

Toxirjonova Xilolaxon Yusufjon qizi

NamDU, matematika kafedrası o'qituvchisi

Email: xilolaxontoxirjonova@gmail.com

BA'ZI STEREOMETRIK MASALALARNI YECHISH USULLARI

Annotatsiya: Maqolada stereometrik masalalarda ko'p uchraydigan eng katta va eng kichik miqdorlarni tengsizliklar yordamida topish yo'llari ko'rsatilgan.

Kalit so'zlar: Stereometrik figuralar, silindr, kub, eng katta hajm, konus, to'rt yoqli burchak, yassi burchak.

Tokhirjonova Khilolaxon Yusufjon qizi

NamSU, teacher of the Department of Mathematics

Email: xilolaxontoxirjonova@gmail.com

METHODS FOR SOLVING SOME STEREOMETRIC PROBLEMS

Abstract: The article shows ways to find the largest and smallest values that are most common in stereometric problems using inequalities.

Key words: Stereometric figures, cube, cylinder, the largest volume, cone, four-sided angle, planar angle.

Тохиржонова Хилолахон Юсуфжон кызы

НамГУ, преподаватель кафедры математики

Электронная почта: xilolaxontoxirjonova@gmail.com

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ

Аннотация: В статье показаны способы нахождения наибольших и наименьших величин, часто встречающихся в стереометрических задачах, с использованием неравенств.

Ключевые слова: Стереометрические фигуры, куб, цилиндр, наибольший объем, конус, четырехсторонний угол, плоский угол.

Bizga aniqki, elementar matematika kursida geometriya fani ikki qismga bo'linadi: planimetriya va stereometriya. Stereometriyada figuralar uch

o'lchamli fazoda ko'riladi va o'rganiladi. Stereometriyani o'rganish o'quvchidan planimetriya bo'limida o'rganilgan bilimlarni qo'llash va geometrik figuralarni yanada chuqurroq bilishni va tasavvur qilishni talab qiladi. Bugungi kunda oliy ta'lim muassasalariga kirishda matematika fanidan savollar orasida stereometrik masalalar ham uchramoqda. Anashu masalalarni yechishda figuralarning eng katta va eng kichik qiymatlarini topa olish muhim o'ringa ega. Eng katta va eng kichik qiymatlarni topish esa hosila yordamida amalga oshiriladi. Lekin, hamma o'quvchilar ham uni masalada qo'llay bilmaydi. Geometriya bo'yicha ba'zi masalalarni, masalan, eng katta yoki eng kichik miqdorlarni topishga oid masalalarni yechish uchun har tomonlama ularni yechish tajribasiga va yechish usullarini o'zlashtirganlik darajasiga bog'liq. Shuning uchun berilganlarga qarab qaysi tengsizlikni qo'llash va uni isbotlash kerakdir. Biz hozir quyidagi ba'zi masalalarni ko'rib chiqamiz.

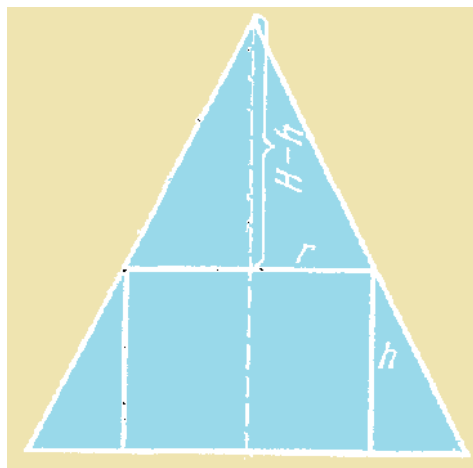
1-masala.[3] Tomon $6a$ bo'lgan kvadratdan tomsiz quticha yasashmoqchi.

Kvadrat burchagidan qirqib, vertikal holatda turg'izilib yasalgan quti eng katta hajmga ega bo'ldi. Buning uchun qanday uzunlikdagi kvadrat kesish kerak?

