NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI
ILMIY AXBOROTNOMASI, [2026-10]
ISSN:2181-1458
ISSN:2181-0427

01.00.00-FIZIKA-MATEMATIKA
journal.namdu.uz
PHYSICS AND MATHEMATICS

O‘YINCHILARNING HARAKATLARI IKKINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR BILAN BERILGANDA QOCHISH MASALASINI YECHISH

Xorilov Maxmud Abdumalikovich
Namangan state university
https://orcid.org/0000-0002-7806-6187
Scopus ID: 57578735400
Email: mxorilov86@internet.ru

Annotatsiya: *Ushbu maqolada o‘yinchilarning harakatlari tezlanishli bo‘lgan differensial o‘yinlarda qochish masalasi tadqiq etiladi. Qochuvchi uchun quvlovchi ixtiyoriy vaqtda tutib olmaslikni ta’minlaydigan strategiya taklif qilinadi. O‘yinchilarning boshlang‘ich holatlariga bog‘liq holda qochish masalasini yechilgan va qochishning yangi yetarli shartlari aniqlangan, hamda tahlil qilingan. Olingan natijalar inersiyali harakatlanuvchi boshqariladigan ob’ektlar va differensial o‘yinlar nazariyasida qo‘llanilishi mumkin.*

Kalit so‘zlar: *Differensial o‘yin, inersion harakat, qochish masalasi, qochish sharti, strategiya.*

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УБЕГАНИЯ, КОГДА ДВИЖЕНИЯ ИГРОКОВ ОПИСЫВАЮТСЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Аннотация: *В данной статье исследуется задача убегания в дифференциальных играх, когда игроки совершают движения с ускорением. Для убегающего предложена стратегия, обеспечивающая предотвращение поимки преследователем в любой момент времени. В зависимости от начальных состояний игроков решена задача убегания, а также определены и проанализированы новые достаточные условия убегания. Полученные результаты могут быть применены в теории управляемых объектов с инерционным движением и дифференциальных игр.*

Ключевые слова: *Дифференциальная игра, инерционное движение, задача убегания, условие убегания, стратегия.*

SOLVING THE EVASION PROBLEM WHEN THE MOTIONS OF THE PLAYERS ARE GIVEN BY SECOND-ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS

Abstract: *In this paper, the evasion problem in differential games where the players move with acceleration is investigated. A strategy for the evader that ensures avoiding capture at any time is proposed. Depending on the initial states of the players, the evasion problem is solved, and new sufficient conditions for evasion are identified and analyzed. The obtained results can be applied in the theory of controlled objects with inertial motion and differential games.*

Keywords: *Differential game, inertial motion, evasion problem, evasion condition, strategy.*

Kirish

Hozirgi davrda differensial o‘yinlar nazariyasida ziddiyatli vaziyatlarda ishtirokchilarning boshqaruv funksiyalariga murakkab chegaralanishlar qo‘yilgan holda, hamda tizimning harakat qonuniyatlari dinamik ravishda o‘zgarib borishini e’tiborga olib jarayonlarni o‘rganish differensial o‘yinlar nazariyasining ustuvor tadqiqot yo‘nalishlaridan birini tashkil etadi. Differensial o‘yinlar nazariyasida asosan geometrik, integral yoki aralash chegaralanishlarni boshqaruv funksiyalariga qo‘llaniladigan muammolarga qaratilgan. A.A.Azamov[2], B.T.Samatov[4], [5], G.I.Ibragimov[3] va boshqalar tomonidan ko‘rilgan turli chegaralanishli differensial o‘yinlarda tutish va qochish masalalarini hal etishning yangi usullari taklif qilingan va turli masalalar o‘rganilgan.

