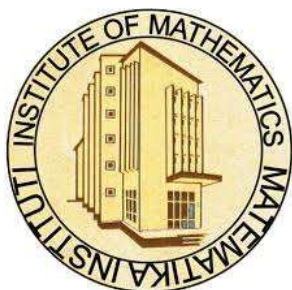




**NAMANGAN STATE
UNIVERSITY**

**NAMANGAN DAVLAT
UNIVERSITETI**

**НАМАНГАНСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ**



**UZBEKISTAN ACADEMY
OF SCIENCES
V.I.ROMANOVSKIY
INSTITUTE OF
MATHEMATICS**

**O'zR FA
V.I.ROMANOVSKIY
NOMIDAGI
MATEMATIKA
INSTITUTI**

**ИНСТИТУТ
МАТЕМАТИКИ им
В.И. РОМАНОВСКОГО
АН РУз**



ABSTRACTS OF THE CONFERENCE «NEW THEOREMS OF YOUNG MATHEMATICIANS-2022»

**«YOSH MATEMATIKLARNING YANGI
TEOREMALARI – 2022»
ILMIY ANJUMAN**

TEZISLARI TO'PLAMI

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

**НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
«НОВЫЕ ТЕОРЕМЫ МОЛОДЫХ
МАТЕМАТИКОВ – 2022»**

**Namangan, Uzbekistan,
May 13 – 14, 2022**

**Namangan, O'zbekiston
13 – 14 May, 2022 yil**

**Наманган, Узбекистан,
13 – 14 мая 2022 год.**

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O‘RTA MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI**

NAMANGAN STATE UNIVERSITY

NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI

НАМАНГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**UZBEKISTAN ACADEMY OF SCIENCES V.I.ROMANOVSKIY
INSTITUTE OF MATHEMATICS**

**O‘zR FA V.I.ROMANOVSKIY NOMIDAGI MATEMATIKA
INSTITUTI**

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ им. В.И. РОМАНОВСКОГО АН РУз

**ABSTRACTS
OF THE CONFERENCE
“NEW THEOREMS OF YOUNG
MATHEMATICIANS-2022”**

**«YOSH MATEMATIKLARNING YANGI
TEOREMALARI – 2022» ILMIY ANJUMANI
TO‘PLAMI**

**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ
НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
«НОВЫЕ ТЕОРЕМЫ МОЛОДЫХ
МАТЕМАТИКОВ – 2022»**

**Namangan, Uzbekistan,
May 13 – 14, 2022**

**Namangan, O‘zbekiston
13 – 14 May, 2022 yil**

**Наманган, Узбекистан,
13 – 14 мая 2022 год.**

«ЁШ МАТЕМАТИКЛАРНИНГ ЯНГИ ТЕОРЕМАЛАРИ – 2022»

Тўплам Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академияси В.И.Романовский номидаги Математика институти Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2021 йил 2 мартдаги 78-Ғ-сонли Фармойиши ҳамда Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2022 йил 7 мартдаги 101-Ғ-сонли буйруғи асосида **2022 йилнинг 13-14 май** кунлари Наманган давлат университетида бўладиган “**Ёш математикларнинг янги теоремалари - 2022**” мавзусидаги Республика анжумани иштирокчиларининг илмий ишларини ўз ичига олган бўлиб, *Алгебра, функционал анализ, геометрия, Математик анализ, комплекс анализ, Дифференциал тенгламалар ва динамик системалар, Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика, Амалий математика ва унинг татбиқлари билан шугулланувчи талабалар, магистрлар, катта илмий ходим-тадқиқотчилар ва олийгоҳ ўқитувчилари учун мўлжалланган.*

Эслатма: Тўпламдаги тезисларнинг мазмунига муаллифлар жавобгардирлар.

ТАШКИЛИЙ ҚЎМИТА РАИС

РАИС

С.Т.Турғунов – Наманган давлат университети ректори, п.ф.д., профессор

ҲАМРАИС

Ш.А. Аюпов – ЎзР ФА Математика институти директори, ф.-м.ф.д., академик

АЪЗОЛАР

1. М.Қодирхонов – НамДУ, Илмий ишлар ва инновациялар бўйича проректор, к.ф.н., доцент
2. Р.Имомов – НамДУ, Математика факультети декани, PhD.
3. А.Машраббоев – НамДУ, Математик анализ кафедраси мудири, ф.-м.ф.н., доцент (масъул котиб)
4. Ҳ.Нажмиддинова – НамДУ, Олий математика кафедраси мудири, п.ф.д., доцент.
5. Ш.Болтибаев – НамДУ, Информатика кафедраси мудири, PhD, доцент
6. Б.Саматов – НамДУ, ф.-м.ф.д., профессор
7. Р.Ибрагимов – НамДУ, профессор
8. М.Рахматуллаев - ЎзР ФА Математика институти, ф.-м.ф.д.
9. М.Холмуродов – НамДУ, ф.-м.ф.н., доцент
10. Р.М.Хакимов – ЎзР ФА Математика институти, ф.-м.ф.д.
11. Н.Отаханов – НамДУ, п.ф.н., профессор
12. А.Имомов – НамДУ, ф.-м.ф.н., доцент
13. Ў.Мамадалиев - НамДУ, PhD
14. Д.Дехқанов - НамДУ, Илмий бўлим бошлиғи
15. Р.Полванов – НамДУ, катта ўқитувчи (масъул котиб ўринбосари)

«ЁШ МАТЕМАТИКЛАРНИНГ ЯНГИ ТЕОРЕМАЛАРИ – 2022»

ДАСТУРИЙ ҚЎМИТА РАИСИ

А.Азамов – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д., академик

АЪЗОЛАР

1. Ш.Қ.Фармонов – ЎзМУ, ф-м.ф.д., академик
2. А.Садуллаев – ЎзМУ, ф-м.ф.д., академик
3. Ш.А.Алимов – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д., академик
4. Ғ.Ботиров – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д.
5. С.Лакаев – СамДУ, ф-м.ф.д., академик
6. О.Зикиров – ЎзМУ, математика факультети декани, ф-м.ф.д., профессор
7. Н.Ғанихўжаев – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д., профессор
8. У.А.Розиқов – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д., профессор
9. Б.Омиров – ЎзМУ, кафедра мудири, ф-м.ф.д., профессор
10. А.Абдушукуров – МДУ Тошкент филиали ф-м.ф.д., профессор
11. М.М.Арипов – ЎзМУ, ф-м.ф.д., профессор
12. О.Шарипов – ЎзМУ, кафедра мудири, ф-м.ф.д., профессор
13. А.Шарипов – ЎзМУ, ф-м.ф.д., профессор
14. К.Кудайберганов – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д., профессор
15. С.Имомқулов – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д., профессор
16. А.Халқхўжаев – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д., профессор
17. Д.Дурдиев – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д., профессор
18. А.Худайбердиев – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д., профессор
19. Ё.Хусанбоев – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д., профессор
20. Ф.Адилова – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д., профессор
21. Д.Бойтиллаев – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.н., доцент
22. А.Ўринов – ФарДУ, ф-м.ф.д., профессор
23. Э.Каримов – ФарДУ, ф-м.ф.д.
24. Ф.Арзикулов – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д.
25. В.Хожибоев – НамМҚИ ф-м.ф.д., профессор
26. Ю.Апаков – НамМҚИ DSc, профессор
27. А.Рахмонов – НамМТИ, ф-м.ф.н., доцент
28. Р.Муродов – НамМТИ, кафедра мудири, ф-м.ф.н., доцент
29. А.Х.Жўраев – НамМҚИ, PhD, доцент

ТЕХНИК ҚЎМИТА

М.Рахматуллаев – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д., профессор.

Р.Хакимов – ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д., профессор.

Р.Полванов – Наманган давлат университети, в.б.доцент.

«ЁШ МАТЕМАТИКЛАРНИНГ ЯНГИ ТЕОРЕМАЛАРИ – 2022»

СЎЗ БОШИ

Ушбу тўплам Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академияси В.И.Романовский номидаги Математика институти Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2021 йил 2 мартдаги 78-Ғ-сонли Фармойиши ҳамда Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2022 йил 7 мартдаги 101-Ғ-сонли буйруғи асосида **2022 йилнинг 13-14 май** кунлари Наманган давлат университетида бўладиган **“Ёш математикларнинг янги теоремалари - 2022”** мавзусидаги Республика илмий анжумани иштирокчиларининг илмий ишларини ўз ичига олган.

Анжуман ишида Ўзбекистоннинг деярли барча олигоҳларидан 220 дан ортиқ етакчи олимлар ва ёш мутахассислар иштирок этишлари кутилмоқда.

Анжуманнинг мақсади Республикамиз олийгоҳларида кейинги йилларда математиканинг турли соҳалари бўйича тайёрланган илмий натижаларни муҳокама қилиш ва чоп этишдан иборат бўлди.

Анжуман дастурига мувофиқ анжуман қатнашчилари математиканинг замонавий муаммолари қуйидаги шўъбаларда кўриб чиқилди.

ШЎЪБАЛАР

1. *Алгебра, функционал анализ, геометрия;*
2. *Математик анализ, комплекс анализ;*
3. *Дифференциал тенгламалар ва динамик системалар;*
4. *Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика;*
5. *Амалий математика ва унинг татбиқлари.*

АНЖУМАН ОЧИЛИШИ ЯЛПИ МАЖЛИСИ

2022 йил 13 май куни соат 10:00-12:00 да университет асосий биносининг мажлислар залида очилади.

Кириш сўзи

С.Т.Турғунов, Наманган давлат университети ректори, п.ф.д., профессор.
Ш.А.Аюпов, ЎзР ФА Математика институти директори, ф-м.ф.д., академик.
А.Аъзамов, ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д., академик.

1-маъруза

“Знаем-ли мы зета функцию Римана”

А.Садуллаев, Ўзбекистон Миллий университети, ф-м.ф.д., академик.

2-маъруза

“Математик биллиард ва унинг татбиқлари”

У.А.Розиков, ЎзР ФА Математика институти, ф-м.ф.д., профессор

**«ЁШ МАТЕМАТИКЛАРНИНГ ЯНГИ ТЕОРЕМАЛАРИ – 2022»
МУНДАРИЖА**

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Abdulatibova M. UCH O'LCHAMLI ASSOTSIATIV ALGEBRALARNING AVTOMORFIZMLARI.....	15
Absalomov J. LOBACHEVSKIY FAZOSIDA HARAKAT	16
Алламбергенов А.Х. ЛОКАЛЬНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ АЛГЕБРЫ ОКУБО	17
Aminov R. $(m-1)$ O'LCHAMLI SIMPLEKSDA ANIQLANGAN LOTKA-VOLTERRA AKSLANTIRISHLARI TRAEKTORIYALARINING DINAMIKASI	18
Arzikulov F.N., Nuriddinov O. O. ON A CHARACTERISATION OF LOCAL DERIVATIONS ON JORDAN ALGEBRAS OF DIMENSION FIVE.....	20
Арзикулов Ф., Хакимов У. АССОЦИАТИВНЫЕ АЛГЕБРЫ УДОВЛЕТВОРЯЮЩИЕ ВНУТРЕННЕМУ ЙОРДАНОВО-РИККАРТОВОМУ УСЛОВИЮ.....	21
Арзиев А.Д., Орынбаев П.Р. ЦИКЛИЧЕСКИЙ СПЕКТР ЛИНЕЙНОГО ОГРАНИЧЕННОГО ОПЕРАТОРА В ПРОСТРАНСТВЕ БАНАХА – КАНТОРОВИЧА НАД КОЛЬЦОМ ИЗМЕРИМЫХ ФУНКЦИЙ	23
Atamuradova D. R., Akbarova Sh. S. CONSTRUCTION AND SOME PROPERTIES OF SPACE	25
Ayupov Sh. A., Arziqulov F. N., Umrzaqov S. M. 2-LOCAL DERIVATIONS ON LIE ALGEBRAS OF SKEW-ADJOINT MATRIX-VALUED MAPS	26
Botirov G.I., Jovliyev D.H. GROUND STATES FOR BLUME-EMERY-GRIFFITHS MODEL ON A CAYLEY TREE.....	28
Boysunova M.Ya. KILLING VEKTOR MAYDONLARI VA ULARNING INVARIANT FUNKSIYALARI.....	29
Davlatova D. Q. MAKSIMAL PRO-NILPOTENT IDEALGA EGA BO'LGAN MAKSIMAL BO'LGAN PRO-YECHILUVCHAN LI ALGEBRALARI.....	30
Ergashova M. M. PARABOLOIDNING EGRILIK CHIZIQLARI	32
Khakimov U., Kurbanov A. DERIVATIONS OF NATURALLY GRADED ASSOCIATIVE ALGEBRAS OF DIMENSION FIVE WITH CHARACTERISTIC SEQUENCE $C(A) = (3, 2)$..	33
Холмирзаев Ж., Орипов Х. УСЛОВИЯ ЕДИНСТВЕННОСТИ СЛАБО ПЕРИОДИЧЕСКИХ МЕР ГИББСА ДЛЯ НС-МОДЕЛИ СО СЧЕТНЫМ ЧИСЛОМ СОСТОЯНИЙ.....	34
Ибрагимов М.М., Тлеумуратов С.Ж. НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА РЕШЕТКИ ТРИПОТЕНТОВ НА ГРАНЕВО СИММЕТРИЧНОМ ПРОСТРАНСТВЕ	36
Исламова М.И., Сатниязова Э.К., Каландаров Т.С. ИНВОЛЮТИВНЫЕ АВТОМОРФИЗМЫ АЛГЕБРЫ ИЗМЕРИМЫХ ОПЕРАТОРОВ	38
Ismoilov Sh. Sh. THEOREMS ON A SURFACE IN ISOTROPIC SPACE	39
Jamilov U. U., Khudoyberdiev Kh. O. ON DYNAMICS OF A NON VOLTERRA QUADRATIC STOCHASTIC OPERATOR.....	41
Jamilov U. U., Aralova K. A. THE DYNAMICS OF SUPERPOSITION OF NON-VOLTERRA QUADRATIC STOCHASTIC OPERATORS	42
Karimjanov I.A., Umrzaqov S.M., Qodirova M.A. LOCAL AND 2-LOCAL AUTOMORPHISMS OF SOLVABLE LEIBNIZ ALGEBRAS WITH MODEL NILRADICAL.....	44
Каримов Д.И. АЙНИГАН КОСОСИММЕТРИК МАТРИСАГА ЕГА, УЧ ЎЛЧАМЛИ СИМПЛЕКСДА АНИҚЛАНГАН ЛОТКА-ВОЛТЕРРА АКСЛАНТИРИШЛАРИ ТРАЕКТОРИЯЛАРИНИНГ ДИНАМИКАСИ	45

