

A. G'. Xolboyev¹, D.T. Sodatova²

¹Nizomiy nomidagi O'zMPU, "Matematika" kafedrası dotsenti

²Nizomiy nomidagi O'zMPU, "Matematika" kafedrası o'qituvchisi

E-mail: azamatholboyev@gmail.com, sodatovadilbar2025@gmail.com

R^3 YEVLID FAZOSIDAGI MUNTAM KO'PYOQLIK QIRRALARIDA QUVISH-QOCHISH O'YINI.

Annotatsiya. Maqola R^3 fazodagi muntam ko'pyoqlik qirralaridan iborat grafda maksimal tezliklari teng bo'lgan nuqtalar harakatini boshqaradigan quvuvchi va qochuvchi ishtirokidagi quvish-qochish masalasiga bag'ishlangan. O'yinda biror chekli vaqtda biror quvuvchi nuqta qochuvchi bilan grafning biror qirrasida bo'lsa qochuvchi quvuvchiga tutiladi. Qochuvchi cheksiz vaqt davomida hech qaysi quvuvchi nuqta bilan grafning hech bir qirrasida bo'lmasa o'yin qochuvchi foydasiga hal bo'ladi. O'yinda qochuvchini tutadigan quvuvchilarning eng kam sonini topish asosiy masaladir. R^3 fazodagi har bir muntam ko'pyoqlik uchun qochuvchini tutadigan quvuvchilarning eng kam soni topilgan.

Kalit so'zlar: geometrik graf, grafning qirrası, quvuvchining strategiyasi, qochuvchining strategiyasi, quvish masalasi, qochish masalasi, muntam ko'pyoqlikning grafi, qochuvchini tutadigan quvuvchilarning eng kam soni.

А.Г. Холбоев¹, Д.Т. Содатова²

¹Доцент кафедры "Математика" НПУУз. им. Низами

²Преподаватель кафедры "Математика" НПУУз. им. Низами

E-mail: azamatholboyev@gmail.com, sodatovadilbar2025@gmail.com

ИГРА ПРЕСЛЕДОВАНИЕ-УБЕГАНIE НА РЁБРАХ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОГРАННИКОВ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ R^3 .

Аннотация. Статья посвящена задаче преследования и уклонения на графе, образованном рёбрами правильного многогранника в трёхмерном пространстве R^3 . В игре участвуют преследователь и убегающий, движущиеся по рёбрам графа с равными максимальными скоростями. Если в некоторый конечный момент времени преследователь и убегающий оказываются на одном ребре графа, считается, что убегающий пойман. Если убегающему удаётся бесконечно долго не находиться ни на одном общем ребре с каким-либо преследователем, игра заканчивается в пользу убегающего. Основная задача состоит в нахождении минимального числа преследователей, необходимых для гарантированного захвата убегающего. Для каждого правильного многогранника в R^3 найдено минимальное количество таких преследователей.

Ключевые слова: геометрический граф, ребро графа, стратегия преследователя, стратегия убегающего, задача преследования, задача уклонения, граф правильного многогранника, минимальное число преследователей необходимых для захвата убегающего.

A. G. Holboyev¹, D.T. Sodatova²

¹Associate Professor, Department of Mathematics, Nizami UNPU

²Lectur, Department of Mathematics, Nizami UNPU

E-mail: azamatholboyev@gmail.com, sodatovadilbar2025@gmail.com

**PURSUIT-EVASION GAME ON THE EDGES OF REGULAR
POLYHEDRON IN THE EUCLIDEAN SPACE R^3**

Abstract. This paper is devoted to the pursuit-evasion problem on a graph formed by the edges of a regular polyhedron in the three-dimensional space R^3 . In this game, a pursuer and the evader move along the edges of the graph with equal maximum speeds. If at some finite time a pursuer and the evader are located on the same edge of the graph, the evader is considered to be captured. If the evader

manages to avoid being on the same edge with any pursuer for an infinite time, the game is won by the evader. The main problem is to determine the minimum number of pursuers required to guarantee the capture of the evader. For each regular polyhedron in R^3 , this minimum number of pursuers is found.

Keywords: geometric graph, edge of a graph, pursuer's strategy, evader's strategy, pursuit problem, evasion problem, graph of a regular polyhedron, minimum number of pursuers required to capture the evader.

KIRISH. Graflarda dinamik o'yinlarning bir nechta turlari mavjud bo'lib, ulardan dastlabkisi va chuqur o'rganilgani abstrakt graflardagi o'yinlar sinfidir. Bunday o'yin bilan bir qator taniqli matematiklar R. J. Novakovskiy, A. Quilliot, M. Aigner, M. Fromme, T. Andrea, A. Bonato va boshqa matematiklar ilmiy izlanishlar olib borib, salmoqli natijalar olishgan [2-3], [7]. Geometrik graflardagi dinamik o'yinlarning nisbatan torroq, lekin qiziqarli sinfi – bu grafning qirralari bo'ylab harakatlanuvchi nuqtalarning quvish-qochish o'yinidir. Bu turdagi dinamik o'yinlar A. A. Azamov, A. Sh. Kuchkarov, G'. Ibragimov, T. Ibaydullayev va A. G'. Xolboyevlarning ishlarida o'rganilgan va diqqatga molik natijalar olingan [1], [5], [8-10].

MASALANING QO'YILISHI. Γ geometrik graf qirralari bo'ylab harakatlanadigan $\mathbf{P} = \{P_1, P_2, \dots, P_m\}$ quvuvchi va Q qochuvchi ishtirokidagi quvish-qochish o'yini haqidagi asosiy ta'rif va tushunchalar [1], [8] ishlarda atroflicha bayon qilingan. O'yinda o'yinchilarning maqsadi yutish. Quvuvchining maqsadi, biror chekli vaqtda biror quvuvchi va qochuvchi nuqtalar Γ grafning biror qirrasida (quvuvchi va qochuvchi nuqtalar qirraning uchlarida bo'lsa ham bir qirrada deb olinadi) bo'lish, qochuvchining maqsadi esa ixtiyoriy vaqtda ixtiyoriy quvuvchi va qochuvchi nuqtalar Γ grafning hech qaysi qirrasida bo'lmaslik.

