NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI
ILMIY AXBOROTNOMASI, [2026-9]
ISSN:2181-1458
ISSN:2181-0427

01.00.00-FIZIKA-MATEMATIKA
journal.namdu.uz
PHYSICS AND MATHEMATICS

UDC 535.8:530.182

TARMOQLANGAN OPTIK TOLALARDA SOLITONLAR GENERATSIYASI

F.S. Xashimova[1], K.K. Sabirov[2], U.Sh. Abdiraxmonov[1]
[1]Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti, Navoiy, O'zbekiston
[2]Toshkent shahridagi Turin politexnika universiteti, Toshkent, O'zbekiston
e-mail: ulugbekabdiraxmonov@gmail.com

Annotatsiya: Annotatsiya Maqolada tarmoqlangan optik tolalarda solitonlar generatsiyasi masalasi metrik graflardagi nochiziqli Shryodinger tenglamasi uchun Koshi masalasi sifatida qaraladi. Qirralarning nochiziqlilik koeffitsiyentlari yig'indi qoidasini qanoatlantirganda masala integrallanuvchi bo'lishi va tarmoqlanmagan tola masalasiga aniq keltirilishi ko'rsatildi. Y-simon tarmoq uchun to'rtburchak, ikki chastotali va super-Gauss boshlang'ich impulslarida hosil bo'ladigan solitonlar soni analitik ko'rinishda topildi. Solitonlar sonini qirralarning nochiziqlilik koeffitsiyentlari hamda boshlang'ich impuls parametrlari orqali boshqarish mumkinligi ko'rsatildi. Natijalar H-simon va daraxtsimon tarmoqlarga umumlashtirildi, ularni tajribada amalga oshirish imkoniyatlari muhokama qilindi.

Kalit so'zlar: *optik soliton, metrik graf, nochiziqli Shryodinger tenglamasi, solitonlar generatsiyasi, optik tolali tarmoq, yig'indi qoidasi.*

ГЕНЕРАЦИЯ СОЛИТОНОВ В РАЗВЕТВЛЁННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКНАХ

Аннотация: Аннотация В работе задача генерации солитонов в разветвлённых оптических волокнах рассматривается как задача Коши для нелинейного уравнения Шрёдингера на метрических графах. Показано, что при выполнении правила сумм для коэффициентов нелинейности ветвей задача интегрируема и точно сводится к задаче для неразветвлённого волокна. Для Y-образной сети в аналитическом виде найдено число солитонов, генерируемых прямоугольным, двухчастотным и супергауссовым начальными импульсами. Показано, что числом солитонов можно управлять, подбирая коэффициенты нелинейности ветвей и параметры начального импульса. Результаты обобщены на H-образные и древовидные сети; обсуждаются возможности их экспериментальной реализации.

Ключевые слова: *оптический солитон, метрический граф, нелинейное уравнение Шрёдингера, генерация солитонов, волоконно-оптическая сеть, правило сумм.*

SOLITON GENERATION IN BRANCHED OPTICAL FIBERS

Abstract: Abstract Soliton generation in branched optical fibers is treated as the Cauchy problem for the nonlinear Schrödinger equation on metric graphs. It is shown that when the nonlinearity coefficients of the branches satisfy a sum rule, the problem is integrable and reduces exactly to that for an unbranched fiber. For a Y-shaped network, the number of solitons generated by rectangular, dual-frequency and super-Gaussian input pulses is obtained analytically. The soliton number can be controlled through the nonlinearity coefficients of the branches and the parameters of the input pulse. The results are extended to H-shaped and tree-like networks, and possible experimental realizations are discussed.

Keywords: *optical soliton, metric graph, nonlinear Schrödinger equation, soliton generation, fiber-optic network, sum rule.*

1. Kirish

Optik solitonlar optoelektronika va axborot texnologiyalarida qo'llanilishi mumkinligi sababli katta e'tibor qaratilmoqda. Optik solitonlarni yuqori tezlikdagi aloqa tizimlarida axborot tashuvchi sifatida ishlatish g'oyasi birinchi marta Xasegava va Tappert ishida ilgari surilgan [1]. Keyinchalik optik tolali texnologiyalardagi yutuqlar optik solitonlarni tajribada kuzatish va ulardan signal uzatishda foydalanish imkonini berdi [2–4]. Bu esa nochiziqli Shryodinger tenglamasi kabi nochiziqli to'lqin tenglamalarining soliton yechimlariga bo'lgan qiziqishni kuchaytirdi [5–7]. Optik solitonlar nazariyasidagi muhim masalalardan biri — berilgan boshlang'ich impulsdan muhitda solitonlar hosil bo'lishi (generatsiyasi). Matematik jihatdan bu masala nochiziqli Shryodinger tenglamasi uchun Koshi masalasiga keltiriladi. Teskari sochilish masalasi usuli berilgan boshlang'ich shartda hosil bo'ladigan solitonlar sonini va ularning parametrlarini aniqlash imkonini beradi [5, 8].