«ЁШ МАТЕМАТИКЛАРНИНГ ЯНГИ ТЕОРЕМАЛАРИ – 2022»

Каримов Х. ИЗОМОРФИЗМ МЕЖДУ АЛГЕБРОЙ ИЗМЕРИМЫХ ФУНКЦИЙ И ЕЕ ПОДАЛГЕБРОЙ АППРОКСИМАТИВНО ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ.....	47
Karimov M. M., Karimova Sh. M. IDEMPOTENT O'LCHOVLAR SIMPLEKSINI O'ZINI-O'ZIGA O'TKAZADIGAN CHIZIQLI OPERATORLARNING $n=3$ BO'LGAN MAXSUS HOLDA HARAKAT TRAYEKTORIYASI	47
Khakimov O., Saidov A. SURJECTIVITY OF POLYNOMIAL STOCHASTIC OPERATORS ON INFINITE DIMENSIONAL SIMPLEX	49
Хакимов Р.М., Махаммадалиев М.Т. О СЛАБО ПЕРИОДИЧЕСКИХ МЕРАХ ГИББСА ДЛЯ ИС-МОДЕЛИ СО СЧЕТНЫМ ЧИСЛОМ СОСТОЯНИЙ.....	50
Khamidov Sh.I., Jumanov J., Ahmadov R. ON THE EXISTENCE OF EIGENVALUES OF THE ONE PARTICLE DISCRETE SCHRÖDINGER OPERATOR.....	52
Kodirova M., Saidto'rayeva S. UCH O'LCHAMLI NULL-FILIFORM LEIBNITS ALGEBRALARIDA ROTA –BAXTER OPERATORLARI	53
Курбанбаев Т., Нагметуллаев А., Утеулиев Ш. ПОЧТИ ВНУТРЕННИЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ 4-МЕРНЫХ РАЗРЕШИМЫХ АЛГЕБР ЛЕЙБНИЦА.....	54
Курбанбаев Т., Ешниязова Д., Айтмуратов А. ЛОКАЛЬНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ НЕ ЛИЕВЫХ p - АДИБЕСКИХ АЛГЕБР ЛЕЙБНИЦА	56
Mamadaliyev O'. X., Abduvaliyev Z. X. NILRADIKALI BERILGAN YECHILUVCHAN LEYBNITS ALGEBRASINING DIFFERENTIALLASHLARI FAZOSINING LI STRUKTURASI	57
Mamadaliyev U.Kh., To'rajanov A. O. LOCAL DERIVATION ON SOME SOLVABLE LIE ALGEBRAS.....	58
Мамашарипова Ш. М. ГЕОМЕТРИЯ ОРБИТ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ НА ЦИЛИНДРЕ	60
Maxmatqulova H. BOREL TO'PLAMLARINING XOSSALARI.....	61
Muhammadova Sh. S., Solijanov G. O. BA'ZI LEYBNITZ SUPERALGEBRALARINING DIFFERENTIALLASHLAR FAZOSI.	62
Muhammadova Sh. S., Solijanov G. O. BA'ZI LEYBNIS SUPERALGEBRALARINING DIFFERENTIALLASHLAR FAZOSI.	63
Nishonov T., Hasanov J. UCHBURCHAKLARNI BERILGAN UCHTA TOMONIGA KO'RA YECHISH	64
Nishonov T., Hasanov J. UCHBURCHAKLARNI BERILGAN IKKI TOMONI VA BIR BURCHAGIGA KO'RA YECHISH: BERILGAN BURCHAK BERILGAN TOMONLAR ORASIDA YOTGAN HOL.....	66
Нуржанов Б. О. КОЛЬЦЕВЫЕ ИЗОМОРФИЗМЫ - ОТОБРАЖЕНИЯ, СОХРАНЯЮЩИЕ ПОРЯДОК.....	67
O'ktamov A. I., Muhammadiyev I.A. ON THE EXISTENCE OF EIGENVALUES OF THE TWO PARTICLE DISCRETE SCHRÖDINGER OPERATORS.....	69
Ongarbaev R. ERMIT MATRITSALARI UTSHUN MAJORLASH HAQIDAGI TEOREMA	70
Pardayev Sh., Yahyayeva R., Khakimov O. APPLICATIONS OF MONOMIAL EQUATION OVER P-ADIC NUMBER FIELD	71
Parpiyeva N. M. BIR QVAZI VOLTERRA OPERATORI HAQIDA	72
Кутлимуратова З.А., Йулдашева З.О. ЛОКАЛЬНО НЕГАТИВНЫЕ ГРУППЫ	73
Rahmatullayev M.M., Asqarov J.N. GROUND STATES FOR THE ISING MODEL WITH COMPETING INTERACTIONS AND A PERIODIC EXTERNAL FIELD ON THE CAYLEY TREE.....	74

«ЁШ МАТЕМАТИКЛАРНИНГ ЯНГИ ТЕОРЕМАЛАРИ – 2022»

Рахматуллаев М., Расулова М. ТРАНСЛЯЦИОННО-ИНВАРИАНТНЫЕ ОСНОВНЫЕ СОСТОЯНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИ ПОТТСА С ВНЕШНИМ ПОЛЕМ И СЧЕТНЫМ МНОЖЕСТВОМ ЗНАЧЕНИЙ СПИНА НА ДЕРЕВЕ КЭЛИ.....	75
Rejamatov X. LOCAL DERIVATIONS OF SOME SOLVABLE LIE ALGEBRAS WITH ABELIAN NILRADICAL.....	76
Rozikov U. A., Shoyimardonov S. K. A SET OF FIXED POINTS OF A COVID-19 SPREADING MODEL OF POPULATION WHO DO NOT OBEY TO LOCKDOWN RULES	77
Salimov J., G'oziyeva S., Khakimov O. DYNAMICS OF LINEAR OPERATORS OVER NON-ARCHIMEDEAN VECTOR SPACES	79
Satiboldiev I. R., Bozorboyev A. F. NILRADIKALI MAKSIMAL UZUNLIKDAGI KVAZI-FILIFORM ALGEBRA BO'LGAN YECHILUVCHAN LEYBNITS ALGEBRASINING DIFFERENTIALLASHLARI FAZOSI.....	80
Shamsiddinov N.B., Tolibayeva Q.Q., Hamidullayeva Sh. STEREOMETRIYA MASALANI YECHISH YORDAMIDA O'QUVCHILARNING FAZOVIY FIKRLASH FAOLIYATINI RIVOJLANTIRISH	81
Шарипов А. С., Усмонхужаев З.Ю. О НЕКОТОРЫХ ИНВАРИАНТАХ ПОВЕРХНОСТЕЙ, ИЗОМЕТРИЧНЫХ ПО СЕЧЕНИЯМ	83
Shomurodov N.A. ESTIMATION OF CONFORMAL MODULUS	84
Yusupov B.B. , Mamadaliyev U.Kh., Sobirob B.K. 2-LOCAL DERIVATION ON SOME SOLVABLE LIE ALGEBRAS	86
Тугёнов З.Т. ПОСТРОЕНИЕ p-АДИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ	87
Усубжонов А. А., Шарипов Ф. М. ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ НУМЕРОВАННОЙ ГРУПП.	88
Усубжонов А. А., Сайдалиев А. А. ПОЗИТИВНЫЕ И НЕГАТИВНЫЕ ГРУППЫ.....	90
Хатамов Н.М., Эргашев Б., Мирзаакбаров А. НЕКРАЙНОСТЬ ЕДИНСТВЕННОЙ ТРАНСЛЯЦИОННО-ИНВАРИАНТНОЙ МЕРЫ ГИББСА ДЛЯ МОДЕЛИ НС-БЛЮМА-КАПЕЛЯ В СЛУЧАЕ “ЦИКЛ” НА ДЕРЕВЕ КЭЛИ	91
Хатамов Н.М., Ибрагимов И., Адашев К. СУЩЕСТВОВАНИЕ НОВЫХ ТРАНСЛЯЦИОННО-ИНВАРИАНТНЫХ МЕР ГИББСА В МОДЕЛИ БЛЮМА-КАПЕЛЯ МОЛЕКУЛЫ ДНК НА ДЕРЕВЕ КЭЛИ	93
Хатамов Н.М., Эркабоева З. УСЛОВИЯ СОГЛАСОВАННОСТИ ДЛЯ МОДЕЛИ БЛЮМА-КАПЕЛЯ С ХИМИЧЕСКИМ ПОТЕНЦИАЛОМ НА ДЕРЕВЕ КЭЛИ.....	95
Kholmukhammadov M., Khaydarova S. IT IS ABOUT SUBRINGS OF THE FIELD OF RATIONAL NUMBERS.....	97
Yuldashev I.G. LOCAL DERIVATIONS OF METABELIAN FILIFORM LIE ALGEBRAS....	98
Йулдашева З. О., Шарофбоева Ш. ЛОКАЛЬНО НЕГАТИВНЫЕ ГРУППЫ С КРУЧЕНИЕМ.....	98
Yuldosheva N. S. KÄHLER MONIFOLDS	99
Yusupov B. B., Yusupov F.A., Nurullayeva M.M. 2-LOCAL DERIVATIONS ON MAXIMAL SOLVABLE LIE ALGEBRAS WHOSE NILRADICAL IS A FILIFORM LIE ALGEBRAS	100
Yusupov B. B., Nurullayeva M.M. LOCAL DERIVATIONS ON MAXIMAL SOLVABLE LIE ALGEBRAS WHOSE NILRADICAL IS A FILIFORM LIE ALGEBRAS	101
Yusupova Ya. F., Dadajonova Z. A. МАТЕМАТИКА VA INTEGRATSIYA.....	103

