NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI
ILMIY AXBOROTNOMASI, [2026-8]
ISSN:2181-1458
ISSN:2181-0427

13.00.00-PEDAGOGIKA
journal.namdu.uz
PEDAGOGICAL

SUN'IY INTELLEKT VA KOMPYUTER ALGEBRA TIZIMLARI INTEGRATSIYASI ASOSIDA INTEGRAL HISOBLASHNI O‘ QITISHNING TAKOMILLASHTIRILGAN METODIK MODELI

Eshbekova G

Annotatsiya: *Maqolada oliy ta'limda integral hisoblashni o‘ qitish uchun sun'iy intellekt va kompyuter algebra tizimlarini integratsiyalovchi metodik model taklif etiladi. Model talabaning dastlabki mustaqil urinishi, sun'iy intellektning yo‘ naltiruvchi yordami, ramziy hisoblash, vizuallashtirish, matematik tekshirish va yangi masalani vositalarsiz yechish bosqichlaridan tashkil topadi. Nazariy-metodik tahlil asosida ishtirokchilarning vazifalari, bosqichlar orasidagi o‘ tish shartlari hamda xato turiga mos qayta aloqa mexanizmi aniqlashtiriladi. Model bir o‘ zgaruvchili va karrali integrallar misolida ochib berilib, hisoblashlar analitik usul hamda SymPy orqali tekshiriladi. Mustaqil fikrlashni baholash mezonlari va modelni empirik sinash rejasi ishlab chiqiladi. Keltirilgan natijalar matematik va metodik xarakterga ega; o‘ zlashtirish samaradorligining statistik oshgani haqidagi xulosa ilgari surilmaydi.*

Kalit so‘ zlar: *sun'iy intellekt, kompyuter algebra tizimi, integral hisoblash, metodik model, karrali integral, vizuallashtirish, matematik verifikatsiya, mustaqil fikrlash, formativ baholash.*

AN ENHANCED METHODOLOGICAL MODEL FOR TEACHING INTEGRAL CALCULUS BASED ON THE INTEGRATION OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE AND COMPUTER ALGEBRA SYSTEMS

Abstract: *This article proposes an instructional model that integrates artificial intelligence and computer algebra systems for teaching integral calculus in higher education. The model combines an initial independent attempt, guided AI assistance, symbolic computation, visualization, mathematical verification, and unaided transfer to a new problem. It specifies the roles of the participants, transition conditions, and feedback matched to error types. Single-variable and multiple-integral examples illustrate the model, with analytical results checked using SymPy. An assessment rubric and an empirical evaluation design are proposed. The findings establish mathematical consistency and an instructional framework rather than a statistically demonstrated improvement in learning outcomes.*

Keywords: *artificial intelligence, computer algebra system, integral calculus, instructional model, multiple integral, visualization, mathematical verification, independent reasoning.*

УСОВЕРШЕНСТВОВАННАЯ МЕТОДИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБУЧЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОМУ ИСЧИСЛЕНИЮ НА ОСНОВЕ ИНТЕГРАЦИИ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА И СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ

Аннотация: *В статье предлагается методическая модель обучения интегральному исчислению в высшей школе, объединяющая возможности искусственного интеллекта и систем компьютерной алгебры. Модель включает этапы, предусматривающие самостоятельную попытку решения задачи студентом, получение рекомендаций с помощью ИИ, выполнение символьных вычислений, визуализацию, математическую проверку и решение новой задачи без использования вспомогательных инструментов. На основе теоретико-методологического анализа определены роли участников, условия перехода между этапами и механизм обратной связи, адаптированный к конкретным типам ошибок. Модель иллюстрируется примерами вычисления интегралов от функций одной переменной и кратных интегралов; правильность вычислений проверяется как аналитическими методами, так и с помощью библиотеки SymPy. Разработаны критерии оценки самостоятельности мышления и план эмпирической апробации модели. Представленные результаты носят математический и методический характер; утверждения о статистически значимом повышении эффективности обучения не выдвигаются.*

