

VEYL YARIMMETALLIDA O'LCHAMLI KVANTLASHISH

Rasulov Voxob Rustamovich

Farg'ona davlat universiteti professori

Muminov Islomjon Arabboyevich

Farg'ona davlat universiteti dotsenti

Mamatova Mahliyo Adhamovna

Farg'ona davlat universiteti dotsenti

Raxmatullayeva Feruza Ulug'bek qizi

Farg'ona davlat universiteti tayanch doktoranti

Muhammaminov Sohibjon Xabibulla o'g'li

Farg'ona davlat universiteti tayanch doktoranti

e-mail: islombek_muminov@mail.ru

UO'K 537.311.33:538.971(575.1)

Annotatsiya: Veyl yarimmetallaridan hosil qilingan bir va ikki o'lchamli nanostrukturalardagi tok tashuvchilar energetik spektri Shredinger tenglamasi asosida hisoblashlangan. Hisoblashlar shuni ko'rsatadiki, ta'qiqlangan zona kengligi Veyl yarimmetallidan tayyorlangan: nanoo'rada $\Delta E^{(2)} = \hbar V_F \pi / d_x$, nanoipda $\Delta E^{(1)} = \hbar V_F \pi (d_x^{-2} + d_y^{-2})^{1/2}$ kabi aniqlanadi, bu yerda V_F tok tashuvchilarning Fermi tezligi, d_x, d_y nanostrukturaning geometrik o'lchamlari. Agar nanostrukturalar kvadrat asosli o'r va ip shaklida tayyorlangan bo'lsa, u holda ulardagi ta'qiqlangan zona kengliklari $\Delta E^{(1)} = \sqrt{2} \Delta E^{(2)}$, $\Delta E^{(0)} = \sqrt{3} \Delta E^{(2)}$, $\Delta E^{(2)} = \hbar V_F \pi / d$ ifodalar yordamida aniqlanadi, bu yerda d -strukturaning geometrik o'lchami.

Kalit so'zlar: Veyl yarimmetalli, bir va ikki o'lchamli nanostrukturalar, tok tashuvchilar, energetik spektr, Shredinger tenglamasi, effektiv massa, ta'qiqlangan zona kengligi.

РАЗМЕРНОЕ КВАНТОВАНИЕ В ПОЛУМЕТАЛЛАХ ВЕЙЛЯ

Расулов Вохоб Рустамович

профессор Ферганского государственного университета

Муминов Исломжон Араббоевич

доцент Ферганского государственного университета

Маматова Махлиё Адхамовна

доцент Ферганского государственного университета

Рахматуллаева Феруза Улугбек кизи

базовый докторант Ферганского государственного университета

Муҳаммадаминов Соҳибжон Хабибулла угли

базовый докторант Ферганского государственного университета

Аннотация: На основе уравнения Шрёдингера был рассчитан энергетический спектр носителей заряда в одномерных и двумерных наноструктурах, изготовленных из вейлевских полуметаллов. Расчеты показывают, что ширина запрещенной зоны определяется: в нанояме вейлевского полуметалла $\Delta E^{(2)} = \hbar V_F \pi / d_x$, а в нанонити вейлевского полуметалла $\Delta E^{(1)} = \hbar V_F \pi (d_x^{-2} + d_y^{-2})^{1/2}$, где V_F - Ферми скорость носителей заряда, а d_x, d_y - геометрические размеры наноструктуры. Если наноструктуры изготовлены в виде проволоки с квадратным основанием и проволоки, то ширина запрещенной зоны в них определяется с помощью выражений: $\Delta E^{(1)} = \sqrt{2} \Delta E^{(2)}$, $\Delta E^{(0)} = \sqrt{3} \Delta E^{(2)}$, $\Delta E^{(2)} = \hbar V_F \pi / d$, где d - геометрический размер структуры.

Ключевые слова: вейлевский полуметалл, одномерные и двумерные наноструктуры, носители заряда, энергетический спектр, уравнение Шрёдингера, эффективная масса, ширина запрещенной зоны.

