TECHNOLOGIES

Abstract: This article explores effective methodological approaches to teaching one of the key topics in quantum mechanics – the “one-dimensional infinite potential well” model using digital technologies. It highlights the advantages of an educational platform based on interactive simulations, graphical modeling, and practical exercises that enhance students’ deep understanding and intuitive visualization of physical meaning. The software tool is used to analyze key concepts such as the wave function, probability density, and energy quantization. Based on pedagogical observations and analytical solutions, the didactic benefits of digital teaching methods are substantiated.

Keywords: quantum mechanics, Schrödinger equation, potential well, wave function, probability density, interactive simulation, digital technology, teaching methodology.

Kirish

“Zarrachaning bir o‘lchamli cheksiz chuqur potensial o‘radagi holati” mavzusi kvant mexanikasining asosiy va fundamental tushunchalaridan biri hisoblanadi. Ushbu model to‘lqin funksiyasi, zarrachaning fazodagi ehtimollik taqsimoti hamda yopiq kvant sistemalarida energiyaning diskret xarakterga ega bo‘lishi kabi muhim tamoyillarni tushinishda samarali misol sifatida xizmat qiladi.

Masalaning kontseptual soddaligiga qaramay, u kvant nazariyasining asosiy qoidalarini yoritib beradi hamda yanada murakkab nazariy modellar va hisoblash uslublariga tayanch bo‘lib xizmat qiladi.

An’anaviy yondashuvga ko‘ra, talabalar mazkur sistema uchun Shredinger tenglamasini yechish orqali energiya sathlari spektrini, xususiy funksiyalar shaklini va ularning ehtimollik taqsimotlari bilan bog‘liqligini aniqlaydilar [1]. Biroq zamonaviy ta’lim texnologiyalarining rivojlanishi bu mavzuni o‘qitishda yangi pedagogik yondashuvlarni tatbiq etishni taqozo etmoqda.

Zamonaviy o‘quv metodikalari tarkibida interfaol vositalar, kompyuter simulyatsiyalari va vizualizatsiyalardan foydalanish talabalar tomonidan mavzuning chuqur va intuitiv anglanishiga xizmat qiladi. Bu esa kvant jarayonlari haqidagi tasavvurni boyitadi va o‘quv materialining samarali o‘zlashtirilishini ta’minlaydi.

Adabiyotlar tahlili

Matematik nuqtai nazardan cheksiz chuqur potensial o'ra – bu potensial energiyani $U(x)$ funksiyasi bo'lib, u muayyan oraliqda, masalan, $0 \leq x \leq L$ da nolga teng bo'ladi va ushbu oraliqdan tashqarida cheksiz katta qiymatga ega [2]:

$$U(x) = \begin{cases} 0, \wedge 0 \leq x \leq L \\ \infty, \wedge x > 0 \text{ yoki } x > 0 \end{cases}$$

Zarracha faqatgina ushbu o'ra ichida joylashgan bo'lishi mumkin. Tashqi sohalarda, ya'ni potensial cheksiz bo'lgan joylarda, zarrachaning mavjud bo'lish ehtimoli yo'q, ya'ni uning to'liq funksiyasi bu sohalarda nolga teng bo'lishi shart. Bu holat Shredinger tenglamasi yechimi uchun aniq chegaraviy shartlarni belgilab beradi.

Ushbu sistema uchun stasionar Shredinger tenglamasi quyidagicha yoziladi [3]:

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = E \psi(x)$$

bu yerda: $\psi(x)$ – zarrachaning to'liq funksiyasi, E – energiya, $\hbar$ – Plank doimiysining kamaytirilgan shakli, m – zarrachaning massasi.

Potensial energiya $U(x)=0$ bo'lganligi sababli, tenglama quyidagicha soddalashadi:

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = -k^2 \psi(x)$$

bu yerda $k = \sqrt{2mE}/\hbar$. Bu differensial tenglamaning umumiy yechimi:

$$\psi(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx)$$

Chegaraviy shartlarga ko'ra: $\psi(0)=0$ va $\psi(L)=0$ shartlarini bajarish uchun $B=0$ bo'lishi kerak (chunki $\cos(0)=1$). U holda, to'liq funksiyasi quyidagicha ko'rinishga ega bo'ladi [4]:

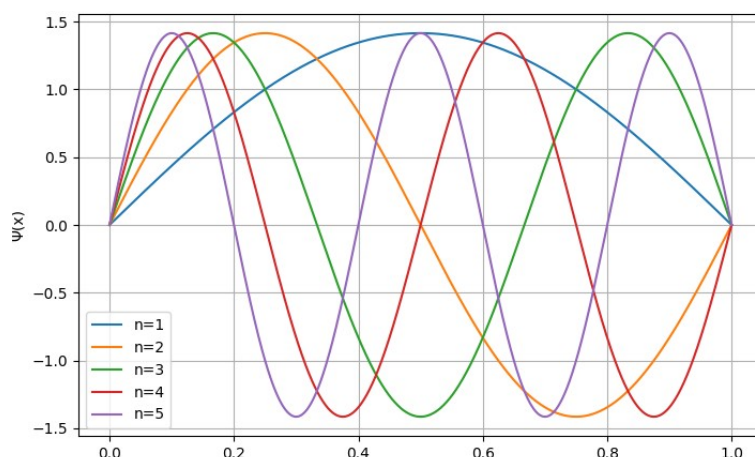
$$\psi(x) = A \sin(kx)$$

Yuqorida keltirilgan tenglama bir o'lchamli sistema uchun Shredinger tenglamasining umumiy yechimi hisoblanadi. chegaraviy shartlarni qo'llash orqali aynan bizning sistema uchun to'liq yechimni topamiz. $x=0$ va $x=L$ nuqtalarda zarrachaning topilish ehtimoli nolga teng bo'lishi kerak. Demak:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi n x}{L}\right), \quad n = 1, 2, 3... \quad (1)$$

bu normallashtirilgan to'liq funksiyasi hisoblanadi [5].

Ko'rgazmali tasavvur hosil qilish maqsadida turli kvant sonlari qiymatlarida to'liq funksiyasining grafik tasviri keltiriladi. 1-rasmda ko'rinib turibdiki, kvant sonining qiymati ortishi bilan to'liq funksiyasining shakli murakkab tus oladi.



1-rasm. Cheksiz chuqur potensial o‘radagi zarrachaning turli kvant sonlari qiymatlarida to‘lqin funksiyalari grafigi.

To‘lqin funksiyasining o‘zi bevosita fizik ma’noga ega emas. Biroq uning modulining kvadrati $|\psi(x)|^2$ - aniq fizik mazmunga ega bo‘lib, u zarrachaning fazodagi muayyan sohada ma’lum vaqt oralig‘ida joylashish ehtimolini ifodalaydi. n -energiya sathidagi ehtimollik zichligi quyidagi ifoda orqali aniqlanadi [6]:

$$\rho_n(x) = \frac{2}{L} \sin^2 \left(\frac{n\pi x}{L} \right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

Ushbu modul kvadrat funksiyasi ehtimollik taqsimotini tavsiflaydi hamda zarrachaning fazoning turli nuqtalarida joylashish ehtimolini bashorat qilish imkonini beradi. Shunga muvofiq, cheksiz chuqur potensial o‘radagi ehtimollik zichligining grafigi ham tobora murakkab shaklga ega bo‘ladi.

Tadqiqot metodologiyasi

Mazkur tadqiqotda kvant mexanikasining asosiy mavzularidan biri – zarrachaning bir o‘lchamli cheksiz chuqur potensial o‘radagi holatini o‘rganishga doir pedagogik va matematik yondashuvlar kompleks tarzda qo‘llanildi. Ishda nazariy tahlil, matematik modellashirish, grafik tahlil va interaktiv vizualizatsiyalardan foydalanildi.

Birinchidan, Shredinger tenglamasining stasionar holi asosida potensial o‘radagi zarrachaning to‘lqin funksiyalari va ularning kvant sonlariga bog‘liqligi analitik usulda yechildi. Ularning grafigi orqali to‘lqin funksiyasi va ehtimollik zichligining xususiyatlari o‘rganildi.

Ikkinchidan, o‘quv jarayonida qo‘llash uchun maxsus ishlab chiqilgan interaktiv dasturiy vosita yordamida talabalarning mavzuni vizual tushunish darajasi oshirildi. Simulyatsiyalar orqali zarrachaning turli kvant sathlarida qanday energiyaga ega

bo'lishi, ehtimollik zichligi qanday taqsimlanishi va bu ko'rinishlar kvant soniga qanday bog'liqligi ko'rsatib berildi.

Tadqiqotning natijalari talabalarning mavzuni chuqurroq o'zlashtirishi uchun interfaol yondashuvlar, grafik modellash va nazariy yechimlar uyg'unligining samarali ekanini tasdiqlaydi.

Natijalar va ularning tahlili

Kvant mexanikasi bo'yicha boshlang'ich darajadagi deyarli barcha mashg'ulotlarda birinchi o'rganiladigan potensial turi – bu “potensial o'radagi zarracha” hisoblanadi [7].

Ushbu mavzuni o'rganish jarayonida talabalar bir necha muhim jihatlarni ko'rgazmali tarzda anglab yetadilar:

1. Energiyaning kvantlanishi – cheksiz chuqur potensial o'ra misolida kvant mexanikasining klassik fizika bilan farqlanadigan asosiy jihatlaridan biri ravshan ko'rinadi.

2. Chegaraviy shartlar (masalan, $\psi(0)=0$ va $\psi(L)=0$) ni belgilash orqali talabalar fizik sistemaga qo'yiladigan cheklovlarni hisobga olish muhimligini o'zlashtiradilar.