**«ЁШ МАТЕМАТИКЛАРНИНГ ЯНГИ ТЕОРЕМАЛАРИ – 2022»
2-ШЎБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ**

Abraev B. SOS MODEL ON CAYLEY TREE: A NEW CLASSES OF GIBBS MEASURES ...	105
Amirova D., Qurbonova G. TEKISLIKLARDA SILLIQ BO'LMAGAN ANALIZ	106
Ахмадтуллаева Д. О. ЛЕММА ШВАРЦА ДЛЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ.....	107
Botirov G.I., Mustafoyeva Z.E. TRANSLATION-INVARIANT GIBBS MEASURES FOR POTTS MODEL WITH COUNTABLE SET OF SPIN VALUES ON THE CAYLEY TREE	108
Botirov G.I., Nazirov M.A. GOORDINATE CONSTANT TRANSLATION – INVARIANT GRADIENT GIBBS MEASURE FOR FISHER MODEL ON A CAYLEY TREE.....	110
Дехконов Ж.Д. О СЛАБО ПЕРИОДИЧЕСКИХ ГИББСОВСКИХ МЕР ДЛЯ ОДНОЙ МОДЕЛИ	111
Дехконова Ж.Қ. СЛАБО ПЕРИОДИЧЕСКОЙ МЕРЫ ГИББСА ДЛЯ МОДЕЛИ ПОТТСА ОТНОСИТЕЛЬНО ПОРЯДКА ДЕЛИТЕЛЯ ИНДЕКСА ЧЕТЫРЕ	112
Ismanjanov O. EXAMPLE OF QUADRATIC STOCHASTIC PROCESSES OF TYPE (13 a)..	114
Jamilov U.U., Rajabov S.M. ON DYNAMICS OF A NON VOLTERRA QUADRATIC STOCHASTIC OPERATOR.....	116
Juraev I.T. DYNAMICS OF QUADRATIC OPERATORS DEFINED ON A TWO DIMENSIONAL SIMPLEX OF IDEMPOTENT MEASURES.....	117
Комилов А. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ КАМПЕ ДЕ ФЕРИЕТ $F_{1,1;1}^{2,1,1}[x,y]$	119
Kurbanbaev T. ALMOST INNER DERIVATIONS OF THIN LEIBNIZ ALGEBRAS.....	120
Rahmatullaev M. M., Karshiboev O. Sh. PERIODIC GIBBS MEASURES FOR THREE-STATE SOS MODEL WITH PERIODIC EXTERNAL FIELD ON A CAYLEY TREE.....	121
Rahmatullayev U, Abdukaxorova Z. DYNAMICAL SYSTEM OF THE $\frac{1}{x^2+a}$ - RATIONAL FUNCTIONS WITH TWO FIXED POINTS.	123
Razokova N.K. SOS MODEL WITH COMPETING ‘UNCLE-NEPHEW’ INTERACTIONS ...	124
Sattarov I.A., Abdupattoyev X.A. IQTISODIY JARAYONDA MABLAG’NI OPTIMAL SARFLASH MASALALARIGA DISKRET DINAMIKANING QO’LLANILISHI	126
Tojiboyev B. Z., Burxonova M. O. TO’RT HOLATLI HC MODELLARINING BIRI UCHUN DAVRIY GIBBS O’LCHOVLARI HAQIDA	128
Tukhtabaev A., Mamadjonov R. ON $G_k^{(2)}$ -PERIODIC p -ADIC GENERALIZED GIBBS MEASURE FOR ISING MODEL WITH EXTERNAL FIELD ON CAYLEY TREE	130
Tuxtamirzayev A. Y., Karimov M. M., To‘xtamirzayeva Z. A. AYRIM SONLI QATORLARNING YIG’INDISI HAQIDA.....	131
Tuxtamirzayev A. Y. IQTIDORLI BOLALAR BILAN ISHLASH XUSUSIYATLARI.....	132
Tuxtamirzayev A. Y., To‘xtamirzayeva Z. A. МАТЕМАТИКА FANIGA IQTIDORI BOR BOLALAR BILAN ISHLASHNING O‘ZIGA XOS XUSUSIYATLARI	134
Умирзакова К.О., Иброхимова Ш. УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ МЕР ГИББСА ДЛЯ ОДНОЙ МОДЕЛИ ЖЕСТКОЙ СЕРДЦЕВИНЫ	136
Vohobova G.B. KVADRATIK FAZALI TRIGONOMETRIK INTEGRALLARNING YIG’ILISH MASALASI HAQIDA	138

**«ЁШ МАТЕМАТИКЛАРНИНГ ЯНГИ ТЕОРЕМАЛАРИ – 2022»
3-ШЎБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР**

Аббасова М.О. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В ГИПЕРОКТАНТЕ ШАРА МЕТОДОМ ФУНКЦИИ ГРИНА	139
Аббасова Н. Б. ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА...140	
Abdubodiyev X. KASR TARTIBLI XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN BIRINCHI CHEGARAVIY MASALA	141
Abobakirova M. I. BIRINCHI TARTIBLI CHIZIQLI YUKLANGAN TENGLAMA UCHUN BOSHLAG'ICH MASALA.....	142
Ahmadjonova D. REDUCTIONAL METHOD IN PERTURBATION THEORY OF SPECTRAL PROBLEM.....	143
Ураимов Н.О., Арзикулов Ф.П. РАДИОАКТИВ ЕМИРИЛИШ МАСАЛАСИ.....	144
Axlimirzayev A., Mamadjonova M., Aminova F. UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTABI VA AKADEMIK LITSEYLARDA DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI O'RGANISH BO'YICHA BA'ZI BIR MULOHAZALAR	145
Азизов М. С. НАЧАЛЬНО-ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ВЫСОКОГО ЧЕТНОГО ПОРЯДКА С ОПЕРАТОРОМ БЕССЕЛЯ	147
Ergashev T., Abdullayeva M. REDUCTION FORMULAS FOR HYPERGEOMETRIC FUNCTIONS	148
Ergashev T.G., Ergasheva I. RECURSION FORMULAS FOR LAURICELLA FUNCTION...150	
Газиев К. А. ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ГРАНИЧНОМ УПРАВЛЕНИИ ПРОЦЕССОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛА	151
Hamdamova A.S. NAV'E-STOKS TENGLAMASIGA QO'YILGAN NOLOKAL MASALA.153	
Ibaydullaev T., Usmonova M. INVOLYUTSIYA XOSSASIGA EGA BO'LGAN IKKINCHI TARTIBLI BIR DIFFERENSIAL TENGLAMA HAQIDA.....	154
Ibaydullaev T., Juraev B., Xusanboeva N. ON A SIMPLE EVASION DIFFERENTIAL GAME FOR INTEGRAL AND GRONWALL CONSTRAINTS.....	156
Inomiddinov S.N., Xonpo'latov X., Inomiddinov A.N., Pulatova M.Sh. BOSHQARUVLARGA EKSPONENSIAL CHEGARALANISHLAR QO'YILGAN DIFFERENSIAL O'YIN MASALASI	157
Jalilov O. MAVZU?!!	159
Кадиркулов Б.Ж., Жалилов М. А. ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ДРОБНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЁРТОГО ПОРЯДКА С ИНВОЛЮЦИЕЙ.....	159
Каримов Д. АЙНИГАН КОСОСИММЕТРИК МАТРИЦАГА ЭГА, ИККИ ЎЛЧАМЛИ СИМПЛЕКСДА АНИҚЛАНГАН ЛОТКА-ВОЛТЕРРА АКСЛАНТИРИШЛАРИ ТРАЕКТОРИЯЛАРИНИНГ ДИНАМИКАСИ	160
Kazakova M. THE CANONICAL FORM OF A PIECEWISE LINEAR SYSTEM.....	162
Komiljonova M. S. UCHINCHI TARTIBLI XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN BIRINCHI CHEGARAVIY MASALA.....	162
Мамажонов С.М. КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ.....	163
Маматов М.Ш. ЗАДАЧА ПРЕСЛЕДОВАНИЯ МЕЖДУ ГРУППАМИ ПРЕСЛЕДОВАТЕЛЕЙ И УБЕГАЮЩИХ НА ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА	165
Маматов М.Ш., Зуннунов А.О. КОМПАКТДАГИ ЧИЗИҚЛИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ЎЙИНЛАРДА ҚОЧИШ МАСАЛАСИ ХАҚИДА.....	167

«ЁШ МАТЕМАТИКЛАРНИНГ ЯНГИ ТЕОРЕМАЛАРИ – 2022»

Меликузиева Д. М. О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С МЛАДШИМИ ЧЛЕНАМИ	168
Мирсабуров. М, Эргашева. С.Б. ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВИНЕРА – ХОПФА С ЯДРОМ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА	170
Мирзаев О. М. О ВТОРОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЯТОГО ПОРЯДКА С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ	171
Mo'minova M.R. BUZILADIGAN GIPERBOLIK TIPDAGI IKKINCHI TUR TENGLAMA YECHIMINING HOSSALARI HAQIDA	173
Олимжонова М., Жумакулов Ж., Мустапокулов Х. БЕРИЛГАН СОҲАДА ТЕМПЕРАТУРАНИ БОШҚАРИШГА ДОИР БИР МАСАЛА	174
Мустапокулов Х., Сафаров В., Муртазаев А. ТЕБРАНИШНИ ТЎХТАТИШГА ДОИР БИР МАСАЛА	175
Muxtorova Sh. N. YER YUZIDA TABIIY RO'Y BERADIGAN ZARBLI TO'LOQLAR VA NOCHIZIQLI TENGLAMALAR	176
Oqboyev A. B., Abdusattarov O. A. INTEGRO DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN KOSHI MASALASI	178
Oqboyev A. B., Rashidxon uulu A. BUZILADIGAN IKKINCHI TUR GIPERBOLIK TIPDAGI XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN BIR BOSHLANG'ICH MASALA HAQIDA	179
Radjabov T.A. ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫМИ АРГУМЕНТАМИ	179
Рахматуллаев А.М., Махмудов Ж.Г. ЎЗАРО ТАЪСИРЛИ ПОТТС МОДЕЛИ УЧУН ДАВРИ 2 ГА ТЕНГ ЛИМИТ ГИББС ЎЛЧОВЛАРИ.....	181
Рахматуллаев А.М., Рашидов А.А. ЧЕКЛИ РАДИУСЛИ ЎЗАРО ТАЪСИРЛАНУВЧИ ПОТЕНЦИАЛЛИ ИЗИНГ МОДЕЛИ ДАВРИЙ ГИББС ЎЛЧОВЛАРИ.....	182
Rahmonova H., Tursunova D. PARALLELOPIPED USTIDA QUVISH VA QOCHISH MASALASI	183
Rustamova Z., Jamoldinova A., Ro'ziboyeva K. DIFFERENSIAL TENGLAMAGA OLIV KELUVCHI TATBIQIY MASALALAR-MATEMATIKANI O'QITISHNI TATBIQIY YO'NALISHINI KUCHAYTIRISH VOSITASI SIFATIDA	184
Рузиев М.Х., Жураев Ф.Э. КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С СИНГУЛЯРНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ И СО СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ	185
Рузиев М.Х., Маматмуминов Д.Т. КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ХОЛЬМГРЕНА С СИНГУЛЯРНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ	186
Рузиев М.Х., Мирсабурова Д.М. ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ СО СМЕЩЕНИЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЛЕРСТЕДТА В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ	187
Saloxiddinova U. M. TO'RTINCHI TARTIBLI XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN BOSHLANG'ICH SHARTDA YUQORI TARTIBLI HOSILA QATNASHGAN MASALA UCHUN TO'G'RI TO'RTBURCHAK SOHADA BIR ARALASH MASALA	188
Samatov B., Uralova S., Umaraliyeva N. LINEAR EVASION DIFFERENTIAL GAME WITH EXPONENTIAL INTEGRAL CONSTRAINTS	190
Samatov B., Uralova S. LINEAR PURSUIT DIFFERENTIAL GAME WITH LANGENHOP CONSTRAINTS	192
Samatov B.T., Akbarov A.Kh. A DIFFERENTIAL GAME OF EVASION UNDER CONSTRAINTS OF GRONWALL TYPE ON CONTROLS	193

«ЁШ МАТЕМАТИКЛАРНИНГ ЯНГИ ТЕОРЕМАЛАРИ – 2022»

Samatov B., Turgunboeva M. DIFFERENTIAL GAME WITH NON-STATIONARY GEOMETRIC CONSTRAINTS IN THE CASE OF 1-CATCH.....	195
Samatov B., Tursunaliyev T. A SIMPLE PURSUIT DIFFERENTIAL GAME UNDER EXPONENTIALLY INCREASING GEOMETRIC CONSTRAINTS	196
Samatov B., Xonpo'latov X. BOSHQARUVLARI EKSPONENSIAL CHEGARALANISHGA EGA L-YAQINLASHISH DIFFERENSIAL O'YINDA QOCHISH MASALASI.....	198
Собитов Р.А., Имомназаров Қ.М. ТУРЛИ УСУЛЛАР БИЛАН ЕЧИЛАДИГАН ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАРНИ АНАЛИТИК ЕЧИШ УСУЛЛАРИ.....	199
Soyibboev U., Shodmonaliev G. THE CAPTURE PROBLEM IN A DIFFERENTIAL GAME UNDER CONSTRAINTS WITH EXPONENTIAL FUNCTIONS.....	201
Таширзаев Ю.У., Нуриддинов Б. ЗАДАЧА ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ДАВЛЕНИЯ В ПЕРЕДНЕЙ ЗОНЕ ПРИ ДВИЖЕНИИ ОЧИСТНОГО УСТРОЙСТВА БЕЗ ОТВЕРСТИЙ ДЛЯ ПЕРЕПУСКА ПРОДУКТА ПЕРЕКАЧКИ В ПОТОКЕ С ВЫСОКИМИ СКОРОСТЯМИ....	202
То'xtayeva E.F. TRANSPORTLAR OQIMI MASALASI.....	203
Турдиев Р. М. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ТРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ	205
Turg'unboyeva M., Tursunaliyev T., Xonpo'latov X. BOSHQARUVLARGA EKSPONENSIAL CHEGARALANISHLAR QO'YILGAN HOLDA 1 – TUTISH MASALASI	206
Умаров Р.А. РЕШЕНИЕ НЕСИММЕТРИЧНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА, МЕТОДОМ ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИИ ГРИНА	208
Усмонов Д. А. КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ, ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ НА ГРАНИЦЕ ОБЛАСТИ.....	209
Usubjanov I., Uzoqboyev H., Mirzaakbarov A. SODDA YOPIQ GRAFDA BOSHQARUVLARI INTEGRAL VA GEOMETRIK CHEGARALANISHGA EGA HOLDA TUTISH MASALASI.....	211
Xonkeldiyeva O'. SODDA HARAKATLI DIFFERENSIAL OYINNING BIR MASALASI HAQIDA.....	212
Horilov M. A. DIFFERENTIAL GAME WITH NONLINEAR RESTRICTIONS ON CONTROLS.....	215
Yusubjonova G. KOEFFITSIENTI TENGLAMA TARTIBIGA BOG'LIQ DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN BIR CHEGARAVIY MASALA HAQIDA	217