Dastlab differensial o‘yinlarni o‘rganish amerikalik matematik olim R. Ayzeks tomonidan boshlangan. Uning tadqiqotlari 1965-yilda monografiya [1] shaklida nashr etilgan bo‘lib, unda juda ko‘p masalalar o‘rganilgan va bir nechta yechish kerak bo‘lgan muammolar ham keltirilgan. 1960-yillardan boshlab differensial o‘yinlar nazariyasi jadal rivojlanayotgan matematika sohasining muhim ilmiy yo‘nalishlardan biriga aylandi. Ushbu sohaning fundamental nazariy asoslari hamda muhim natijalari L.S. Pontryagin, N.N. Krasovskiy, L. Berkovitz, A.B. Darin, A.B. Kurjanskiy, R. Elliot, N. Kalton, R. Isaacs, W. Fleming, A. Friedman, O. Hájek, Y.C. Ho, A. Bryson, S. Baron, L.A. Petrosyan, B.N. Pshenichniy, A.I. Subbotin, A.A. Chikriy va boshqa ko‘plab taniqli olimlarning ilmiy tadqiqotlarida o‘z aksini topgan.

Differensial o‘yinlar nazariyasining Pontryagin va Krasovskiy tomonidan ishlab chiqilgan asosiy tamoyillari o‘yinni quvlovchi yoki qochuvchi manfaatlari nuqtai nazaridan optimal boshqaruv masalasi tarzida shakllantirishga asoslanadi. Ushbu metodologiyada asosiy e’tibor o‘yinchilarning yaqinlashish yoki uzoqlashish jarayonlarini modellashtirishga hamda o‘yinchilar uchun optimal strategiyalar va o‘yin qiymatini aniqlash usullarini ishlab chiqishga qaratiladi

Mazkur tadqiqot ishida o‘yinchilarning harakatlari ikkinchi tartibli differensial tenglamalar bilan berilgan holda differensial o‘yinlar doirasida qochish masalasi atroflicha tahlil qilinadi. O‘yinchilarning boshqaruv funksiyalariga geometrik shakldagi cheklovlar qo‘yilgan, bunda chegaralanishlar vaqt o‘tishi bilan kamayuvchidir. Quvish masalasini yechish uchun qochuvchiga tayin strategiyani taklif qilamiz, qochishni kafolatlaydigan parametrlar o‘rtasidagi shartlar keltirib chiqariladi.

Adabiyotlar tahlili

Differensial o‘yinlar nazariyasida turli masalalar ko‘plab tadqiqotchilar tomonidan asosan o‘yinchilarni harakatlari oddiy differensial tenglamalar bilan berilgan holda keng o‘rganilgan. Biroq, amaliyotda ob’ektlarning harakati inersiya bilan bog‘liq bo‘lganda yoki yuqori tartibli differensial tenglamalar bilan berilganda, boshqaruv tezlanish vektorlari orqali amalga oshiriladigan holatlarni o‘rganish muhim ahamiyat kasb etadi. [5] ishda ushbu muammo o‘yinchilar tezlanish vektorlari bilan harakatlanganda (inersial harakat) geometrik chegarlanishli holda masalalar har tomonlama tadqiq etilgan. [6], [9] ishlarda boshqaruv funksiyalariga nostatsional chegaralanishlar qo‘yilgan holda masalalar o‘rganilgan. [7] ishda inersion harakatli differensial o‘yin tadqiq qilingan, bunda o‘yinchilarning u va v boshqaruv parametrlariga o‘zgarmas chegaralanishlar qo‘yilgan holda masala to‘liq o‘rganilgan.

Tadqiqot metodologiyasi

Mazkur tadqiqotda inersial harakatli differensial o‘yinda P quvlovchi va E qochuvchi o‘yinchilar o‘rtasidagi qochish masalasi va uning yechilish shartlari o‘rganildi. O‘yinchilarning inersial harakat dinamikasini ifodalovchi ikkinchi tartibli differensial tenglamalarni bevosita integrallanib, o‘yinchilarning mos ravishda $x(t)$ va $y(t)$ xarakat trayektoriyalarining analitik ko‘rinishlari hosil qilindi.

E qochuvchi uchun o‘yinchining $v(\cdot)$ joiz boshqaruviga mos keluvchi $\mathbf{v}_*(t)$ strategiya taklif qilindi.

