

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ГИДРОВЯЗКОУПРУГОСТИ
ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНОЙ**

Мавланов Тулкин, Национальный исследовательский университет
«Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского
хозяйства», доктор технических наук, профессор, E-mail:

baxtiyor_yuldashev68@mail.ru

Юлдошев Бахтиёр Шодмонович, Национальный исследовательский
университет «Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации
сельского хозяйства», доктора философии (PhD) по техническим наукам,
доцент,

E-mail: baxtiyor_yuldashev68@mail.ru

Райимов Абдурахмон Одилжонович Национальный исследовательский
университет «Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации
сельского хозяйства», докторант E-mail: rayimovabduraxmon@gmail.com

Аннотация: В работе приводится схема определения частот и формы колебаний осесимметричной цилиндрической оболочки переменной толщины, с учетом влияния жидкости и вязкостных характеристик материала оболочки. Вязкостные характеристики определяется с помощью модели Больцмана–Вольтерра. Также в работе приводятся основные уравнения осесимметричных колебаний, которые определяет установившихся осесимметричных колебаний цилиндрической оболочки переменной толщины.

Ключевые слова: цилиндр, частота, вязкость, модел, оболочка, симметрия.

**O'ZGARUVCHAN QALINLIKKA EGA BO'LGAN SILINDRIK
QOBIQNING GIDOQOVUSHQOQ-ELASTIKLIK MASALASINI
YECHISH.**

Mavlanov To'liqin, «Toshkent irrigatsiya va qishloq xo'jaligini
mexanizatsiyalash muhandislari instituti» Milliy tadqiqot universiteti, Professor,

Yuldoshev Baxtiyor Shodmonovich, «Toshkent irrigatsiya va qishloq
xo'jaligini mexanizatsiyalash muhandislari instituti» Milliy tadqiqot universiteti,
dotsent,

Rayimov Abduraxmon Odiljon o'g'li «Toshkent irrigatsiya va qishloq
xo'jaligini mexanizatsiyalash muhandislari instituti» Milliy tadqiqot universiteti,
Doktorant

Annotatsiya. Maqolada suyuqlik ta'sirini va qobiq materialining qovushqoqlik xususiyatlarini hisobga olgan holda o'zgaruvchan qalinlikdagi ekssimetrik silindrsimon qobiqning chastotalari va tebranish shakllarini aniqlash sxemasi keltirilgan. Qovushqoqlik xususiyatlari Boltzmann-Volterra modeli yordamida aniqlanadi. Maqolada, shuningdek, o'zgaruvchan qalinlikdagi silindrsimon qobiqning barqaror holatdagi aksisimetrik tebranishlarini aniqlaydigan aksimetrik tebranishlarning asosiy tenglamalari keltirilgan.

Kalit so'zlar: Silindr, chastota, qovushqoqlik, model, qobiq, simmetriya.

SOLUTION TO THE PROBLEM OF HYDROVISCOELASTICITY OF A CYLINDRICAL SHELL WITH VARIABLE THICKNESS

Mavlanov Tulkin, «Tashkent institute of irrigation and agricultural mechanization engineers» National research university, Professor

Yuldoshev Bakhtiyor Shodmonovich, «Tashkent institute of irrigation and agricultural mechanization engineers» National research university Associate Professor,

Rayimov Abdurakhmon Odiljon ugli «Tashkent institute of irrigation and agricultural mechanization engineers» National research university Doctoral student

Abstract. The paper presents a scheme for determining the frequencies and vibration shapes of an axisymmetric cylindrical shell of variable thickness, taking into account the influence of liquid and the viscosity characteristics of the shell material. Viscosity characteristics are determined using the Boltzmann-Volterra model. The paper also presents the fundamental equations of axisymmetric oscillations, which define the steady-state axisymmetric oscillations of a cylindrical shell of variable thickness.

Keywords: cylinder, frequency, viscosity, model, shell, symmetry.

Введения: Общая теория оболочек основывается на гипотезах, позволяющих свести сложные трехмерные задачи механики к двумерным.

Очевидно, что получение точных аналитических решений динамических задач для вязкоупругих оболочечных конструкций практически недостижимо. Реальная инженерная реализация возможна главным образом за счет построения численных и численно-аналитических алгоритмов с последующим использованием современных вычислительных средств.

