NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI
ILMIY AXBOROTNOMASI, [2026-10]
ISSN:2181-1458
ISSN:2181-0427

01.00.00-FIZIKA-MATEMATIKA
journal.namdu.uz
PHYSICS AND MATHEMATICS

UDC 511.53 (517.978)

BOSHQARUVLARI GRONUOLL CHEGARALANISHLI SODDA HARAKATLI DIFFERENSIAL O‘YINDA ℓ -TUTISH MASALASI

Turgunboeva Mokhisanam
Namangan state university
V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics Uzbekistan Academy of Science
https://orcid.org/0009-0000-4408-171X
Scopus ID: 59449127900
Email: turgunboyevamohisanam95@gmail.com

Annotatsiya: *Ushbu maqolada o‘yinchilarning harakati birinchi tartibli differensial tenglamalar bilan tavsiflanadigan hol uchun ℓ -tutish masalasi o‘rganiladi. Har ikkala o‘yinchining boshqaruv funksiyalari Gronuoll tipidagi turli chegaralanishlarni qanoatlantiruvchi sinflardan tanlanadi. Mazkur chegaralanishlar ilgari o‘rganilgan geometrik chegaralanishli quvish–qochish modellarini sezilarli darajada umumlashmasidir.*

Kalit so‘zlar: *differensial o‘yin, quvlovchi, qochuvchi, strategiya, kafolatlangan ℓ -tutish vaqti.*

ЗАДАЧА ℓ -ПОИМКИ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ С ПРОСТЫМ ДВИЖЕНИЕМ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ ТИПА ГРОНУОЛЛА НА УПРАВЛЕНИЯ

Аннотация: *В настоящей статье изучается задача ℓ -поимки для случая, когда движение игроков описывается дифференциальными уравнениями первого порядка. Управляющие функции обоих игроков выбираются из классов, удовлетворяющих различным ограничениям типа Гронуолла. Данные ограничения являются существенным обобщением ранее изученных моделей преследования-убегания с геометрическими ограничениями.*

Ключевые слова: *дифференциальная игра, преследователь, убегающий, стратегия, гарантированное время ℓ -поимка.*

THE ℓ -CAPTURE PROBLEM IN A SIMPLE-MOTION DIFFERENTIAL GAME WITH GRöNWALL-TYPE CONSTRAINTS ON CONTROLS

Abstract: *In this paper, the ℓ -capture problem is studied for the case where the motion of the players is described by first-order differential equations. The control functions of both players are chosen from classes satisfying different Gronwall-type constraints. These constraints are a significant generalization of the previously studied pursuit–evasion models with geometric constraints.*

Keywords: *differential game, pursuer, evader, strategy, guaranteed ℓ -capture time.*

Kirish

Differensial o‘yinlar nazariyasi manfaatlari o‘zaro zid bo‘lgan boshqariladigan dinamik tizimlarda optimal boshqaruv muammolarini o‘rganishda qo‘llaniladigan asosiy matematik apparatlardan biri hisoblanadi. Bu nazariya texnika, mexanika, robototexnika, avtomatik boshqaruv hamda boshqa amaliy sohalarda uchraydigan ziddiyatli, ko‘p bosqichli jarayonlarning matematik modellarini yaratish va ularni tahlil qilishga imkon beradi. Ayniqsa, quvuvchi va qochuvchi harakati bilan ifodalanadigan differensial o‘yinlarda tutish va qochish masalalari nazariyaning yetakchi yo‘nalishlaridan biri sanaladi.

Klassik tutish masalalarida o‘yinchilar harakati, qoida tariqasida, birinchi tartibli differensial tenglamalar yordamida beriladi, boshqaruvlarga esa nuqtaviy chegaralanishlar qo‘yiladi. Boshqaruvlarga Gronuoll chegaralanishlar qo‘yilgan hollar nisbatan kam tadqiq qilingan bo‘lib, ayniqsa ℓ -tutish masalalari deyarli tadqiq qilinmagan. Boshqa tomondan Gronuoll chegaralanish bilan differensial o‘yin masalalasi oldingi o‘rganilgan geometrik chegaralanishli differensial o‘yinlarni umumlashmasi desak mubolag‘a bo‘lmaydi.