Tarmoqlanmagan optik tolalar uchun bunday masalalar batafsil o'rganilgan. Hosil bo'ladigan solitonlar sonini aniqlashning samarali usuli [8]-ishda taklif qilingan va keyinchalik boshqa boshlang'ich shartlar uchun kengaytirilgan [9, 10]. Yarim to'g'ri chiziqdagi boshlang'ich-chegaraviy masalaning qat'iy matematik tahlili [11]-ishda berilgan. Ikki chastotali kirish signalidan solitonlar hosil bo'lishi [12]-ishda o'rganilgan bo'lib, unda chastotalar farqining kritik qiymati mavjudligi va undan yuqorida to'lqin uzunligi bo'yicha zichlashtirish (WDM) mumkinligi ko'rsatilgan. Soliton va kuchsiz

uzluksiz to‘lqin bilan qo‘zg‘atilgan tolalarda yangi spektral komponentalar hosil bo‘lishi nazariyasi va to‘lqin sonlarining moslik shartlari [13]-ishda olingan. To‘lqin uzunligi boshqariladigan femtosekund soliton impulslarining generatsiyasi manfiy dispersiya sohasida tajribada o‘rganilgan [14]. Faol (nasoslanadigan) nochiziqli dispersiv yadro va passiv (chiziqli so‘nuvchi) yadrodan iborat ikki bog‘langan tolada solitonlarning hosil bo‘lishi va turg‘unligi [15]-ishda, chekli optik panjaralarda taqiqlangan zonada joylashgan yorqin solitonlarni (gap-solitonlarni) hosil qilish esa [16]-ishda muhokama qilingan.

Ushbu yutuqlarga qaramay, yuqoridagi tadqiqotlar tarmoqlanmagan tolalar bilan cheklangan. Biroq zamonaviy axborot va aloqa tizimlarida ko‘pincha murakkab optik tolali tarmoqlar qo‘llaniladi, shu sababli tarmoqlangan tolalar amaliy jihatdan muhimroqdir. Optik tolali tarmoqlarda solitonlar hosil bo‘lishi va dinamikasini modellashtirish metrik graflardagi nochiziqli Shryodinger tenglamasini yechishni talab qiladi.

Metrik graflardagi integrallanuvchi nochiziqli to‘lqin tenglamalari so‘nggi yillarda faol o‘rganilmoqda. Xususan, metrik graflardagi nochiziqli Shryodinger tenglamasi uchun nochiziqlilik koeffitsiyentlariga qo‘yiladigan yig‘indi qoidasi ko‘rinishidagi integrallanish sharti [17]-ishda olingan. Bu natija keyinchalik diskret Ablovits–Ladik tenglamasi [18] va yupqa naychali tarmoqlar [19] uchun rivojlantirilgan. Metrik graflardagi statsionar nochiziqli Shryodinger tenglamasi [20, 21], tarmoqlardagi turg‘un to‘lqinlar [22], integrallanuvchi sinus-Gordon tenglamasi [23, 24] hamda Bogolyubov–de Jen tenglamalar tizimi [25] ham tadqiq etilgan.

Y-simon optik tolali tarmoqda solitonlar generatsiyasi masalasi [26]-ishda qo‘yilgan. Ushbu maqolada bu yondashuv rivojlantiriladi: (I) yig‘indi qoidasi bajarilganda graf masalasi tarmoqlanmagan tola masalasiga aniq keltirilishi ko‘rsatiladi va shu asosda solitonlar soni uchun yagona ifoda olinadi; (II) natijalar H-simon va daraxtsimon tarmoqlarga umumlashtiriladi; (III) solitonlar sonini boshqarishning fizik imkoniyatlari muhokama qilinadi. Tarmoqlanmagan tolalardan farqli o‘laroq, optik tolali tarmoqlarda impulsning shakllanishi va solitonlar dinamikasi tarmoq topologiyasiga kuchli bog‘liq: solitonlar tugunlar orqali o‘tadi, bunda qaytish, nurlanish va to‘qnashuvlar kabi qo‘shimcha effektlar yuzaga kelishi mumkin. Boshlang‘ich impuls qaysi qirrada yoki tugunda joylashganiga qarab, hosil bo‘ladigan solitonlar soni va ularning dinamikasi keskin farq qilishi mumkin. Bu qonuniyat optik tolali tarmoqlar arxitekturasini optimallashtirish va signal uzatish sifatini oshirish uchun foydalidir.