3. Talabalar to'lqin funksiyasining energiya va kvant soniga bog'liq holda qanday o'zgarishini o'rganadilar. Bu esa ularni ehtimollik va stoxastiklik tushunchalari bilan tanishtiradi.

4. Ushbu masala talabalarni Shredinger tenglamasi va uning turli potensial sohalaridagi yechimlari bilan tanishtiradigan dastlabki amaliy mashq bo'lib xizmat qiladi.

Biroq, cheksiz potensial o'ra nazarayasini o'qitishda talabalarning murakkab matematik va fizik g'oyalarni qabul qilishida ba'zi pedagogik qiyinchiliklar yuzaga kelishi mumkin. Quyida ular sanab o'tiladi:

1. Bu mavzuni o'zlashtirish uchun differensial tenglamalar, integrallar va chegaraviy masalalar yechimlari kabi matematik tushunchalar zarur. Matematik tayyorgarligi yetarli bo'lmagan talabalar Shredinger tenglamasining yechimini tushinishda qiynalishlari mumkin.

2. Energiyaning kvantlanishi g'oyasi, ayniqsa, diskret holatlar haqida fikr yuritishga o'rganmagan talabalar uchun murakkab tuyulishi mumkin. Kvant soniga (n) bog'liq holda energiyaning o'zgarishi ularni chalg'itishi mumkin.

3. To'lqin funksiyasi ($\psi(x)$) va uning ehtimollik amplitudasi sifatida talqini – bu tushuncha kvant mexanikasiga endi kirib kelgan talabalar uchun qiyinchilik tug'diradi.

4. Masalaning fizik ma'nosini tushunish bilan bog'liq muammolar yuzaga keladi. Masalan, zarrachaning nega o'radan chiqib keta olmasligi yoki energiyaning kvant soniga qanday bog'liq ekani haqida tushunmovchiliklar paydo bo'ladi. Bunday holatlar talabada fizik intuitiv tushunchalarning yetishmasligi bilan bog'liq.

5. Energiyaning diskret xarakteri – ya'ni, uzluksiz emasligi, klassik mexanikaga o'rganib qolgan talabalar uchun qabul qilishda muammo tug'diradi.

6. Matematik natijalarni fizik hodisalar bilan bog'lash, ya'ni energiya qiymatlari yoki to'lqin funksiyasi nimani anglatishini tushunish oson emas.

7. Talabalar ko‘pincha kvant effektlarni real hodisa sifatida qabul qilishmaydi, chunki ular kundalik hayotda bunday effektlarni ko‘rmaydi. Bu esa kvant mexanikasining klassik fizikadan tubdan farqli ekanini anglashda qiyinchilik tug‘diradi.

8. Ko‘pchilik talabalar kvant tizimlarni faqat abstrakt matematik vositalar bilan tasavvur qilishadi, bu esa tushunchaning shakllanishini murakkablashtiradi. Vizualizatsiya va intuitiv qabul qilishning yetishmasligi mavzuni o‘zlashtirishni qiyinlashtiradi.

Bizning fikrimizcha, kvant mexanikasi nazariyasini o‘qitishda interfaol vositalar, grafik vizualizatsiyalar va simulyatsiyalardan keng foydalanish juda muhim. Bu talabalar uchun nafaqat mavzuni tushunishni yengillashtiradi, balki abstrakt tushunchalarni intuitiv qabul qilish imkonini ham beradi.

Interfaol simulyatsiyalardan foydalanish talabalar uchun fizik jarayonlarning rivojlanishini kuzatish va sistemadagi parametrlarni boshqarish imkonini yaratadi (masalan, o‘raning kengligi, zarrachaning boshlang‘ich energiyasi yoki to‘lqin funksiyasi kabi) [8]. Shu maqsadda muallif tomonidan maxsus kompyuter dasturi ishlab chiqilgan [9]. Quyida ushbu dasturdan foydalanish imkoniyatlarini bir o‘lchamli kvant potensial o‘ra bilan bog‘liq masalalarni yechish misolida ko‘rib chiqamiz [10].

Qaralayotgan potensial o‘radagi zarrachaning to‘lqin funksiyasi ifodasi (1) da kompleks son qatnashmaydi. Kvant mexanikasida to‘lqin funktsiya hech qanday ma’noga ega bo‘lmasada, uning matematik ifodasini hamda fuksiya grafigini yodda saqlab qolish uchun talabalarga quyidagi masalani berish maqsadga muvofiq.