Далее рассматриваются задачи динамики и взаимодействия многосвязных, структурно-неоднородных оболочечных систем, представляющих собой произвольные композиции многослойных оболочек вращения и круговых шпангоутов. Проведение численных экспериментов для таких сложных конструкций позволяет выявить качественную картину влияния определяющих параметров и сформулировать обоснованные практические рекомендации.

Как правило, подобные конструкции включают стержневые, тонкостенные и иные элементы, выполненные из материалов, которые при достаточно малых деформациях могут описываться как упругие либо вязкоупругие, в зависимости от их свойств. Взаимодействие конструкции с внешней средой или с другими подсистемами, в общем случае, приводит к возникновению колебаний. Параметры этих колебаний определяют эксплуатационную пригодность по критериям прочности, допустимых амплитуд перемещений, уровней перегрузок и другим заданным показателям.

Ключевым этапом исследования динамического поведения является определение динамических характеристик конструкции, включая собственные частоты и формы колебаний, амплитудно-фазовые частотные характеристики и динамические коэффициенты влияния. При этом вязкоупругая конструкция обычно представляет собой сложную систему, составленную из более простых элементов, механически связанных между собой и взаимодействующих в процессе совместных колебаний [1-2]. Это существенно усложняет исследование динамических характеристик как экспериментальными, так и расчетными методами.

В первых источниках [1–2] изложены основы термо-вязкоупругости и наследственных моделей, вводятся понятия ползучести и релаксации и показано, как описывать «память» материала в расчетной форме. Это дает базу для учета вязкостных свойств в динамике и понимания зависимости частот и затухания от параметров релаксации.

В литературе [3–5] рассматриваются динамические задачи для осесимметричных конструкций, где вязкоупругость существенно влияет на собственные характеристики. Параллельно развиваются численные и численно-аналитические методы, позволяющие получать спектральные параметры сложных систем, в том числе при структурной неоднородности и переменной толщине, через поэлементный анализ и последующий синтез.

В работах по взаимодействию оболочек с жидкостью [6–7] описан учет присоединённой массы и связанных изменений динамических параметров, а также типовые постановки гидроупругих задач и влияние среды на частотный спектр и формы колебаний. Обобщающие источники [8–9] систематизируют классические уравнения, граничные условия и формы колебаний оболочек и пластин, что удобно использовать как основу при анализе оболочки переменной толщины с учетом жидкости и наследственных вязкостных эффектов.

Естественным способом преодоления указанных трудностей является поэлементный анализ конструкции, расчлененной на подсистемы, с последующим синтезом результатов, полученных для каждой части теоретически или экспериментально. Развитие электронной вычислительной техники позволило создать алгоритмы, автоматизирующие процедуру такого анализа при исследовании динамических характеристик сложных механических систем.

Пусть цилиндрическая оболочка с толщиной h , радиусом R_0 , коэффициентом Пуассона μ , модулем упругости материала оболочки E , плотностью оболочки и жидкости ρ, ρ_0 . Допустим, что толщина оболочки изменяется вдоль образующей по некоторому закону $\delta(x)$.

Уравнения для определения установившихся осесимметричных колебаний цилиндрической оболочки переменной толщины имеют вид:

$$\frac{d^2}{d\alpha^2} \left(D \frac{d^2 w}{d\alpha^2} \right) + E \delta R_0^2 w + \nu R_0^4 C_5 = \lambda^2 \frac{E R_0^2}{1 - \nu^2} \dot{w},$$

$$u = -\nu \int_0^\alpha w d\alpha + \int_0^\alpha \frac{C_5 (1 - \nu^2) R_0}{E \delta} d\alpha + C_6. \quad (1)$$

В частности эти уравнения можно представить в виде

$$\frac{d^2 u}{d\alpha^2} = -v \frac{dw}{d\alpha}; \quad c^2 \frac{d^4 w}{d\alpha^4} = -v \frac{du}{d\alpha} - w + \lambda^2 w + \lambda^2 \alpha \sigma_0(x) \Phi, \quad (2)$$