Quvuvchining strategiyasi, qochuvchining strategiyasi [1, 8] ishlardagi kabi ta'riflanadi.

O'yin o'z navbatida quvish masalasi va qochish masalasiga ajraladi. Agar o'yin ixtiyoriy vaziyatdan boshlanganda ham quvuvchining shunday strategiyasi mavjud bo'lib, qochuvchining ixtiyoriy strategiya uchun shunday chekli vaqtdan keyin biror quvuvchi qochuvchi bilan grafning biror qirrasida bo'lsa o'yinda quvuvchi yutdi deyiladi va bunday masala quvish masalasi deb nomlanadi.

Agar o'yin biror vaziyatdan boshlanib qochuvchining shunday strategiyasi mavjud bo'lib, quvuvchining ixtiyoriy strategiya uchun ixtiyoriy vaqtda har qaysi quvuvchi qochuvchi bilan grafning hech bir qirrasida bo'lmasa, o'yinda qochuvchi yutdi deyiladi va bunday masala qochish masalasi deb nomlanadi.

Asosiy masala sifatida Γ grafda qochuvchini tutadigan quvuvchilarning eng kam soni $N(\Gamma)$ natural sonni topish masalasi qaraladi.

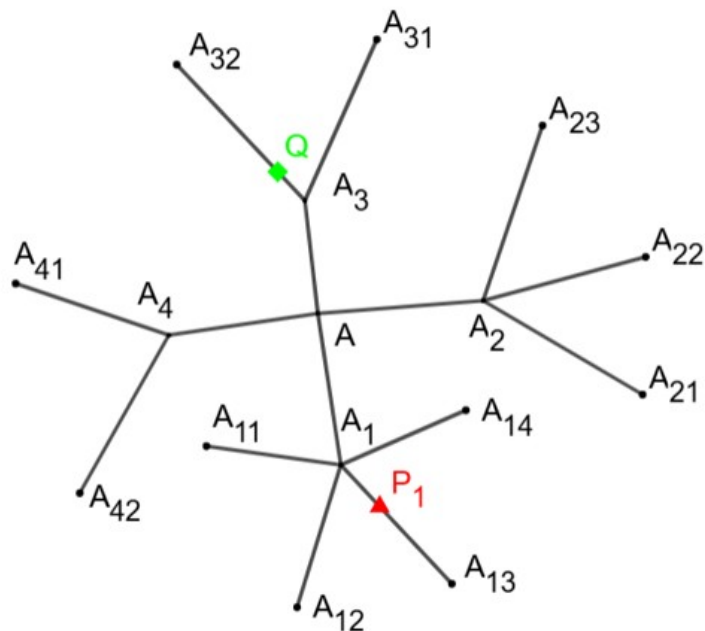
Agar Γ grafda qochuvchini tutadigan quvuvchilarning eng kam soni $N(\Gamma)$ bo'lsa, u holda quyidagilar o'rinli:

- a) agar $m \geq N(\Gamma)$ bo'lsa, o'yin P quvuvchi jamoa foydasiga hal bo'ladi;
- b) agar $m < N(\Gamma)$ bo'lsa, o'yin Q qochuvchi foydasiga hal bo'ladi.

Γ – muntazam ko'pyoqlik qirralaridan iborat grafda o'yinchilarning maksimal tezliklari $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_m = \sigma = 1$ bo'lganda natijalar [1], [9] ishlarda olingan.

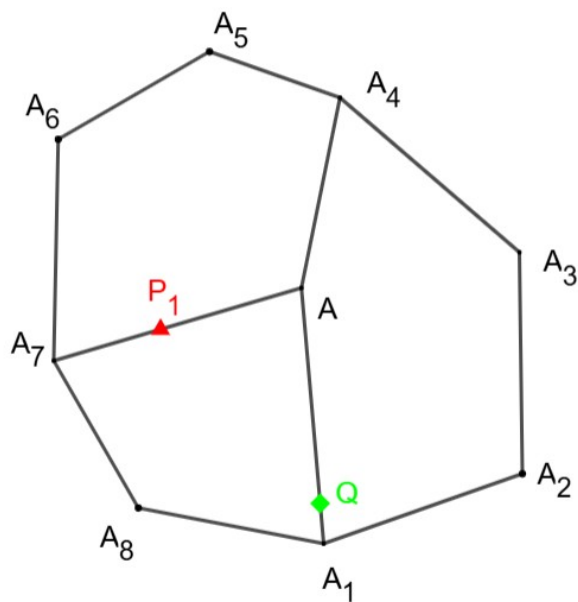
ASOSIY NATIJALAR. Bu maqolada Γ – geometrik grafda $P = \{P_1, P_2, \dots, P_m\}$ quvuvchi va Q qochuvchining maksimal tezliklari $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_m = \sigma = 1$ bo'lgan quvish-qochish masalasi qaraladi.

1-misol. Agar Γ – chekli daraxt (siklga ega bo'lmagan graf) bo'lsa, u holda $N(\Gamma)=1$ o'rinli bo'ladi (1-chizma).



1-chizma

2-misol. Agar Γ – siklga ega graf bo'lsa, u holda qochuvchi bitta quvuvchiga



tutilmaydi, ya'ni $N(\Gamma)>1$ bo'ladi (2-chizma).

2-chizma

Aytaylik $T, O, K, D, I \in R^3$ fazodagi muntazam ko'pyoqlik qirralaridan iborat graf bo'lsin. T, O, K, D, I grafning qirralarida maksimal tezliklari teng bo'lgan o'yinchilar ishtirokidagi quvish-qochish o'yinini qaraymiz.

Teorema. T, O, K, D, I muntazam ko'pyoqlik qirralaridan iborat graflardagi quvish-qochish o'yinida $N(T)=2, N(O)=2, N(K)=2, N(I)=2, N(D)=2$ o'rinli bo'ladi.