SIZE QUANTIZATION IN WEYL SEMIMETALS

Rasulov Voxob Rustamovich

Professor, Fergana State University

Muminov Islomjon Arabboyevich

Associate Professor, Fergana State University

Mamatova Mahliyo Adhamovna

Associate Professor, Fergana State University

Raxmatullayeva Feruza Ulug‘bek qizi

Basic Doctoral Student, Fergana State University

Muhammadaminov Sohibjon Xabibulla o‘g‘li

Basic Doctoral Student, Fergana State University

Abstract: *The energy spectrum of charge carriers in one- and two-dimensional nanostructures of Weyl semimetals was calculated using the Schrödinger equation. Calculations show that the band gap is determined by: in a Weyl semimetal nanowell, $\Delta E^{(2)} = \hbar V_F \pi / d_x$, and in a Weyl semimetal nanowire, $\Delta E^{(1)} = \hbar V_F \pi (d_x^{-2} + d_y^{-2})^{1/2}$, where V_F is the Fermi velocity of charge carriers, and d_x, d_y are the geometric dimensions of the nanostructure. If the nanostructures are fabricated in the form of a wire with a square base and a wire, the band gap is determined by the expressions: $\Delta E^{(1)} = \sqrt{2} \Delta E^{(2)}$, $\Delta E^{(0)} = \sqrt{3} \Delta E^{(2)}$, $\Delta E^{(2)} = \hbar V_F \pi / d$, where d is the geometric dimension of the structure.*

Keywords: *Weyl semimetal, one- and two-dimensional nanostructures, charge carriers, energy spectrum, Schrödinger equation, effective mass, band gap.*

Kirish

Yarimo‘tkazgichli nanoelektronika sohasida yarimo‘tkazgichlar, metallar yoki ayrim yarimmetallardan olingan nanostrukturalar ko‘proq foydalanilmoqda [1-4]. Shu sababli bunday strukturalarda elektronlar energetik spektrining o‘lchamli kvantlashishi tadqiq qilish ularga asoslangan nanoelektron qurilmalarning sakmaradorligini, ishchi parametrlarini orttirish imkonini yaratadi.

Adabiyotlar tahlili

Uch o'lchovli (3D) impuls fazosida samarali relyativistik kvant maydon nazariyasining topologik tadqiqi kvant vakuumini uchta alohida sinfga, ya'ni bo'shliqqa ega bo'lganlar, Fermi sirlari (FS) va Veyl nuqtalariga tasniflash imkonini beradi [1, 2]. Fermi sirti yoki bo'shlig'iga ega bo'lgan topologik sinflar kondensatsiyalangan materiya fizikasida metallar yoki izolyatorlar sifatida yaxshi ma'lum [3-5].

Materiallar an'anaviy ravishda elektron xususiyatlariga qarab izolyatorlar, yarimo'tkazgichlar va metallar deb tasniflanadi. Qattiq jismlar fizikasida energiya zonasi nazariyasi 1930-yillarda fiziklar uchun sirli bo'lib tuyulgan yarimo'tkazgichlardagi hodisalarni muvaffaqiyatli tushuntiradi. 1970-yillardan boshlab Kosterlitz-Thouless (KT) fazaviy o'tish, Haldane fazasi, kvant Xoll holatlari va boshqalar kabi yangi faza nazariyalari paydo bo'ldi. Ular tabiatan taniqli Landau-Fermi-suyuqlik va Landau-Ginzburg-Wilson o'tishlar va o'z-o'zidan simmetriya buzilishi nazariyalaridan butunlay farq qiladi. Chunki bunday fazaviy o'tish Fermi suyuqligi hatti-harakatlarini namoyish etadi va simmetriya buzilishini talab qilmaydi. Bunday ekzotik faza nazariyasi topologik izolyatorlar [5-6] va topologik yarim metallar [8-9] kabi topologik materiallarning yaqinda rivojlanishiga turtki bo'ldi. Simmetrik himoyalangan faza materiallarning maxsus energiya zonasidan kelib chiqadi. Momentum fazosining ma'lum bir mintaqasidagi energiya zonasi Dirak tenglamasi yoki Veyl tenglamasiga bo'ysunadi.