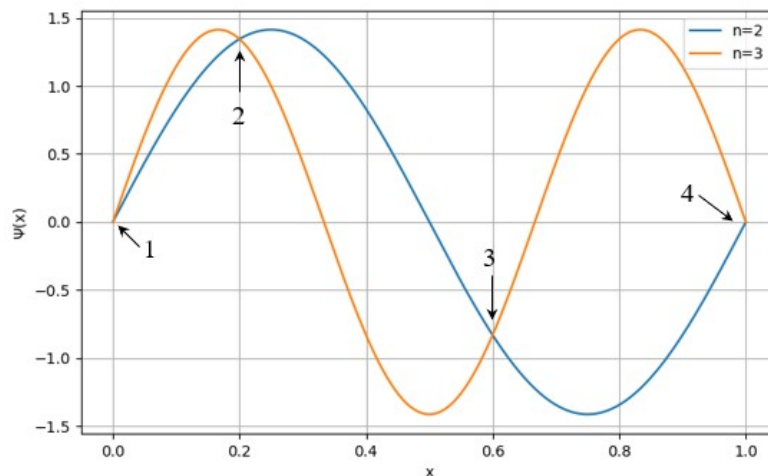
1-masala. Bir o‘lchamli cheksiz chuqur potensial o‘rada joylashgan zarrachaning kvant sonining $n=2$ va $n=3$ qiymatlarida to‘lqin funktsiya grafiklari qaysi nuqtalarda kesishadi. O‘raning kengligi $L=1$ birlik.

Masalaning yechilishi:

Ma’lumki, bir o‘lchamli cheksiz chuqur potensial o‘rada joylashgan zarrachaning to‘lqin funksiyasi (1) ko‘rinishida ifodalanadi. Masala shartiga ko‘ra, to‘lqin funktsiyalarning modullari teng bo‘lishi kerak: $|\psi_2(x)|=|\psi_3(x)|$. (1) formulani hisobga olib, quyidagi tenglikka ega bo‘lamiz:

$$\sin \frac{2\pi}{L}x = \sin \frac{3\pi}{L}x \quad (3)$$

Algebra kursidan ma’lumki, $\sin x = \sin y$ ko‘rinishidagi trigonometrik tenglamaning yechimi $x = (-1)^n y + \pi n$ ifoda orqali topiladi. U holda (3) ning yechimi $n=0$ da $x_1=0$; $n=1$ da $x_2=L/5$; $n=3$ da $x_3=3L/5$; $n=5$ da $x_4=0$ nuqtalar bo‘ladi. Darhaqiqat, $\psi_2(x)$ va $\psi_3(x)$ funktsiyalar grafiklari 1,2,3,4 nuqtalarda kesishadi (2–rasm), bu nuqtalarning absissalari $x_1=0$, $x_2=L/5$, $x_3=3L/5$, $x_4=0$ ga teng.



2-rasm. Turli kvant sonlari qiymatlarida to‘lqin funksiyasining grafik ko‘rinishi.

Kvant sonining qiymatiga bog‘liq holda, to‘lqin funksiyasi grafigining asosiy xossalari quyidagicha ifodalanadi:

- to‘lqin funksiyasi grafigi “n-1” marta Ox o‘qini kesib o‘tadi. Bu tugunlar zarrachaning fazoda topilish ehtimoli nolga teng bo‘lgan nuqtalarni bildiradi;
- to‘lqin funksiyasi “n+1” ta nuqtada nol qiymatga ega bo‘ladi, ya’ni ularning ikkitasi chegaraviy shartlar bilan belgilanadi ($x=0$ va $x=L$), qolganlari esa ichki tugunlar bo‘ladi.

Navbatda, zarrachaning fizik ma’noga ega bo‘lgan xossalarini o‘zida aks ettiruvchi ehtimollik zichligi funksiyasiga oid masalaga o‘tamiz.

2-masala. Bir o‘lchamli cheksiz chuqur potensial o‘rada joylashgan zarrachaning kvant sonlari $n=2$ va $n=3$ qiymatlariga mos ehtimollik zichligi grafiklari qaysi nuqtalarda kesishadi? O‘ra kengligi $L=1$ birlik.

Masalaning yechilishi:

Ma’lumki, bir o‘lchamli cheksiz chuqur potensial o‘rada joylashgan zarrachaning ehtimollik zichligi funksiyasi (2) ko‘rinishida ifodalanadi. Masala shartiga ko‘ra $\rho_2(x) = \rho_3(x)$. U holda (2) ga asosan

$$\sin^2\left(\frac{2\pi}{L}x\right) = \sin^2\left(\frac{3\pi}{L}x\right)$$

yoki

$$\left|\sin\left(\frac{2\pi}{L}x\right)\right| = \left|\sin\left(\frac{3\pi}{L}x\right)\right|$$

Trigonometrik tenglamalar kursidan ma’lumki, tenglamaning yechimi $x=nL/5$ dan aniqlanadi. U holda yechimlar

$$x_1=0; x_2=\frac{L}{5}; x_3=\frac{2L}{5}; x_4=\frac{3L}{5}; x_5=\frac{4L}{5}; x_6=L.$$

Darhaqiqat, $\rho_2(x)$ va $\rho_3(x)$ funksiyalar grafiklari 1,2,3,4,5,6 nuqtalarda kesishadi (3-rasm), bu nuqtalarning absissalari yuqoridagi $x_1; x_2; x_3; x_4; x_5; x_6$ ga teng.