Adabiyotlar tahlili

«Differensial o‘yin» atamasini ilmiy muomalaga birinchi bo‘lib amerikalik matematik R. Ayzeks olib kirgan va o‘z monografiyasida bir necha o‘yin masalalarini bayon etgan [1]. Keyingi yillarda ko‘plab olimlar Ayzeks g‘oyalarini davom ettirib, quvish-qochish masalalarini hal qilishning turli yondashuvlarini yaratdilar. Masalan, L.S. Pontryagin [2] taklif qilgan almashinuvchi integrallar usuli differensial o‘yinlar nazariyasining klassik masalalaridan biri bo‘lgan «Bola va Timsoh» masalasini tahlil qilishda qo‘llanilgan. Undan keyin N.N. Krasovskiy [3] va uning shogirdlari inersiyali harakatga ega o‘yinchilardan iborat umumiyroq masalalarni ekstremal pozitsion strategiyalar qurish usuli yordamida o‘rgandilar.

Quvish-qochish masalalari rivojlanishi bilan bir vaqtda o‘yinchilar boshqaruvlariga turlicha chegaralanishlar kiritilgan differensial o‘yinlar ham tadqiq qilina boshlandi. Xususan, [4,5] ishlarda boshqaruvlari Gronuoll tipidagi chegaralanishlarni qanoatlantiradigan quvish-qochish masalalari ko‘rib chiqilgan. Yana shunday ishlar borki, amaliyotga tadbiqi jihatidan olib qaraganda $\ell > 0$ bo‘lgan holat uchun (ya’ni aniq tutish emas) yaqinlashish va qochish masalalari o‘rganilgan [6,7].

Mazkur yo‘nalishdagi mavjud natijalarga tayangan holda, ushbu ishda Gronuoll chegaralanishlarga ega bo‘lgan sodda harakatli differensial o‘yinda ℓ-tutish masalasi tadqiq etiladi. Bunda o‘yinchilarning harakatlari birinchi tartibli differensial tenglamalar yordamida ifodalanadi, boshqaruv funksiyalari esa Gronuoll tipidagi chegaralanishlar sinfidan tanlanadi. Tadqiqotning asosiy maqsadi ℓ-tutish masalasiga ega differensial **o‘yinni quvlovchining nuqtai nazaridan o‘rganib, yechiluvchanlik shartlarini topishdan iborat.**

Tadqiqot metodologiyasi

Mazkur tadqiqot ishida Gronuoll chegaralanishli sodda harakatli differensial o‘yinda ℓ-tutish **masalasi uchun yechiluvchanlik shartlari**ni aniqlash hamda quvlovchi tomonidan qochuvchini chekli vaqtda tutib olish imkoniyatini tadqiq etish uchun differensial o‘yinlar nazariyasi, boshqaruv nazariyasi va matematik analizning bir nechta klassik va umumlashtirilgan usullaridan foydalanildi. Bularga misol qilib keltirish mumkin:

Sodda harakat tenglamalari — o‘yinchilarning dinamik harakatini tavsiflash va ularning boshlang‘ich holatlari hamda tezliklarining keyingi harakatga ta’sirini aniqlash uchun qo‘llanildi.

Gronuoll chegaralanish — o‘yinchilarning boshqaruv funksiyalarini tavsivlashda foydalanildi, hamda joizligi tekshirildi.

Boshqaruvni konstruktiv tanlash usuli — quvlovchi uchun qochuvchini chekli vaqtda aniq tutishni ta’minlovchi boshqaruvni qurish hamda uning Gronuoll chegaralanishni qanoatlantirishini asoslash uchun qo‘llanildi.