Isbot. Teoremaning isbotini har bir muntazam ko'pyoqlik uchun alohida ko'rsatamiz.

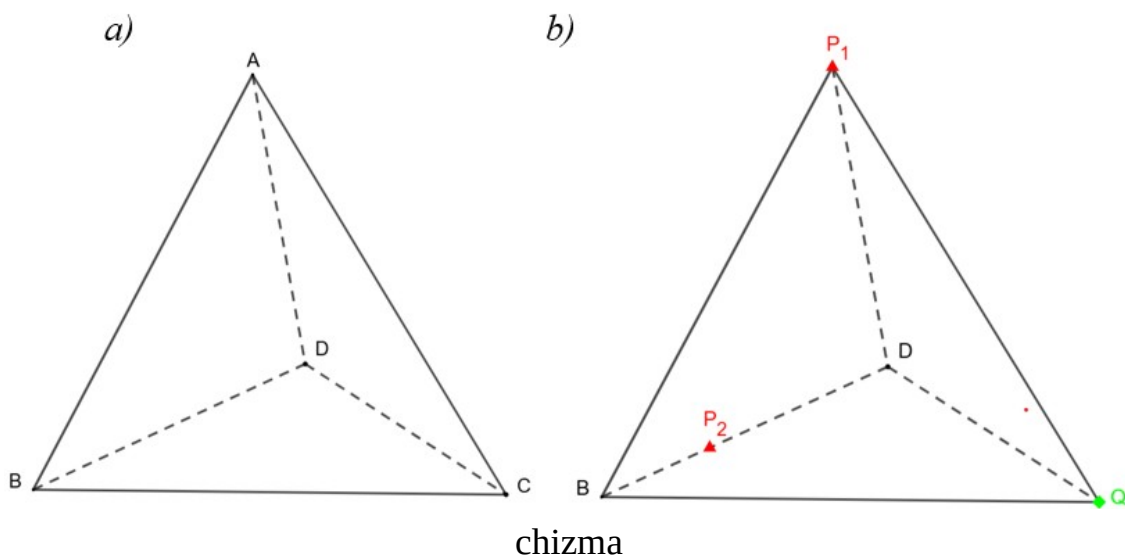
Tetraedr. $T \in R^3$ tetraedrning qirralaridan iborat graf, uchlari A, B, C, D va qirralari AB, AC, AD, BC, BD, CD bo'lsin (3.a-chizma). Dastlab tetraedrda $N(T)=2$ ekanligini ko'rsatamiz. Buning uchun qochuvchi bitta quvuvchiga tutilmasligini va ikkita quvuvchi qochuvchini tutishini ko'rsatamiz. T siklga ega graf bo'lganligi uchun Q qochuvchi bitta P_1 quvuvchiga tutilmaydi (2-misolga ko'ra).

Endi ikkita P_1, P_2 quvuvchilar Q qochuvchini tutishini ko'rsatamiz. O'yin ixtiyoriy vaziyatdan boshlangan bo'lsin. Chekli $t=t_1, t_1 \geq 0$ vaqtdan so'ng P_2 quvuvchi T tetraedrning A uchida, P_1 quvuvchi esa Q qochuvchini ta'qib qilsin.

Agar Q qochuvchi $t \in [0; t_1]$ vaqtda P_1 yoki P_2 quvuvchi bilan bitta qirrada bo'lsa, Q qochuvchi P_1 va P_2 quvuvchilarga tutiladi.

Agar Q qochuvchi $t \in [0; t_1]$ vaqtda P_1 yoki P_2 quvuvchi bilan bitta qirrada bo'lmasa, u holda $t > t_1$ vaqtdan boshlab P_1 quvuvchi Q qochuvchini ta'qib qiladi va P_2 quvuvchi esa A uchda harakatlanmay turadi. P_1 quvuvchining ta'qibi natijasida $t=t_2, t_2 > t_1$ vaqtda Q qochuvchi P_1 quvuvchiga tutiladi yoki T tetraedrning biror uchiga keladi (3.b.-chizma).

T tetraedrning barcha uchlari o'zaro qo'shni ekanligi uchun Q qochuvchi $t=t_2$, vaqtda P_2 quvuvchi bilan bitta qirrada bo'ladi. Demak, $t=t_2$ vaqtda Q qochuvchi P_1 va P_2 quvuvchilarga tutiladi. $N(T)=2$ ekanligi isbotlandi.



3-

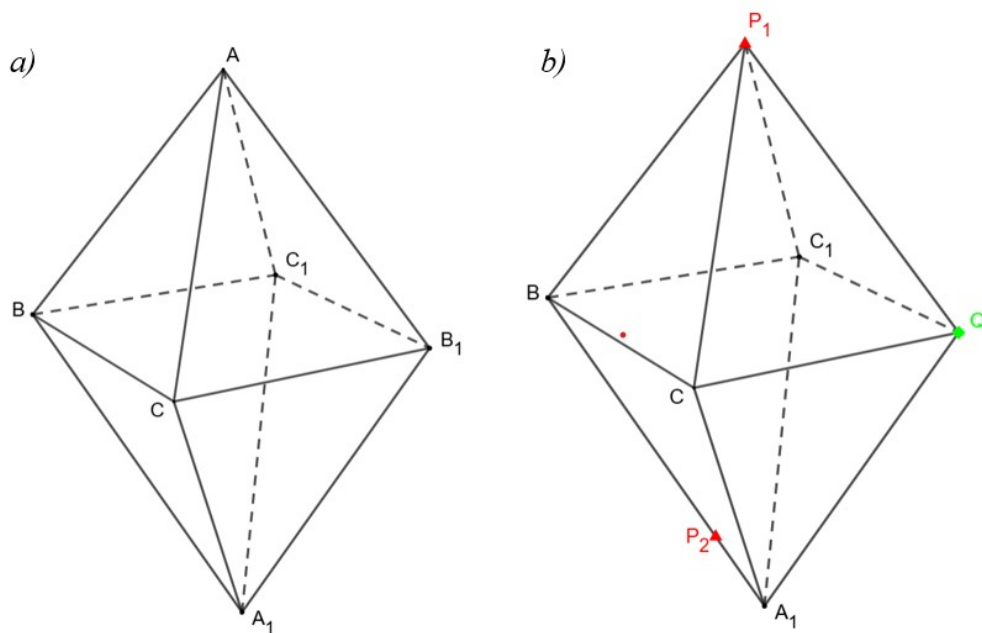
Oktaedr. Endi oktaedrda $N(O)=2$ bo'lishini isbotlaymiz. Buning uchun tetraedrda kabi ishlarni bajaramiz. O — u chlari A, B, C, A_1, B_1, C_1 bo'lgan oktaedrning qirralaridan iborat graf. Bu yerda A, B, C va A_1, B_1, C_1 uchlar mos ravishda oktaedrning qarama-qarshi uchlari (4.a.-chizma).