Yuqorida qayd qilingan materiallarda qator kinetik hodisalar tadqiq qilinganligi bilan biroq Veyl yarimmetallarida o'lchamli kvantlashish nazariyasi qurilmagan. Ushbu maqolada bu masala nazariy tahlil qilinadi.

Tadqiqot metodologiyasi

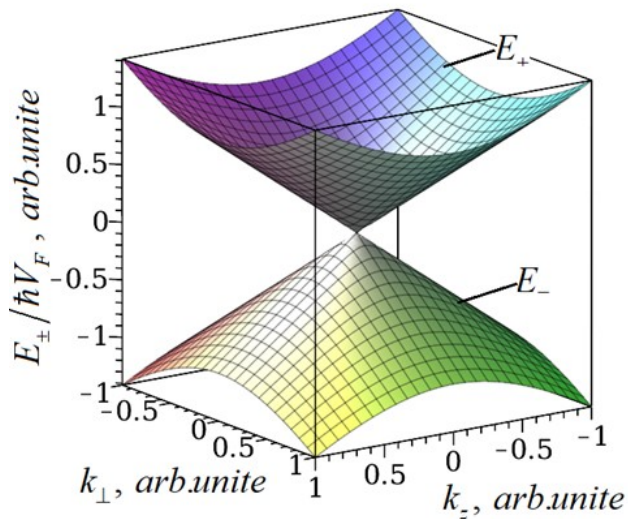
Veyl yarimmetallida tok tashuvchilar energetik spektri ularning

$$H = \vec{\sigma} \cdot \vec{k} = \hbar V_F \begin{bmatrix} k_z & k_- \\ k_+ & -k_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

effektiv gamiltoniani yordamida quyidagi ko'rinishda aniqlanadi:

$$E_{\pm} = \pm \hbar V_F k, \quad (2)$$

bu yerda “+” (“-”) ishorasi valent (o‘tkazuvchanlik) zonasiga tegishli (1-rasmga qarang), $k = (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{1/2}$



1-rasm. Elektronlar energetik spektrining to‘lqin vektorlariga bog‘liqligi.

Veyl yarimmetallida

Agar

o‘lchamli kvantlashishni tadqiq qilish uchun Dekart koodinatalar sistemasining Oz o‘qini o‘lchamli kvantlashish o‘qi sifatida tan olinsa,

hamda $k_z = -i \frac{\partial}{\partial z}$ ekani e‘tiborga

olinsa, u holda yuqorida qayd

qilingan gamiltonianga mos keladigan Shredenger tenglamasi quyida qayd qilinadi:

$$\begin{cases} -i \frac{\partial \psi_1}{\partial z} - k_F \psi_1 = k_- \psi_2, \\ -i \frac{\partial \psi_2}{\partial z} + k_F \psi_2 = -k_+ \psi_1. \end{cases} \quad (3)$$

Natijada ψ_1 uchun quyidagi differentsial tenglamaga bo‘lamiz:

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} + (k_F^2 - k_{\perp}^2) \psi_1 = 0 \quad (4)$$

va uning yechimini

$$\psi_1 = C_+ e^{i k_F z} + C_- e^{-i k_F z} \quad (5)$$

ko‘rinishda izlaymiz. Bu yerda $k_F = E/\hbar V_F$, $\kappa_F = (k_F^2 - k_\perp^2)^{1/2}$.