Qochish shartini tahlil qilish - obyektlar orasidagi masofani ifodalovchi yordamchi $\Lambda(t,v(\cdot))$ va $h(t)$ baholovchi funksiyalar kiritilib, ularning vaqt bo‘yicha monotonlik xossalari tahlil qilindi.

Ildizning mavjud emasligi-Boltsano-Koshi teoremasi hamda monotonlik tahliliga tayanib $t \geq 0$ lar uchun, $\frac{\rho}{k_1} \leq \frac{\sigma}{k_2}$, $k_1 \leq k_2$ shartlar bajarilganda $h(t) \neq 0$ $(t \geq 0)$ tengsizlik o‘rinli bo‘lishi isbotlandi.

Bu ishda qo‘llanilgan tadqiqot metodologiyasi differensial o‘yinlar nazariyasi, optimal boshqaruv prinsiplari va matematik analizning asosiy tushunchalariga, xossalariga va teoremalariga tayanadi. Taklif etilgan yondashuv inersial harakatli ziddiyatli tizimlar modelida qochish masalasini atroflicha tahlil qilish imkonini berdi hamda o‘yin parametrlari o‘rtasidagi kafolatlangan qochish shartlarini qat’iy matematik teorema ko‘rinishida to‘liq ko‘rsatib berdi.

Natijalar va ularning tahlili

Faraz qilaylik $\mathbb{R}^n$ fazoda P quvlovchi va E qochuvchi deb ataluvchi boshqariladigan ob’yektlar berilgan bo‘lsin. P quvlovchining $\mathbb{R}^n$ dagi holatini x, E qochuvchining holatini esa y orqali belgilaymiz.

O‘yinchilarni harakatlanish dinamikasi mos ravishda quyidagi differensial tenglamalar va boshlang‘ich shartlar orqali berilgan bo‘lsin:

$$P: \ddot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = x_1, \tag{1}$$

$$E: \ddot{y} = v, \quad y(0) = y_0, \quad \dot{y}(0) = y_1, \tag{2}$$

bu yerda $x, y, x_0, y_0, x_1, y_1, u, v \in \mathbb{R}^n$, $n \geq 2$; x_0 va y_0 lar mos ravishda P (quvlovchi) va E (qochuvchi) ob’yektlarning boshlang‘ich holatlari, x_1 va y_1 lar esa ularning boshlang‘ich tezlik vektorlaridir. Biz bu maqolada $x_0 \neq y_0$ va $x_1 = y_1$ shartlar o‘rinli bo‘lgan holda qaraymiz.

Bu yerda u P (quvlovchi)ning boshqaruv parametri deyiladi va u vaqt bo‘yicha $u(\cdot): [0,\infty) \to \mathbb{R}^n$ o‘lchovli funksiya. Ushbu vektor-funksiya quyidagi geometrik chegaralanishni (qisqacha G -chegaralanish) qanoatlantirsin:

$|u(t)| \leq \rho e^{-k_1 t}$ deyarli barcha $t \geq 0$ lar uchun, (3)

bunda ρ, k_1 -lar berilgan musbat parametrlar.

Xuddi shu kabi, v ni ham E (qochuvchi)ning boshqaruv parametri deyiladi va u ham vaqt bo‘yicha $v(\cdot):[0,\infty)\to\square^{n}$ o‘lchovli funksiya. Ushbu vektor-funksiya quyidagi geometrik chegaralanishni (qisqacha, G - chegaralanish) qanoatlantirsin:

$$|v(t)|\le\sigma e^{-k_2 t}\ \text{deyarli barcha}\ t\ge 0\ \text{lar uchun,} \qquad (4)$$

bunda σ, k_2 - lar berilgan musbat parametrlar.

O‘yinchilarning harakat dinamikasidan ma’lumki, boshqaruv parametrlari vaqtga bog‘liq bo‘lgan tezlanish vektorlaridir. (3) va (4) shartlarni qanoatlantiruvchi barcha u va v boshqaruv parametrlari to‘plamini U va V orqali belgilaymiz.

1-Ta’rif. (3) shartni qanoatlantiruvchi $u(\cdot)$ o‘lchovli funksiyani U sinfidagi quvlovchining joiz boshqaruvi deb ataymiz.