Endi qochuvchi bitta quvuvchiga tutilmasligini, yani $N(O)>1$ ekanligini ko'rsatamiz. O siklga ega graf ekanligidan Q qochuvchi bitta P_1 quvuvchiga tutilmaydi.

Ikkita P_1, P_2 quvuvchilar Q qochuvchini tutishini ko'rsatamiz. O'yin ixtiyoriy vaziyatdan boshlangan bo'lsin. Chekli $t=t_1, t_1 \geq 0$ vaqtdan so'ng P_1 quvuvchi O oktaedrning A uchida, P_2 quvuvchi esa Q qochuvchini ta'qib qilsin. Agar Q qochuvchi $t \in [0; t_1]$ vaqtda P_1 yoki P_2 quvuvchi bilan O oktaedrning biror qirrasida bo'lsa, u holda Q qochuvchi P_1 va P_2 quvuvchilarga tutiladi.

P_2 quvuvchi $t > t_1$ vaqtdan boshlab Q qochuvchini ta'qib qiladi va P_1 quvuvchi esa A uchda harakatlanmay turadi. P_2 quvuvchining ta'qibi natijasida $t=t_2, t_2 \geq t_1$ vaqtda Q qochuvchi O oktaedrning A_1, B, B_1, C, C_1 uchlardan biriga keladi yoki P_2 quvuvchiga tutiladi. Kelsa, P_1 quvuvchi bilan bitta qirrada bo'ladi va Q qochuvchi P_1 quvuvchiga tutiladi.

Agar $t=t_2$ vaqtda Q qochuvchi B, B_1, C, C_1 uchlardan birida bo'lsa, u holda P_1 quvuvchi bilan bitta qirrada bo'ladi va Q qochuvchi P_1 quvuvchiga tutiladi.



4-chizma.

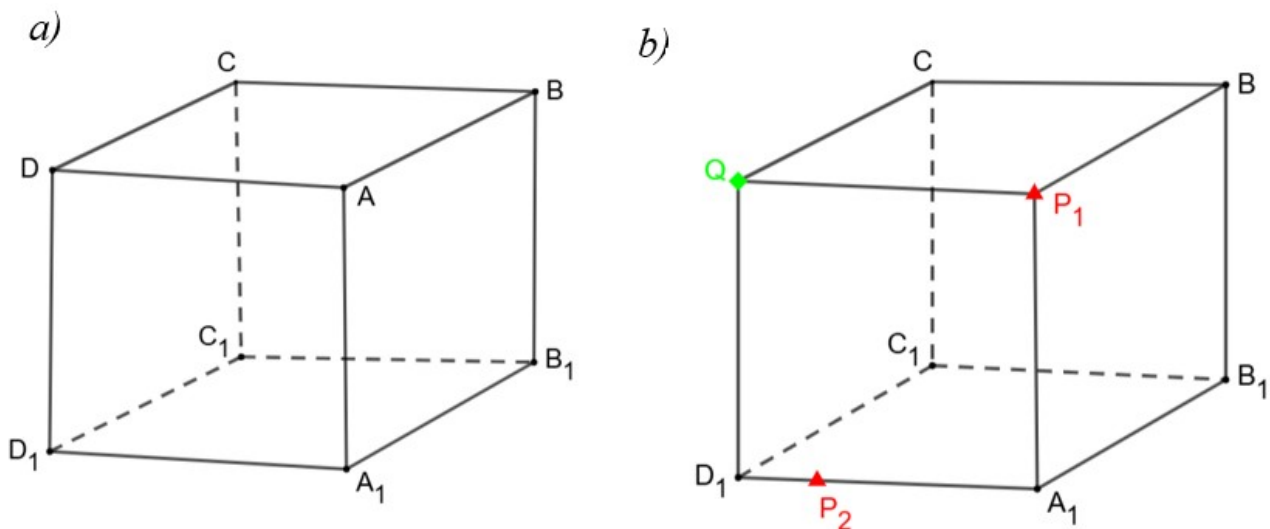
Agar $t=t_2$ vaqtda Q qochuvchi A_1 uchda bo'lsa, u holda P_2 quvuvchi ta'qibni davom ettiradi. Buning natijasida $t=t_3, t_3 \geq t_2$ vaqtda Q qochuvchi O oktaedrning B, B_1, C, C_1 uchlaridan biriga keladi yoki P_2 quvuvchiga tutiladi. Agar $t=t_2$ vaqtda Q qochuvchi B, B_1, C, C_1 uchlardan birida bo'lsa, P_1 quvuvchiga tutiladi (4.b.-chizma).

Demak, Q qochuvchi P_1 va P_2 quvuvchilarga tutiladi. $N(O)=2$ ekanligi isbotlandi.

Kub. Kub uchun ham yuqoridagi kabi qochuvchi bitta quvuvchiga tutilmasligini va ikkita quvuvchi qochuvchini tutishini ko'rsatamiz. $K-\text{u}$ chlari $A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, D_1$ bo'lgan kubning qirralaridan iborat graf (5.a.-chizma). A, B, C, D va A_1, B_1, C_1, D_1 kubning qarama-qarshi yoqlarining uchlari.

Kubda sikl mavjud ekanligidan qochuvchi bitta quvuvchiga tutilmaydi, yani $N(K) > 1$ bo'ladi.

