

Madaminov Xurshidjon Muxamedovich,
Andijon davlat universiteti dotsenti, f.-m.f.n.,
Parpiyev Elmurod Xalimjonovich
Andijon davlat texnika instituti Akademik litseyi o'qituvchisi
tel.: (91) 169-74-57, e-mail: khurmad@mail.ri

UDK. 621.1383.51

DINAMIKANING ASOSIY MASALALARINI EKSTREMAL MASALA SIFATIDA O'RGANISH

Annotatsiya: Maqolada dinamikaning to'g'ri va teskari masalasini ekstremal masala sifatida yechish algoritmi bayon etilgan. Odatda, bunday masalalar talabdan nafaqat fizik ifoda yoki tenglamani qo'llashni, balki, tadqiq etilayotgan jarayonning mohiyatini va uni tavsiflovchi kattaliklarning sabab-oqibat bog'lanishlarini ham chuqur ilmiy tahlilini talab etadi. Bu esa oqibatda, talabada novatorlik, mantiqiy tahlil va mustaqil izlanish kompetensiyalarini shakllanishiga sabab bo'lar ekan.

Kalit so'zlar: harakat qonunlari, dinamikaning to'g'ri va teskari masalasi, ekstremal masala, hosila usuli, trigonometrik usul, eng katta qiymat.

Мадаминов Хуршиджон Мухамедович,
Андижанский государственный университет, к.-ф.м.н., доцент
Парпиев Элмурод Халимджанович,
Академический лицей Андижанского государственного технического
института, учитель физики
тел.: (91) 169-74-57, e-mail: khurmad@mail.ri

ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ В РАМКАХ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Аннотация: В статье описан алгоритм решения прямой и обратной задачи динамики как задачи о экстремальных значениях. Как правило, такие задачи требуют от студента не только использования физического выражения или уравнения, но и проведения глубокого научного анализа

сущности изучаемого процесса и причинно-следственных связей характеризующих его величин. Это, в свою очередь, способствует формированию у студента новаторских, логических и самостоятельных исследовательских компетенций.

Ключевые слова: законы движения, прямая и обратная задача динамики, экстремальная задача, метод производных, тригонометрический метод, максимальное значение.

Madaminov Khurshidjon Mukhamedovich,
Andijan State University, PhD., associate professor,
Parpiyev Elmurod Khalimjonovich
Academic Lyceum of Andijan State Technical Institute, teacher
phone: (91) 169-74-57, e-mail: khurmad@mail.ri

INVESTIGATION OF THE FUNDAMENTAL PROBLEMS OF DYNAMICS IN THE FRAMEWORK OF AN EXTREMAL PROBLEM

Abstract: *The article describes an algorithm for solving the direct and inverse problem of dynamics as an extreme problem. Typically, such problems require the student not only to use a physical expression or equation, but also to conduct a deep scientific analysis of the essence of the process under study and the cause-and-effect relationships of the quantities characterizing it. This, in turn, leads to the formation of innovative, logical analysis and independent research competencies in the student.*

Keywords: *laws of motion, direct and inverse problem of dynamics, extreme problem, derivative method, trigonometrical method, maximum value.*

Kirish

XXI asrda fizika fanining eng muhim yo'nalishlaridan biri mexanik jarayonlarni chuqur matematik va hisoblash usullari yordamida tahlil qilishdir. Mexanika fani, o'z navbatida, tabiatdagi barcha harakat va o'zaro ta'sir jarayonlarini o'rganishda asosiy tayanchlardan biri hisoblanadi. Shu sababli

mexanikaning nazariy asoslarini yanada chuqurroq o'rganish, uni variatsion va ekstremal yondashuvlar yordamida takomillashtirish hozirgi ilm-fan taraqqiyotining muhim masalalaridan biridir.

Adabiyotlar tahlili

Mexanikaning to'g'ri masalasi deganda, berilgan kuchlar tizimi ta'sirida jismning holati yoki harakat qonuniyatlarini aniqlash tushuniladi [1]. Bunda jismga ta'sir etuvchi kuchlar, boshlang'ich shartlar va geometrik parametrlar ma'lum bo'lib, natijada jismning harakati yoki deformatsiyasi topiladi. Aksincha, teskari masalada esa jismning holati yoki natijaviy harakati ma'lum bo'ladi, ammo uni yuzaga keltiruvchi kuchlar yoki parametrlar aniqlanadi. Bu tur masalalar muhandislik, texnika va amaliy fizika sohasida keng qo'llaniladi, chunki real tizimlarda ko'pincha oqibat ma'lum bo'lib, unga sabab bo'luvchi omilni aniqlash talab etiladi [2-3].