2. Tarmoqlanmagan optik tolalarda solitonlar generatsiyasi

Dastlab [8–10]-ishlarga tayangan holda, tarmoqlanmagan bir jinsli optik tola uchun masalaning qo‘yilishi va yechish usulini ko‘rib chiqamiz. Optik tolada impuls o‘ramasining evolyutsiyasi o‘lchamsiz ko‘rinishdagi nochiziqli Shryodinger tenglamasi bilan tavsiflanadi [27, 28]:

(1)

bu yerda — impuls o‘ramasining normallangan kompleks amplitudasi. Tola optikasida evolyutsiya koordinatasi (tola bo‘ylab normallangan masofa), esa impuls bilan birga harakatlanuvchi sanoq sistemasidagi normallangan vaqt vazifasini bajaradi [28]. Solitonlar generatsiyasi masalasi (1) tenglama uchun

(2)

boshlang‘ich shartli Koshi masalasiga keltiriladi. Bu masala teskari sochilish masalasi usuli yordamida analitik yechiladi [5, 8]. Usulga ko‘ra, boshlang‘ich impuls Zaxarov–Shabat spektral masalasining potensiali bo‘lib xizmat qiladi:

(3)

Ushbu spektral masalaning fazodagi har bir diskret xos qiymati muhitda hosil bo‘ladigan bitta solitonga mos keladi: solitonning amplitudasi ga, tezligi esa ga teng [8]. Bir tepalikli haqiqiy profillar uchun xos qiymatlar sof mavhum bo‘ladi, ya’ni hosil bo‘lgan solitonlar harakatsiz qoladi.

[9]-ishda ushbu masala to‘rtburchak shakldagi boshlang‘ich impuls uchun aniq yechilgan:

(4)

Bu holda hosil bo‘ladigan solitonlar soni

(5)

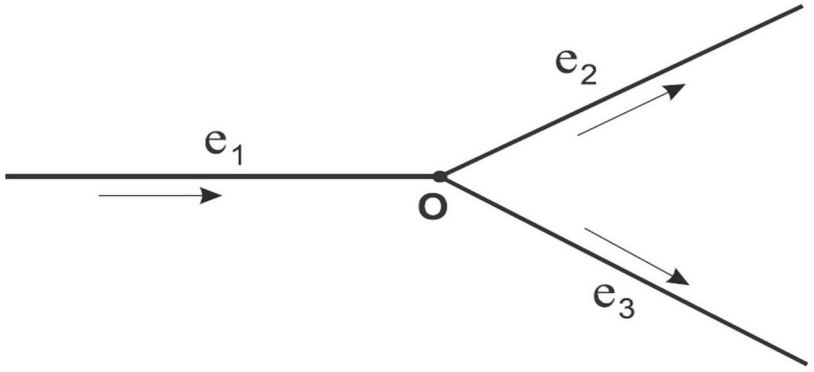
ifoda bilan aniqlanadi, bu yerda — boshlang‘ich impuls yuzasi, — argumentdan oshmaydigan eng katta butun son (butun qism). Demak, kamida bitta soliton hosil bo‘lishi uchun bo‘lishi kerak. Xuddi shunday aniq natija eksponensial profil uchun ham olingan [9].

Keyinchalik Yu.S. Kivshar super-Gauss shaklidagi boshlang‘ich impulslar uchun solitonlar generatsiyasini ko‘rib chiqdi va (5) ifoda ixtiyoriy silliq bir tepalikli profil uchun asimptotik o‘rinli ekanini ko‘rsatdi [10]. Masalaning yanada batafsil tahlili [12]-ishda berilgan: unda simmetrik va asimmetrik boshlang‘ich impulslar, shuningdek turli chastotali, bir fazali yoki qarama-qarshi fazali ikki solitonsimon impuls superpozitsiyasidan iborat signallar uchun solitonlar hosil bo‘lish ssenariylari tahlil qilingan.

3. Y-simon tarmoq modeli

Tarmoqlangan tuzilmalardagi to‘lqin jarayonlarini modellashtirishning eng qulay usuli — ularni metrik graflardagi nochiziqli to‘lqin tenglamalari yordamida tavsiflash. Metrik graflardagi nochiziqli Shryodinger tenglamasining soliton yechimlari [17]-ishda olingan hamda ma’lum shartlar bajarilganda saqlanish qonunlarining cheksiz to‘plami mavjudligi, ya’ni masalaning integrallanuvchanligi ko‘rsatilgan.

[17]-ishga tayangan holda, uchta yarim cheksiz qirradan iborat yulduzsimon metrik grafda (1-rasm) nochiziqli Shryodinger tenglamasining qo‘yilishini ko‘rib chiqamiz. Markaziy tugunni koordinata boshi deb olib, kiruvchi qirra uchun, chiquvchi va qirralar uchun esa oraliqlarni kiritamiz. Soddalik uchun o‘rniga yozuvidan foydalanamiz; bunda koordinata qaysi qirraga tegishli ekanini indeks ko‘rsatadi.