Endi P_1, P_2 quvuvchilar Q qochuvchini tutishini ko'rsatamiz. O'yin ixtiyoriy vaziyatdan boshlangan bo'lsin. Chekli $t=t_1, t_1 \geq 0$ vaqtdan so'ng P_1 quvuvchi K kubning A uchini egallasin va P_2 quvuvchi Q qochuvchini ta'qib qilsin. Agar Q qochuvchi $t \in [0; t_1]$ vaqtda P_1 yoki P_2 quvuvchi bilan K kubning biror qirrasida bo'lsa, u holda Q qochuvchi P_1 va P_2 quvuvchilarga tutiladi.



5-chizma

P_2 quvuvchi $t > t_1$ vaqtdan boshlab Q qochuvchini ta'qib qiladi va P_1 quvuvchi esa A uchda harakatlanmay turadi. P_2 quvuvchining ta'qibi natijasida $t = t_2, t_2 \geq t_1$ vaqtda Q qochuvchi K kubning A uchidan boshqa biror uchiga keladi yoki P_2 quvuvchiga tutiladi.

Agar $t = t_2$ vaqtda Q qochuvchi B, D, A_1 uchlardan birida kelsa, u holda Q qochuvchi P_1 quvuvchi bilan bitta qirrada bo'ladi va Q qochuvchi P_1 quvuvchiga tutiladi.

Agar $t = t_2$ vaqtda Q qochuvchi C, B_1, C_1, D_1 uchlardan birida bo'lsa, u holda P_2 quvuvchi ta'qibni davom ettiradi, P_1 quvuvchi esa A uchda harakatlanmay turadi. Buning natijasida $t = t_3, t_3 \geq t_2$ vaqtda Q qochuvchi K kubning boshqa uchiga o'tishga majbur bo'ladi. C, B_1, C_1, D_1 uchlar o'zaro sikl tashkil qilmaydi. P_2 quvuvchining ta'qib natijasida Q qochuvchi K kubning B, D, A_1 uchlaridan biriga keladi yoki P_2 quvuvchiga tutiladi (5.b.-chizma).

Shunday qilib K kubda P_1 va P_2 quvuvchilar Q qochuvchi tutiladi. $N(K) = 2$ ekanligi isbotlandi.

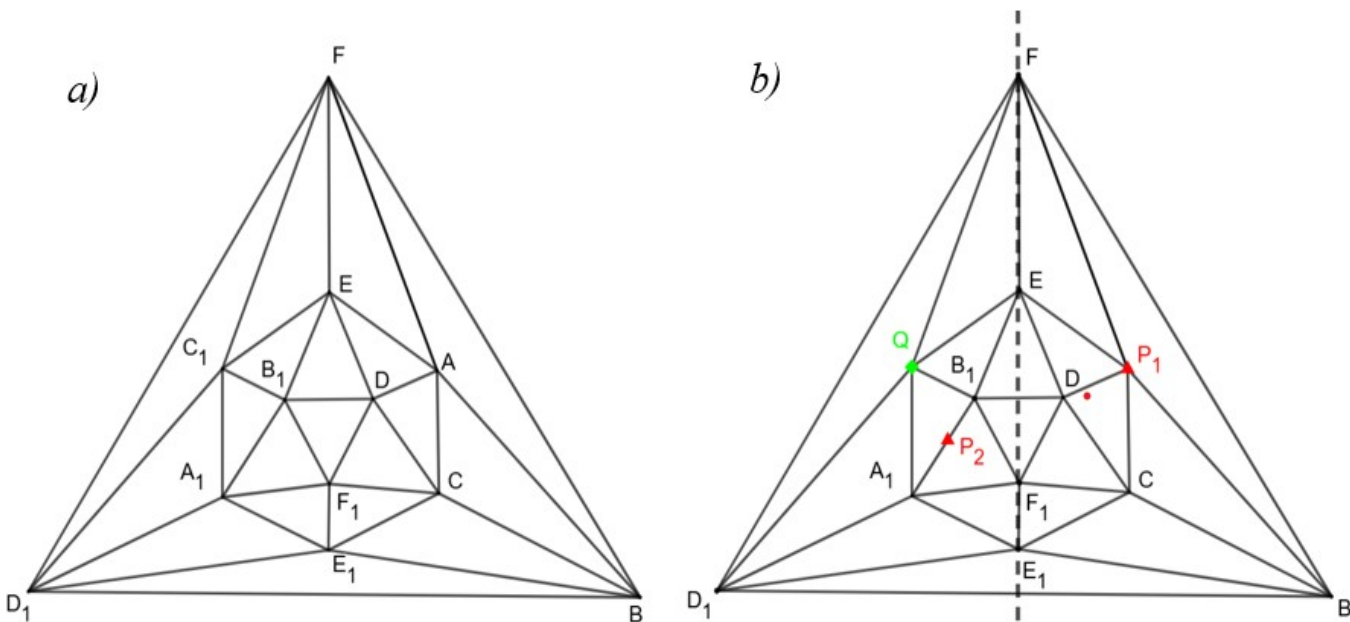
Ikosaedr. $I - \text{ikosaedr}$ uchlari $A, B, C, D, E, F, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$ bo'lgan ikosaedrning qirralaridan iborat graf bo'lsin (6.a.-chizma). Ikosaedr 12 ta uch, 30 ta qirra, 20 ta

yoqdan iborat muntazam ko'pyoqlik. Uning har bir uchining 5 tadan qo'shnisi bor va yoqlari muntazam uchburchaklardan iborat. A, B, C, D, E, D va $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, D_1$ uchlar mos ravishda ikosaedrning qarama-qarshi uchlari.

Ikosaedrda ham sikl mavjud, shuning uchun $N(I) > 1$ o'rinli bo'ladi.