Ключевые слова: *искусственный интеллект, система компьютерной алгебры, интегральное исчисление, методическая модель, кратный интеграл, визуализация, математическая проверка, самостоятельность мышления, формирующее оценивание.Kirish va tuatmoning qo‘ yilishi*

KIRISH

Integral hisoblashni o‘ qitishning maqsadi talabaga boshlang‘ ich funksiyani topish yoki tayyor algoritmni takrorlashni o‘ rgatish bilan cheklanmaydi. Talaba masalaning shartini matematik ifodaga aylantirishi, integrallash usulini tanlashi, natijaning qo‘ llanish shartlarini aniqlashi va uning geometrik mazmunini tushuntirishi kerak. Raqamli vosita yordamida to‘ g‘ ri son yoki formula olish ushbu kompetensiyalarning barchasi shakllanganini ko‘ rsatmaydi. Shuning uchun o‘ quv natijasi hisoblash mahsuli bilan birga uni asoslash jarayoni orqali baholanishi zarur.

Sun’iy intellekt (AI) bilan muloqot yechim yo‘ lini muhokama qilishga, kompyuter algebra tizimi (CAS) esa ifodani ramziy qayta ishlashga xizmat qilishi mumkin. Ularni bir mashg‘ ulotda qo‘ llashning o‘ zi metodik integratsiyani anglatmaydi. Integratsiya talaba urinishi, yordam turi, hisoblash amali va mustaqil tekshiruv o‘ rtasidagi didaktik bog‘ lanish orqali yuzaga keladi. Mazkur maqolada ushbu bog‘ lanishni boshqaradigan bosqichlar va o‘ tish shartlari tadqiqot muammosi sifatida qo‘ yiladi.

UNESCOning generativ AI bo‘ yicha qo‘ llanmasida ta’lim texnologiyalarini inson manfaatlari va faol ishtirokiga yo‘ naltirish, pedagogik maqsadga muvofiqligini tekshirish masalalari yoritilgan . Kasneci va hammualliflarning tadqiqoti katta til modellarining ta’limdagi imkoniyatlari va muammolarini muhokama qiluvchi tadqiqot yo‘ nalishiga mansub . Bu yo‘ nalish integral hisoblashda yordamdan foydalanish bilan mustaqil bilimni baholashni ajratish zaruratini o‘ rganish uchun umumiy kontekst beradi.

Mathematica, Maple va MATLABning Symbolic Math Toolbox hujjatlari ramziy integrallashning sintaksisi hamda hisoblash shartlarini aniqlashtiradi. OpenStax manbasida qutb koordinatalariga o‘ tish va ikki karrali integralning geometrik talqini beriladi .Ushbu manbalar vositalarning texnik imkoniyati va matematik mazmunini asoslaydi; ulardan muayyan metodikaning pedagogik samaradorligi avtomatik ravishda kelib chiqmaydi.

Tadqiqot maqsadi AI yordami, CAS hisobi va talabaning mustaqil matematik tahlilini izchil birlashtiruvchi metodik modelni ishlab chiqish. Obyekt oliy ta’limda integral hisoblashni o‘ qitish jarayoni, predmet esa ushbu jarayondagi yordam, tekshirish va baholash mexanizmlaridir. Nazariy tahlil, didaktik loyihalash, analitik yechimlarni taqqoslash va ramziy tekshirish usullari qo‘ llanildi. Yondashuvning takomillashtirilgan jihati alohida vositalarni qo‘ llashga nisbatan vazifalar taqsimoti, tekshirish shartlari va vositasiz yakuniy topshiriqning aniq belgilanishidir.