1-rasm. *Uch qirrali yulduzsimon (Y-simon) metrik graf va qirralardagi koordinatalar yo‘nalishi.*

Har bir qirrada nochiziqli Shryodinger tenglamasi quyidagicha yoziladi [17]:

(6)

bu yerda — -qirradagi tolaning normallangan nochiziqlilik koeffitsiyenti. U nochiziqli sinish ko‘rsatkichi va tola modasining effektiv yuzasi orqali aniqlanadigan kattalikka proporsional [27, 28]. (6) tenglama (1) bilan bir xil masshtabda yozilgan va da unga o‘tadi.

Tugundagi shartlar normaning va energiyaning saqlanish qonunlaridan kelib chiqadi [17]:

(7)

bunda

[17]-ishda ko‘rsatilganidek, (7) saqlanish qonunlari quyidagi tugun shartlariga olib keladi:

(8)

(9)

Bu yerda (9) shart umumlashgan Kirxgof qoidasi deb ataladi. Qirralarning uzoq uchlarida asimptotik shart qo‘yiladi:

(10)

(8)–(10) shartlarni qanoatlantiradigan (6) tenglamaning yakka soliton yechimini quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin [17]:

(11)

bunda parametrlar quyidagi yig‘indi qoidasini qanoatlantiradi:

(12)

Bu yerda, va — mos ravishda solitonning tezligi, boshlang‘ich markazining koordinatasi va amplitudasini (teskari kengligini) tavsiflovchi, qirraga bog‘liq bo‘lmagan parametrlar. (12) shart bajarilganda soliton tugundan qaytmasdan o‘tadi [17]. Tajribada (12) yig‘indi qoidasiga har bir qirra uchun nochiziqli sinish ko‘rsatkichi va modaning effektiv yuzasi mos keladigan tolalarni tanlash orqali erishish mumkin.

Graf masalasini to‘g‘ri chiziqqa keltirish. (12) qoida bajarilsin va chiquvchi qirralardagi boshlang‘ich shartlar tenglikni qanoatlantirsin. U holda

(13)

funksiya butun to‘g‘ri chiziqda (1) tenglamani qanoatlantiradi. Haqiqatan, ni (6) ga qo‘ysak, uchun (1) tenglama hosil bo‘ladi. (8) shart ning nuqtada uzluksizligini ta’minlaydi, (9) shart esa ko‘rinishni oladi va (12) ni hisobga olganda ning ham uzluksizligini bildiradi. Koshi masalasi yechimining yagonaligidan Y-simon tarmoqdagi masala boshlang‘ich shartli tarmoqlanmagan tola masalasiga ekvivalent ekani kelib chiqadi. Shu sababli (5) natijadan hosil bo‘ladigan solitonlar soni uchun

(14)

ifodani olamiz, bunda

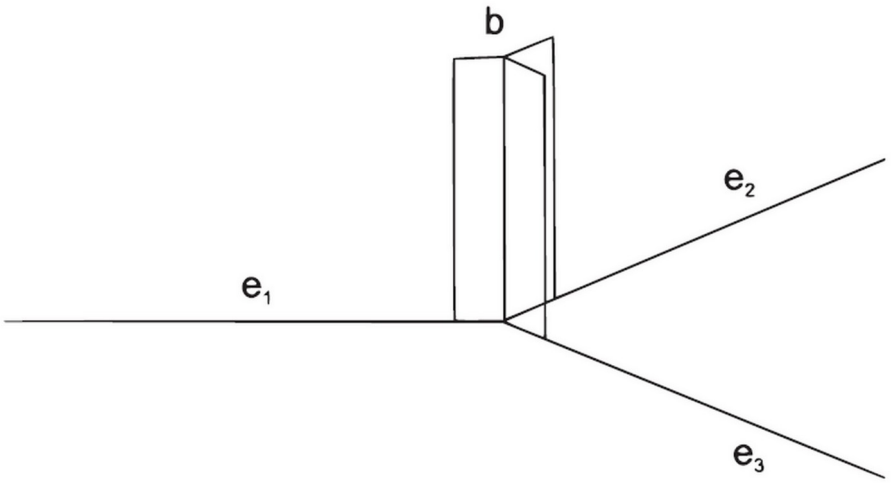
Tugundan o‘tgan har bir soliton bir vaqtda va qirralarda mos ravishda va amplitudali impulslar ko‘rinishida tarqaladi; bunda impuls quvvati qirralar orasida nisbatda taqsimlanadi.