Endi $N(I) \leq 2$ bo'lishini ko'rsatamiz. P_1, P_2 quvuvchilar Q qochuvchini tutishini ko'rsatamiz. Aytaylik o'yin ixtiyoriy vaziyatdan boshlangan bo'lsin. Chekli $t = t_1, t_1 \geq 0$ vaqtdan so'ng P_1 quvuvchi I ikosaedrning biror uchini egallasin. Aytaylik bu A uch bo'lsin. Agar Q qochuvchi $t \in [0; t_1]$ vaqtda P_1 yoki P_2 quvuvchi bilan I ikosaedrning biror qirrasida bo'lsa, u holda Q qochuvchi P_1 va P_2 quvuvchilarga tutiladi.

P_2 quvuvchi $t > t_1$ vaqtdan boshlab Q qochuvchini ta'qib qiladi va P_1 quvuvchi esa A uchda harakatlanmay turadi. P_2 quvuvchining ta'qibi natijasida $t = t_2, t_2 \geq t_1$ vaqtda Q qochuvchi I ikosaedrning A uchidan boshqa biror uchiga keladi yoki P_2 quvuvchiga tutiladi.

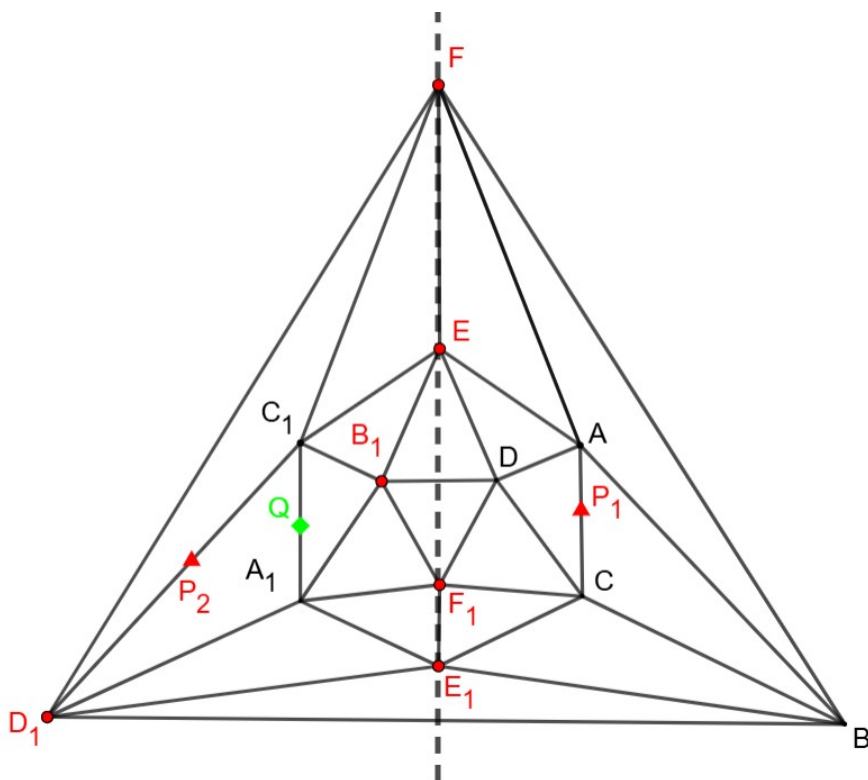


6-chizma.

Agar $t=t_2$ vaqtda Q qochuvchi B, C, D, E, F uchlardan birida kelsa, u holda Q qochuvchi P_1 quvuvchi bilan bitta qirrada bo'ladi va Q qochuvchi P_1 quvuvchiga tutiladi.

Agar $t=t_2$ vaqtda Q qochuvchi B_1, C_1, D_1, E_1, F_1 uchlardan birida bo'lsa, u holda P_1 quvuvchi va Q qochuvchi I ikosaedrning simmetriya tekisliklaridan biriga nisbatan o'zaro simmetrik joylashgan bo'ladi (6.b.-chizma).

Agar $t=t_2$ vaqtda Q qochuvchi A_1 uchda bo'lsa P_2 quvuvchi ta'qibni davom ettiradi. Natijasida $t=t_3, t_3 \geq t_2$ vaqtda Q qochuvchi P_1 quvuvchi esa A uchda harakatlanmay turadi. Buning natijasida $t=t_3, t_3 \geq t_2$ vaqtda Q qochuvchi I ikosaedrning B_1, C_1, D_1, E_1, F_1 uchlardan biriga keladi. Bu vaqtda P_1 quvuvchi va Q qochuvchi o'zaro simmetrik joylashgan bo'ladi.



7-chizma

Demak, t_2 yoki t_3 vaqtda Q qochuvchi P_1 va P_2 quvuvchilarga tutiladi yoki P_1 quvuvchi va Q qochuvchi I ikosaedrning biror simmetriya tekisligiga nisbatan o'zaro simmetrik joylashgan bo'ladi.

Endi $t \geq t_3$ vaqtdan boshlab P_1 quvuvchi Q qochuvchi bilan simmetriya tekisligiga nisbatan o'zaro simmetrik harakat qiladi. P_1 quvuvchi simmetriya tekisligining o'ng tomonida Q qochuvchi esa simmetriya tekisligining chap tomonida harakat qiladi (7-chizma).

Agar Q qochuvchi E, F, B_1, D_1, E_1, F_1 uchlarga kelsa P_1 quvuvchiga tutiladi. Q qochuvchi A_1, C_1 uchlar orqali P_2 quvuvchining ta'qibidan qochib yura olmaydi.

P_1 va P_2 quvuvchilar I ikosaedrda Q qochuvchi yuqoridagi usul bilan tutadi. Demak, $N(I)=2$ ekanligi isbotlandi.

Dodekaedr. $D-\text{dodekaedr}$ uchlari $A, A_1, A_2, A_3, A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}, A_{31}, A_{32}, B, B_1, B_2, B_3, B_{11}, B_{12}, B_{21}, B_{22}, B_{31}, B_{32}$ nuqtalarda bo'lgan dodekaedrning qirralaridan iborat graf bo'lsin (8.a.-chizma). Dodekaedr 20 ta uch, 30 ta qirra, 12 ta yoqdan iborat muntazam ko'pyoqlik. Uning har bir uchining 3 tadan qo'shnisi bor va yoqlari muntazam beshburchaklardan iborat. Bu yerda A uchga qo'shni uchlar A_1, A_2, A_3 va bu uchlarning A uchdan boshqa qo'shni uchlari mos ravishda $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}, A_{31}, A_{32}$ kabi belgilaymiz. A uchga qarama-qarshi uch B va qolgan uchlarning ham qarama-qarshi uchlari mavjud.