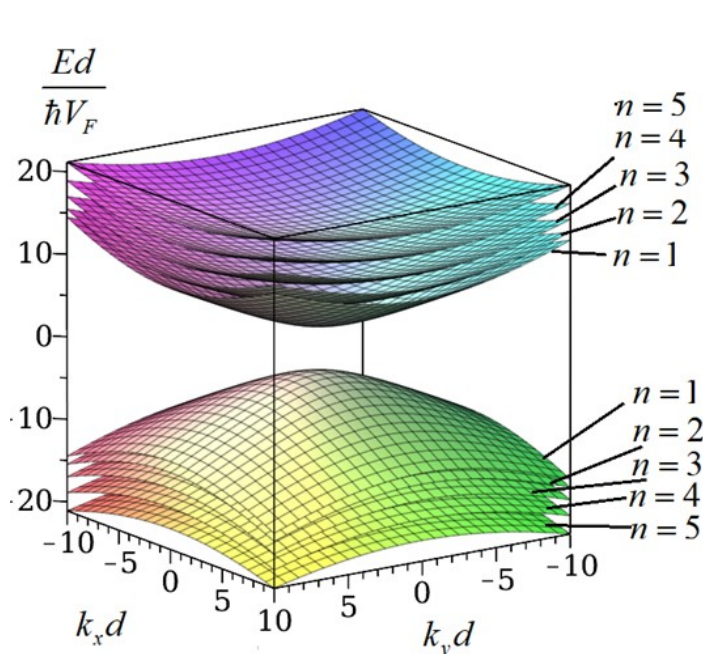
To‘lqin funktsiya uchun qayd qilingan $\psi_1(z=0)=0$ va $\psi_1(z=d)=0$ va to‘lqin to‘lqin funktsiya quyidagicha ifodalanadi:

$$\psi_1 = i \sqrt{\frac{2}{d}} \sin(\kappa_F z) \quad (6)$$

Natijada to‘lqin funktsiyaning $\psi_1(z=d)=0$ shartidan $\kappa_F d = \pi n$ yoki $k_F^2 = k_\perp^2 + \left(\frac{\pi n}{d}\right)^2$ ekanini (d - o‘lchamli kvantlashgan o‘raning geometrik o‘lchami), bu munosabatdan esa tok tashuvchilar energetik spektrining quyidagicha ifolalanishini topamiz:

$$E_\pm = \pm \hbar V_F k = \pm \hbar V_F (k_\perp^2 + \pi^2 n^2 / d^2)^{1/2} \quad (7)$$

2-rasmda elektronlarning o‘lchamga bog‘liq kvantlashgan energetik spektri tasvirlangan. Rasmdan ko‘rinyaptiki, ta‘qiqlangan zona kengligi



$$\Delta E = 2 \hbar V_F (k_\perp^2 + \pi^2 n^2 / d^2)^{1/2} \quad \text{ifoda}$$

bilan aniqlanib, bu kattalik ikki o‘lchamli to‘lqin vektori $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$ ga bog‘liq bo‘ladi va ular noekvidistantli energetik tarmoqlarni hosil qiladi.. Bu holda Brilliyuen zonasi markaziga to‘g‘ri kelgan ta‘qiqlangan zona kengligi

2-rasm. Elektronlarning o‘lchamga bog‘liq kvantlashgan energetik spektri.

$\Delta E_0 = 2\hbar V_F \pi/d$ bilan aniqlanadi, bu yerda $n = 1, 2, 3, \dots$ -o'lchamli kvantlashgan zona tarmoqlarining tartib raqami.

Agar O_x va O_y o'qlarini o'lchamli kvantlashish o'qlari sifatida qabul qilinsa,

u holda Shredenger tenglamasi quyidagi ko'rinishda qayd qilinadi:

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi_2}{\partial x} - i \frac{\partial \psi_2}{\partial y} = - (k_F - k_z) \psi_1, \\ \frac{\partial \psi_1}{\partial x} + i \frac{\partial \psi_1}{\partial y} = - (k_F + k_z) \psi_2. \end{cases} \quad (8)$$

Oxirgi munosabatdan ψ_1 quyidagi tenglamani olamiz:

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} + (k_F^2 - k_z^2) \psi_1 = 0 \quad (9)$$

va uning yechimini

$$\psi_1 = D_+ e^{i(x\zeta_x + y\zeta_y)} + D_- e^{-i(x\zeta_x + y\zeta_y)} = D_+ e^{i\vec{r}_1 \vec{\zeta}_1} + D_- e^{-i\vec{r}_1 \vec{\zeta}_1} \quad (10)$$

ko'rinishda izlaymiz. Bu yerda $\zeta_\perp^2 = k_F^2 - k_z^2$. To'liq funktsiyalarning interfeyslarda uzluksizlik shartidan

$$\psi_1 = \psi_1^{(x)} \psi_1^{(y)} = D_+^{(x)} D_+^{(y)} \sin(x\zeta_x) 2i D_+ \sin(y\zeta_y) \quad (11)$$

ortonormalanganlik shartidan esa

$$D_+^{(x)} = \sqrt{2/d_x}, D_+^{(y)} = \sqrt{2/d_y}, D = 2/\sqrt{d_x d_y}$$

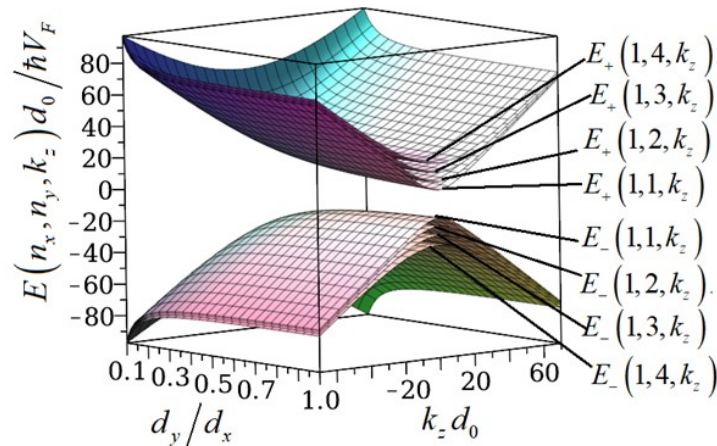
natijaga erishamiz. Bu yerda d_x (d_y) - Veyl yarimmetall namunasining O_x (O_y) o'qi bo'yicha tanlangan geometrik o'lchami.

Shunday qilib, $\psi_1(x=d_x, y=d_y)=0$ shartdan tok tashuvchilar energetik spektri uchun quyidagi natijaga olamiz:

$$E_{\pm}(n_x, n_y, k_z) = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \pm \hbar V_F k = \pm \hbar V_F \left[k_z^2 + 4\pi^2 (n_x^2/d_x^2 + n_y^2/d_y^2) \right]^{1/2} \quad (12)$$

Bu ifodada $n_x(n_y)$ -natural sonlardan iborat bo'lib, ular $O_x(O_y)$ o'qi bo'yicha o'lchamli kvantlashgan energetik sathlarning tartib raqami.

3-rasmdan ko'rinyaptiki, o'tkazuvchanlik va valent zonalari ekstremumlari orasidagi energetik masofa $E_+(n_x=1, n_y=0, k_z) - E_-(n_x=1, n_y=0, k_z)$ energetik sathlar farqi yordamida aniqlanadi, xususan, ta'qiqlangan zona $E_+(n_x=1, n_y=1, k_z=0) - E_-(n_x=1, n_y=1, k_z=0)$ energetik farqqa teng bo'ladi. Bu yerda ham o'lchamli kvantlashgan energetik sathlar noekvidistantli energetik tarmoqlarni hosil qiladi.



3-rasm. O'lchamli kvantlashgan holatlar tartib raqamlarining ayrim qiymatlari

uchun $E(n_x=1; n_y=1, 2, 3, 4; k_z) d_0 / \hbar V_F$ energetik kattalikning ikki o'lchamli potentsial o'ra geometrik o'lchamlari nisbati d_y/d_x va $k_z d_0$ miqdorga bog'liqligi.