4-ШЎБА. ЭХТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

Abdullayev J., O'rolov F. PANJARADAGI IKKI ZARRACHALI SISTEMA ENERGIYA-SINING BIR EHTIMOL BILAN QABUL QILADIGAN QIYMATLARI.....	219
Абдушукуров Ф.А. ПУАССОНОВСКИЕ ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ В СХЕМАХ РАЗМЕЩЕНИЯ ЧЕТНОГО ЧИСЛА ЧАСТИЦ В КАЖДУЮ ЯЧЕЙКУ	220
Ахмедов А.С., Аблазова К.С. ТЕХНОЛОГИК ЖАРАЁННИНГ ҲОЛАТИНИ АНИҚЛОВЧИ НАЗОРАТ КАРТАЛАРНИ ТАҚҚОСЛАШ ҲАҚИДА	221
Azimov J.B., Suvonqulova D. MARKOV ZANJIRI TASHKIL ETUVCHI TASODIFIY JARAYONLAR HAQIDA	222
Бегматов А.С., Облаева М.А. ИНВАРИАНТНЫЕ ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕРЫ СИСТЕМЫ СЛУЧАЙНЫХ ИТЕРАЦИОННЫХ ФУНКЦИИ.....	223
Bozorov S. B., Alpomishov I.U., Mirzayeva X. B. KOMBINATORIKANING GEOMETRIYA FANIGA TADBIQLARI	225

«ЁШ МАТЕМАТИКЛАРНИНГ ЯНГИ ТЕОРЕМАЛАРИ – 2022»

Bozorov S. B. ASYMPTOTIC PROPERTIES OF ESTIMATORS OF SURVIVAL FUNCTION	226
Bozorov S. B., Alpomishov I.U., Ergasheva Q.X. GEOMETRIK MISOLLARNI KOMBINATORIKA ORQALI YECHISH	228
Dadamirzayeva O. PIRSONNING MUVOFIQLIK ALOMATIGA ASOSLANGAN NAZORAT KARTA HAQIDA.....	230
Эгамов Ж. ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ ВЕТВЯЩЕГОСЯ ПРОЦЕССА С ИММИГРАЦИИ (1-СХЕМА)	230
Erisbaev S. A. ESTIMATION OF CUMULATIVE HAZARD FUNCTION IN COX REGRESSION MODEL UNDER RANDOM CENSORING FROM BOTH SIDES	231
Holmurodov M.K., Abduqahharov I. A BAUM-KATZ THEOREM FOR RANDOM VARIABLES UNDER EXPONENTIAL MOMENT CONDITIONS.	234
Холмуродов М.К., Сойинов Ф. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ ДЛЯ СУММ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН С МНОГОМЕРНЫМИ ИНДЕКСАМИ.....	235
Jo'rayev Sh. F. AHOLI KUTILAYOTGAN UMR DAVOMIYLIGI UCHUN REGRESSION MODEL.....	236
Mansurov D. R. PROPORSIONAL INTENSIVLIK MODEL VAHOSI	237
Машраббоев А., Нормирзаева З. ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ ВЕТВЯЩЕГОСЯ ПРОЦЕССА БЕЛЛМАНА- ХАРРИСА С ИММИГРАЦИЕЙ СХЕМА-II	239
Машраббоев А., Умматалиев У. И. ИММИГРАЦИЯЛИ БЕЛЛМАН-ХАРРИС ТАРМОҚЛАНИШ ЖАРАЁНИНИ ЯШАШ ДАВРИ.....	240
Махмудова Д., Махсудова Ш. ТАРМОҚЛАНИШ ЖАРАЁНИДА ЯҒОНА ЗАРРАГА АЙЛАНАДИГАН ЁКИ ХАЛОК БЎЛАДИГАН ЖАРАЁН	242
Miraxmedova L. KUCHSIZ BOG'LANGAN KUZATUVLAR BO'YICHA BUTSTREPTNING KESISHMAYDIGAN BLOKLAR USULIDA DISPERSIYANI BAHOLASH HAQIDA	244
Мирзаев Т.С., Умаров Э.Т., Расулова Г.Б., Махмудуллаева М.Ш. ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ АВТОРЕГРЕССИИ.....	245
Мирзаев Т.С., Умаров Э.Т., Расулова Г.Б. БИРИНЧИ ТАРТИБЛИ БИР ЎЛЧОВЛИ ОДДИЙ АВТОРЕГРЕССИЯ МОДЕЛИ УЧУН ЛИМИТ ТЕОРЕМАЛАР. КРИТИКА ЯҚИН БЎЛГАН ХОЛ $(\alpha = \alpha(n) \rightarrow 1)$	246
Muhamedov A. Q., Abdulloyeva Sh. I. AKSIYA VA UNING DAROMADLILIGINI BAHOLASH.....	248
Muhamedov A. Q., Abdulloyeva Sh. I. DAROMADI FIKSIRLANGAN QIMMATLI QOG'OZLAR NARXI VA DAROMADLILIGINI BAHOLASH	250
Muhamedov Q., Ostonova D. HAYOT SUG'URTA BO'YICHA REZERVLARINI SHAKLLANTIRISH METODIKASI	252
Nashvandov X. UCHSIZ BOG'LANGAN KUZATUVLAR BO'YICHA BUTSTREPNING KESISHADIGAN BLOKLAR USULIDA DISPERSIYANI BAHOLASH	253
Nishonov T. IQTISODIY YO'NALISHLARGA EHTIMOLLAR NAZARIYASI VA MATEMATIK STATISTIKANI “AMALIY-KASBIY YO'NALTIRILGANLIK” KONSEPSIYASI ASOSIDA O'QITISHNING AHAMIYATI	253
Ostonov Q., Abdusobirova M. MARKOV ZANJIRLARI XOSSALARINI GRAFLAR NAZARIYASI YORDAMIDA TEKSHIRISH	255
Polvanov R., Sharipov F. ASORATSIZ FINIT OQIMLARNING UMUMIY FORMASI	257
Qo'chqorova Z. F. RISKLI SUG'URTALARDA SUG'URTA ZAXIRALARI VA ULARNING TURLARI	258

«ЁШ МАТЕМАТИКЛАРНИНГ ЯНГИ ТЕОРЕМАЛАРИ – 2022»

Raxmatova D.K. QAVARIQ QOPLAMA UCHLARI JARAYONINING KUCHLI QORISHMALILIK XOSSASI HAQIDA	260
Рахмонов А., Ибрагимова Н. ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ ВЕТВЯЩЕГОСЯ ПРОЦЕССА БЕЛЛМАНА- ХАРРИСА С ИММИГРАЦИЕЙ СХЕМА-I	262
Рахманов А., Тулаков С. ДВУХТИПНЫЙ ВЕТВЯЩИЙСЯ ПРОЦЕСС С ИММИГРАЦИЕЙ (2-СХЕМА)	263
Раззоков Э. О. О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ ДУБЛИРОВАННОГО УСТРОЙСТВА ПРИ БЫСТРОМ ВОССТАНОВЛЕНИИ.....	263
Sayfulloeva G. S. PROPORSIONAL INTENSIVLIKLAR MODELIDAGI APPROKSIMATSIYA	264
Solijonova M. KUCHSIZ BOG'LANGAN KUZATUVLAR BO'YICHA BUTSTREPNING SIRKULYAR BLOKLAR USULIDA DISPERSIYANI BAHOLASH	266
Toshmuradov A. UZLUKSIZ VAQTLI VA MIGRATSIYALI TARMOQLANUVCHI TASODIFIY JARAYON O'TISH EHTIMOLLIKLARI UCHUN LIMIT TEOREMA	266
Xasanboyeva Sh.B. KO'P O'LCHOVLI STATISTIK USULLAR YORDAMIDA BOZOR TAHLILI VA SEGMENTATSIYASI	267
Xayitova S. HILBERT FAZOSIDA QIYMAT QABUL QILUVCHI MANFIY ORTANT BOG'LIQ TASODIFIY MIQDORLAR UCHUN MOMENT TENGSIZLIKLARI	269
Xusainova B.B., Rahmonova D.A. MARKAZIY LIMIT TEOREMANING NOKLASSIK VARIANTI HAQIDA.....	269
Хусанбаев Я.М., Абдурахмонова С. ОБ АСИМПТОТИКЕ КРИТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ГАЛЬТОНА – БАТСОНА	270
Xusanova B.B., Maxmadiyeva M.M. MARKAZIY LIMIT TEOREMADA YAQINLASHISH TEZLIGINI BAHOSI HAQIDA	271
Юлдашев Х.Д. СТЫУДЕНТ АЛОМАТИГА АСОСЛАНГАН НАЗОРАТ КАРТАЛАР БИЛАН ПЕДАГОГИК ТАЖРИБАЛАРНИ СТАТИСТИК ТАХЛИЛ ҚИЛИШ ҲАҚИДА	272

5-ШЎБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Abdullayev A. A. KATTA HAJMLI MA'LUMOTLAR (BIG DATA) DAVRI.....	273
Abdullayev A. A. UMUMIY O`RTA TA'LIM MAKTABLARDA INFORMATIKA VA KIMYO FANINI INTEGRALLASHGAN USULDA VIRTUAL LABORATORIYALARDAN FOYDALANGAN HOLDA DARSLARNI TASHKIL ETISH.....	274
Азимов Р. К., Азимов Б. Р. СПЛАЙН-ФУНКЦИЯ УСУЛЛАРИ.....	276
Bahromova M.M., Jamolov O.O. “BOSHQOTIRMA” O`YININING METODIK XUSUSIYATLARI HAQIDA.....	278
Bahromova M.M. “BOLALARDA TAFAKKUR SHAKLLARINING RIVOJLANGANLIK DARAJASINI ANIQLASH” DASTURI HAQIDA.....	279
Бобоева О.Х. КЎП ЎЛЧАМЛИ ДИНАМИК ТИЗИМЛАРНИ МОДАЛ БОШҚАРИШ ВА УЛАРНИНГ ХУСУСИЯТЛАРИ	280
Boltibayev Sh.K., Muxammadaliyeva Z.B., Tohirjonov M.Y. RESIVER O`RNATILGAN GAZ QUVURINI HISOBLASH MASALASINING ANALITIK YECHIMI HAQIDA	282
Boltibayev Sh.K., Muradov A.A. BIR TARMOQLI QUVURLAR TARMOG'I GAZODINAMIK KO'RSATKOCHLARINING SUTKALIK O'ZGARISHINI HISOBLASH	283
Дадаханов М.Х., Қурбонов М.Х. НУТҚ ФОНЕМАЛАРНИ ТАНИШ УЧУН ИШЛАБ ЧИҚИЛГАН СУНЪИЙ НЕЙРОН ТЎРИ МОДЕЛИ	285

«ЁШ МАТЕМАТИКЛАРНИНГ ЯНГИ ТЕОРЕМАЛАРИ – 2022»