Metodik modelning asosiy ketma-ketligi quyidagicha belgilanadi: talaba →AI →CAS →vizuallashtirish →matematik tahlil →mustaqil topshiriq →baholash. Ushbu ketma-ketlik o‘ qituvchi nazoratidagi o‘ quv siklini ifodalaydi. AI hamda CAS o‘ rtasida avtomatik dasturiy ulanish bo‘ lishi shart emas: talaba tekshirilgan ifodani bir muhitdan boshqasiga o‘ tkazishi mumkin. Bunda har bir bosqichdan keyin tekshiriladigan o‘ quv mahsuli hosil bo‘ ladi.

1-jadval. Model bosqichlari va tekshiriladigan natijalar

Bosqich	Asosiy faoliyat	Tekshiriladigan natija
Talaba	Masalani mustaqil tahlil qiladi	Dastlabki reja va yechim urinishi
AI yordami	Savol va ishoralar bilan yo‘ naltiradi	Talaba asoslagan tuzatish
CAS	Kiritilgan ifodani hisoblaydi	Shartlari ko‘ rsatilgan formula
Vizuallashtirish	Grafik yoki sohani tasvirlaydi	Chegaralar va geometrik talqin
Matematik tahlil	Natijalarni taqqoslaydi	Hosila, baho yoki muqobil yechim
Mustaqil topshiriq	Yangi masalani vositasiz yechadi	Bilimni yangi holatga ko‘ chirish
Baholash	Dalillarni mezonlar bilan baholaydi	Ball va keyingi o‘ quv vazifasi

Model uchta tamoyilga tayanadi. Birinchisi yordamdan oldin mustaqil urinishni qayd etish. Ikkinchisi dastur natijasini masala sharti va matematik qoida bilan tekshirish. Uchinchisi yakuniy bahoni yangi vaziyatdagi mustaqil faoliyat bilan bog‘ lash. Bunday tartibda talaba tayyor javob iste’molchisi bo‘ lib qolmasdan, hisoblashning mazmuni va asoslanganligi uchun javob beruvchi ishtirokchi bo‘ ladi.

O‘ qituvchi masalaning murakkabligini, ruxsat etilgan yordamni va baholash mezonini belgilaydi. AI yo‘ naltiruvchi izoh beradi, CAS esa aniq kiritilgan matematik amalni bajaradi. Grafik olingan ifodani talqin qilishga xizmat qiladi. Bu

vazifalar farqi saqlanmasa, bir vositaning javobi ikkinchi vositaga tekshirilmasdan ko‘ chirilishi va dastlabki xato keyingi bosqichlarda yashirin qolishi mumkin.

Mashg‘ ulot boshida o‘ qituvchi integral masalasi va kutiladigan natijani belgilaydi. Talaba yordam olmasdan kamida usul tanlovi va dastlabki qadamni yozadi. Agar boshlashda qiynalsa, yordam umumiy savoldan boshlanadi: “Integrand qanday tuzilgan” yoki “Qaysi almashtirish ifodani soddalashtiradi?”. Keyingi darajada zarur qoida eslatiladi. To‘ liq yechim esa talabaning urinishi tahlil qilingandan keyin muhokama qilinadi.

AIga beriladigan namunaviy topshiriq: “Quyidagi integral bo‘ yicha yozgan yechimimni ko‘ rib chiqing. Avval birinchi shubhali qadamni belgilang. Yakuniy javobni bermasdan, shu qadamni tekshirishim uchun bitta savol bering. Mening javobimdan keyin keyingi ishorani bering”. Bu topshiriq pedagogik ssenariydir; AI ko‘ rsatmaga doimo rioya qiladi degan kafolat emas. Shuning uchun o‘ qituvchi yordam mazmunini nazorat qiladi, talaba esa qabul qilgan tuzatishini matematik qoida bilan asoslaydi.

Qayta aloqa xatoning manbasiga qarab tashkil etiladi. Agar soha yoki integral noto‘ g‘ ri tuzilgan bo‘ lsa, talaba masala shartiga qaytadi. Algebraik xatoda mos hisoblash qadami tekshiriladi. Grafik bilan natija mos kelmasa, masshtab va chegaralar qayta ko‘ riladi. AI va CAS javoblari mos tushgan taqdirda ham mustaqil matematik tekshiruv bajariladi. Bosqichlar orasidagi o‘ tish uchun aynan izohlangan dalil talab qilinadi.