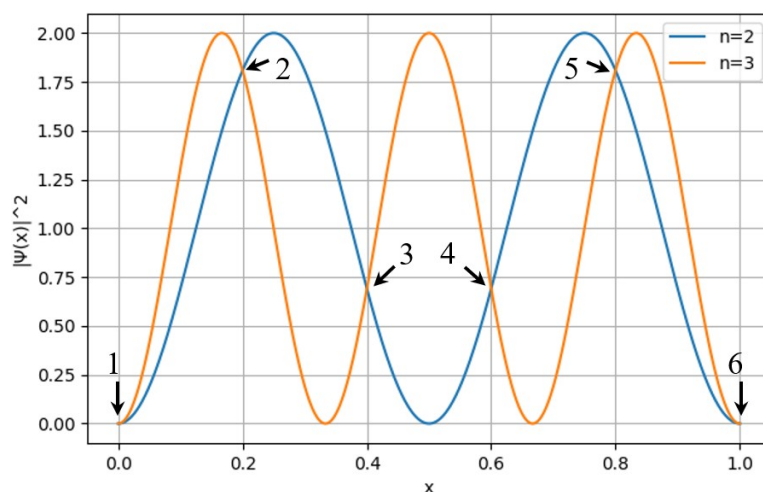
$x_2=L/5$ nuqtada $\rho_2(x_2)$ va $\rho_3(x_2)$ ehtimollik zichliklarining qiymatlarini aniqlaymiz:

$$\rho_2\left(\frac{L}{5}\right)=\frac{2}{L}\sin^2\frac{2\pi L}{L5}\approx 1.8; \quad \rho_3\left(\frac{L}{5}\right)=\frac{2}{L}\sin^2\frac{3\pi L}{L5}\approx 1.8;$$

Xuddi shuningdek, $x_3=2L/5$ nuqtada $\rho_2(x_3)$ va $\rho_3(x_3)$ ehtimollik zichliklarining qiymatlarini aniqlaymiz:

$$\rho_2\left(\frac{2L}{5}\right)=\frac{2}{L}\sin^2\left(\frac{2\pi}{L}\frac{2L}{5}\right)\approx 0,69; \quad \rho_3\left(\frac{2L}{5}\right)=\frac{2}{L}\sin^2\left(\frac{3\pi}{L}\frac{2L}{5}\right)\approx 0,69.$$

3-rasmda keltirilgan grafikda ham, $x_2=L/5$ nutada $\rho_2(x_2)$ va $\rho_3(x_2)$ funksiyalarning son qiymatlari $\rho_2(x_2)=\rho_3(x_2)\approx 1,8$ ekanligi ko‘rinadi. Shuningdek, $x_3=2L/5$ nuqtada $\rho_2(x_3)$ va $\rho_3(x_3)$ funksiyalarning son qiymatlari teng va $\rho_2(x_3)=\rho_3(x_3)\approx 0,69$ qiymatga ega. Bu tahlil shuni ko‘rsatadiki, ehtimollik zichliklarining grafiklari yuqorida aniqlangan nuqtalarda kesishadi va grafikdan olingan son qiymatlar nazariy hisob-kitoblarga to‘liq mos keladi. Bu esa, matematik modellashirish va vizual vositalar asosida tuzilgan dastur ishonchli ekanini ko‘rsatadi.



3-rasm. Turli kvant sonlari qiymatlarida ehtimollik zichligi grafik ko‘rinishi.

3-masala. Bir o‘lchamli cheksiz chuqur potensial o‘rada joylashgan zarracha uchun kvant soni $n=2$ bo‘lganda, ehtimollik zichligi funksiyasi maksimal qiymatga ega bo‘ladigan hamda nolga teng bo‘ladigan nuqtalarning koordinatalarini toping. Potensial o‘raning kengligi $L=1$ birlik.

Masalaning yechilishi:

Ma’lumki, zarrachaning ehtimollik zichligi quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi:

$$\rho_2(x)=\frac{2}{L}\sin^2\frac{2\pi}{L}x \quad (4)$$

$\rho_2(x)$ funksiyaning maksimal qiymatini topish uchun uni x bo‘yicha differensiallab, so‘ngra nolga tenglaymiz [11]:

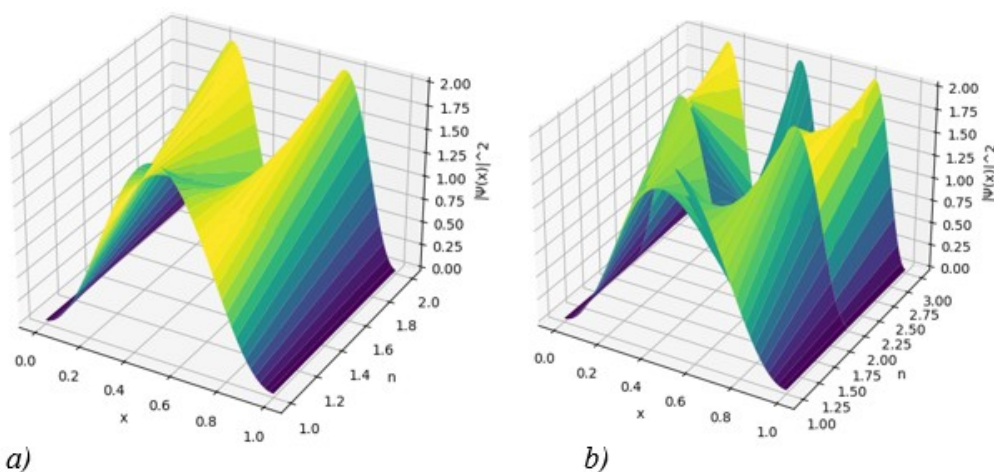
$$\frac{d}{dx}\rho_2(x) = \frac{8\pi}{L^2} \sin \frac{2\pi}{L}x \cdot \cos \frac{2\pi}{L}x = 0 \quad (5)$$

Matematika kursidan ma'lumki, $x_1 = L/4$ va $x_2 = 3L/4$ nuqtalar (5) tenglamani qanoatlantiradi. 3-rasmda keltirilgan grafikda ham $\rho_2(x)$ funksiya mazkur nuqtalarda maksimumga erishganligi va bu qiymat 2 ga teng ekanligi ko'rinadi. 4-rasm(a)da $n=2$ va (b) rasmda $n=3$ da zarracha ehtimollik zichligi grafigi 3D formatda keltirilgan. Undan ham $\rho_2(x)$ funksiyaning maksimal qiymati 2 ga tengligi ko'rinadi.

Navbatda, $\rho_2(x)$ funksiya qaysi nuqtalarda nolga teng bo'lishini tekshiramiz. (4) ga asosan

$$\sin^2 \frac{2\pi}{L}x = 0 \quad (6)$$

(6) trigonometrik tenglamaning yechimi $x_1=0, x_2=L/2, x_3=L$ nuqtalar hisoblanadi. 3-rasmda keltirilgan grafikda ham $\rho_2(x)$ funksiya mazkur nuqtalarda nol qiymatga ega bo'ladi.



4-rasm. Ehtimollik zichligining uch o'lchamli (3D) grafik ko'rinishi.

Talabalarga $n=3$ da zarracha ehtimollik zichligi nechta nuqtada maksimumga erishishi va nechta nuqtada nolga teng bo'lishini 3-rasmda keltirilgan grafikka asosan aytib berishlarini savol sifatida taqdim etish kerak. Javob qoniqarli bo'lsa, yuqoridagi masalaning ishlanish yo'lidan foydalangan holda, mazkur nuqtalarning koordinatalarini analitik yo'l bilan topish talab qilininsa maqsadga muvofiq bo'ladi.

Kvant zarrachaning yana bir muhim harakteristikasi uni biror oraliqda aniqlash ehtimolligi hisoblanadi. Bu kattalik kvant mexanikasida

$$\omega = \int_{x_1}^{x_2} |\psi_n(x)|^2 dx \quad (4)$$

integrallni hisoblash orqali topiladi. U holda (1) ga asosan quyidagi tenglik o'rinli:

$$\omega = \frac{2}{L} \int_{x_1}^{x_2} \sin^2\left(\frac{\pi n}{L} x\right) dx \quad (5)$$

4-masala. Kvant sonining $n=2$ qiymatida, zarrachani bir o'lchamli cheksiz chuqur potensial o'raning $x_1=L/4$ va $x_2=L$ oralig'ida aniqlash ehtimolligini toping. Potensial o'raning o'lchami $L=1$ birlik.

Masalaning yechilishi:

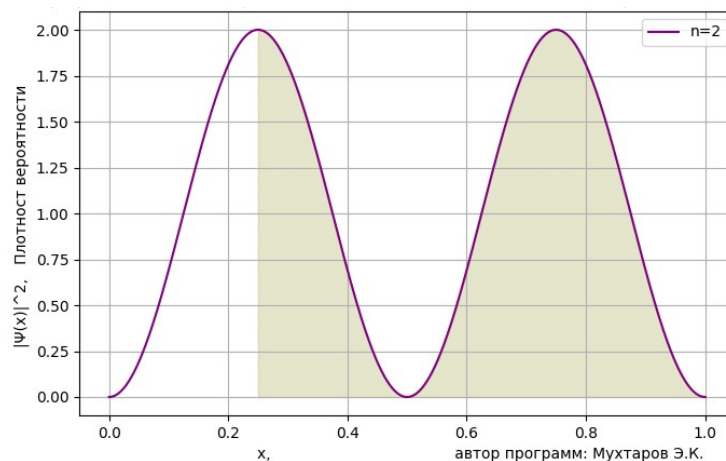
Kvant sonining $n=2$ qiymatida zarrachaning to'lqin funksiyasi (1) ifodaga asosan quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{2\pi}{L} x\right)$$