So'nggi yillarda mexanikaning to'g'ri va teskari masalalarini ekstremal masalalar nuqtayi nazaridan o'rganish yangi bosqichga ko'tarildi [4-5]. Ekstremal masalalar - bu tizim holatini shunday aniqlashga intiluvchi masalalarki, unda ma'lum fizik kattalik (masalan, energiya, ish, potensial yoki harakat funksiyasi) minimal yoki maksimal qiymatga ega bo'ladi [6-7]. Mazkur yondashuv mexanik tizimlarning barqarorligi, harakat trayektoriyasining optimal shakli yoki energiyaning tejimli taqsimlanishini tahlil qilishda katta ahamiyatga ega [8].

Tadqiqot metodologiyasi

Moddiy nuqtaning harakati Nyutoning ikkinchi qonunidan kelib chiquvchi harakat tenglamasiga bo'ysunadi. Bu tenglamadan ko'ramizki, moddiy nuqta dinamikasida ikki xil masala: to'g'ri yoki asosiy masala; teskari masala qo'yilishi mumkin [1].

Agar moddiy nuqtaning harakat qonuni ma'lum bo'lsa, dinamikaning to'g'ri (asosiy) masalasini ekstremal masala sifatida quyidagi tartibda yechiladi [2]:

1. Masala shartida sanoq sistemasi berilmagan bo'lsa, u tanlab olinadi;

2. Moddiy nuqtaga ta'sir qiluvchi barcha kuchlar chizmada ko'rsatiladi, bunda tashqari moddiy nuqta bog'lanishga ega bo'lsa, u bog'lanishdan ozod qiliadi va bog'lanish reaksiya kuchlari sifatida chizmada aks ettiriladi;

3. Moddiy nuqta harakati uchun differensial tenglamalar aniqlanadi;

4. Moddiy nuqta harakat qonunidan foydalanib tezlanishining tanlab olingan sistemadagi proyeksiyalari aniqlanadi;

5. Tezlanishning topilgan proyeksiyalari differensial tenglamalarga qo'yilib noma'lum kuch aniqlanadi.

Texnikaga oid ko'pgina masalalarni yechish orqali dinamikaning teskari (ikkinchi asosiy) masalasi ham hal qilinadi. Dinamikaning ikkinchi asosiy masalasini yechishda moddiy nuqtaga qo'yilgan kuch qanday xarakterda o'zgarishiga qarab differensial tenglamalarni yechishning turli usullari qo'llaniladi [3]. Eng sodda hol kuch o'zgarmas bo'lgan holdir [1]. Ba'zi hollarda kuch vaqtning, yoki nuqta holatining, yoki nuqta tezligining funksiyasi bo'lishi mumkin. Shuningdek, kuch vaqt, yo'l, tezlik va hatto, tezlanishning umumiy funksiyasidan iborat hollar ham uchraydi [3].

Dinamikaning bu asosiy masalasini yechish uchun Nyutonning 2-qonuni ko'rinishdagi ikkinchi tartibli differensial tenglamalardan birini tuzish va uni integrallash kerak. Integrallash natijasida ixtiyoriy o'zgarmaslar hosil bo'ladi. Har bir masalani yechishda ixtiyoriy o'zgarmaslarni aniqlash kerak. Bu o'zgarmaslarni aniqlashda moddiy nuqtaning boshlang'ich paytdagi holati va tezligini ifodalovchi boshlang'ich shartlardan foydalaniladi. Dinamikaning ikkinchi asosiy masalasi differensial tenglamalarni yechib, ya'ni funktsiyani differensiallashga teskari bo'lgan yo'lni qo'llab hal qilingani uchun u dinamikaning teskari masalasi deb ham ataladi [3]. Dinamikaning teskari masalasi quyidagi tartibda yechiladi:

1. Agar masala shartida sanoq sistemasi berilmagan bo'lsa, u tanlab olinadi;

2. Moddiy nuqtaning holati belgilanib, ta'sir etuvchi kuchlar tasvirlanadi;

3. Agar moddiy nuqta bog'lanishda bo'lsa, uni bog'lanishdan qutqarib, bog'lanish reaksiya kuchlari rasmda ko'rsatiladi;

4. Moddiy nuqta harakatining boshlang'ich shartlari yozib olinadi;

5. Moddiy nuqta harakatining tanlab olingan sanoq sistemasidagi tenglamalari tuziladi;

6. Tuzilgan differensial tenglamalar integrallashadi;

7. Boshlang'ich shartlardan foydalanib integrallash natijasida hosil bo'lgan o'zgarmlar aniqlanadi;

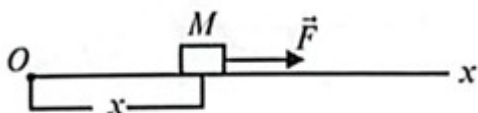
8. Moddiy nuqtaning aniqlangan harakat tenglamasidan noma'lumlar topiladi.