Yechish. Qirqilgan kvadrat tomonini balandligi x orqali belgilaymiz. Qutining tubi $6a - 2x$, balandligi $6a$. Uning hajmi: $V = (6a - 2x)(6a - 2x)x = 4x(3a - x)(3a - x)$. V maksimumga erishishi bir vaqtda $y(x) = 4x(3a - x)(3a - x)$ ga bog'liq. $2x + (3a - x) + (3a - x) = 6a$ doimiy kattalik. U holda $y(x)$ eng katta qiymatga $y(x) = 36a^2x - 24ax^2 + 4x^3$ dan hosila olib, 0 ga tenglaganimizda: $36a^2 - 48ax + 12x^2 = 0$ $3a^2 - 4ax + x^2 = 0$ bundan $x_1 = a$ va $x_2 = 3a$ bo'ladi. Bu yerda $x = a$ tenglikni olamiz.

2-masala. Berilgan konusga eng katta hajmli silindr ichki chizilgan bo'lsa, silindr asosi radiusining konus asosi radiusiga nisbatini toping.

Yechish. Konus asosining radiusini R balandligini H silindr asosining radiusini r balandligini orqali belgilaymiz (1-chizma).



1-chizmadan ko‘rinib turibdiki, $\frac{H-h}{H} = \frac{r}{R}$. Bundan $h = \frac{H}{R}(R-r)$. Silindr hajmi

$$V = \pi r^2 h = \pi r^2 \frac{H}{R}(R-r) = \frac{4\pi H}{R} \frac{r}{2} \frac{r}{2} (R-r) \text{ ga teng. } \frac{4\pi H}{R} - \text{-doimiy kattalik.}$$

V hajm maksimum qiymatga $y = \frac{r}{2} \frac{r}{2} (R-r)$ funksiya bilan bir vaqtda erishadi.

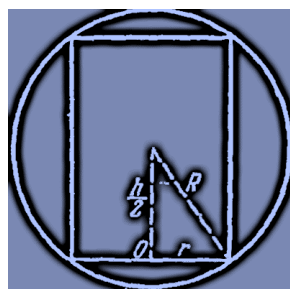
$\frac{r}{2} + \frac{r}{2} + (R-r) = R$ o‘zgarmas miqdor ekanligidan, y funksiya eng katta qiymatga

$\frac{r}{2} = (R-r)$ ga teng bo‘lganda erishadi. Bundan, $\frac{r}{R} = \frac{2}{3}$ kelib chiqadi.

3-masala. R radiusli sharga eng katta hajmga ega bo‘lgan silindr ichki chizilgan.

Bu silindr asos radiusining shar radiusiga nisbatini toping.

Yechish. Silindr asos radiusini r va balandligini h kabi belgilaymiz.



(2-chizma)

2-chizmadan ma'lumki, $\frac{h^2}{4} = R^2 - r^2$. Bundan esa, $h = 2\sqrt{R^2 - r^2}$ ekanligini topamiz.

Silindr hajmi $V = \pi r^2 h = 2\pi r^2 \sqrt{R^2 - r^2}$ ga teng bo'ladi. 2π -o'zgarmas qiymat bo'lganligidan, V hajm eng katta qiymatga $y = r^2 \sqrt{R^2 - r^2}$ funksiya bilan bir vaqtda erishadi. y funksiyani kvadratga oshirib, quyidagi tenglikka egamiz:

$$y^2 = r^4 \sqrt{R^2 - r^2} = 4 \frac{r^2}{2} \frac{r^2}{2} (R^2 - r^2).$$

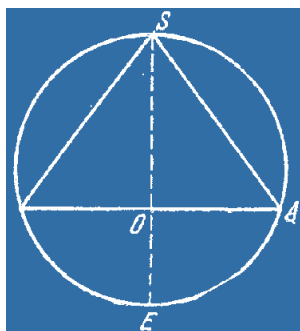
$\frac{r^2}{2}, \frac{r^2}{2}, (R^2 - r^2)$ qo'shiluvchilar yig'indisi R -o'zgarmas kattalikka teng bo'ladi. y^2

eng katta qiymatiga, ular teng bo'lganda erishadi: $\frac{r^2}{2} = (R^2 - r^2)$. Bundan esa,

$r : R = \sqrt{2} : \sqrt{3}$ hosil bo'ladi.