Natijalar va ularning tahlili

Masalaning qo‘yilishi. Biz ushbu ishda $\mathbb{R}^n$ Yevklid fazosida ikki o‘yinchilik sodda harakatli differensial o‘yinda ℓ-tutish masalasini ko‘rib chiqamiz. Odatda differensial o‘yinlarda birinchi o‘yinchini *quvlovchi*, ikkinchi o‘yinchini esa *qochuvchi* deb ataladi. $\mathbb{R}^n$ fazoda quvlovchining holat vektorini x, qochuvchinikini esa y bilan belgilaylik. U holda o‘yinchilarning harakat dinamikalari ushbu differensial tenglamalar orqali ifodalanadi:

$$\dot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \ (1)$$

$$\dot{y} = v, \quad y(0) = y_0. \ (2)$$

(1) va (2) da, o‘yinchilarning boshlang‘ich holat vektorlari sifatida x_0 va y_0 vektorlar qaralib, o‘yin avvalida ular orasidagi masofa biror $\ell > 0$ sondan katta deb faraz qilinadi, ya’ni $\left|x_0 - y_0\right| > \ell$. Tezlik vektorlari u hamda v mos ravishda o‘yinchilarning boshqaruv parametrlari deyiladi.

1-Ta’rif. $u(\cdot) = \left(u_1(\cdot), u_2(\cdot), \ldots, u_n(\cdot)\right)$ boshqaruv funksiyasi *quvlovchining joiz boshqaruvi* deyiladi, agar bu boshqaruv $u(\cdot) : [0, +\infty) \to \mathrm{R}^n$ akslantirishni qanoatlantiruvchi o‘lchovli funksiyalar sifatida tanlanib, deyarli barcha $t \geq 0$ da ushbu tengsizlikni

$$\left|u(t)\right|^2 \leq \alpha^2 + 2c\int_0^t \left|u(s)\right|^2 ds \ (3)$$

qanoatlantirsa, bu yerda $\alpha > 0$, $c \geq 0$ sonlar oldindan berilgan parametrlar.

2-Ta'rif. $v(\cdot)=\left(v_1(\cdot),v_2(\cdot),\ldots,v_n(\cdot)\right)$ boshqaruv funksiyasi *qochuvchining joiz boshqaruvi* deyiladi, agar bu boshqaruv $v(\cdot):[0,+\infty)\to \mathrm{R}^n$ akslantirishni qanoatlantiruvchi o'lchovli funksiyalar sifatida tanlanib, deyarli barcha $t\geq 0$ da ushbu tengsizlikni

$$\left|v(t)\right|^2 \leq \beta^2 + 2c\int_0^t \left|v(s)\right|^2 ds \qquad (4)$$

qanoatlantirsa, bu yerda $\beta>0$, $c\geq 0$ sonlar oldindan berilgan parametrlar.

(3) va (4) tengsizliklar o'yinlar nazariyasida yangi turdagi chegaralanishlardan biri bo'lib, bunday cheklovlar *Gronuoll tipidagi chegaralanishlar* deb yuritiladi.

Yuqoridagi ta'riflarda $|\cdot|$ belgisi R^n fazodagi odatiy Yevklid normasini bildiradi. Ushbu norma quyidagicha aniqlanadi:

$$|u(t)|=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}u_i^2(t)},\quad |v(t)|=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}v_i^2(t)},$$

bu yerda $u_i(t)$ va $v_i(t)$ mos ravishda $u(t)$ va $v(t)$ vektorlarning komponentalaridir.

Quvlovchining barcha joiz boshqaruvlari to'plamini U_{Gr} *bilan belgilaymiz. Xuddi shuningdek,* V_{Gr} qochuvchining barcha joiz boshqaruvlari to'plamini bildiradi.

Agar $u(\cdot)\in \mathrm{U}_{Gr}$ va $v(\cdot)\in \mathrm{V}_{Gr}$ bo'lsa, u holda (1) va (2) tenglamalardan har bir $(x_0,u(\cdot))$ va $(y_0,v(\cdot))$ juftliklar mos ravishda quvlovchi va qochuvchining

$$x(t)=x_0+\int_0^t u(s)ds, \qquad y(t)=y_0+\int_0^t v(s)ds$$

trayektoriyalarini ifodalaydi.