2-Ta’rif. (4) shartni qanoatlantiruvchi $v(\cdot)$ o‘lchovli funksiyani V sinfidagi qochuvchining joiz boshqaruvi deb ataymiz.

Bu yerda kiritilgan joiz boshqaruvlar sinfi juftligi (U,V) differensial o‘yinni aniqlaydi.

Har bir $(x_0,x_1,u(\cdot))$ va $(y_0,y_1,v(\cdot))$ uchlik uchun (1) va (2) tenglamalar mos ravishda quvlovchi va qochuvchining harakat trayektoriyalarini hosil qiladi:

$$x(t)=x_0+x_1t+\int_0^t(t-s)u(s)ds,\quad y(t)=y_0+y_1t+\int_0^t(t-s)v(s)ds.$$

3-Ta’rif. (1)-(4) differensial o‘yinda tutish masalasi deb shunday masalaga aytiladiki, bunda qochuvchi ixtiyoriy $v(\cdot)\in V$ tanlanganda ham shunday $u^*(\cdot)\in U$ mavjudligini ko‘rsatish kerakki, chekli t vaqtda $x(t)=y(t)$ tenglik bajarilsin. Bunday masalaga (1)-(4) o‘yinda quvlovchi yutuqqa erishgan hol deyiladi.

4-Ta’rif. (1)-(4) differensial o‘yinda qochish masalasi deb shunday masalaga aytiladiki, bunda quvlovchi ixtiyoriy $u(\cdot)\in U$ tanlanganda ham shunday $v^*(\cdot)\in V$ mavjudligini ko‘rsatish kerakki ixtiyoriy t vaqtda $(t\ge 0)$ $x(t)\ne y(t)$ tengsizlik bajarilsin. Bunday masalaga (1)-(4) o‘yinda qochuvchi yutuqqa erishgan hol deyiladi.

Qochish masalasini yechishda qochuvchi uchun t ($t\ge 0$) vaqt parametriga bog‘liq bo‘lgan boshqaruv funksiyalari yetarli. Quyida biz ba’zi tushunchalarni keltiramiz.

Avvalo, kelgusida murakkab hisoblashlarni soddalashtirish uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$z(t)=x(t)-y(t),\quad z_0=x_0-y_0,\quad \dot z(0)=x_1-y_1.$$

Agar quvlovchi va qochuvchi mos ravishda $u(\cdot)\in U$ va $v(\cdot)\in V$ joiz boshqaruvlarni tanlasalar, u holda belgilashga ko‘ra o‘yinchilarni $x(t),\ y(t)$ harakat traektoriyalarini quyidagi ko‘rinishda yozib olamiz:

$$z(t)=z_0+\int_0^t(t-s)(u(s)-v(s))ds.$$

Yuqorida kiritilgan yangi belgilashlarga ko‘ra quvlovchining maqsadi biror $t^*, t^*>0$ vaqtda $z(t^*)=0$ tenglik bajarilishiga erishishdan iboratdir. Qochuvchining maqsadi esa barcha $t\ge 0$ uchun $z(t)\ne 0$ munosabatni saqlab qolishdir.

(1)-(4) differensial o‘yinda qochuvchi uchun strategiya deb quyidagi ko‘rinishdagi joiz boshqaruv funksiyasini taklif etamiz:

$$\mathbf{v}_*(t)=-\sigma e^{-kt}\xi_0,\quad \xi_0=\mathbf{z}_0/|\mathbf{z}_0|.$$

Quvlovchi $u(\cdot)\in U$ boshqaruvni, qochuvchi esa $\mathbf{v}_*(t)$ strategiyani qo‘llaganda, u holda (1) va (2) tenglamalardan P (quvlovchichi) va E (qochuvchi) larning traektoriyalarini hosil qilamiz:

$$x(t)=x_0+x_1t+\int_0^t(t-s)u(s)ds,\ y(t)=y_0+y_1t+\int_0^t(t-s)\mathbf{v}_*(s)ds. \qquad (5)$$

5-Ta’rif. Agar ixtiyoriy $u(\cdot)\in U$ uchun barcha $t\ge 0$ larda $x(t)\ne y(t)$ munosabat bajarilsa, u holda $\mathbf{v}_*(t)$ boshqaruv E (qochuvchi) uchun qochishni kafolatlaydi deyiladi.