Tahlillar va natijalar

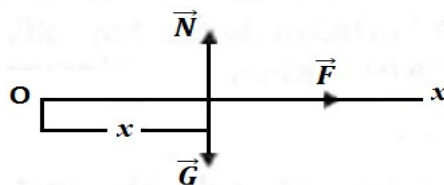
Yuqorida bayon etilgan ketma-ketlik bo'yicha ayrim masalalar va ularni yechilishini tahlil qilaylik.

1. Massasi $m = 2 \text{ kg}$ bo'lgan M jism $x = 10\sin 2t \text{ (m)}$ qonunga ko'ra F kuch ta'sirida to'g'ri chiziqli harakat qilmoqda. F kuch modulining eng katta qiymatini aniqlang (1-rasm) [4].

Yechish: Masala shartiga ko'ra M jism to'g'ri chiziqli harakat qiladi. Jismni moddiy nuqta deb qarab, sanoq sistemi uchun Ox o'qni olamiz (1-rasm). M jismga faqat F kuch ta'sir qiladi.



1-rasm. 1-masala shartiga doir [4]



2-rasm. 2-masala shartiga doir [4]

M jism harakatining differensial tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_x \quad (1)$$

Jismning harakat qonunidan vaqt bo'yicha ikkinchi tartibli hosilani hisoblaymiz:

$$\frac{dx}{dt} = 20 \cos 2t, \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = -40 \sin 2t \quad (2)$$

(2) ni (1) ga qo'ysak:

$$F_x = -40 m \sin 2t \quad (3)$$

bu yerda F_x kuch miqdori $\sin 2t = -1$ bo'lganda eng katta qiymatga erishadi. Demak, $F_x = 80 \text{ N}$ bo'ladi.

2. Bug'doy o'ruvchi kombaynning pichog'i $x=0.05\cos 10\pi t$ (t - sekund, x - metr hisobida) qonunga ko'ra to'g'ri chiziqli harakat qiladi. Pichoqni harakatga keltiruvchi kuch F aniqlansin. Masalani yechish uchun pichoq og'irligi $G=100$ N, erkin tushish tezlanishi $g = 10$ m/s² deb qabul qilinsin [4].

Yechish: Masala shartiga ko'ra pichoq to'g'ri chiziqli harakat qiladi. Pichoqni moddiy nuqta deb qarab, sanoq sistemasi sifatida Ox o'qni tanlaymiz (2-rasm). Pichoq dastlabki holatda O nuqtada joylashgan bo'lsin. Pichoqqa og'irlik kuchi G , harakatga keltiruvchi kuch F hamda reaksiya kuchi N ta'sir qiladi.

Pichoq harakatining differensial tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=F \quad (4)$$

Pichoqning harakat qonunidan vaqt bo'yicha hosila hisoblaymiz va masala shartini e'tiborga olsak, $F=-50\pi^2\cos 10\pi t(N)$ ekanligi kelib chiqadi.

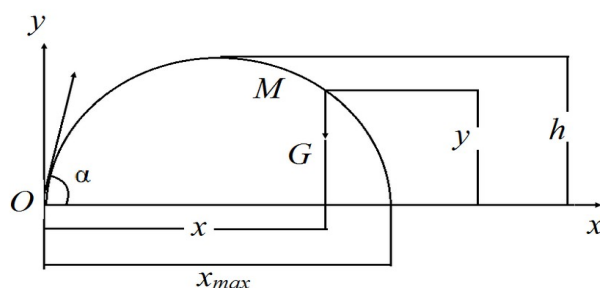
Mazkur ketma-ketlikka asosan, gorizontga burchak ostida otilgan moddiy nuqta harakatining quyidagi masalasini ishlab chiqarish bilan bog'liq bo'lgan ekstremal masala sifatida yechib o'rganamiz [6].

Ma'lumki, gorizontga burchak ostida otilgan moddiy nuqtaning harakati masalasi fizika va mexanika fanlari aksariyat bo'limlarining ajralmas qismi bo'lib, hozirgacha tadqiqotchilarning qiziqishini uyg'otishda davom etmoqda [6-7]. Agar havoning qarshiligi bo'lmasa, ushbu harakat masalasi parabola bo'ylab harakatni tavsiflovchi analitik yechimga ega bo'ladi.

Fizikadan masala yechish amaliyotida gorizontga burchak ostida otilgan moddiy nuqtaning harakatiga doir ekstremal masala qaralayotganda, o'quvchilarni uni yechishning turli usullarini izlashga, muayyan masala uchun ular ichidan eng ma'qbulini tanlab olishga o'rgatish kerak. Pirovard natijada masalani qaysi usulda hal qilinishiga bog'liq bo'lmagan holda, jarayon masalani fizik yoki matematik modelini tuzish, undan foydalanishning barcha bosqichlarini o'z ichiga olishi talab qilinadi [6].