Quvlovchining asosiy maqsadi qochuvchiga oldindan berilgan $\ell>0$ masofagacha yaqinlashishdan (ℓ-tutish masalasi, [6-7]), ya'ni biror chekli $\eta\geq 0$ vaqtda

$$|x(\eta)-y(\eta)|\leq \ell$$

munosabatni ta'minlashdan iborat. Qochuvchining maqsadi esa quvlovchining o'ziga $\ell>0$ masofagacha yaqinlashishiga yo'l qo'ymaslik, ya'ni barcha $t\geq 0$ uchun $|x(t)-y(t)|>\ell$ shartning bajarilishini ta'minlashdan iborat. Agar buning imkoni bo'lmasa, qochuvchi ℓ-tutish yuz beradigan vaqtni imkon qadar kechiktirishga intiladi.

Shu o'rinda ta'kidlash joizki, (1)-(4) o'yinda aniq tutish masalasining yechiluvchanlik shartlari Samatov B.T., Ibragimov G'.I. va boshqalarning ishlarida aniqlangan bo'lib ($\ell=0$ holda) [4,5], biz bu ishda ℓ masofaga yaqinlashish masalasining yechiluvchanlik shartlarini aniqlaymiz ($\ell>0$ holda).

(1) va (2) tenglamalarni $z=x-y$ belgilashga ko'ra quyidagicha qayta yozaylik:

$$\dot{z}=u-v,\quad z(0)=z_0, \qquad (5)$$

bu yerda $z_0=x_0-y_0$.

Agar $u(\cdot)\in \mathrm{U}_{Gr}$ va $v(\cdot)\in \mathrm{V}_{Gr}$ bo'lsa, u holda (5) boshlang'ich shartli masalaning $z(t)$ yechimi quyidagi ko'rinishda topiladi:

$$z(t)=z_0+\int_0^t\left(u(s)-v(s)\right)ds\,. \qquad (6)$$

Quyidagi Gronuoll tengsizligi ℓ-tutish masalalarini yechishda asosiy vosita sifatida qo'llaniladi.

1-Lemma. Agar $|g(t)|^2\leq \rho^2+2k\int_0^t |g(s)|^2\,ds$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, u holda $|g(t)|\leq \rho e^{kt}$ tengsizlik o'rinli bo'ladi, bu yerda $g(t)$ barcha $t\geq 0$ larda o'lchovli funksiya, ρ, k esa nomanfiy sonlardir.

1-Lemmaga ko‘ra, agar $u(\cdot) \in \mathrm{U}_{Gr}$ va $v(\cdot) \in \mathrm{V}_{Gr}$ bo‘lsa, qaralayotgan differensial o‘yinda barcha $t \geq 0$ uchun quyidagi tengsizliklar o‘rinli bo‘ladi:

$$| u(t) | \leq \alpha e^{ct}, \ | v(t) | \leq \beta e^{ct}. \quad (7)$$

Albatta, teskari tasdiq o‘rinli emasligini osongina tekshirish mumkin, ya’ni (7) tengsizliklarning bajarilishidan (3) va (4) tengsizliklarning bajarilishi har doim ham kelib chiqmaydi.

3-Ta’rif: Markazi $C \in \mathbb{R}^n$ nuqtada va radiusi R bo‘lgan sharni $B(C;R)$ bilan belgilaymiz. Agar $\mathbf{u} : \mathbb{R}_+ \times B(0;\beta e^{ct}) \to B(0;\alpha e^{ct})$ boshqaruv funksiyasi har bir tayinlangan v uchun t bo‘yicha Lebeg ma’nosida o‘lchovli va har bir tayinlangan t uchun v bo‘yicha Borel ma’nosida o‘lchovli bo‘lsa, u *quvlovchining strategiyasi* deyiladi. Bu yerda $\mathbb{R}_+ = [0,+\infty)$.