Дадаханов М.Х., Давронов М.М., Абдуғаниев Х.Х. БИНАР ТАСВИРНИ КОНТУР ТАСВИРГА НОРАВШАН ТЎПЛАМ НАЗАРИЯСИДАН ФОЙДАЛАНИБ АЛМАШТИРИШ	291
Dadaxanov M.X., Boymirzayev U.S. AXBOROT-KOMMUNIKATSIYA TEXNOLOGIYALARI YORDAMIDA DARS SAMARADORLIGINI OSHIRISH	293
Дадаханов М.Х., Якубов Ж.Р. ЙЎЛ БЕЛГИЛАРИ ТАСВИРЛАРГА ДАСТЛАБКИ ИШЛОВ БЕРИШ АЛГОРИТМЛАРИ	295
Дадаханов М.Х., Давронов Б.Т. МАТЛАВ МУҲИТИДА СИГНАЛЛАР АСОСИДА БУЗИЛГАН ТАСВИРЛАР БИЛАН ИШЛАШ	299
Эсонтурдиев М.Н., Солаева М.Н. ИЕРАРХИИ СТРУКТУРЫ ГРАФА-ДЕРЕВА ГИДРО-ГРАФИЧЕСКОЙ СХЕМ В КАНАЛАХ СИСТЕМ МАШИННОГО ВОДОПОДЪЕМА.....	302
Ғаниев У.Т., Ботиралиев Х.А. ЎҚУВ МУАССАСАСИ УЧУН ЯРАТИЛГАН САЙТЛАРНИНГ АҲАМИЯТИ.....	303
Imomov A., Nastinov S., Inomiddinov S. FDM METHODS FOR 3-BOUNDARY CONDITIONS FOR ODE.....	305
Имомов А. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ- ИСПОЛНИТЕЛИ УКРУПНЁННЫХ АЛГОРИТМОВ.....	306
Иномиддинов С. ОДДИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАРДА 3-ТУР ЧЕГАРА МАСАЛАСИ	308
Mamatov A.A. QIDIRUV TIZIMLARI	309
Murodqosimov R. T. BIR BOSHQARUV TIZIMINI IMITATSION MODELLASHTIRISH UCHUN MONTE-KARLO ALGORITMI.....	311
Murotov S., Xolmurodov G'., Islomov E. ZAHIRANI BOSHQARISH MODEL UCHUN DASTURIY TA'MINOT.....	312
Otaxanov N. A. OLIY O'QUV YURTLARIDA O'QITISH UCHUN PYTHON DASTURLASH TILINI TANLASHNING NAZARIY ASOSLARI HAQIDA	314
Raxmidinov F. I. NOANIQLIK SHAROITIDA QAROR QABUL QILISH MASALASIDA OPTIMALLASHTIRISH KRITERIYALARI.....	316
Tillabayev I.N. TEKISLIK NUQTALARINI INVERSION ALMASHTIRISH	317
Tillabayev I.N. TENGLAMALARNI TAQRIBIY YECHISH	319
Tojiboyeva Sh.X. REKURSIYA	320
Тошбоев С. АППРОКСИМАЦИЯ КРАЕВЫХ УСЛОВИЙ 3-ГО ТИПА С ТОЧНОСТЬЮ $O(h^2)$.....	322
Umarov N. O. PONTRYAGIN MISOLIDA BIR QOCHUVCHINI TUTIB OLIISH MASALASI	323
Холмирзаев Х.Э., Иномиддинов С.Н., Абдурахмонов А.Ш. ТАЪЛИМДА ПОРТАЛ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ.....	325
Xolmirzayev X.E., Nastinov S.T. ТАЛАБАЛАР ЎҚУВ НАТИЖАЛАРИНИ НАЗОРAT ҚИЛИШ, БАҲОЛАШ ВА МОНИТОРИНГ ҚИЛИШ ТИЗИМИ СИФАТИДА LMS ДАН ФОЙДАЛАНИШ	326
Холмирзаев Х.Э. ОЛИЙ ТАЪЛИМ МУАССАСИДА ТАЪЛИМ СИФАТИНИ ОШИРИШДА СИМУЛЯТОР ДАСТУРЛАРНИНГ ЎРНИ	328
Худайбердиев И.З. МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ИНВЕСТИЦИОННОЙ ПРОГРАММЫ ПРИ ЗАДАННЫХ БЮДЖЕТЕ И ПРОГРАММЕ ПРОИЗВОДСТВА	330
Yusupov O.R., Abdiyeva Kh.S. GRAY LEVEL IMAGE THRESHOLDING BASED ON FUZZINESS.....	331

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

UCH O'LCHAMLI ASSOTSIATIV ALGEBRALARNING AVTOMORFIZMLARI

Matlubaxon Abdulatibova
Andijon davlat universiteti

Avtomorfizm – matematikadagi fundamental tushunchalardan biri. Avtomorfizm algebrada muhim ahamiyatga ega. Abstrakt algebrada matematik obyekt gruppasi, halqa yoki vektor fazo kabi algebraik struktura bo'ladi. Avtomorfizm o'z-o'ziga sodda biektiv gomomorfizm hisoblanadi. Avtomorfizm gruppalar nazariyasi, sonlar nazariyasi kabi sohalarida juda katta tadbiqqa ega. Avtomorfizmning ko'plab umumlashmalari mavjud. Eng asosiy umumlashmasi bu lokal va 2-lokal umumlashmalari hisoblanadi. So'ngi yillarda ko'plab olimlar lokal va 2-lokal avtomorfizmlarga oid ko'plab maqolalar chop ettirishdi [1-3].

Quyida biz uch o'lchamli barcha nilpotent algebralarning tasnifini keltiramiz.

1-Teorema.[4] Ixtiyoriy uch o'lchamli kompleks nilpotent assotsiativ algebra bazislari $\{e_1, e_2, e_3\}$ bo'lgan quyidagi o'zaro izomorf bo'lmagan algebralarning biriga izomorf bo'ladi:

$$A_1 : e_1 e_2 = e_2 e_1 = e_3,$$

$$A_2 : e_1^2 = e_2, e_1 e_2 = e_2 e_1 = e_3,$$

$$A_3 : e_1 e_2 = -e_2 e_1 = e_3,$$

$$A_4^\alpha : e_1^2 = e_3, e_2^2 = \alpha e_3, e_1 e_2 = e_3,$$

$$A_5 : e_1 e_1 = e_2$$

va qoldirib ketilgan ko'paytmalar nolga teng.

Ta'rif. Algebrani o'zini-o'ziga mos qo'yuvchi $d: A \rightarrow A$ chiziqli akslantirish ixtiyoriy $x, y \in A$ elementlar uchun $\varphi(xy) = \varphi(x)\varphi(y)$ shartni bajarsa, u holda φ akslantirish avtomorfizm deb ataladi.

Ushbu ishda barcha uch o'lchamli kompleks nilpotent algebralarning avtomorfizmlari tasnif qilingan.

2-Teorema. A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 assotsiativ algebralarning avtomorfizmlari matritsalar mos ravishda quyidagilardan iborat bo'ladi:

Algebra	Avtomorfizmlar	Cheklovlar
A_1	$\varphi_1 = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{11} a_{22} \end{pmatrix}$	$a_{11} \neq 0$
	$\varphi_2 = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{12} a_{21} \end{pmatrix}$	$a_{12} a_{21} \neq 0$
A_2	$\varphi = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{11}^2 & 0 \\ a_{31} & 2a_{11} a_{21} & a_{11}^3 \end{pmatrix}$	$a_{11} \neq 0$
A_3	$\varphi = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} \end{pmatrix}$	$a_{11} a_{22} \neq a_{12} a_{21}$
A_4	$\varphi_1 = \begin{pmatrix} a_{22} - a_{21} & -\alpha a_{21} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & \alpha a_{21}^2 - a_{21} a_{22} + a_{22}^2 \end{pmatrix}$	$\alpha a_{21}^2 - a_{21} a_{22} + a_{22}^2 \neq 0$
	$\varphi_2 = \begin{pmatrix} a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{22}^2 \end{pmatrix}$	$a_{22} \neq 0$
A_5	$\varphi = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{11}^2 & a_{23} \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$	$a_{11} \neq 0$ $a_{33} \neq 0$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Ayupov Sh.A., Kudaybergenov K.K., 2-Local automorphisms on finite dimensional Lie algebras, Linear Algebra and its Applications, **507**, 121-131 (2016).
2. Ayupov Sh.A., Kudaybergenov K.K., Omirov B.A., local and 2-local derivations and automorphisms on simple Leibniz algebras, Bull. Malays. Math. Sci. Soc., (2019). <https://doi.org/10.1007/s40840-019-00799-5>.
3. Kadison R.V., Local derivations, Journal of Algebra, Vol. **130**, p.494-509 (1990).
4. De Graaf W.A. Classification of nilpotent associative algebras of small dimension. Int. J. Algebra Comput. **28**(1), 2018, 133-161

1-ШҶЪБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ LOBACHEVSKIY FAZOSIDA HARAKAT

Absalomov Javoxirbek
GulDU 2-kurs magistrant

E – to‘la o‘lchovli 1 dan kata, to‘la, xaqiqiy sonlar maydoni ustida aniqlangan separabel evklid fazosi bo‘lsin va $B(0,1) \subset E$ markazi $O \in E$ nuqtada radiusi 1 ga teng ochiq shar (sfera) bo‘lsin.

1. $|xy|$ orqali $x, y \in E$ nuqtalar orasidagi masofani va $L(x, u) \in E$ orqali x nuqtadan boshlanuvchi $u \neq x$ nuqtalardan o‘tuvchi nurni belgilaymiz.

Λ to‘plam R ustida aniqlangan Lobachevskiy fazosi deyiladi, agar shunday $\eta: \Lambda \rightarrow B(0,1)$ akslantirish mavjud bo‘lib, y uchun quyidagi shartlar bajarilsa:

1. η – biyeksiya;

2. Ixtiyoriy $x, y \in \Lambda$ elementlar juftligiga shunday $S(x, y) \in R$ son mos qo‘yilganki

$$\rho(x, x) = 0; \quad x \neq y \text{ da } \rho(x, y) = \frac{k}{2} \ln \frac{|\pi(x)v||\pi(y)u|}{|\pi(x)u||\pi(y)v|}.$$

bu yerda $v(u) = L[\pi(x), \pi(y)]$ bilan $S(O, 1)$ sferani kesishish nuqtasi, $k > 0 - const.$

Lobachevskiy fazosini o‘lchovi deb E fazoni o‘lchovi tushuniladi, ya‘ni $\dim \Lambda = \dim E$.

Λ fazoning elementlari uning nuqtalari deyiladi.

$\Lambda = B(0,1)$, $\pi = id$ bo‘lsa, Lobachevskiy fazosini Beltrami-Kleyn modeli deyiladi.

Lobachevskiy fazosining harakati deb (Λ, ρ) fazodagi shunday izometriyaga, ya‘ni $f: (\Lambda, \rho) \rightarrow (\Lambda, \rho)$ suryeksiyaga aytiladiki, ixtiyoriy $x, y \in \Lambda$ uchun

$$\rho(f(x), f(y)) = \rho(x, y)$$

shart o‘rinli bo‘ladi.

Lobachevskiy fazosining barcha harakatlar gruppasi $Iso(\Lambda)$ aynan Beltrami-Kleyn modelining barcha harakatlar gruppasi $Iso(B(0,1))$ ga izomorfdir.

Lemma 2. Beltrami-Kleyn modelining Lobachevskiy tekisligidagi ixtiyoriy harakat quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\hat{x} = \frac{ax + by + c}{px + qy + r}, \quad \hat{y} = \frac{lx + my + n}{px + qy + r},$$

bu yerda xaqiqiy koefitsiyentlar quyidagi shartlarni qanoatlantiradi:

$$a^2 + l^2 - p^2 = b^2 + m^2 - q^2 = -c^2 - n^2 + r^2 = 1, \\ ab + lm - pq = ac + ln - pr = bc + mn - qr = 0.$$

⊙ Quyidagi ifodani hisoblaymiz

$$(\hat{x})^2 + (\hat{y})^2 - 1 = \frac{V}{(px + qy + r)^2},$$

bu yerda

$$V = (a^2 + l^2 - p^2)x^2 + (b^2 + m^2 - q^2)y^2 + c^2 + n^2 - r^2 + \\ + 2(ab + lm - pq)xy + 2(ac + ln - pr)x + 2(bc + mn - qr)y.$$

$S(0,1)$ shartning saqlanishidan

$$x^2 + y^2 - 1 = \frac{(x^2 + y^2 - 1)(a^2 + l^2 - p^2)}{(px + qy + r)^2}$$

hosil bo‘ladi.

Tenglikning chap va o‘ng qismlari 0 dan kichik bo‘lish mumkin. Shuning uchun $h = a^2 + l^2 - p^2 > 0$ bajariladi.

$h = s^2$ ga tayanib va s ning barcha koefitsiyentlariga bo‘lib, talab qilingan shartlarni olamiz. ⊙

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Сосов.Е.Н, Геометрия Лобачевского и ее применение специального теории относительности. Казан. ун-т, 2016. 84с.
2. Мо‘minov Q.Q, Jo‘raboyev S.S, Giperbolik tekislikning harakatlari gruppasi ta’siriga nisbatan yo‘llarning ekvivalentligi, Nam.DU ilmiy axborotnomasi, 9-son, 14-21 b, 2020 y.

1-ШҰББ. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ ЛОКАЛЬНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ АЛГЕБРЫ ОКУБО

А.Х. Алламбергенов

Нукусский государственный педагогический институт, докторант

E-mail: allayar2010@mail.ru

Аннотация: Заметка посвящена изучению локальных дифференцирований алгебры Окубо.

Ключевые слова: Алгебра Окубо; дифференцирование; локальное дифференцирование.

Понятия локального дифференцирования были введены и независимо исследованы Р.В. Кадисоном [1], Д. Ларсоном и А. Сурором [2]. Эти работы породили серию работ, посвященных описанию отображений, близких к автоморфизмам, и дифференцированию C^* -алгебр и операторных алгебр. Р.В. Кадисон изложил программу изучения локальных отображений в [1], предполагая, что локальные дифференцирования могут оказаться полезными при построении дифференцирований с определенными свойствами. Р.В. Кадисон в [1, теорема А] доказал, что любое непрерывное локальное дифференцирование алгебры фон Неймана M в двойственном банаховом M – бимодуле является дифференцированием. Этот результат был обобщен Б. Джонсоном, доказавший что всякое локальное дифференцирование C^* -алгебры A в банаховом A – бимодуле автоматически непрерывен и, следовательно, является дифференцированием.