U holda masala shartida berilgan oraliqda zarrachani aniqlanish ehtimolligini (2) ifodaga asosan ketma-ket matematik amallar bajarish orqali topiladi [12]:

$$\omega = \frac{2}{L} \int_{L/4}^L \sin^2\left(\frac{2\pi}{L} x\right) dx = \frac{1}{L} \int_{L/4}^L \left(1 - \cos \frac{4\pi}{L} x\right) dx = \left[x - \frac{L}{2\pi} \sin \frac{4\pi}{L} x \right]_{L/4}^L = \frac{3}{4}.$$

Ma'lumki, aniq integral Ox o'qi, $x=x_1$ va $x=x_2$ chiziqlari va berilgan funksiya grafigi bilan chegarlangan soha yuzasiga teng. Shundan kelib chiqadigan bo'linsa, $x_1=L/4$ va $x_2=L$ oralig'ida $|\psi_2(x)|^2$ funksiya grafigi bilan chegarlangan sohaning yuzasi, umumiy yuzaning $3/4$ qismini tashkil etadi (5-rasm). Masalaning javobi $3/4$ ekanligidan, masalaning to'g'ri yechilganligi va dastur to'g'ri tuzilganligi ayon bo'ladi.



5-rasm. Kvant sonining $n=2$ qiymatida $[L/4, L]$ oraliq uchun ehtimollik zichligi grafigi rangli bo'yama bilan.

Kvant sonining qiymatiga bog'liq holda, ehtimollik zichligi grafigi shakliga asosan quyidagi fikrlarni bildiramiz:

- ehtimollik zichligi grafigi n ta maksimum qiymatga ega, ya'ni grafikda n ta “cho‘qqi” kuzatiladi;
- ehtimollik zichligi grafigi “ $n+1$ ” ta nuqtada nolga teng bo‘ladi;

Quyida keltirilgan masalalar cheksiz chuqur potensial o‘ra modeli bilan bog‘liq bo‘lgan asosiy tushunchalarni – Shredinger tenglamasining yechimi, to‘lqin funksiyalari va natijalarni talqin qilishni mustahkamlashga qaratilgan.

1. Bir o‘lchamli cheksiz chuqur potensial o‘rada zarracha massasini m , harakat sohasi esa $0 \leq x \leq L$ deb olamiz. Bu sohada potensial $U(x)=0$, qolgan barcha nuqtalarda $U(x)=\infty$.

1. Ushbu sistema uchun statsionar Shredinger tenglamasini yozing.
2. Potensial o‘rada joylashgan zarrachaning to‘lqin funksiyasini toping.
3. Zarracha ushbu o‘rada ega bo‘lishi mumkin bo‘lgan diskret energiyalar ifodasini chiqarib oling.

4. Energiya kvantlanishining fizik mazmunini tushuntiring.

2. 1-masala natijalaridan foydalangan holda, kengligi $L=10$ sm bo‘lgan cheksiz chuqur potensial o‘radagi zarrachaning $n=1,2,3$ kvant sonlariga mos to‘lqin funksiyalarini toping.

1. $n=1,2,3$ uchun to‘lqin funksiyalari grafiklarini chizing.

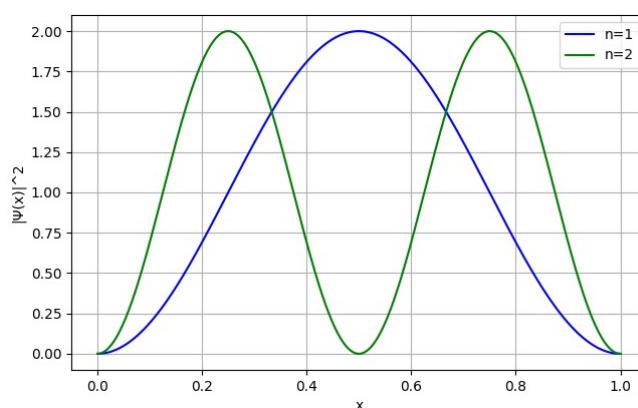
2. Kvant soni ortishi bilan to‘lqin funksiyaning shakli qanday o‘zgarishini tavsiflab bering.

3. Zarracha kengligi $L=5$ sm bo‘lgan cheksiz chuqur potensial o‘rada joylashgan va u $n=2$ energiya sathida bo‘ladi.

1. $x=0$ dan $x=L/2$ oraliqda zarrachani aniqlash ehtimolini toping.