Faraz qilaylik,

$$\gamma(t,v) = \frac{1}{h}\left[\langle z_0, v\rangle + \alpha e^{ct}\ell + \sqrt{\left(\langle z_0, v\rangle + \alpha e^{ct}\ell\right)^2 + \left(\alpha^2 e^{ct} - |v|^2\right)h}\right],$$

$$\mu(t,v) = -\frac{v - \gamma(t,v)z_0}{| v - \gamma(t,v)z_0 |}\ell, \text{ va } h = |z_0|^2 - \ell^2 \text{ bo‘lsin. Bu yerda } \langle z_0, v\rangle \text{ - } \mathbb{R}^n \text{ fazoda } z_0 \text{ va } v \text{ vektorlar}$$

orasidagi skalyar ko‘paytmani ifodalaydi.

Shuni ta’kidlash joizki, $\gamma(t,v)$ funksiya quvish o‘yinlarida hal qiluvchi funksiya deb ataladi.

4-Ta’rif. Agar $\alpha > \beta$ bo‘lsa, u holda ushbu

$$\mathbf{u}(t,v) = v + \gamma(t,v)\left(\mu(t,v) - z_0\right) \qquad (8)$$

boshqaruv funksiyasi ℓ -tutish o‘yinida *quvlovchining yaqinlashish strategiyasi* (yoki qisqacha Π_ℓ *-strategiyasi) deyiladi.*

Π_ℓ -strategiyani klassik Π -strategiyaning umumlashmasi deb qarash mumkin. $\ell = 0$ bo‘lganda, ℓ -tutish masalasi klassik quvish masalasiga keladi. [8-9] ishlarda quvlovchining barcha joiz strategiyalari orasida Π -strategiya qochuvchiga optimal yaqinlashishni ta’minlashi va mumkin bo‘lgan eng qisqa chekli vaqtda aniq tutishni kafolatlashi isbotlangan. Demak, $\ell = 0$ holida 3-Ta’rif aynan klassik Π -strategiyani beradi.

1-Tasdiq: $\alpha > \beta$ bo‘lsin, u holda qochuvchining ixtiyoriy v, $| v | \leq \beta e^{ct}$, joiz boshqaruvi uchun

$\gamma(t,v)$ a. hal qiluvchi funksiya aniqlangan, uzluksiz va nomanfiy;

$\left(\alpha e^{ct} - \beta e^{ct}\right) / \left(|z_0| - \ell\right) \leq \gamma(t,v) \leq \left(\alpha e^{ct} + \beta e^{ct}\right) / \left(|z_0| - \ell\right)$ b. tengsizlik o‘rinli;

$|\mathbf{u}(t,v)| = \alpha e^{ct}$ c. tenglik o‘rinli bo‘ladi.

5-Ta’rif: (1)–(4) o‘yinda quvlovchining (8) Π_ℓ -strategiyasi $[0,T_{Gr}]$ vaqt intervalida ℓ -tutishning bajarilishini kafolatlaydi deyiladi, agar qochuvchining ixtiyoriy $v(\cdot) \in \mathrm{V}_{Gr}$ joiz boshqaruvi uchun

$\mathbf{u}(t,v)$ a. boshqaruv funksiyasi barcha $t \in [0,T_{Gr}]$ lar uchun U_{Gr} sinfga tegishli bo‘lsa;

b. Shunday $t_\ell \in [0,T_{Gr}]$ vaqt mavjud bo‘lsaki,

$$\dot{z} = \mathbf{u}(t, v(t)) - v(t), \qquad z(0) = z_0 \quad (9)$$

Koshi masalasining yechimi $z(t)$ uchun $|z(t_\ell)| \leq \ell$ tengsizlik o‘rinli bo‘lsa.

T_{Gr} qiymat ℓ -tutishning kafolatlangan vaqti deyiladi.