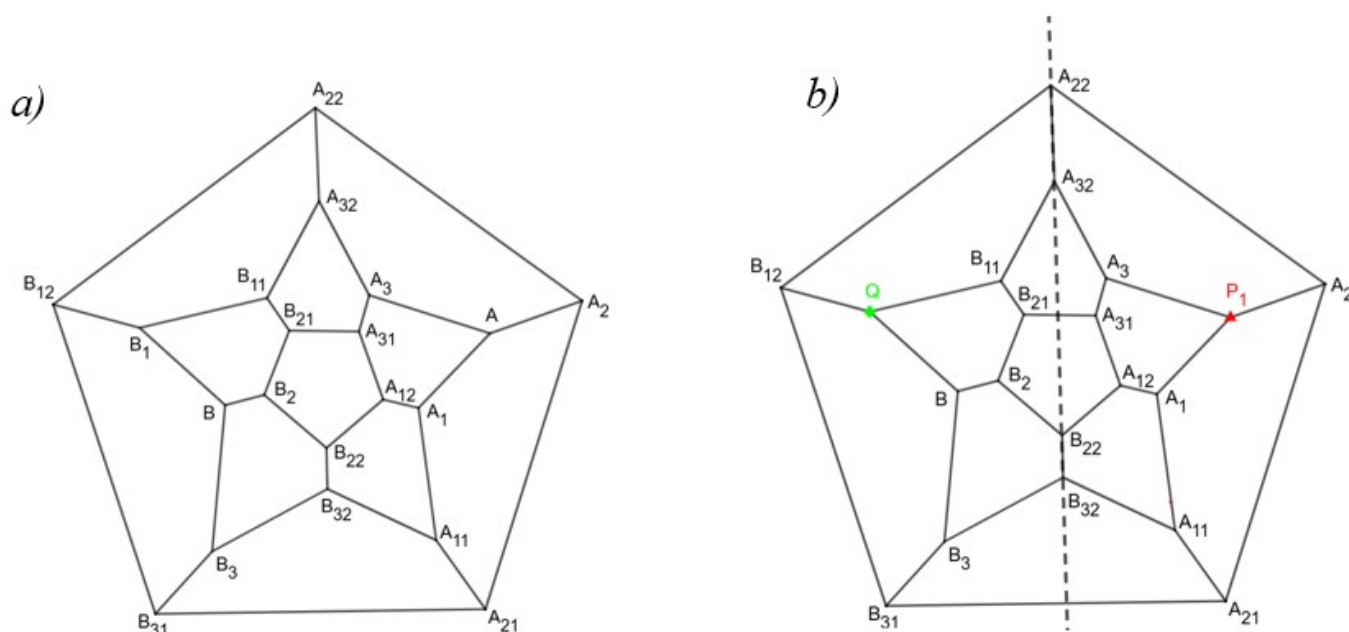
Dodekaedrda ham sikl mavjud, shuning uchun $N(D)>1$ o'rinli bo'ladi.

Endi $N(D) \leq 2$ bo'lishini ko'rsatamiz. P_1, P_2 quvuvchilar Q qochuvchini tutishini ko'rsatamiz.

Aytaylik o'yin ixtiyoriy vaziyatdan boshlangan bo'lsin. Chekli $t=t_1, t_1 \geq 0$ vaqtdan so'ng P_1 quvuvchi D dodekaedrning biror uchini egallasin. Aytaylik bu A uch bo'lsin. Agar Q qochuvchi $t \in [0; t_1]$ vaqtda P_1 yoki P_2 quvuvchi bilan D dodekaedrning biror qirrasida bo'lsa, u holda Q qochuvchi P_1 va P_2 quvuvchilarga tutiladi.

Aytaylik o'yin ixtiyoriy vaziyatdan boshlangan bo'lsin. Chekli $t=t_1, t_1 \geq 0$ vaqtdan so'ng P_1 quvuvchi D dodekaedrning biror uchini egallasin. Aytaylik bu A uch bo'lsin. Agar Q qochuvchi $t \in [0; t_1]$ vaqtda P_1 yoki P_2 quvuvchi bilan D dodekaedrning biror qirrasida bo'lsa, u holda Q qochuvchi P_1 va P_2 quvuvchilarga tutiladi.

P_2 quvuvchi $t > t_1$ vaqtdan boshlab Q qochuvchini ta'qib qiladi va P_1 quvuvchi esa A uchda harakatlanmay turadi. P_2 quvuvchining ta'qibi natijasida $t=t_2, t_2 \geq t_1$ vaqtda Q qochuvchi D dodekaedrning A uchidan boshqa biror uchiga keladi yoki P_2 quvuvchiga tutiladi.