3. Don o'tuvchi apparatdan otilgan bug'doyning boshlang'ich tezligi V_0 . Boshlang'ich V_0 tezlikning gorizont bilan hosil qilgan α burchagi qanday

bo'lganda bug'doy eng uzoqqa borib tushadi? Muhit qarshiligi hisobga olinmasin [5].



3-rasm. 3-masala shartiga doir chizma [5]

Yechish. Bug'doy doni harakatini Dekart koordinatalari sistemasida tekshiramiz. Koordinatalar boshi O nuqtani M (bug'doy doni) moddiy nuqtaning boshlang'ich otilish holati deb olib, Oxy tekislikni V_0 orqali o'tkazamiz. Bu holda, bug'doyning harakati Oxy tekisligida bo'ladi. Bug'doyga faqat og'irlik kuchi ta'sir qiladi. Boshlang'ich paytda bug'doy donining koordinatalari $x=0$, $y=0$, tezligining koordinata o'qidagi proyeksiyalari $V_x = V_0 \cos \alpha$, $V_y = V_0 \sin \alpha$ ko'rinishida bo'ladi.

M nuqta harakatining differensial tenglamalari:

$$m\ddot{x} = 0, m\ddot{y} = -G \text{ yoki } \ddot{x} = 0, \ddot{y} = -g \quad (5)$$

ni ikki marta integrallab, bug'doy doni harakatining parametrik tenglamalari

$$x = t \cdot V_0 \cos \alpha, y = -\frac{gt^2}{2} + t \cdot V_0 \sin \alpha \quad (6)$$

dan vaqtni yo'qotsak, bug'doy doni harakatining trayektoriya tenglamasi kelib chiqadi:

$$y = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} \quad (7)$$

Endi bug'doy donining maksimal uchish uzoqligini topamiz. Buning uchun (7) ni nolga tenglashtirib, $x = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ ni hosil qilamiz. Demak, $x_{\max} = \frac{V_0^2}{g}$, $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ekan.

Xulosa

Fizikadan ekstremal masalalarni yechishning bir qancha usullari mavjud bo'lib, metodik nuqtai nazardan qaraganda ham, ekstremal masalalar o'qitish jarayonida muhim ahamiyat kasb etadi. Chunki, bunday masalalar talabadan

nafaqat formula yoki tenglama qo'llashni, balki jarayonning mohiyatini, fizik kattaliklar orasidagi sabab-oqibat bog'liqliklarini chuqur tahlil qilishni talab etadi. Bu esa o'quvchilarning ijodiy fikrlash, mantiqiy tahlil va mustaqil izlanish ko'nikmalarini shakllantiradi. Ayniqsa, o'rta maxsus va oliy ta'lim tizimida fizikadan masala yechish darslarida ekstremal tamoyillarni o'rgatish talabalarda ilmiy tafakkurni shakllantirishda samarali vosita sifatida qaratiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Mirsaidov M.M., Baymuradova L.I., Giyasova N.T. Nazariy mexanika: O'quv qo'llanma. Toshkent: "O'zbekiston", - 2008, - B. 230.
2. Nazariy fizika kursi. I jild. (prof. Abdumalikov A.A. tahriri ostida) Nazariy mexanika. Toshkent, - 2021. -B. 389.
3. Колмаков Ю.Н., Пекар Ю.А. Задачи и методы их решения: Пособие для подготовки к итоговому междисциплинарному экзамену по мат. и естеств. дисциплинам, изд. 4-е, испр. и доп. ТулГУ., Тула, 2009, - С. 101.
4. Madaminov X.M., Abduraxmonov A. Dinamikaning asosiy masalasi ekstremal masala sifatida. Kondensirlangan muhitlar fizikasining rivojlanish tendensiyalari nomli 5 Xalqaro ilmiy anjuman materiallari to'plami. Farg'ona, - 2025, 23-24 may, -B. 458-462.
5. Madaminov X.M. Mexanikaning teskari masalasini ekstremal masala sifatida o'rganish. "Zamonaviy fizika va energetikaning fundamental va amaliy muammolari" mavzusida Xalqaro ilmiy-amaliy anjuman materiallari to'plami, III qism, Namangan, 2025, 5-6 iyun, -B. 401-405.
6. Madaminov X.M. Mexanika bo'limiga doir ekstremal masalalar. NamDU Ilmiy axborotnomasi. 2022. №5. – B. 71-76.
7. Madaminov X.M. Jismning murakkab harakatini ekstremal masala sifatida o'rganish. NamDU Ilmiy axborotnomasi. 2024. №11. – B. 57-59.
8. Кирсанов М.Н. Решение задач по теоретической механике. – Москва: "Научно-издательский центр ИНФРА-М". - 2021, - С. 222.