1-Teorema. Agar $\alpha > \beta$ bo‘lsa, u holda (1)–(4) o‘yinda quvlovchining (8) Π_ℓ-strategiyasi $[0,T_{Gr}]$ vaqt intervalida ℓ-tutishning bajarilishini kafolatlaydi, bu yerda

$$T_{Gr} = \begin{cases} \dfrac{1}{c}\ln\left(1+\dfrac{\left(|z_0|-\ell\right)c}{\alpha-\beta}\right), & \text{agar} \quad k>0, \\ \dfrac{|z_0|-\ell}{\alpha-\beta}, & \text{agar} \quad k=0. \end{cases}$$

Isbot. Faraz qilaylik, qochuvchi ixtiyoriy $v(\cdot)\in \mathrm{V}_{Gr}$ joiz boshqaruv tanlasin, quvlovchi esa (8) orqali aniqlangan Π_ℓ-strategiyani qo‘llasin. U holda (6) ga ko‘ra, (9) Koshi masalasining yechimini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$z(t) = z_0 + \int_0^t \gamma(s,v(s))\left(\mu(s,v(s)) - z_0\right)ds =$$

$$= z_0\left(1-\int_0^t \gamma(s,v(s))ds\right) + \int_0^t \gamma(s,v(s))\mu(s,v(s))ds\,.$$

Ushbu tenglikdan, 1-tasdiqning *(b)* bandidan hamda minimum–maksimum haqidagi lemmadan foydalanib, quyidagi baholashlarni hosil qilamiz:

$$|\,z(t)\,| \le |\,z_0\,|\left(1-\int_0^t \gamma(s,v(s))ds\right) + \ell\int_0^t \gamma(s,v(s))ds =$$

$$= \left(|\,z_0\,|-\ell\right)\left(1-\int_0^t \gamma(s,v(s))ds\right) + \ell \le$$

$$\le \left(|\,z_0\,|-\ell\right)\left(1-\min_{v(\cdot)\in \mathrm{V}_{Gr}}\int_0^t \gamma(s,v(s))ds\right) + \ell =$$

$$= \left(|\,z_0\,|-\ell\right)\left(1-\int_0^t \frac{\alpha e^{cs}-\beta e^{cs}}{|\,z_0\,|-\ell}ds\right) + \ell = \Gamma(t)+\ell,$$

bu yerda, $\Gamma(t) = |\,z_0\,| - \ell + \dfrac{\alpha-\beta}{c}\left(1-e^{ct}\right)$.

Endi $\Gamma(t)$ funksiya uchun quyidagicha tahlillarni ko‘raylik:

1. $t=0$ vaqtda $\Gamma(0) = |\,z_0\,| - \ell$ bo‘ladi;

2. $\Gamma(t)$ funksiyaning vaqt bo‘yicha o‘zgarishi uchun $\Gamma'(t) = -(\alpha-\beta)e^{ct}$ tengsizlik o‘rinli;

3. $t\to+\infty$ da $\lim\limits_{t\to\infty}\Gamma(t) = -\infty$.

Yuqoridagilardan xulosa qiladigan bo‘lsak, shunday $t = T_{Gr}$ vaqt mavjudki $\Gamma(T_{Gr}) = 0$ bo‘ladigan. U holda $t = T_{Gr}$ vaqtda $|\,z(t)\,| \le \ell$ tengsizlikga kelamiz. Ko‘rinib turibdiki, $[0,T_{Gr}]$ vaqt intervalida quvlovchining Π_ℓ-strategiyasi yutuqli bo‘ladi.

Shu o‘rinda ko‘rsatish kerakki, biz quvlovchiga taklif qilayotgan strategiya joiz strategiya bo‘lishini:

$|\,\mathbf{u}(t,v(t))\,|^2 = \alpha^2 + \alpha^2(e^{2ct}-1) = \alpha^2 + 2c\int_0^t \alpha^2 e^{2cs}ds = \alpha^2 + 2c\int_0^t |\mathbf{u}(s,v(s))\,|^2 ds.$ Oxirgi tenglik ko‘rsatadiki (8) strategiya joiz bo‘ladi. Teorema isbotlandi. ■