Bir o‘ zgaruvchili integralda modelning qo‘ llanishi

Dastlab $\int x \cdot e^x\,dx$ integrali beriladi. Talaba $u = x$ va $dv = e^x\,dx$ deb tanlaydi: x ni differensiallash uni soddalashtiradi, eksponentani integrallash esa uning shaklini saqlaydi. Bo‘ laklab integrallashdan:

$$\int x \cdot e^x\,dx = x \cdot e^x - e^x + C = (x - 1)e^x + C. \quad (1)$$

Muqobil usulda boshlang‘ ich funksiya $F(x) = (ax + b)e^x$ ko‘ rinishida izlanadi. $F'(x) = (ax + a + b)e^x$ ifodasini $x \cdot e^x$ bilan taqqoslash $a = 1$ va $b = -1$ ni beradi. Ikki usul bir xil natijaga olib keladi. Agar talaba $G(x) = (x + 1)e^x$ deb yozsa, $G'(x) - x \cdot e^x = 2e^x \neq 0$ bo‘ lishi xatoni aniqlaydi. Talaba ayirish ishorasi qayerda o‘ zgarganini topib, yechimni tuzatadi.

So‘ ng yangi topshiriq sifatida $\int x \cdot e^{2x}\,dx$ vositasiz yechiladi. Nazorat javobi $e^{2x}(x/2 - 1/4) + C$ bo‘ lib, bu yerda eksponentadagi koeffitsiyentni hisobga olish zarur. Shunday qilib, ayni misolni yoddan takrorlash bilan usulni yangi holatga ko‘ chirish farqlanadi.

Karrali integrallarni geometrik modellashtirish

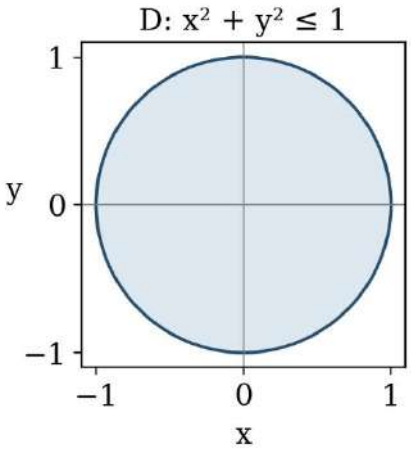
Karrali integrallar uchun $D = \{(x, y): x^2 + y^2 \le R^2\}$, $R > 0$ doira hamda uning ustidagi $z = R^2 - x^2 - y^2$ sirt olinadi. Talaba avval sohaning shaklini chizadi va sirt balandligi D da manfiy emasligini ko‘ rsatadi. Jism hajmi $V = \iint_D (R^2 - x^2 - y^2)\,dA$ orqali ifodalanadi. Doiraviy simmetriya qutb koordinatalariga o‘ tishni asoslaydi [6].

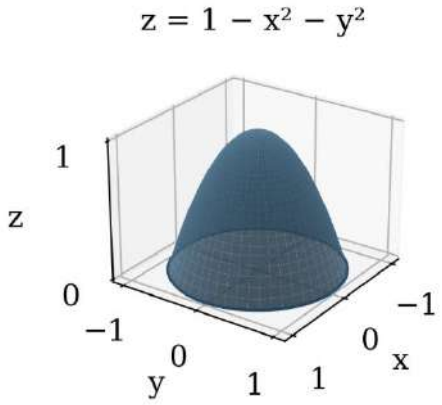
$x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ almashtirishda $0 \le r \le R$ va $0 \le \theta \le 2\pi$. Yakobian modulining r ga tengligi sababli $dA = r\,dr\,d\theta$. Natijada:

$$V = \int_0^{2\pi}\int_0^{R}(R^2 - r^2)r\,dr\,d\theta = \pi R^4/2. \quad (2)$$

Uch karrali integralda shu jism $0 \le z \le R^2 - r^2$ orqali tavsiflanadi. Silindrik koordinatalarda $dV = r\,dz\,dr\,d\theta$ bo‘ lgani uchun:

$$V = \int_0^{2\pi}\int_0^{R}\int_0^{R^2 - r^2} r\,dz\,dr\,d\theta = \pi R^4/2. \quad (3)$$