$\mathbf{v}_*(t)$ strategiya barcha $v(\cdot)\in V$ uchun aniqlangan va uzluksizdir hamda $|\mathbf{v}_*(t)|=\sigma e^{-k_2 t}$ tenglik bajariladi.

1-Teorema. Agar $\frac{\rho}{k_1} \le \frac{\sigma}{k_2}$ va $k_1 \le k_2$ shartlar bajarilsa, u holda E qochuvchini $\mathbf{v}_*(t)$ boshqaruvi ixtiyoriy $t \ge 0$ da qochishni kafolatlaydi.

Isboti. Faraz qilaylik P quvlovchi ixtiyoriy $u(\cdot) \in U$ boshqaruvni qo‘llasin, qochuvchi esa $\mathbf{v}_*(t)$ boshqaruvni amalga oshirsin. $z(t) = x(t) - y(t)$ belgilashga hamda (5) tengliklardan

$$z(t) = z_0 + \int_0^t (t-s)\sigma e^{-k_2 s}\xi_0 ds + \int_0^t (t-s)u(s)ds$$

tenglikni hosil qilamiz.

Modul xossalaridan foydalanib va (3) tenglikni e’tiborga olib, oxirgi tenglikni absolyut qiymatini quyidan baholaymiz:

$$|z(t)| \ge \left|z_0 + \int_0^t (t-s)\sigma e^{-k_2 s}\xi_0 ds\right| - \left|\int_0^t (t-s)u(s)ds\right| \ge |z_0| + \frac{\sigma}{k_2^{\,2}}(e^{-k_2 t} + k_2 t - 1) -$$

$$-\int_0^t (t-s)|u(s)|ds \ge |z_0| + \frac{\sigma}{k_2^{\,2}}(e^{-k_2 t} + k_2 t - 1) - \frac{p}{k_1^2}\left(e^{-k_1 t} + k_1 t - 1\right),$$

Demak, $|z(t)| \ge h(t)$ tengsizlikka ega bo‘ldik, bu yerda

$$h(t) = |z_0| + \frac{\sigma}{k_2^{\,2}}(e^{-k_2 t} + k_2 t - 1) - \frac{p}{k_1^2}\left(e^{-k_1 t} + k_1 t - 1\right).$$

$h(t)$ funksiya tekshiramiz. Funksiya hosilasi

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{\sigma}{k_2}\left(1 - e^{-k_2 t}\right) - \frac{p}{k_1}\left(1 - e^{-k_1 t}\right).$$

$\frac{dh(t)}{dt}$ hosila, agar $\frac{\rho}{k_1} \le \frac{\sigma}{k_2}$ va $k_1 \le k_2$ shartlar bajarilsa u holda barcha $t \in [0, +\infty)$ lar uchun $\frac{dh(t)}{dt} \ge 0$ tengsizlik o‘rinli bo‘lishini ko‘rsatamiz.

Ixtiyoriy $t \ge 0$ va $k_1 \le k_2$ ($k_1, k_2 > 0$) parametrlar uchun quyidagi tengsizlikni yoza olamiz:

$$-k_2 t \le -k_1 t.$$

Eksponensial funksiyasining qat’iy o‘suvchiligidan foydalanib, tengsizlikning ikkala qismidan eksponensial olamiz:

$$e^{-k_2 t} \le e^{-k_1 t}.$$

Endi bu tengsizlikning ikkala qismini -1 ga ko‘paytirib, 1 sonini qo‘shsak, ishora qarama-qarshisiga o‘zgaradi:

$$1 - e^{-k_2 t} \ge 1 - e^{-k_1 t} \ge 0.$$

Ikkinchi tomondan teorema shartiga ko‘ra $\frac{\sigma}{k_2} \ge \frac{p}{k_1}$ edi, bu tensizlik bilan oxirgi hosil bo‘lgan tengsizlikni (nomanfiy tengsizliklarni hadma-had ko‘paytirish xossasiga ko‘ra) ko‘paytiramiz:

$$\frac{\sigma}{k_2}\left(1 - e^{-k_2 t}\right) \ge \frac{p}{k_1}\left(1 - e^{-k_1 t}\right).$$