Xulosa

Ushbu maqolada ikkala o‘yinchining harakati birinchi tartibli differensial tenglamalar bilan ifodalanadigan boshqariluvchi differensial o‘yin uchun ℓ -tutish masalasi o‘rganilgan. Tadqiqotning yangiligi o‘yinchilar boshqaruvlariga Gronuoll tipidagi yangi chegaralanishni kiritishdan iborat bo‘lib, bu avvalgi ma’lum natijalarni, xususan, geometrik chegaralanishli birinchi tartibli differensial o‘yinlarga oid natijalarni sezilarli darajada umumlashtirgan. Quvlovchi uchun taklif etilgan Π_ℓ -strategiya klassik Π -strategiyaning umumlashgan shakli bo‘lib, $\ell = 0$ bo‘lganda u bilan ustma-ust tushadi. Olingan natijalar differensial o‘yinlar nazariyasini boyitgan va uning qo‘llanilish doirasini Gronuoll tipidagi boshqaruv chegaralanishlariga ega tizimlargacha kengaytirgan. Kelgusidagi tadqiqotlar bu natijalarni yuqori tartibli tizimlarga, shuningdek, stoxastik konfliktli yoki kechikkan axborotli differensial o‘yinlarga tatbiq etishga qaratilishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Isaas R. Differential games. // John Wiley and Sons, New York, 1965.

2. Pontryagin L.S. Selected Works. // MAKS Press, Moscow, 2004.

3. Krasovskiy N.N. Theory of Control of Motion. // Nauka, Moscow, 1968.

4. Samatov B.T., Ibragimov G.I., Hodjibayeva I.V. Pursuit-evasion differential games with the Grönwall type constraints on controls // Ural Math. J., 2020, 6-jild, 2-son, 95 -107-betlar.

5. Samatov B.T., Akbarov A.Kh., Zhuraev B.I. Pursuit-evasion differential games with Gr-constraints on controls // Izv. Inst. Mat. Inform. Udmurt. Gos. Univ., 2022, 59-jild, 67-84-betlar.

6. Samatov B.T. Problems of group pursuit with integral constraints on controls of the players I // Cybernetics and Systems Analysis. 2013, 49-jild, 5-son, 756-767-betlar.

7. Turgunboeva M.A. On ℓ -catch problem in differential games with inertial players and non-stationary geometric constraints on controls // Uzbek Math. J., 2025, 69-jild, 1-son, 171-178-betlar.

8. Azamov A.A., Samatov B.T. The Π -Strategy: Analogies and Applications // The Fourth International Conference on Game Theory and Management. St. Petersburg. 2011, 4-son, 33-46-betlar.

9. Chikrii A.A. Conflict-Controlled Processes // Kluwer Academic Publishers: Dordrecht. 1997, 404-bet.

References

1. Isaas R. Differential games. // John Wiley and Sons, New York, 1965.

2. Pontryagin L.S. Selected Works. // MAKS Press, Moscow, 2004.

3. Krasovskii N.N. Theory of Control of Motion. // Nauka, Moscow, 1968.

4. Samatov B.T., Ibragimov G.I., Hodjibayeva I.V. Pursuit-evasion differential games with the Grönwall type constraints on controls // Ural Math. J., 6(2), (2020), pp. 95-107. (in English).

5. Samatov B.T., Akbarov A.Kh., Zhuraev B.I. Pursuit-evasion differential games with Gr-constraints on controls // Izv. Inst. Mat. Inform. Udmurt. Gos. Univ., 59, (2022), pp. 67-84. (in English).

6. Samatov B.T. Problems of group pursuit with integral constraints on controls of the players I // Cybernetics and Systems Analysis, 49(5), (2013), pp. 756–767.

7. Turgunboeva M.A. On ℓ -catch problem in differential games with inertial players and non-stationary geometric constraints on controls. Uzbek Math. J., 69 (1), (2025), pp. 171-178. (in English).

8. Azamov A.A., Samatov B.T. The Π -Strategy: Analogies and Applications // The Fourth International Conference on Game Theory and Management. St. Petersburg. 4, (2011), pp. 33–46. (in English).

9. Chikrii A.A. Conflict-Controlled Processes // Kluwer Academic Publishers: Dordrecht. 1997, 404 p.