1-rasm. R = 1 uchun doiraviy soha va jismning yuqori sirti

Ichki integralni z bo‘ yicha hisoblash (3) ni (2) ga keltiradi. Talaba ikki karrali integralda balandlik integrandda, uch karrali integralda esa chegaralarda ifodalanganini tushuntiradi. Rasm tenglamalar asosida qurilgan; unda jism $z = 0$

tekisligi bilan pastdan chegaralanadi. Parametrni o‘ zgartirishda avval hajm haqidagi taxmin yozilib, keyin formula va tasvir bilan taqqoslanadi. Bu sirtlar oilasida R ikki marta oshsa, hajm 16 marta ortadi, chunki balandlik ham R^2 ga bog‘ liq.

Hisoblashlarni tekshirish va xatoni tahlil qilish

Matematik misollar mahalliy SymPy 1.14.0 muhitida ramziy tekshirildi. integrate funksiyasi integralni hisoblash uchun qo‘ llanildi [7]. Birinchi misolda boshlang‘ ich funksiyaning hosilasi bilan integrand ayirmasi nolga teng bo‘ ldi. Karrali integrallarda R musbat parametr sifatida belgilandi; ikki va uch karrali hisoblashlar bir xil $\pi R^4/2$ ifodasini berdi. Quyidagi kod tekshirishni qayta bajarish imkonini beradi:

```
from sympy import symbols, exp, pi, integrate, diff, simplify
x, r, t, z = symbols("x r t z", real=True)
R = symbols("R", positive=True)
F = integrate(x*exp(x), x)
check = simplify(diff(F, x) - x*exp(x))
V = integrate((R**2-r**2)*r, (r, 0, R), (t, 0, 2*pi))
W = integrate(r, (z, 0, R**2-r**2), (r, 0, R), (t, 0, 2*pi))
comparison = simplify(V - W)
```

Tekshiruvda check = 0, comparison = 0 olindi. R = 1 uchun Mathematica muhitidagi namunaviy yozuv Integrate[(1-r^2)*r, {t,0,2*Pi}, {r,0,1}], Maple muhitida esa int(int((1-r^2)*r,r=0..1),t=0..2*Pi) ko‘ rinishidadir [3; 4]. Bu ikki buyruq dars uchun namuna sifatida keltirilgan; ularning ayni dasturlarda bajarilgani da’vo qilinmaydi. SymPy hisoblashlari matematik misollarni tekshiradi, talabalarning o‘ zlashtirish natijalarini emas.

Xato diagnostikasida Yakobian r ni tushirib qoldirish namunasi muhim. R = 1 bo‘ lganda noto‘ g‘ ri integral $4\pi/3$ ni beradi. Jism radiusi va balandligi 1 bo‘ lgan silindr ichida joylashgani uchun uning hajmi π dan katta bo‘ la olmaydi. Shunday qilib, geometrik baho noto‘ g‘ ri modelni aniqlaydi. AI «Hajm qaysi sodda jismning hajmidan oshmasligi kerak?» degan savol bilan talabani xatoni izlashga yo‘ naltirishi mumkin.

Tekshirish faqat dasturlar javobini solishtirishdan iborat bo‘ lmaydi. Bir o‘ zgaruvchili integralda hosila, aniq integralda chegaralar va ishora, karrali integralda soha hamda Yakobian tekshiriladi. Bir nechta sonli nuqtada moslik umumiy ayniyatni isbotlamaydi. Shuningdek, nolga soddalashmagan ramziy ayirma javoblar albatta har xil degani emas: qo‘ shimcha algebraik almashtirish va parametr shartlari talab etilishi mumkin.