В последние годы внимание было обращено на симметричную композиционную алгебру, в которой требуется, чтобы норма была ассоциативной, т.е.

$$n(xy, z) = n(x, yz) \quad (1)$$

для всякого $x, y, z \in C$. Отметим, что (1) эквивалентно в композиционной алгебре

$$(xy)x = x(yx) = n(x)y. \quad (2)$$

Пусть $\mathbb{F}$ – поле характеристики отличной от 2, 3. Тогда $\mathbb{F}$ содержит примитивный кубический корень ω из 1. Пусть $M_3(\mathbb{F})$ ассоциативная алгебра 3×3 – матриц над $\mathbb{F}$. Обозначим через $\mathfrak{sl}_3(\mathbb{F})$ соответствующую специальную алгебру Ли. Определим новое умножение на $\mathfrak{sl}_3(\mathbb{F})$ следующим образом:

$$x * y = \omega xy - \omega^2 yx - \frac{\omega - \omega^2}{3} \text{tr}(xy)1. \quad (3)$$

где tr – канонический след на $M_3(\mathbb{F})$.

Известно, что [5, стр 2481-2504]

$$(x * y) * x = x * (y * x) = \text{sr}(x)y \quad (4)$$

для любого $x, y \in \mathfrak{sl}_3(\mathbb{F})$, где sr обозначает квадратичную форму, которая появляется как коэффициент X в многочлене Кэли-Гамильтона

$$\det(X1 - a) = X^3 - \text{tr}(a)X^2 + \text{sr}(a)X - \det(a)$$

для $a \in M_3(\mathbb{F})$.

Известно, что (см. [4] или [3, Лемма 4.42]) $(S, *, n)$ алгебра, с невырожденной квадратичной формой n . Тогда n мультипликативна, а ее полярная форма ассоциативна тогда и только тогда, когда она удовлетворяет условию (2).

Линейное пространство $\mathcal{O} = \mathfrak{sl}_3(\mathbb{F})$ с умножением $*$ в (3) и невырожденной квадратичной формой $n(x) = \text{sr}(x)$ является симметричной композиционной алгеброй:

$$n(x * y) = n(x)n(y), n(x * y, z) = n(x, y * z), \quad (5)$$

для любого x, y, z .

Алгебра $(\mathcal{O}, *)$ допустима по Ли в том смысле, что алгебра

$$(\mathcal{O}, *)^- := (\mathcal{O}, [u, v]^* := u * v - v * u) \quad (6)$$

1-ШҶҶБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

является алгеброй Ли. На самом деле отображение $x \mapsto -x$ дает изоморфизм с $\mathfrak{sl}_3(\mathbb{F})$ на алгебру $(\mathcal{O}, *)^-$.

Определение. Симметричная композиционная алгебра $(\mathcal{O}, *, n)$ называется алгеброй Окубо над $\mathbb{F}$.

Известно, что [3], если $\mathbb{F}$ поле характеристики отличной от 2,3. Тогда $\text{Der}(\mathcal{O}, *)$ изоморфно алгебре $\mathfrak{sl}_3(\mathbb{F})$.

$$\text{Der}(\mathcal{O}, *) = \{ \text{ad}_x^* : y \mapsto x*y - y*x : x \in \mathcal{O} \}.$$

Всякое дифференцирование $D: A \rightarrow A$ имеет следующую матрицу:

$$D = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix},$$

где

$$D_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \gamma_3 & -\beta_2 \\ 0 & 0 & -\gamma_2 & \beta_3 \\ -\beta_3 & \beta_2 & 0 & 0 \\ \gamma_2 & -\gamma_3 & 0 & 0 \end{pmatrix}, D_{12} = \begin{pmatrix} \gamma_1 & -\beta_3 & \gamma_2 & -\beta_1 \\ -\gamma_3 & \beta_1 & -\gamma_1 & \beta_2 \\ -\alpha_2 & \gamma_3 & \alpha_1 & -\gamma_2 \\ \beta_3 & -\alpha_1 & -\beta_2 & \alpha_2 \end{pmatrix},$$

$$D_{21} = \begin{pmatrix} -\beta_1 & \beta_3 & \alpha_1 & -\gamma_3 \\ \gamma_3 & -\gamma_1 & -\beta_3 & \alpha_2 \\ -\beta_2 & \beta_1 & -\alpha_2 & \gamma_2 \\ \gamma_1 & -\gamma_2 & \beta_2 & -\alpha_1 \end{pmatrix}, D_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\alpha_2 & \gamma_1 \\ 0 & 0 & \beta_1 & -\alpha_1 \\ \alpha_1 & -\gamma_1 & 0 & 0 \\ -\beta_1 & \alpha_2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Теорема. Всякое локальное дифференцирование алгебры Окубо $\mathcal{O}$ является дифференцированием.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Kadison R. V. Local derivations, *J. Algebra*, **130** (1990) 494-509.
- [2] Larson D. R., Sourour A. R. Local derivations and local automorphisms of $B(X)$, *Proc. Sympos. Pure Math.* **51** (1990) 187-194.
- [3] Elduque A. Okubo Algebras: Automorphisms, Derivations and Idempotents, *Lie Algebras and Related Topics* (2015) 65-66.
- [4] Okubo S, Osborn J. M. Algebras with nondegenerate associative symmetric bilinear forms permitting composition, *Comm. Algebra* **9** (1981), no. 12, 1233-1261.
- [5] Elduque A., Myung H. C. On flexible composition algebras, *Comm. Algebra* **21** (1993), no. 7, 2481-2505.

(m-1) O'LCHAMLI SIMPLEKSDA ANIQLANGAN LOTKA-VOLTERRA AKSLANTIRISHLARI TRAEKTORIYALARINING DINAMIKASI

Aminov R.

Bizga ma'lumki, $S^{m-1} - (m-1)$ o'lchovli fazoda umimlashtirilgan geometrik figura hisoblanadi.

Ta'rif 1. Simpleks bu affin erkli fazoning $m-1$ o'lchovli fazoda yotmaydigan m ta nuqtalaridan iborat qavariq qobiqdir. Bu nuqtalar esa simpleksning uchlari deyiladi.

$$S^{m-1} = \{x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_m) \in R^m : x_i \geq 0, \forall i \in E, \sum_{i=1}^m x_i = 1\} \quad (1)$$

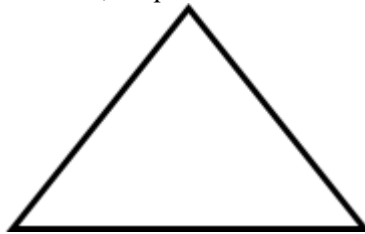
Bu yerda E -erkli o'zgruvchi fazo.

S^1 -bu 1 o'lchamli simpleks bo'lib, bunda $m=2$. Ya'ni, 2 ta uchga ega bo'lgan kesma.



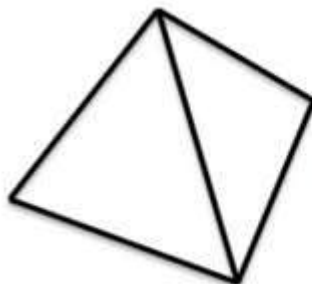
1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

S^2 2 o'lchamli simpleks. Bunda $m=2$. Ya'ni, nuqtalari soni 3 ta.



Uning uchlari $e_0(1; 0; 0)$, $e_1(0; 1; 0)$, $e_2(0; 0; 1)$.

S^3 3 o'lchamli simpleks. Bunda $m=4$. Ya'ni, nuqtalar soni 4 ta va bu shakl tetraedr bo'ladi.



3 o'lchovli simpleks

Teorema 1. Agar ixtiyoriy a_{ki} $i, k = \overline{1, m}$ koefitsiyentlar va $x_k \in S^{m-1}$ uchun $|a_{ki}| \leq 1$ va $a_{ki} = -a_{ik}$ shartlar bajarilsa, u holda

$$x'_k = x_k(1 + \sum_{i=1}^m a_{ki}x_i) \quad (2)$$

orqali aniqlangan V operator simpleksni o'zini o'ziga akslantiradi.

Ya'ni, $V: S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$ simpleksda quyidagi

$$P_{ij,k} \geq 0, P_{ij,k} = P_{ji,k}, \sum_{k=1}^m P_{ij,k} = 1, i, j, k = \overline{1, m} \quad (3)$$

(2) va (3) shartlar bilan aniqlangan V operator kvadratik stoxastik operatorlar deb ataladi.

Teorema 2. $V: S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$ kvadratik stoxastik operatorlar uchun $k \notin \{i, j\}$ da $P_{ij,k} = 0$ bo'lsa, u holda V volterra tipidagi kvadratik stoxastik operatorlar deyiladi va uning ko'rinishini quyidagicha yozish mumkin:

$$x'_k = x_k(1 + \sum_{i=1}^m a_{ki}x_i), \quad (4)$$

Bu yerda $a_{ki} = 2P_{ik,k} - 1, i \neq k$ va $a_{kk} = 0, k = \overline{1, m}$

Isbot: $P_{kk,i} = 0, i \neq k$ ekanligidan $P_{kk,k} = 1$ kelib chiqadi.

$$x'_k = \sum_{i,j=1}^m P_{ij,k}x_ix_j = P_{kk,k}x_k^2 + \sum_{i=1, i \neq k}^m P_{ik,k}x_ix_k + \sum_{i=1, i \neq k}^m P_{kj,k}x_jx_k$$

tenglikdan $P_{ij,k} = P_{ji,k}$ ni hisobga olib,

$$x'_k = x_k(x_k + 2 \sum_{i=1, i \neq k}^m P_{ik,k}x_i)$$

ni hosil qilamiz. $\sum_{i=1}^m x_i = 1$ ekanligidan foydalansak,

$$x'_k = x_k(1 + \sum_{i=1, i \neq k}^m (2P_{ik,k} - 1)x_i)$$

ga ega bo'lamiz. $i \neq k$ da $a_{ki} = 2P_{ik,k} - 1$ deb olsak, (4) ni hosil qilamiz. $0 \leq P_{ik,k} \leq 1$ bo'lgani uchun $|a_{ki}| \leq 1$ va $P_{ik,k} + P_{ik,i} = 1$ dan $a_{ki} + a_{ik} = 2P_{ik,k} - 1 + 2P_{ki,i} - 1 = 2(P_{ik,k} + P_{ki,i} - 1) = 0$ o'rinli bo'ladi. Bundan $a_{ki} = a_{ik}$ ni olamiz.

Biror $x^0 \in S^{m-1}$ uchun shu nuqtadan boshlanuvchi trayektoriya deb, quyidagi ko'rinishda

$$\{x^0, x^{(1)}, \dots, x^{(n)}, \dots\}$$

Aniqlangan ketma-ketlikni tushunamiz. Bunda $x^{(n)} = V(\dots(Vx^{(0)})\dots) = Vx^{(n-1)}$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Ганиходжаев Р.Н. Квадратичные стохастические операторы, функция Ляпунова и турниры//Мат.Сб.1992.
2. Таджиева М.А. Динамические свойства квадратичных гомеоморфизмов симплекса S^4 на соискание ученой степени доктора философии (Ph.D.) по физико-математическим наукам. 2022.

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ ON A CHARACTERISATION OF LOCAL DERIVATIONS ON JORDAN ALGEBRAS OF DIMENSION FIVE

F.N. Arzikulov^{1,2} and O. O. Nuriddinov³

¹ V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, Tashkent, Uzbekistan,

² Department of Mathematics, Andizhan State University, Andizhan, Uzbekistan

E-mail address: arzikulovfn@rambler.ru

³ Department of Mathematics, Andizhan State University, Andizhan, Uzbekistan

E-mail address: o.nuriddinov86@mail.ru

In the present research work we investigate local derivations on finite dimensional Jordan algebras. We give a description of local derivations on some five-dimensional nilpotent non-associative Jordan algebras. A linear map ∇ from an algebra A into itself is a local derivation if for each a in A there is a derivation D_a on A with $D_a(a) = \nabla(a)$. This concept was introduced by R.Kadison [2] and D.Larson, A. Sourour [3] independently in 1990.

By theorem 5.4 in [1] every local derivation on a JB –algebra is a derivation. In particular, every local derivation on a finite dimensional semisimple Jordan algebra is a derivation. In the present paper we investigate derivations and local derivations on five-dimensional nilpotent non-associative Jordan algebras. Recall that a linear mapping D on a Jordan algebra J , satisfying, for each pair x, y of elements in J , $D(xy) = D(x)y + xD(y)$, is called a derivation, and a linear mapping $\nabla : J \rightarrow J$ is called a local derivation if for every $x \in J$ there exists a derivation $D : J \rightarrow J$ such that $\nabla(x) = D(x)$.