Bundan esa

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{\sigma}{k_2}\left(1 - e^{-k_2 t}\right) - \frac{p}{k_1}\left(1 - e^{-k_1 t}\right) \ge 0, \quad \forall t \in [0, +\infty).$$

Demak, $h(t)$ funksiya hosilasi nomanfiy bo‘lgani uchun o‘suvchichidir va boshlang‘ich vaqtda $h(0) = |z_0|$ bo‘ladi, demak, $h(t) \ge |z_0| > 0$. Bulardan esa, $h(t) \ge |z(t)|$ bo‘lgani uchun, har bir $t \ge 0$ uchun $|z(t)| \ge |z_0| > 0$ ekanligini hosil qilamiz. Teoremaning isboti yakunlandi.

Xulosa

Ushbu maqolada inersial harakatli differensial o‘yinda qochish masalasi tadqiq qilingan bo‘lib, unda E qochuvchi uchun strategiya taklif qilingan va qochish shartlari o‘rganildi. Dastavval harakat tenglamalarining integral ko‘rinishidagi

yechimlari hosil qilinib, obyektlar orasidagi masofani ifodalovchi yordamchi $\Lambda(t, v(\cdot))$ funksiyasining analitik ko‘rinishi qurildi. Ushbu funksiyaning vaqt bo‘yicha monotonlik xossalari tahlil qilinib, $h(t)$ baholovchi funksiya yordamida o‘yindagi tutish sharti tadqiq etildi. Natijada, parametrlar orasidagi $\frac{\rho}{k_1} \le \frac{\sigma}{k_2}$, $k_1 \le k_2$ munosabat bajarilganda, ixtiyoriy $t \ge 0$ vaqtda $x(t) \ne y(t)$ tengsizlikni ta’minlovchi kafolatlangan yagona tutish vaqti mavjudligi va qochish masalasining to‘liq yechilishi isbotlandi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Isaacs R. Differential Games // John Wiley and Sons, New York. (1965).

2. Azamov A. A., Samatov B. T. The Π -strategy: analogies and applications. In: Proc. The Fourth Int. Conf. Game Theory and Management (GTM 2010), June 28-30, 2010, St. Petersburg, Russia, vol. 4. 2010. P. 33-47.

3. Ibragimov G. I. A game of optimal pursuit of one object by several. J. Appl. Math. Mech., 1998. Vol. 62, No. 2, P. 187-192.

4. Samatov B. T. The pursuit-evasion problem under integral-geometric constraints on pursuer controls. Autom. Remote Control, 2013. Vol. 74, No. 7. P. 1072-1081.

5. Samatov, B.T., Soyibboev, U.B.: Differential game with a lifeline for the inertial movements of players. Ural Math. J. 7(2), 94-109 (2021).

6. Samatov B.T. Horilov M.A., Jurayev B.I. Π-strategy for a differential game of pursuit with integral constraints of a generalized type // The Bulletin of Udmurt University. Mathematics. Mechanics. Comp. Science. (2023), 33(2), p. 293-311.

7. Samatov, B., Soyibboev, U. Applications of the Π -Strategy When Players Move with Acceleration. In: Azimov, D. (eds) Proceedings of the IUTAM Symposium on Optimal Guidance and Control for Autonomous Systems 2023. IUTAM Bookseries, vol 40. Springer, Cham.

8. Horilov M.A. On the «Life-line» problem when players move with the diminishing accelerations // Uzbek Mathematical Journal (2023), 67(2), p. 49-59.