4. Y-simon tarmoqda hosil bo‘ladigan solitonlar soni

To‘rtburchak impuls. Tarmoq tuguni atrofida joylashgan to‘rtburchak boshlang‘ich impulsni ko‘rib chiqamiz (2-rasm):

(15)

(16)



2-rasm. *Y-simon tarmoqlangan optik toladagi boshlang‘ich impuls profili.*

(15), (16) profil (8) shartni va (13) dagi tenglikni qanoatlantiradi, bunda balandligi va kengligi bo‘lgan to‘rtburchak impulsdan iborat. (14) dan

(17)

kelib chiqadi. Qirralardagi haqiqiy amplitudalar ga teng. Shu sababli kiruvchi qirradagi impuls amplitudasi orqali

(18)

ni olamiz. Demak, berilgan kirish impulsida solitonlar soni ga proporsional ravishda ortadi, chiquvchi qirralardagi impuls amplitudalari esa ga teng bo‘ladi. Shunday qilib, solitonlar soni va ularning qirralar bo‘yicha taqsimotini (12) shartni saqlagan holda qiymatlarini tanlash, shuningdek impulsning kengligi va balandligi orqali boshqarish mumkin. Agar chiquvchi qirralardagi boshlang‘ich impulslar (13) dagi tenglikni qanoatlantirmasa (masalan, kengliklari turlicha bo‘lsa), masala to‘g‘ri chiziqqa keltirilmaydi va solitonlar sonini spektral masalani sonli yechish orqali topish kerak.

Ikki chastotali impuls. Solitonlar sonini aniq hisoblash mumkin bo‘lgan yana bir boshlang‘ich profil ikki solitonsimon impuls superpozitsiyasidan iborat:

(19)

bu yerda va — mos ravishda ikki komponenta orasidagi chastota va fazalar farqi. Bu holda bo‘lib, impuls yuzasi

(20)

ga teng., da bo‘lib, (14) aniq natijani beradi. Kichik va larda (14), (20) ifodalar solitonlar sonini baholash imkonini beradi: chastotalar farqi va fazalar farqi ortishi bilan kamayadi. ishorasi o‘zgaruvchan funksiya bo‘lgani uchun ixtiyoriy va larda aniq son (3) spektral masalani yechish orqali topiladi; chastotalar farqi kritik qiymatdan katta bo‘lganda har bir spektral komponenta alohida soliton hosil qiladi [12].

Super-Gauss impulsi. Tajribalarda ko‘p ishlatiladigan realistik profil

(21)

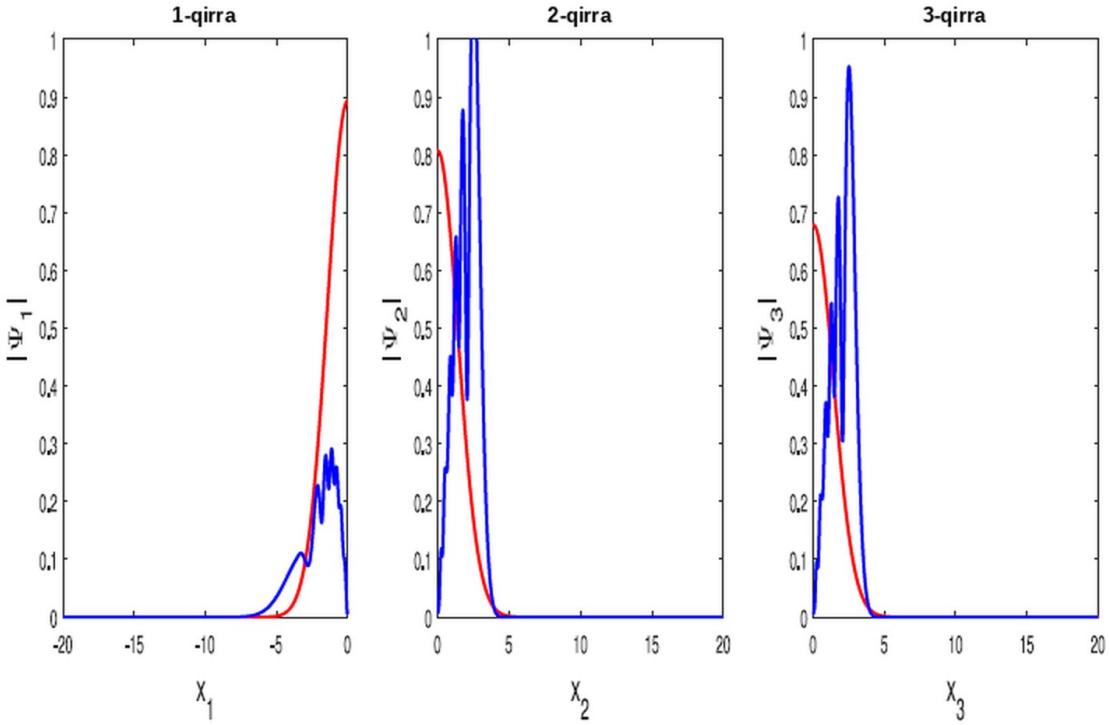
ko‘rinishga ega, bu yerda — amplituda, — impuls kengligi, — chirp parametri; da Gauss, da super-Gauss profili hosil bo‘ladi. Bu profil uchun

(22)

bo‘lib, (14) solitonlar sonining dagi asimptotik bahosini beradi [10]. Masalan, Gauss impulsi uchun. Chirp, odatda, hosil bo‘ladigan solitonlar sonini kamaytiradi [28], shu sababli da aniq sonni spektral masalani sonli yechish orqali aniqlash kerak.