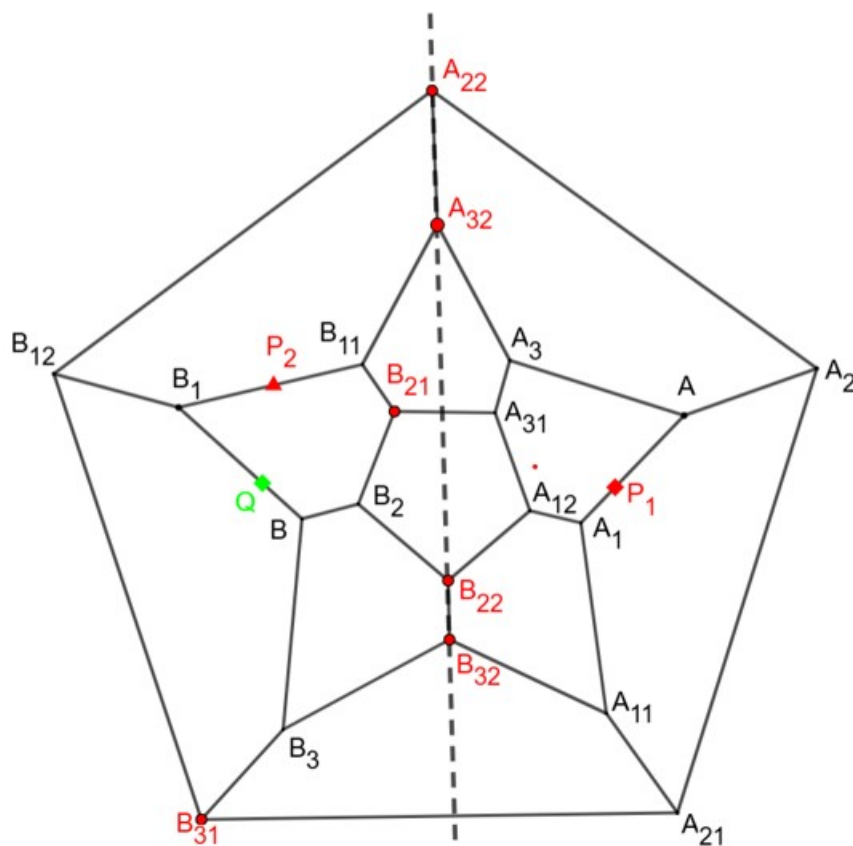
8-chizma

Agar $t=t_2$ vaqtda Q qochuvchi A_1, A_2, A_3 uchlardan biriga kelsa, u holda Q qochuvchi P_1 quvuvchi bilan bitta qirrada bo'ladi va Q qochuvchi P_1 quvuvchiga tutiladi.

Agar $t=t_2$ vaqtda Q qochuvchi $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}, A_{31}, A_{32}, B_1, B_2, B_3$ uchlardan birida bo'lsa, u holda P_1 quvuvchi va Q qochuvchi o'zaro ikki va to'rt birlik qirra

uzoqlikda joylashgan bo'ladi. D dodekaedrning simmetriya tekisliklaridan biriga nisbatan o'zaro simmetrik joylashgan bo'ladi (8.b.-chizma).

Agar $t=t_2$ vaqtda Q qochuvchi A_1 uchda bo'lsa, P_2 quvuvchi ta'qibni davom ettiradi. Natijasida $t=t_3, t_3 \geq t_2$ vaqtda P_1 quvuvchi esa A uchda harakatlanmay turadi. Buning natijasida $t=t_3, t_3 \geq t_2$ vaqtda Q qochuvchi D dodekaedrning $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}, A_{31}, A_{32}, B_1, B_2, B_3$ uchlardan biriga keladi. Bu vaqtda P_1 quvuvchi va Q qochuvchi o'zaro simmetrik joylashgan bo'ladi.



9-chizma.

Demak, t_2 yoki t_3 vaqtda Q qochuvchi P_1 va P_2 quvuvchiga tutiladi yoki P_1 quvuvchi va Q qochuvchi D dodekaedrning biror simmetriya tekisligiga nisbatan o'zaro simmetrik joylashgan bo'ladi.

Endi $t \geq t_3$ vaqtdan boshlab P_1 quvuvchi Q qochuvchi bilan simmetriya tekislikga nisbatan o'zaro simmetrik harakat qiladi. P_1 quvuvchi simmetriya

tekisligining o'ng tomonida Q qochuvchi esa simmetriya tekisligining chap tomonida harakat qiladi.

Agar Q qochuvchi $A_{22}, A_{32}, B_{21}, B_{22}, B_{32}, B_{31}$ uchlarga kelsa, P_1 quvuvchiga tutiladi. Q qochuvchi $B, B_1, B_2, B_3, B_{11}, B_{12}$ uchlar orqali P_2 quvuvchining ta'qibidan qochib yura olmaydi.

Demak, P_1 va P_2 quvuvchilar D ikosaedrda Q qochuvchi yuqoridagi usul bilan tutadi va $N(D)=2$ ekanligi isbotlandi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Azamov A. A., Kuchkarov A. Sh., Holboyev A. G. The pursuit-evasion game on the 1-skeleton graph of regular polyhedron. I, II. *Automation and Remote Control*, (78) 4, 2017. pp. 754-761, (80) 1, 2019. pp. 164-170.
2. Bollodas B., Kun G., Leader I. Cops and robbers in a random graph. Preprint, 2011.
3. Bonato A., Nowakowski R. J. The game of cops and robbers on graphs, Student Mathematical Library, Vol. 61. American Mathematical Society, Providence, RI, 2011.
4. Coxeter H. S. M. Introduction to Geometry. New York: John Wiley and Sons, Inc. 1961.
5. Ibragimov G., Holboyev A., Ibaydullaev T., Pansera B. A. Pursuit differential game on the 1-skeleton graph of the icosahedron, *Mathematics* 2022, 10, 1435. <https://doi.org/10.3390/math10091435>.
6. Malkevitch J. Shaping space: a polyhedral approach. Senechal M., Flenk G. -- Boston: Birkhauser, 1988. pp. 80--92.
7. Nowakowski R. J. Unsolved problems in combinatorial games. *Games of no chance*, 5, pp. 125-168, Math. Sci. Res. Inst. Publ., 70, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2019.
8. Азамов А. А., Ибайдуллаев Т. Т. Дифференциальная игра сближения-уклонения с медленными преследователями на графе ребер симплекса. I. *Математическая Теория Игр и её Приложения*, (12) 4, 2020. стр. 7-23.

9. Азамов А. А., Кучкаров, А. Ш., Холбоев А. Г. Игра преследования-убегания на реберном остове правильных многогранников III. *Математическая Теория Игр и её Приложения*, (11) 4, 2019. С. 5-23.

10. Азамов А. А., Кучкаров, А. Ш., Холбоев А. Г. Игра преследования-убегания на реберном остове правильных многогранников при наличии "медленных", преследователей. *Uzbek mathematical Journal* 1, 2017. С. 140-145.