Baholashda uchta material taqqoslanadi: yordamdan oldingi urinish, yordamdan keyingi asoslangan tuzatish va yangi masalaning mustaqil yechimi. Ushbu materiallar talabaga qaysi bosqichda qanday ko‘ mak kerak bo‘ lganini ko‘ rsatadi. Yordam so‘ raganlikning o‘ zi ballni pasaytirish uchun sabab bo‘ lmaydi; asosiy mezon yordamdan keyin bilimni mustaqil qo‘ llashdir. AI bilan yozishmalar bahoni almashtirmaydi, balki o‘ quv jarayonini tahlil qilish uchun qo‘ shimcha ma’lumot bo‘ ladi.

Yakuniy topshiriqda $D_1 = \{(x, y): 1 \le x^2 + y^2 \le 4\}$ halqa ustidagi $z = 4 - x^2 - y^2$ sirt ostida joylashgan jism hajmini topish taklif etiladi. Talaba yangi chegaralarni $1 \le r \le 2$ va $0 \le \theta \le 2\pi$ sifatida mustaqil belgilaydi. Nazorat uchun hajm $9\pi/2$ ga teng; mazkur qiymat ham SymPy yordamida tekshirildi. Topshiriq asosiy doiraviy misoldan sohaning halqa ekanligi bilan farqlanadi va chegaralarni anglashni baholaydi.

2-jadval. Mustaqil yechimni baholash mezonlari

Mezon	***2 ball uchun talab***
Model va shartlar	*Soha yoki aniqlanish sohasi to‘ g‘ ri ko‘ rsatilgan*
Usulni tanlash	*Usul yoki koordinatalar tanlovi asoslangan*
Hisoblash	*Almashtirish va hisoblash qadamlari to‘ g‘ ri*
Tekshirish va talqin	*Natija mustaqil dalil bilan tekshirilgan*
Bilimni ko‘ chirish	*Yangi masala vositasiz izohlangan va yechilgan*

Har bir mezon bo‘ yicha 0 ball bajarilmagan yoki tubdan noto‘ g‘ ri, 1 ball qisman to‘ g‘ ri yoki asoslash yetarli emas, 2 ball to‘ g‘ ri va asoslangan bajarishni anglatadi. Umumiy natija beshta mezon yig‘ indisi sifatida 0–10 ball oralig‘ ida olinadi. Mezonlar taklif etilgan rubrika bo‘ lib, standartlashtirilgan diagnostik test sifatida tasdiqlanmagan. Uni amaliyotga kiritishda namunaviy ishlarni ikki baholovchi mustaqil tekshirishi va talqinlar mosligi aniqlanishi maqsadga muvofiq.

Xatolar soni bilan birga ularning turi qayd etiladi: konseptual, protseduraviy yoki texnik. Soha va Yakobianni tushunmaslik konseptual, integrallash qadamidagi xato protseduraviy, sintaksis yoki qavs xatosi texnik holat sifatida tahlil qilinadi. Ushbu tasnif keyingi mashg‘ ulotda butun mavzuni takrorlash o‘ rniga aynan zarur tushunchaga qaytish imkonini beradi.

Modelni empirik baholash rejasi va muhokama

Modelning ta’lim natijalariga ta’sirini aniqlash uchun nazorat va joriy etish guruhlarini taqqoslaydigan tadqiqot rejalashtirilishi mumkin. Har ikki guruhga bir xil mavzu, teng o‘ quv vaqti va murakkabligi mos topshiriqlar beriladi. Boshlang‘ ich test yordamida tayyorgarlik qayd etiladi. Imkon bo‘ lsa, guruhlarga taqsimlash tasodifiy amalga oshiriladi; mavjud akademik guruhlar ishlatilsa, dizayn kvazieksperimental deb belgilanadi va boshlang‘ ich farqlar tahlilda hisobga olinadi.