Solitonlar hosil bo‘lishining muhim xususiyati — boshlang‘ich impulsning soliton bo‘lmagan qismining nurlanishi (dispersiv to‘lqinlar), bu soliton profilining o‘zgarishiga olib keladi. 3-rasmda Gauss boshlang‘ich impulsi uchun (6), (8)–(10) masalaning sonli yechimi keltirilgan: ning (qizil) va (ko‘k) paytlardagi profillari taqqoslangan.

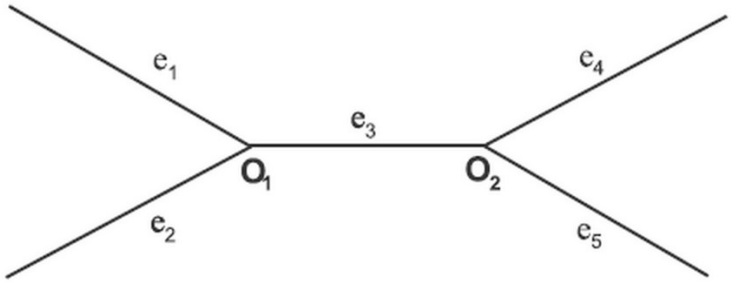
Tugundagi ning uzilishi (8) shartga mos keladi, chunki. da impuls asosan chiquvchi qirralarga o‘tgan, barcha qirralarda kuzatiladigan tebranishlar esa dispersiv nurlanish bilan bog‘liq.



3-rasm. Y-simon graf qirralarida profillari: (qizil) va (ko'k).

5. H-simon va daraxtsimon tarmoqlar

Yuqoridagi yondashuv murakkabroq topologiyalarga ham qo'llaniladi. H-simon tarmoq (4-rasm) ikkita yarim cheksiz kiruvchi, qirralar, uzunligi bo'lgan chekli qirra va ikkita yarim cheksiz chiquvchi, qirralardan iborat. Koordinatalarni,, deb olamiz va, tugunlarda (8), (9) ga o'xshash shartlarni qo'yamiz.



4-rasm. *H-simon metrik graf.*

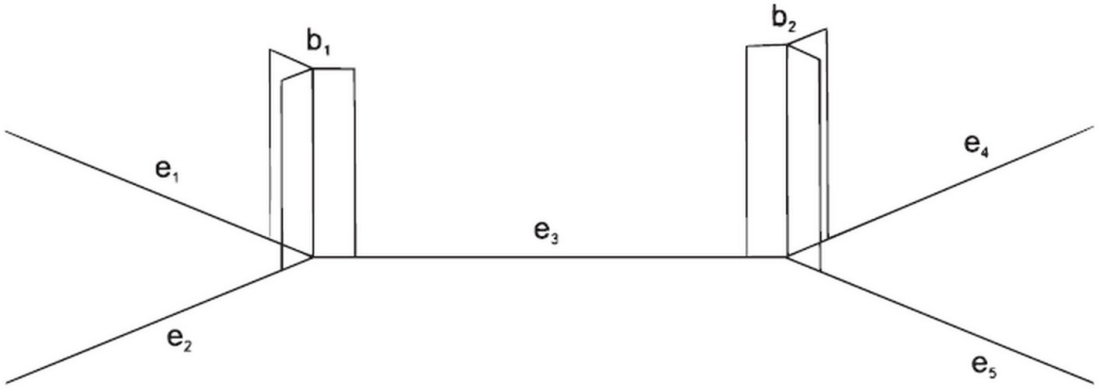
Agar va bo'lsa, 3-bo'limdagidek funksiya butun to'g'ri chiziqda (1) tenglamani qanoatlantiradi. Bunda va tugunlardagi Kirxgof shartlaridan quyidagi yig'indi qoidalari kelib chiqadi:

(23)

5-rasmda boshlang'ich impulslar va tugunlar atrofida joylashgan holat ko'rsatilgan: kengligi, balandliklari va bo'lgan ikkita to'rtburchak impulsdan iborat (). Impulslar bir-biridan uzoq joylashganda ularning spektral ma'lumotlari deyarli mustaqil bo'ladi va solitonlar soni taqriban

(24)

ga teng. Demak, umumiy yuzasi bir xil bo'lgan boshlang'ich impulsdan hosil bo'ladigan solitonlar soni uning tugunlar orasida qanday taqsimlanganiga bog'liq: masalan, va da ikkala tugundagi impulslar soliton hosil qilmaydi, butun impuls bitta tugunda joylashganda esa bitta soliton hosil bo'ladi.