4-masala.[6] Sharga ichki chizilgan eng katta hajmli konus berilgan. Shar radiusining konus balandligiga nisbatini toping.

Yechish. Sharning radiusini R harfi bilan va konusning balandligi va radiusini mos ravishda h va r harflari bilan belgilaymiz (3-chizma)



(3-chizma)

SO konus balandligini shar sirtidagi E nuqtagacha davom ettiramiz. $SE = 2R$ va $SO = h$

ekanligidan, $OE = 2R - h$ tenglikni topamiz. Aylanadagi kesishuvchi vatarlar

haqidagi teoremasidan, $AO^2 = SO \cdot OE$ munosabatni topamiz. Bizning belgilashiz

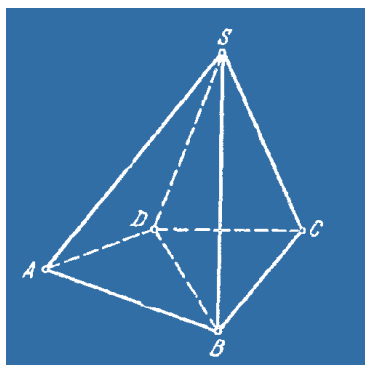
bo'yicha esa, tenglik o'rinli. Konus hajmi

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\pi}{3} h^2 \frac{H}{R} (2R - h) = \frac{4\pi}{3} \frac{h}{2} \frac{h}{2} (2R - h) \quad \text{ga teng.} \quad \frac{4\pi}{3} - \text{o'zgaras kattalik}$$

bo'lganligidan, V hajm eng katta qiymatga $y = \frac{h}{2} \frac{h}{2} (2R - h)$ funksiya bilan bir vaqtda erishadi. - qo'shiluvchilar yig'indisi $2R$ -o'zgaras songa teng. y funksiya eng katta qiymatga qo'shiluvchilar bir-biriga teng bo'lganda erishadi, ya'ni $\frac{h}{2} = (2R - h)$. Bundan esa, $\frac{h}{2} = 2R - h$. Bundan esa, $\frac{R}{h} = \frac{3}{4}$ nisbatni olamiz.

5-masala. To'rt yoqli burchakning yassi burchagi qolgan burchagi qolgan burchagi yig'indisidan kichik ekanligini isbotlang.

Isbot. To'rt yoqli burchagi $SABCD$ ning eng katta yassi burchagi ASB bo'lsin. (4-chizma) chizamiz.



SD va SB to'g'ri chiziqlar orqali tekislik o'tkazamiz. Uchyoqli burchakning istalgan yassi burchagi qolgan ikki burchagi burchagi yig'indisidan kichikligidan yozish mumkinki,

$$\angle ASB < \angle ASD + \angle DSB$$

va

$$\angle DSB < \angle ASB$$

Bundan esa, $\angle ASB$ ga ega bo'lamiz.

Xulosa. Yuqoridagi masalalardan ko'rinib turibdiki, stereometrik masalalar yechilishi ham bizga ma'lum planimetrik ma'lumotlarga tayanadi. Masalani yechish uchun, avvalo, uning chizmasini tasavvur qilish kerak va shunga mosroq grafikni yasash kerak. Bunda, albatta, tasavvur muhim ahamiyat kasb etadi. Ularga tengsizliklarni tatbiq qilish uchun chuqurroq

ko'nikma va malaka kerak bo'ladi [1],[2]. Yuqoridagi kabi murakkab masalalarni va yechish usullarini [4],[5] adabiyotlardan olish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Sh. Ismoilov, A. Qo'chqorov, B. Abdurahmonov. Tengsizliklar-I, II isbotlashning klassik usullari/Toshkent, 2008y.
2. Kazarinoff, N.D. Geometric inequalities, Random House, USA, 1961
3. Mathematical Olympiads, Problems and solutions from around the world, 1998-1999. Edited by Andreescu T. and Feng Z. Washington 2000
4. Math Links, <http://www.mathlinks.ro>
5. Math Pro Press, <http://www.mathpropress.com>
6. Ayupov Sh., Rihsiyev B., Quchqorov O. "Matematika olimpiada masalalari" 1,2 qismlar. T.: Fan, 2004.