Asosiy natija ko‘ rsatkichi AI va CASsiz bajariladigan yangi masalalarning yakuniy ballidir. Qo‘ shimcha ko‘ rsatkichlar sifatida konseptual xatolar ulushi, yordamga murojaat qilish darajasi va kechiktirilgan nazoratdagi natijalar olinadi. Faqat raqamli vosita mavjud paytdagi yuqori ball o‘ rganishning barqarorligini isbotlamaydi. Shu sababli yakuniy topshiriq va keyinroq o‘ tkaziladigan nazoratda bilimni saqlash hamda qo‘ llash birgalikda baholanadi.

Tahlilda guruhlar hajmi, boshlang‘ ich va yakuniy natijalar, tarqoqlik ko‘ rsatkichlari, ta’sir kattaligi hamda ishonch oralig‘ i keltirilishi lozim. Tanlanma hajmi oldindan asoslanadi; faqat statistik ahamiyatga tayangan xulosa yetarli bo‘ lmaydi. O‘ qituvchi, guruh va topshiriq murakkabligi ta’siri nazorat qilinadi. Mazkur maqolada bunday kuzatuvlar o‘ tkazilmaganligi sababli ishtirokchilar soni, foizli o‘ sish yoki p-qiymatlar keltirilmaydi.

Taklifning metodik hissasi raqamli yordamni aniq o‘ quv mahsullari bilan bog‘ lashda namoyon bo‘ ladi. Modelda CASga o‘ tishdan oldin matematik yozuv asoslanadi, natijadan keyin mustaqil dalil talab qilinadi va sikl yangi vaziyatdagi vositasiz faoliyat bilan tugaydi. Shunday qilib, yordam berish va o‘ zlashtirishni tekshirish o‘ rtasida kuzatiladigan bog‘ lanish hosil bo‘ ladi. Bu hissa mavjud barcha metodikalardan ustunlik yoki adabiyotlarda mutlaq yangilik da’vosi sifatida talqin qilinmaydi.

XULOSA.

AI va CAS integratsiyasi asosidagi model integral hisoblashda muloqot, ramziy amal, vizual tasvir va matematik dalilni bir o‘ quv sikliga birlashtiradi. Modelning ishlash shartlari dastlabki mustaqil urinish, xato turiga mos yordam, natijani tekshirish va bilimni yangi masalaga ko‘ chirishdir. Bir o‘ zgaruvchili hamda karrali integrallar misollari ushbu bosqichlarning matematik izchilligini ko‘ rsatdi. Ramziy tekshiruv analitik natijalarga mos keldi. Taklif etilgan rubrika va tadqiqot rejasi modelning pedagogik samaradorligini keyingi bosqichda empirik baholashga xizmat qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Miao F., Holmes W. Guidance for generative AI in education and research. Paris: UNESCO, 2023. https://www.unesco.org/en/articles/guidance-generative-ai-education-and-research

2. Kasneci E., Seßler K., Küchemann S. et al. ChatGPT for good? On opportunities and challenges of large language models for education. Learning and Individual Differences. 2023. Vol. 103. Article 102274. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2023.102274

3. Wolfram Research. Integrate. Wolfram Language Documentation. https://reference.wolfram.com/language/ref/Integrate.html

4. Maplesoft. int definite and indefinite integration. Maple Help. https://www.maplesoft.com/support/help/Maple/view.aspx?path=int

5. MathWorks. int Definite and indefinite integrals. Symbolic Math Toolbox Documentation. https://www.mathworks.com/help/symbolic/sym.int.html

6. OpenStax. Calculus Volume 3. Section 5.3: Double Integrals in Polar Coordinates. https://openstax.org/books/calculus-volume-3/pages/5-3-double-integrals-in-polar-coordinates

7. SymPy Development Team. Integrals. SymPy 1.14.0 Documentation. https://docs.sympy.org/latest/modules/integrals/integrals.html