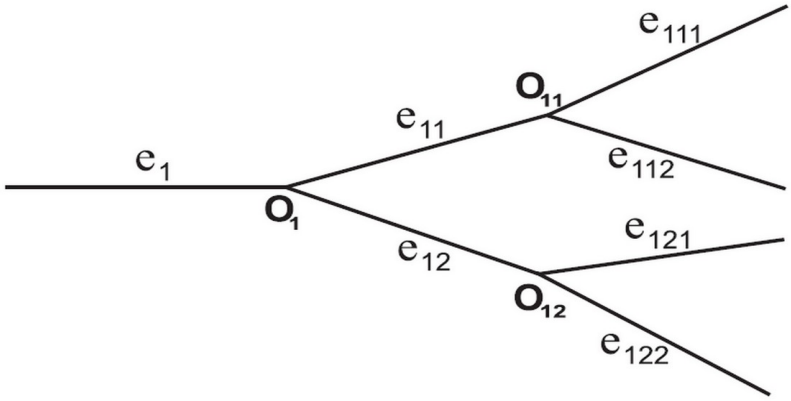


5-rasm. *H-simon optik tolali tarmoqdagi boshlang‘ich impuls profili.*

Daraxtsimon tarmoq (6-rasm) uchun ham xuddi shunday mulohaza o‘rinli. Bir avlodga tegishli, qirralarning uzunliklari bir xil bo‘lsa va har bir tugunda kiruvchi qirraning nochiziqlilik koeffitsiyenti chiquvchi qirralarnikiga quyidagicha bog‘langan bo‘lsa:

(25)

masala yana to‘g‘ri chiziqqa keltiriladi va solitonlar soni (14) ifoda bilan aniqlanadi; bunda integral ildizdan istalgan chetki qirragacha bo‘lgan yo‘l (masalan,) bo‘ylab olinadi. Xususan, tugun atrofidagi to‘rtburchak impuls uchun (17) natija o‘zgarishsiz qoladi.



6-rasm. *Daraxtsimon metrik graf.*

6. Xulosa

Ushbu maqolada optik tolali tarmoqlarda solitonlar generatsiyasi masalasi metrik graflardagi nochiziqli Shryodinger tenglamasiga asoslangan model yordamida o‘rganildi. Asosiy natijalar quyidagilardan iborat.

1. Qirralarning nochiziqlilik koeffitsiyentlari yig‘indi qoidasini qanoatlantirganda Y-simon, H-simon va daraxtsimon tarmoqlardagi Koshi masalasi tarmoqlanmagan tola masalasiga aniq keltirilishi ko‘rsatildi va hosil bo‘ladigan solitonlar soni uchun yagona (14) ifoda olindi.

2. To‘rtburchak, ikki chastotali va super-Gauss boshlang‘ich impulslari uchun solitonlar soni analitik ko‘rinishda topildi. Berilgan kirish impulsida solitonlar soni kiruvchi qirraning nochiziqlilik koeffitsiyentiga kabi bog‘liq.

3. Tarmoqlangan tolalarda boshlang‘ich impulsni turli usullar bilan joylashtirish mumkin (tugunda, qirrada yoki bir nechta tugunlarda). H-simon tarmoq misolida bir xil impulsdan hosil bo‘ladigan solitonlar soni impulsning tugunlar orasidagi taqsimotiga bog‘liq ekani ko‘rsatildi.

Shunday qilib, oddiy tarmoqlanmagan tolalardan farqli o‘laroq, optik tolali tarmoqlar solitonlar sonini qo‘shimcha parametrlar — qirralarning nochiziqlilik koeffitsiyentlari va tarmoq topologiyasi orqali boshqarish imkonini beradi. Taklif etilgan yondashuv har bir tugunda yig‘indi qoidasi bajariladigan ixtiyoriy daraxtsimon tarmoqlarga qo‘llanilishi mumkin. Olingan natijalar parametrlari oldindan berilgan solitonlarni hosil qiluvchi optik tolali tarmoqlarni loyihalashda va ma’lumot uzatiladigan zamonaviy aloqa tizimlarida foydalanilishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Hasegawa A., Tappert F. Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion // Applied Physics Letters. – 1973. – Vol. 23. – P. 142–144.

2. Mollenauer L.F., Stolen R.H., Gordon J.P. Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers // Physical Review Letters. – 1980. – Vol. 45. – P. 1095–1098.

3. Hasegawa A., Kodama Y. Signal transmission by optical solitons in monomode fiber // Proceedings of the IEEE. – 1981. – Vol. 69. – P. 1145–1150.