Xulosa

Shunday qilib, ta'qiqlangan zona kengligi Veyl yarimmetallidan tayyorlangan:

nanoo'rada $\Delta E^{(2)} = \hbar V_F \pi / d_x$, nanoipda $\Delta E^{(1)} = \hbar V_F \pi (d_x^{-2} + d_y^{-2})^{1/2}$ kabi aniqlanadi. Agar

nanostukturalar kvadrat asosli o'ra, ip va nuqtalar shaklida tayyorlangan bo'lsa, u holda ulardagi ta'qiqlangan zona kengliklari $\Delta E^{(1)} = \sqrt{2}\Delta E^{(2)}$, $\Delta E^{(0)} = \sqrt{3}\Delta E^{(2)}$, $\Delta E^{(2)} = \hbar V_F \pi / d$ ifodalar yordamida aniqlanadi, bu yerda d -strukturaning geometrik o'lchami.

Shuningdek, Veyl yarimmetallda uning geogmetrik o'lchamlariga bog'liq bo'lgan ta'qiqlangan zonaning paydo bo'lishi, qator optik hodisalarida o'ziga xos tomonlarini namoyon qiladi. Xususan, bu hol yorug'lik yutilishining ma'lum bir chastotalardan so'ngra sodir bo'lishiga olib keladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Zhijun Wang, Yan Sun, Xing-Qiu Chen, Cesare Franchini, Gang Xu, Hongming Weng, Xi Dai, and Zhong Fang. Dirac semimetal and topological phase transitions in A_3Bi ($A=Na, K, Rb$) // Physical Review B. -2012. –Vol.85. -P. 195320 DOI: 10.1103/PhysRevB.85.195320-1- 195320-5.
2. F. R. Klinkhamer and G. E. Volovik. Emergent cpt violation from the splitting of fermi points// [International Journal of Modern Physics. -2005. -Vol. 20 A. -No. 13, pp. 2795-2812.](#) <https://doi.org/10.1142/S0217751X05020902>
3. M. Z. Hasan and C. L. Kane. Colloquium: Topological insulators// Reviews of Modern Physics. -2010. –Vol. 82. .-Pp.3045-3067. DOI: 10.1103/RevModPhys.82.3045.
4. Xiao-Liang Qi, Shou-Cheng Zhang. Topological insulators and superconductors// Reviews of Modern Physics. 2011. –Vol. 83. –Pp. 1057-1110. DOI: 10.1103/RevModPhys.83.1057.
5. Andreas P. Schnyder, Shinsei Ryu, Akira Furusaki, and Andreas W. W. Ludwig. Classification of topological insulators and superconductors in three spatial dimensions// Physical Review B. -2008. –Vol. 78. –Pp. 195125-1-195125-22. DOI: 10.1103/PhysRevB.78.195125.

6. Shuo Wang, Ben-Chuan Lina, An-Qi Wang, Da-Peng Yu and Zhi-Min Liao.
Quantum transport in Dirac and Weyl semimetals: a Review// AdvAnces in
Physics: X. -2017. –Pp.1-27. <https://doi.org/10.1080/23746149.2017.1327329>.
7. [Z. Wang, Y. Sun, X.-Q. Chen, C. Franchini, G. Xu, H. Weng, X. Dai and Z. Fang,
Phys. Rev. B 85 (2012) p.195320. S.M. Young, S. Zaheer, J.C.Y. Teo, C.L. Kane,
E.J. Mele and A.M. Rappe, Phys. Rev. Lett. 108 (2012) p.140405.
8. H. Weng, C. Fang, Z. Fang, B.A. Bernevig and X. Dai/ Weyl semimetal phase in
non-centrosymmetric transition metal monophosphides// arXiv:1501.00060v2
[cond-mat.mtrl-sci] 5 Jan 2015. –Pp.011029. 1-19.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevX.5.011029/>