9. Bannikov A.S., Petrov N.N. Linear non-stationary differential pursuit games with several Evaders // Vestn. Udmurt. Univ., Mat. Mekh. Komp. Nauki. (2014), 25, p. 3-12.

10. Alekseev, V.M., Tikhomirov, V.M., Fomin, S.V.: Optimal’noye upravleniye [Optimal Control]. Nauka, Moscow (1979).

11. Samatov B.T. Horilov M.A., Akbarov A.Kh. Differential game: «Life line» for Non-Stationary Geometric Constraints on Controls // Lobachevskii Journal of Mathematics. (2022), 43(1), p. 237-248.

12. Samatov B.T., Sotvoldiyev A.I. Intercept problem in dynamic flow field // Uzbek Mathematical Journal. (2019), 2, p.103–112.

13. Samatov B.T., Umaraliyeva N.T., Uralova S.I. Differential games with the Langenhop type constrains on controls // Lobachevskii J. Math. (2021), 42, p. 2942–2951.

14. Petrov N.N. To the non-stationary problem of the group pursuit with phase restrictions // Mat. Teor. Igr Prilozh. (2010), 2, p. 74–83.

15. Pontryagin L.S. Selected Works // MAKS Press, Moscow. (2004) (in Russian).

References

1. Isaacs R. Differential Games // John Wiley and Sons, New York. (1965).

2. Azamov A. A., Samatov B. T. The Π -strategy: analogies and applications. In: Proc. The Fourth Int. Conf. Game Theory and Management (GTM 2010), June 28-30, 2010, St. Petersburg, Russia, vol. 4. 2010. P. 33-47.

3. Ibragimov G. I. A game of optimal pursuit of one object by several. J. Appl. Math. Mech., 1998. Vol. 62, No. 2, P. 187-192.

4. Samatov B. T. The pursuit-evasion problem under integral-geometric constraints on pursuer controls. Autom. Remote Control, 2013. Vol. 74, No. 7. P. 1072-1081.

5. Samatov, B.T., Soyibboev, U.B.: Differential game with a lifeline for the inertial movements of players. Ural Math. J. 7(2), 94-109 (2021).

6. Samatov B.T. Horilov M.A., Jurayev B.I. Π-strategy for a differential game of pursuit with integral constraints of a generalized type // The Bulletin of Udmurt University. Mathematics. Mechanics. Comp. Science. (2023), 33(2), p. 293-311.

7. Samatov, B., Soyibboev, U. Applications of the Π -Strategy When Players Move with Acceleration. In: Azimov, D. (eds) Proceedings of the IUTAM Symposium on Optimal Guidance and Control for Autonomous Systems 2023. IUTAM Bookseries, vol 40. Springer, Cham.

8. Horilov M.A. On the «Life-line» problem when players move with the diminishing accelerations // Uzbek Mathematical Journal (2023), 67(2), p. 49-59.

9. Bannikov A.S., Petrov N.N. Linear non-stationary differential pursuit games with several Evaders // Vestn. Udmurt. Univ., Mat. Mekh. Komp. Nauki. (2014), 25, p. 3-12.

10. Alekseev, V.M., Tikhomirov, V.M., Fomin, S.V.: Optimal'noye upravleniye [Optimal Control]. Nauka, Moscow (1979).

11. Samatov B.T. Horilov M.A., Akbarov A.Kh. Differential game: «Life line» for Non-Stationary Geometric Constraints on Controls // Lobachevskii Journal of Mathematics. (2022), 43(1), p. 237-248.

12. Samatov B.T., Sotvoldiyev A.I. Intercept problem in dynamic flow field // Uzbek Mathematical Journal. (2019), 2, p.103–112.

13. Samatov B.T., Umaraliyeva N.T., Uralova S.I. Differential games with the Langenhop type constrains on controls // Lobachevskii J. Math. (2021), 42, p. 2942–2951.

14. Petrov N.N. To the non-stationary problem of the group pursuit with phase restrictions // Mat. Teor. Igr Prilozh. (2010), 2, p. 74–83.

15. Pontryagin L.S. Selected Works // MAKS Press, Moscow. (2004) (in Russian).