где

$$\Phi = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{\beta_k \gamma} \frac{I_0(\beta_k)}{I_1(\beta_k)} \int_0^{\gamma} w \cos \beta_k \alpha d\alpha \cos \beta_k \alpha; \quad \lambda^2 = \frac{(1-v^2) \rho R_0^2}{E} \omega^2; \quad c^2 = \frac{\delta^2}{12 R_0^2};$$

$$\alpha = \frac{x}{R_0}; \quad a = \frac{\rho_0 R_0}{\rho \delta}; \quad D = \frac{E \delta^3}{12(1-v^2)}; \quad \gamma = \frac{h}{R_0}; \quad l = \frac{l'}{R_0}; \quad \beta_k = \frac{(2k-1)\pi}{2\gamma};$$

$$\sigma_0(x) = 0 \quad \gamma < \alpha < l; \quad \sigma_0(x) = 1 \quad 0 < \alpha < \gamma;$$

граничные условия для перемещений $u(\alpha)$, $w(\alpha)$ примем следующие:

$$\text{При } \alpha=0 \quad u=0, \quad w=0, \quad \frac{dw}{d\alpha}=0, \quad \text{при } \alpha=l \quad u=0, \quad w=0, \quad \frac{du}{d\alpha}=0, \quad \frac{d^2 w}{d\alpha^2}=0 \quad (3)$$

Что соответствует защемление краев оболочки $\alpha=0$ и шарнирному обиранию края при $\alpha=l$

Введем следующие обозначения:

$$Y_1 = u; \quad Y_2 = w; \quad Y_3 = \frac{du}{d\alpha} + v w; \quad Y_4 = \frac{dw}{d\alpha}; \quad Y_5 = \frac{d^2 w}{d\alpha^2} + v w; \quad Y_6 = c^2 \frac{d^3 w}{d\alpha^3}. \quad (4)$$

Далее уравнения (2) сводится к системе интегро-дифференциальных уравнений первого порядка [5]:

$$\frac{dY}{d\alpha} = \|a_{ij}\| Y + F; \quad Y = \{Y_1, Y_6\}; \quad F = \{0, 0, F_6\}, \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (5)$$

где $a_{12} = -a_{14} = -v$; $a_{14} = a_{23} = a_{35} = a_{56} = 1$; $a_{62} = 1 - v^2$. Остальные элементы системы (5) равны нулю. При этом *шестой элемент силы* F_6 определяются по формуле

$$F_6 = -(\lambda^2 Y_2 + \lambda^2 \alpha \Phi).$$

Общее решение системы (5) при граничных условиях (3) ищем в виде ряда

$$Y = \sum_{k=1}^{\infty} A_k Y_k(\alpha) \quad (6)$$

По системе фундаментальных решений $Y_k(\alpha)$, полученных методом прогонки Годунова.

Коэффициенты A_k определяются по формулам:

$$(\|\delta_{mn}\| - \lambda^2 [\|b_{nm}\| + a_0 \|c'_{nk}\| \|c_{ks}\| \|b_{sm}\|]) A = 0 \quad (7)$$

где

$$c'_{nk} = \frac{2 I_0(\beta_k)}{\beta_k I_1(\beta_k)} \frac{\gamma}{l} \int_0^{\gamma} \frac{1}{\delta(\alpha)} \cos(\beta_k \alpha) \cos(\beta_n \alpha) \frac{d\alpha}{\gamma};$$

$$c_{ks} = \frac{2}{\gamma} \int_0^{\gamma} \cos(\beta_k \alpha) \cos(\beta_s \alpha) d\alpha; \quad b_{nm} = \frac{2}{l} \int_0^{\gamma} \cos(\beta_n \alpha) Y_{2m}(\alpha) d\alpha;$$

$$\beta_s = \frac{(2s-1)\pi}{2\gamma}; \quad \beta_k = \frac{(2k-1)\pi}{2\gamma}; \quad \beta_n = \frac{(2n-1)\pi}{2l}; \quad \delta(\alpha) = \frac{\delta}{\delta_0}; \quad a_0 = \frac{\rho_0 R_0}{\rho \delta_0};$$

δ_{nm} – символ Кронекера; δ_0 – характерная толщина оболочки.

Из уравнения

$$\det \hat{L} \quad (8)$$

находятся собственные числа $\lambda = (\lambda_m)$, а из (7) коэффициенты $A_k(\lambda_m)$, соответствующие λ_m .