Let J be a Jordan algebra of dimension five over an algebraically closed field $\mathbb{F}$ of characteristic $\neq 2$ with a basis $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$. Let x be an element in J . Then $x = x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3 + x_4e_4 + x_5e_5$ for some elements x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 in F . Let $T : J \rightarrow J$ be a linear operator. Then

$$T(x) = \sum_{i=1}^5 \left(\sum_{j=1}^5 a_{i,j} x_j \right) e_i, \quad x \in J$$

for the matrix $A = (a_{i,j})_{i,j=1}^5$ of the linear operator T , where $x = x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3 + x_4e_4 + x_5e_5$. For example, if $J = J_{15}^\alpha$ and T is a derivation on J , then T has the following form

$$T(x) = a_{1,1}x_1e_1 + (a_{2,1}x_1 + 2a_{1,1}x_2)e_2 + (a_{3,1}x_1 + a_{3,2}x_2 + 3a_{1,1}x_3 + a_{3,4}x_4)e_3 + \\ + (a_{4,1}x_1 + 2a_{1,1}x_4)e_4 + (a_{5,1}x_1 + a_{5,2}x_2 + a_{5,3}x_3 + a_{5,4}x_4 + 4a_{1,1}x_5)e_5$$

with respect to the basis $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ for some $a_{1,1}, a_{2,1}, a_{3,1}, a_{3,2}, a_{3,4}, a_{4,1}, a_{5,1}, a_{5,2}, a_{5,3}, a_{5,4}$ in $\mathbb{F}$.

Let $E_{i,j}$ be a linear mapping of the algebra J with a basis $\{e_1, \dots, e_5\}$, which maps the basis element e_j to e_i and the rest basis elements to zero. Then, for example, the vector space of derivations of the algebra J_{15}^α admits a basis of the following form:

$$\{E_{1,1} + 2E_{2,2} + E_{4,4} + 2E_{5,5}, 2E_{3,3} + E_{4,4} + 2E_{5,5}, E_{2,4} - E_{4,3}, E_{5,1}, E_{5,3}, E_{5,4}\}.$$

Our principal tool for the description of local derivations on Jordan algebras of dimension five is the form of the matrices of derivations, depending on a basis of these Jordan algebras. Our main goal in this research work to justify table 1 below and prove the theorems corresponding to this table. The third column of the tables indicates whether each local derivation of the corresponding Jordan algebra is a derivation or not, i.e., if yes, then sign "+" is put in the appropriate place of the column, if not, then sign "-" is put in this place. All notations of table 1 are taken from [3].

**Local derivations on five-dimensional nilpotent
non-associative Jordan algebras.**

J	Multiplication table	A basis of the vector space of derivations	Is each local derivation a derivation?
J_{15}^α	$e_1^2 = e_2, e_1e_2 = e_3,$ $e_4^2 = \alpha e_5,$ $e_2^2 = e_1e_3 =$ $e_2e_4 = e_5 \quad \alpha \in F$	$\{E_{1,1} + 2E_{2,2} + E_{4,4} + 2E_{5,5}, 2E_{3,3} + E_{4,4} + 2E_{5,5}, E_{2,4} - E_{4,3}, E_{5,1}, E_{5,3}, E_{5,4}\}$	-

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

J_{23}^{β}	$e_1^2 = e_3, e_1 e_3 = e_2 e_4 = e_5, e_1 e_2 = e_4, e_2 e_3 = \beta e_5, \beta \in F$	$\{E_{1,1} + E_{2,2} + 2E_{3,3} + 2E_{4,4} + 3E_{5,5}, E_{1,3} + 2E_{3,5} + \beta E_{4,5}, E_{2,3} + E_{2,4} + E_{4,5}, E_{1,4} + E_{4,5}, E_{1,5}, E_{2,5}\}$	-
J_{24}^{γ}	$e_1^2 = e_3, e_1 e_2 = e_4, e_2 e_3 = e_5, e_1 e_4 = \gamma e_5, \gamma \in F^* \setminus \{1, -\frac{1}{2}\}$	$\{E_{1,1} + 2E_{3,3} + E_{4,4} + 2E_{5,5}, E_{2,2} + E_{4,4} + E_{5,5}, E_{1,3} + E_{4,5}, E_{1,4} + 2\gamma E_{3,5}, E_{2,4} + \gamma E_{4,5}, E_{1,5}, E_{2,5}\}$	-

Theorem. A linear operator on the Jordan algebras $J_{15}^{\alpha}, J_{23}^{\beta}, J_{24}^{\gamma}$ is a local derivation if and only if the matrix of this linear operator has the following form, respectively

$$\begin{aligned}
 Der(J_{15}^{\alpha}) &= \begin{pmatrix} a_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & 0 & 0 & 0 \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,4} & 0 \\ a_{4,1} & 0 & 0 & a_{2,2} & 0 \\ a_{5,1} & a_{5,2} & a_{5,3} & a_{5,4} & a_{5,5} \end{pmatrix} \\
 Der(J_{23}^{\beta}) &= \begin{pmatrix} a_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & 0 & 0 \\ a_{4,1} & -\beta a_{4,2} & 0 & a_{3,3} & 0 \\ a_{5,1} & a_{5,2} & a_{5,3} & a_{5,4} & a_{5,5} \end{pmatrix} \\
 Der(J_{24}^{\gamma}) &= \begin{pmatrix} a_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{2,2} & 0 & 0 & 0 \\ a_{3,1} & 0 & a_{3,3} & 0 & 0 \\ a_{4,1} & a_{4,2} & 0 & a_{4,4} & 0 \\ a_{5,1} & a_{5,2} & \gamma a_{5,2} & a_{5,4} & a_{5,5} \end{pmatrix}, \quad \gamma \in F^* \setminus \left\{1, -\frac{1}{2}\right\},
 \end{aligned}$$

REFERENCES

- [1] Sh. Ayupov, K. Kudaibergenov, A.M. Peralta, A survey on local and 2-local derivations on C^* - and von Neumann algebras, Topics in Functional Analysis and Algebra, Contemp. Math. **672** (2016) 73–126.
- [2] R. Kadison, Local derivations, Journal of Algebra **130** (1990) 494–509.
- [3] I. Kashuba, M.E. Martin, Geometric classification of nilpotent Jordan algebras of dimension five, Journal of Pure and Applied Algebra, **222**, No3, (2018), 546–559.
- [4] D. Larson, A. Sourour, Local derivations and local automorphisms, Proc. Sympos. Pure Math., **51**, (1990) 187–194.

АССОЦИАТИВНЫЕ АЛГЕБРЫ УДОВЛЕТВОРЯЮЩИЕ ВНУТРЕННЕМУ ЙОРДАНОВО-РИККАРТОВОМУ УСЛОВИЮ

Арзикулов Фарходжон

Д.ф.-м.н., Институт Математики, АНРУз

Хакимов Уткирбек

Андижанский государственный университет

В данной работе мы вводим и исследуем новый класс ассоциативных алгебр, которые близки к ассоциативным алгебрам Риккарта. Такие ассоциативные алгебры мы называем внутренними йорданово-рикартовыми ассоциативными алгебрами.

Настоящая статья посвящена изучению йордановых аналогов инволютивных алгебр Риккарта и Бэра. В [1] были найдены Йордановы аналоги условия Бэра и обобщено понятие AJW-алгебры на случай JB-алгебр. Понятие AJW-алгебры было впервые введено и изучено Топпингом в рамках йордановых алгебр самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве (так называемых JC-алгебр).

1-ШҮҮБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Одно из упомянутых выше условий состоит в следующем: для JB-алгебры A йордановый аннулятор каждого подмножества положительных элементов порождается идемпотентом (элементом-проектором) в A . В [2] с помощью этого условия мы ввели и изучили йордановы алгебры Бэра и Рикарта. В упомянутой работе, в частности, было доказано, что всякая конечномерная йорданова алгебра без нильпотентных элементов является йордановой алгеброй Бэра. В статье [3] мы вводим еще йордановы аналоги инволютивных алгебр Бэра и Рикарта, которые называются слабыми BJ- и RJ-алгебрами, соответственно. Классы этих алгебр оказались значительно шире классов бэровских и рикартовских йордановых алгебр, соответственно. Показано, что в случае йордановых алгебр без нильпотентных элементов понятия бэровской (рикартовской) йордановой алгебры и слабой BJ-алгебры (RJ-алгебры) совпадают.

Также доказано, что всякая конечномерная йорданова алгебра A , вырожденный радикал $Deg(A)$ которой не содержит нильпотентных элементов с квадратным корнем из алгебры A и фактор-алгебра $A/Deg(A)$ по этому радикалу не имеет нильпотентных элементов, является слабой BJ-алгеброй, а значит и RJ-алгеброй. По теореме Йордана-фон Неймана-Вигнера всякая конечномерная формально вещественная унитарная йорданова алгебра над полем действительных чисел является слабой BJ- и слабой RJ-алгеброй [3]. Определения слабых RJ- и слабых BJ-алгебр вполне совместимы с определениями рикартовских и бэровских *-алгебр соответственно. В [3] доказано, что йорданова алгебра A , вырожденный радикал $Deg(A)$ которой не имеет нильпотентных элементов с квадратным корнем в A , является слабой BJ-алгеброй (RJ-алгеброй) тогда и только тогда, когда фактор-алгебра $A/Deg(A)$ является слабой BJ-алгеброй (соответственно RJ-алгеброй).

Пусть A – ассоциативная алгебра, и пусть

$$A^2 = \{a^2 : a \in A\}, S^\perp = \{a \in A : axa = 0, (\forall x \in S)\}, \\ {}^\perp S = \{x \in A : axa = 0, (\forall a \in S)\}$$

Для ассоциативной алгебры A рассмотрим следующее условие: (A) для каждого элемента $x \in A$ существует идемпотент $e \in A$ такой, что

$${}^\perp\{x\} \cap A^2 = eAe \cap A^2$$

Определение. Ассоциативная алгебра, удовлетворяющая условию (A), называется внутренней йорданово-рикартовой ассоциативной алгеброй. А само условие (A) называется внутренним йорданово условием Рикарта.

Примеры. 1) Пусть A – ассоциативная алгебра и $a \cdot b = \frac{1}{2}(ab + ba)$ – йорданово умножение на A . Тогда, если йорданова алгебра $(A, \cdot)$ является слабо RJ-алгеброй, то ясно, что A является внутренней йорданово-рикартовой ассоциативной алгеброй.

2) Пусть $M_n(\mathbf{R})$ – ассоциативная алгебра $n \times n$ – мерных матриц над полем вещественных чисел $\mathbf{R}$, $\mathbf{1}$ – единица алгебры $M_n(\mathbf{R})$, $\{e_{i,j}\}_{i,j=1}^n$ – система матричных единиц алгебры $M_n(\mathbf{R})$ и $n = 2k$. Тогда алгебры

$$A = \mathbf{R}\mathbf{1} + \sum_{i=1}^k \mathbf{R}e_{2i-1,2i}, A = \mathbf{R}\mathbf{1} + \sum_{i=1}^k \mathbf{R}e_{2i,2i-1}, \\ A = \mathbf{R}\mathbf{1} + \sum_{i=1}^k \mathbf{R}(e_{2i,2i-1} + e_{2i-1,2i}), A = \mathbf{R}\mathbf{1} + \sum_{i=1}^k \mathbf{R}(e_{2i-1,2i} - e_{2i,2i-1}), \\ A = \sum_{i=1}^k \mathbf{R}e_{2i-1,2i}, A = \sum_{i=1}^k \mathbf{R}e_{2i,2i-1}$$

являются внутренними йорданово-рикартовыми ассоциативными алгебрами.

Теорема 1. Нильпотентная ассоциативная алгебра, которая не имеет нильпотентных элементов с квадратным корнем, является внутренней йорданово-рикартовой алгеброй.

Теорема 2. Пусть A – n – мерная ассоциативная алгебра и $\{e, e_1, e_2, \dots, e_n\}$ базис в A такой, что

$$ee = e, \quad ee_i = e_i e = e_i, \quad e_i e_j = -e_j e_i, \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Тогда всякая ассоциативная алгебра, изоморфная алгебре A является внутренней йорданово-рикартовой ассоциативной алгеброй.

Пусть M – ассоциативная алгебра и S – непустое подмножество в M и

$$R(S) = \{x \in M : sx = 0 (\forall s \in S)\}.$$

Тогда $R(S)$ называется правым аннулятором множества S . Если для всякого $x \in M$ существует идемпотент g такой, что $R(\{x\}) = gM$, то M называется рикартовой ассоциативной алгеброй. Следует отметить, что не всякая рикартова ассоциативная алгебра является внутренней йорданово-рикартовой

ассоциативной алгеброй. В свою очередь, не всякая внутренняя йорданова-рикартова ассоциативная алгебра является рикартова ассоциативной алгеброй.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арзикулов Ф.Н. Об абстрактных JW-алгебрах // Сиб. мат. журн. – Новосибирск, 1998. -№1. – С. 20-27.
2. Аюпов Ш.А., Арзикулов Ф.Н. Jordan counterparts of Rickart and Baer *-algebras // Уз. мат. журн. – Ташкент, 2016. -№1. – С. 13-33.
3. Ayupov Sh.A., Arzikulov F.N. Jordan counterparts of Rickart and Baer *-algebras, II. São Paulo J. Math. Sci. 2019, 13:27–38, <https://doi.org/10.1007/s40863-017-0083-7>

ЦИКЛИЧЕСКИЙ СПЕКТР ЛИНЕЙНОГО ОГРАНИЧЕННОГО ОПЕРАТОРА В ПРОСТРАНСТВЕ БАНАХА – КАНТОРОВИЧА НАД КОЛЬЦОМ ИЗМЕРИМЫХ ФУНКЦИЙ

¹Арзиев А.Д., ²Орынбаев П.Р.