4. Taylor J.R. (ed.) Optical Solitons – Theory and Experiment. – Cambridge: Cambridge University Press, 1992.

5. Zakharov V.E., Shabat A.B. Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media // Soviet Physics JETP. – 1972. – Vol. 34. – P. 62–69.

6. Bullough R.K., Caudrey P.J. (eds.) Solitons. – Berlin: Springer, 1980.

7. Scott A.C., Chu F.Y.F., McLaughlin D.W. The soliton: a new concept in applied science // Proceedings of the IEEE. – 1973. – Vol. 61. – P. 1443–1483.

8. Satsuma J., Yajima N. Initial value problems of one-dimensional self-modulation of nonlinear waves in dispersive media // Progress of Theoretical Physics Supplement. – 1974. – Vol. 55. – P. 284–306.

9. Burzlaff J. The soliton number of optical soliton bound states for two special families of input pulses // Journal of Physics A: Mathematical and General. – 1988. – Vol. 21. – P. 561.

10. Kivshar Yu.S. On the soliton generation in optical fibres // Journal of Physics A: Mathematical and General. – 1989. – Vol. 22. – P. 337.

11. Fokas A.S., Its A.R., Sung L.-Y. The nonlinear Schrödinger equation on the half-line // Nonlinearity. – 2005. – Vol. 18. – P. 1771–1822.

12. Panoiu N.-C., et al. Soliton generation in optical fibers for a dual-frequency input // Physical Review E. – 1999. – Vol. 60. – P. 4868.

13. Skryabin D.V., Yulin A.V. Theory of generation of new frequencies by mixing of solitons and dispersive waves in optical fibers // Physical Review E. – 2005. – Vol. 72. – Art. 016619.

14. Nishizawa N., Goto T. Widely wavelength-tunable ultrashort pulse generation using polarization maintaining optical fibers // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. – 2001. – Vol. 7. – P. 518–524.

15. Malomed B.A., Winful H.G. Stable solitons in two-component active systems // Physical Review E. – 1996. – Vol. 53. – P. 5365–5368.

16. Carusotto I., Embriaco D., La Rocca G.C. Nonlinear atom optics and bright-gap-soliton generation in finite optical lattices // Physical Review A. – 2002. – Vol. 65. – Art. 053611.

17. Sobirov Z., Matrasulov D., Sabirov K., Sawada S., Nakamura K. Integrable nonlinear Schrödinger equation on simple networks: Connection formula at vertices // Physical Review E. – 2010. – Vol. 81. – Art. 066602.

18. Sobirov Z., Matrasulov D., Sawada S., Nakamura K. Transport in simple networks described by an integrable discrete nonlinear Schrödinger equation // Physical Review E. – 2011. – Vol. 84. – Art. 026609.

19. Uecker H., Grieser D., Sobirov Z., Babajanov D., Matrasulov D. Soliton transport in tubular networks: Transmission at vertices in the shrinking limit // Physical Review E. – 2015. – Vol. 91. – Art. 023209.

20. Sabirov K.K., Sobirov Z.A., Babajanov D., Matrasulov D.U. Stationary nonlinear Schrödinger equation on simplest graphs // Physics Letters A. – 2013. – Vol. 377. – P. 860–865.

21. Adami R., Cacciapuoti C., Finco D., Noja D. Fast solitons on star graphs // Reviews in Mathematical Physics. – 2011. – Vol. 23. – P. 409–451.

22. Noja D. Nonlinear Schrödinger equation on graphs: recent results and open problems // Philosophical Transactions of the Royal Society A. – 2014. – Vol. 372. – Art. 20130002.

23. Sobirov Z., Babajanov D., Matrasulov D., Nakamura K., Uecker H. Sine-Gordon solitons in networks: Scattering and transmission at vertices // EPL (Europhysics Letters). – 2016. – Vol. 115. – Art. 50002.

24. Sabirov K.K., Rakhmanov S., Matrasulov D., Susanto H. The stationary sine-Gordon equation on metric graphs: Exact analytical solutions for simple topologies // Physics Letters A. – 2018. – Vol. 382. – P. 1092–1099.

25. Sabirov K.K., Yusupov J.R., Jumanazarov D., Matrasulov D.U. Bogoliubov–de Gennes equation on metric graphs // Physics Letters A. – 2018. – Vol. 382. – P. 2856–2860.

26. Sabirov K.K., Akramov M.E., Otajonov Sh.R., Matrasulov D.U. Soliton generation in optical fiber networks // Chaos, Solitons & Fractals. – 2020. – arXiv:1808.10751.

27. Kivshar Yu.S., Agrawal G.P. Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals. – San Diego: Academic Press, 2003. – 540 p.

28. Agrawal G.P. Nonlinear Fiber Optics. 6th ed. – London: Academic Press, 2019.