Присоединённую массу жидкости, соответствующую m -й форме колебаний, определяют по формуле

$$\mu_m = \frac{3N_m^2}{V} (\|c'_{nk}\| \|c_{ks}\| \|b_{sm}\| A^{(m)}, A^{(m)}), \quad (9)$$

где $V = h/\hat{L}$ – относительный объем жидкости;

$N_m = \frac{V}{3(A^{(m)}, Z_0)}$ – нормирующий множитель, определяемый с учетом того, что

центр тяжести жидкости опускаются на 1 при m -й форме колебаний;

$$Z_{0k} = \int_0^h Y_{2k}(\alpha) d\alpha. \quad (10)$$

Вычислив по (9) и (10) параметры, соответствующие $m=1,2$, получают частоты и формы колебаний, представленные на рис. 1.

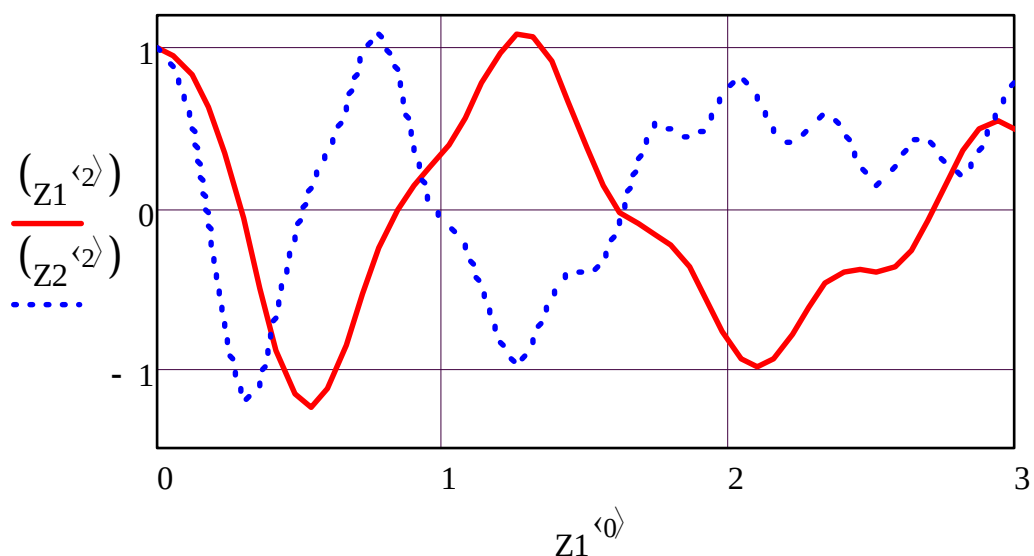


Рис.1. Изменение частоты и формы двух первых тонов колебаний цилиндрической оболочки.

Заключение

Предложенная схема позволяет определять частоты и формы осесимметричных колебаний, а также присоединённые массы для цилиндрической оболочки переменной толщины, подкреплённой дискретным силовым набором.

По данным рис. 1 переменная толщина заметно влияет на первые два тона, а для первого тона расхождение по частоте составляет 7% и 14% по сравнению с оболочкой постоянной осреднённой толщины.

Полученные результаты подтверждают необходимость учитывать переменную толщину и присоединённые массы при расчёте динамических характеристик подобных оболочечных конструкций.

Литература

1. Ильющин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термо-вязкоупругости, М.: Наука, 1970с-280 с.
2. Колтунов М.А. Ползучесть и релаксация - М.: Высшая школа, 1976.-277 с.
- 3.Мавланов Т. Динамика вязкоупругих осесимметричных и призматических конструкций. Расчеты на прочность, 1988, Машиностроение, 186-199с.
4. Мавланов Т. Разработка методов и алгоритмов расчета оболочечных конструкций с учетом структурной неоднородности и взаимодействия с различными средами. Ташкент, 2020, 217 с.
5. Мяченков В.И., Мальцев В.П. Методы и алгоритмы расчета пространственных конструкций на ЭВМ. - М.: Машиностроение, 1984, 278 с.
6. Э. И. Григолюк, А. Г. Горшков. Нестационарная гидроупругость оболочек. Ленинград: Судостроение, 1974. 208 с.
7. А. Н. Гузь, В. Д. Кубенко, А. Э. Бабаев. Гидроупругость систем оболочек. Киев: Вища школа, 1984. 208 с.
8. A. W. Leissa. Vibration of Shells. NASA, 1973. (NASA SP-288).
9. Werner Soedel. Vibrations of Shells and Plates. 3rd ed. CRC Press, 2004. 592 р.