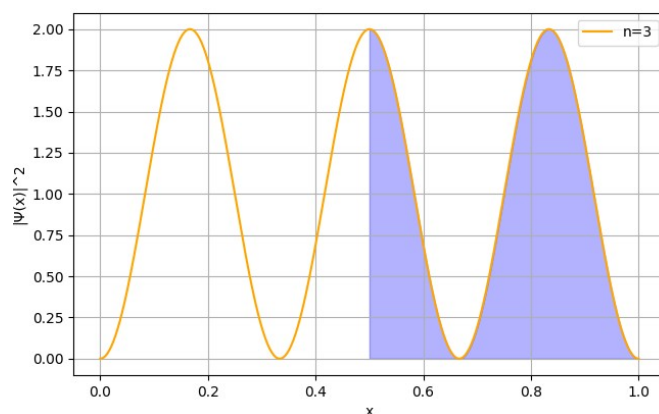
2. Agar zarracha $n=3$ darajasida bo‘lsa, ushbu ehtimollik qanday o‘zgarishini hisoblang.

4. 1- va 2-energetik sathlarda elektronning ehtimollik zichligi maksimal bo‘ladigan nuqtalar soni va ularning koordinatalarini aniqlang (6-rasm). Shuningdek, ushbu sathlardagi ehtimollik zichliklari bir-biriga teng bo‘ladigan nuqtalarni toping.



6-rasm. Turli kvant sonlari uchun to‘lqin funksiyasining grafigi.

5. Kvant sonining $n=3$ qiymatida, zarrachani bir o‘lchamli cheksiz chuqur potensial o‘raning $x_1=L/2$ va $x_2=L$ oralig‘ida aniqlash ehtimolligini toping. Potensial o‘raning o‘lchami $L=1$ birlikka teng (7-rasm).



7-rasm. Kvant sonining $n=3$ qiymatida $[L/2, L]$ oraliq uchun ehtimollik zichligi grafigi rangli bo'yama bilan.

Xulosa

Bir o'lchamli cheksiz chuqur potensial o'ra masalasi kvant mexanikasini o'qitishda keng qo'llaniladigan klassik misollardan biri hisoblanadi. Bunday masalalarni o'rganish ikki va uch o'lchamli potensial o'ralar bilan bog'liq murakkabroq masalalarni, shuningdek, boshqa murakkab kvant tizimlarini yechishda tayanch vazifasini bajaradi.

Maqolada taklif etilgan dastur kvant mexanikasi fanidan ma'ruza va amaliy mashg'ulotlarda foydalanish uchun mo'ljallangan. Maqolada keltirilgan masalalar kvant mexanikasi kursi doirasida "Shredinger tenglamasi" mavzusiga oid nazariy bilimlarni mustahkamlashga yordam beradi. Ushbu masalalarni yechish jarayoni shuni ko'rsatadiki, talabalardan "Trigonometrik funksiyalar", "Differensiallash amali", "Boshlang'ich funksiyani topish", "Murakkab ko'rinishdagi funksiyalar grafigini qurish" kabi boshlang'ich matematik bilimlarga ega bo'lishi talab etiladi.

Mazkur maqolada yoritilgan mavzuni o'qitish samaradorligini oshirish maqsadida pedagogik tadqiqotlar davom ettiriladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Марков В. Н. Изучение основ квантовой механики // Наука и школа. – 2008. – № 4. – С. 57–60.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. – М.: Физматлит, 2021. – 804 с. – (Теоретическая физика. Т. 3).
3. Дюгаев А. М., Григорьев П. Д. Основное состояние квантовой частицы в потенциальном поле // Письма в ЖЭТФ. – 2020. – Т. 112, вып. 2. – С. 107–111.
4. Демидович Б. П. Математические основы квантовой механики. – СПб.: Лань, 2022. – 200 с.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. – М.: Физматлит, 2021. – 804 с. – (Теоретическая физика. Т. 3).
6. Давыдов А. С. Квантовая механика. – 3-е изд. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 704 с.

7. Кириченко И. С., Морозов М. К., Червова А. А. К вопросу о включении квантовой механики и физики твердого тела в курс общей физики педагогических, технических и инженерных вузов // Проблемы современного педагогического образования. – 2023. – № 80-1. – С. 161–164.
8. Томко Е. В. Изучение барьерных эффектов в курсе квантовой механики с помощью компьютерного эксперимента // Проблемы современного физического образования: материалы V Всерос. науч.-практ. конф. – Уфа: Изд-во БашГУ, 2019. – С. 108–109.
9. Muxtarov E.K. “Zarrani bir o‘lchovli potensial o‘radagi harakati” elektron axborot-ta’lim resursi//EHM dasturiy mahsuloti uchun guvohnoma №DGU12471 (19.10.2021)
10. Muxtarov E.K. Kvant mexanikasidan mashqlar, tavsifiy masalalar va ularning yechimlari. – Nukus: Ilmiy va o‘quv adabiyotlar nashryoti, 2023 y. –196 b.
11. Демидович Б. П. Математические основы квантовой механики. – СПб.: Лань, 2005. – 200 с.
12. Сабитов К. Б. Уравнения математической физики: учебник для вузов. – М.: Физматлит, 2013. – 352 с.