^{1,2}Институт математики имени В.И.Романовского АН РУз

allabayarziev@inbox.ru, paraxatorinbaev@gmail.com.

Пусть (Ω, Σ, μ) – пространство с мерой, обладающее свойством прямой суммы, и пусть $L^0 = L^0(\Omega, \Sigma, \mu)$ – алгебра всех комплексных измеримых функций на Ω (функции равные почти всюду отождествляются).

Рассмотрим линейное пространство X над полем комплексных чисел $\mathbb{C}$.

Отображение $\|\cdot\|: X \rightarrow L^0$ называется L^0 -значной нормой на X , если для каждого $x, y \in X$, $\lambda \in \mathbb{C}$ выполняются следующие соотношения:

1. $\|x\| \geq 0$, $\|x\| = 0 \Leftrightarrow x = 0$;
2. $\|\lambda x\| = |\lambda| \|x\|$;
3. $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.

Пара $(X, \|\cdot\|)$ называется решёточно-нормированным пространством (РНП) над L^0 .

РНП X называется d -разложимой, если для любого $x \in X$ с $\|x\| = \lambda_1 + \lambda_2$, $0 \leq \lambda_1, \lambda_2 \in L^0$, $\lambda_1 \lambda_2 = 0$ существуют $x_1, x_2 \in X$ такие, что $x = x_1 + x_2$ и $\|x_1\| = \lambda_1, \|x_2\| = \lambda_2$.

Сеть $\{x_\alpha\}_{\alpha \in A}$ в X называется (bo) -сходящейся к $x \in X$, если сеть $\{\|x_\alpha - x\|\}_{\alpha \in A}$ является (o) -сходящейся к нулю в L^0 . (bo) -полное d -разложимое РНП над L^0 называется пространством Банаха – Канторовича (ПБК) над L^0 .

Известно, что каждое ПБК X над L^0 является модулем над L^0 и $\|\lambda u\| = |\lambda| \|u\|$ для всех $\lambda \in L^0, u \in X$ [1].

Пусть X – отображение, ставящее в соответствие каждой точке $\omega \in \Omega$ некоторое банахово пространство $(X(\omega), \|\cdot\|_{X(\omega)})$, где $X(\omega) \neq \{0\}$ для всех $\omega \in \Omega$. Сечением X называется функция u , определенная почти всюду в Ω и принимающая значение $u(\omega) \in X(\omega)$ для всех $\omega \in \text{dom}(u)$, где $\text{dom}(u)$ есть область определения u .

Пусть L – некоторое множество сечений.

Определение 1. [2]. Пара (X, L) называется измеримым банаховым расслоением, если

- 1) $\lambda_1 c_1 + \lambda_2 c_2 \in L$ для всех $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{C}$ и $c_1, c_2 \in L$, где $\lambda_1 c_1 + \lambda_2 c_2 : \omega \in \text{dom}(c_1) \cap \text{dom}(c_2) \rightarrow \lambda_1 c_1(\omega) + \lambda_2 c_2(\omega)$;
- 2) функция $\|c\| : \omega \in \text{dom}(c) \rightarrow \|c(\omega)\|_{X(\omega)}$ измерима при всех $c \in L$;
- 3) для каждой точки $\omega \in \Omega$ множество $\{c(\omega) : c \in L, \omega \in \text{dom}(c)\}$ плотно в $X(\omega)$.

1-ШҮҮБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Вместо (X, L) будем писать просто X .

Сечение s называется ступенчатым, если $s(\omega) = \sum_{i=1}^n \chi_{A_i}(\omega) c_i(\omega)$, где $c_i \in L$, $A_i \in \Sigma$, $i = \overline{1, n}$.

Сечение u называется измеримым, если для каждого $A \in \Sigma$, $\mu(A) < +\infty$ найдется такая последовательность $(s_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ступенчатых сечений, что $\|s_n(\omega) - u(\omega)\|_{X(\omega)} \rightarrow 0$ для почти всех $\omega \in A$.

Пусть $M(\Omega, X)$ – множество всех измеримых сечений. Символом $L^0(\Omega, X)$ обозначим факторизацию $M(\Omega, X)$ по отношению равенства почти всюду. Через $\bar{u}$ обозначим класс из $L^0(\Omega, X)$, содержащий сечение $u \in M(\Omega, X)$. Введем отношение эквивалентности $\sqsim$ в множестве $M(\Omega, X)$, полагая $u \sqsim v$, если $u(\omega) = v(\omega)$ для почти всех $\omega \in \Omega$. Класс эквивалентности, содержащий элемент $u \in M(\Omega, X)$, обозначается символом $\bar{u}$. Множество $L^0(\Omega, X)$ естественным образом превращается в векторное пространство, а именно, для $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ и $u, v \in M(\Omega, X)$ полагают по определению $\lambda \bar{u} + \mu \bar{v} = \overline{\lambda u + \mu v}$.

Известно, [1] что, если пространство с мерой (Ω, Σ, μ) обладает свойством прямой суммы, то для любого измеримого банахова расслоения X над Ω множество $L^0(\Omega, X)$ с введенными операциями и нормой является ПБК над L^0 .

Оператор $T : L^0(\Omega, X) \rightarrow L^0(\Omega, Y)$ называется L^0 -линейным, если $T(\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2) = \lambda_1 T(x_1) + \lambda_2 T(x_2)$ для всех $\lambda_1, \lambda_2 \in L^0, x_1, x_2 \in L^0(\Omega, X)$. L^0 -линейный оператор $T : L^0(\Omega, X) \rightarrow L^0(\Omega, Y)$ называется L^0 -ограниченным, если существует $c \in L^0$ такое, что $\|T(x)\| \leq c \|x\|$ для всех $x \in L^0(\Omega, X)$. Для L^0 -ограниченного L^0 -линейного оператора T положим $\|A\| = \sup\{\|A(x)\| : \|x\| \leq 1\}$. Известно [3], что для всякого L^0 -ограниченного L^0 -линейного оператора $T : L^0(\Omega, X) \rightarrow L^0(\Omega, Y)$ существует семейство ограниченных линейных операторов $\{T_\omega : X(\omega) \rightarrow Y(\omega)\}$ такое, что $T(x) = \overline{T_\omega(x(\omega))}$ для всех $x \in L^0(\Omega, X)$.

Пусть $\mathcal{A}$ является произвольной алгеброй над полем $\mathbb{K}$, и $\mathcal{A}$ является модулем над L^0 с $(\lambda u)v = \lambda(uv) = u(\lambda v)$ для всех $\lambda \in L^0, u, v \in \mathcal{A}$. Рассмотрим на этой алгебре L^0 -значную норму, снабжающую алгебру $\mathcal{A}$ структурой ПБК, в частности $\|\lambda u\| = \|\lambda\| \|u\|$ для всех $\lambda \in L^0, u \in \mathcal{A}$. Алгебра $\mathcal{A}$ называется алгеброй Банаха-Канторовича (АБК) над L^0 , если $\|uv\| \leq \|u\| \|v\|$ для всех $u, v \in \mathcal{A}$. Если $\mathcal{A}$ – АБК над L^0 с единицей e , такое, что $\|e\| = 1$, где 1 – единица в L^0 , тогда $\mathcal{A}$ называется унитарной АБК. Обозначим через $sp(x) (x \in \mathcal{A})$ множество всех $\lambda \in L^0$ таких, что элемент $\lambda e - x$ необратим в $\mathcal{A}$.

Предложение 1. Для каждого $x \in \mathcal{A}$ множество $sp(x)$ непусто.

Пусть ∇ булева алгебра всех идемпотентов в L^0 . Если $\mathcal{A}$ унитарная АБК над L^0 , тогда подалгебра $\pi \mathcal{A} = \{\pi x : x \in \mathcal{A}\}$, где $\pi \in \nabla, \pi \neq 0$ может быть рассмотрена как унитарная алгебра с единицей πe . Через $spt(\pi x)$ обозначим множество всех $\lambda \in sp(x)$ таких, что для каждого $\pi \in \nabla, \pi \neq 0$, элемент $\pi(\lambda e - x) \notin Inv(\pi \mathcal{A})$, и назовем его циклическим спектром.

Верна следующая теорема которая является вариантом теоремы Гельфанда о спектре L^0 -линейных L^0 -ограниченных операторов в ПБК над L^0 .

Теорема 1. Пусть $L^0(\Omega, X)$ – ПБК над L^0 и $T : L^0(\Omega, X) \rightarrow L^0(\Omega, Y)$ – линейный L^0 -ограниченный оператор. Тогда

$$spt(T) = \left\{ \lambda \in L^0 : \lambda(\omega) \in sp(T_\omega) \text{ для п.в. } \omega \in \Omega \right\}.$$

ЛИТЕРАТУРА

[1] Кусраев А.Г. Мажорируемые операторы. – М.: Наука. 2003. – 619 с.

- [2] Гутман А.Е. Банаховы расслоения в теории решеточно нормированных пространств. Линейные операторы, согласованные с порядком. Новосибирск, Изд-во Ин-та матем. СО РАН, 1995. Т. 29. С.63-211.
- [3] Ганиев И.Г. Измеримые расслоения решеток и некоммутативных пространств и их приложения. Дис. ... докт. физ.-мат. наук. Ташкент, 2002.

CONSTRUCTION AND SOME PROPERTIES OF SPACE

Atamuradova D. R.

Teacher at Tashkent State Pedagogical University

Akbarova Sh. S.

Master student at Nukus State Pedagogical Institute

Let be an arbitrary infinite set of cardinality $m \geq \aleph_0$, $x_0 \in X$ – some point. Let's define a family $\tau = \{U \subset X: x_0 \notin U\} \cup \{U: |X \setminus U| < \infty\}$.

It is easy to establish that (X, τ) – the topological space that is commonly denoted $A(m)$. For everyone $x \in X \setminus \{x_0\}$ single - point sets $\{x\}$ open-closed, and the set $\{x_0\}$ closed, but not open. At the same time, the open neighborhood of the point x_0 are only and only those sets U , containing x_0 and U which additions of course. A family consisting of all single-point sets $\{x\}$, $x \in X \setminus \{x_0\}$, and of all the sets U with a finite complement, form the base of the space (X, τ) .

Closure of a subset $A \subset A(m) = (X, \tau)$ (i.e. the set of all points $x \in X$, each open neighborhood of which intersects with A) in this case, it is determined by equality

$$\bar{A} = \begin{cases} A, & \text{if } A \text{ of course,} \\ A \cup \{x_0\}, & \text{if } A \text{ is infinite.} \end{cases}$$

Indeed, unless of course and $x \notin A$, then when $x \neq x_0$ plenty $\{x\}$ is an open neighborhood of a point x and $\{x\} \cap A = \emptyset$; if $x_0 \notin A$, that set $U = X \setminus A$ is an open neighborhood of a point x_0 and $U \cap A = \emptyset$. Thus, if A of course, then every point of space X , not included in the set A , has a neighborhood that does not intersect with A . Means, $\bar{A} = A$.

If is infinite and $x \notin A$, then when $x \neq x_0$ plenty $\{x\}$ is an open neighborhood of a point x and $\{x\} \cap A = \emptyset$. This means that $x \notin \bar{A}$. Each neighborhood of a point x_0 has the form $U = X \setminus F$, where F – finite set. Since A cannot be embedded in any finite set F in any way, then the sets U and A necessarily intersect. Hence, by definition of closure, we have

$$\bar{A} = A \cup \{x_0\}.$$

It follows that:

(Cl₁) infinite subset of space $A(m) = (X, \tau)$ is closed if and only if it contains x_0 ;

(Cl₂) intersection of any two closed infinite subsets of space $A(m) = (X, \tau)$ not empty.

The point x of the topological space X is called the accumulation point (limit point) of the set $A \subset X$, if $x \in \bar{A} \setminus \{x\}$, that is, each neighborhood O_x of a point x has at least one point y other than x belonging to the intersection

$$A \cap O_x.$$

The point x_0 is the only point of accumulation of the topological space $A(m) = (X, \tau)$.

For a topological space $A(m) = (X, \tau)$ inside $IntA$ subsets $A \subset X$ (i.e. the set of all points $x \in A$, each of which has an open neighborhood lying in A) is defined by the equality

$$IntA = \begin{cases} A, & \text{if } X \setminus A \text{ of course,} \\ A \setminus \{x_0\}, & \text{if } X \setminus A \text{ infinitely.} \end{cases}$$

Indeed, if $X \setminus A$ of course, then for each $x \in A$, $x \neq x_0$, its open neighborhood $\{x\}$ contained in A . If $x_0 \in A$, to $U = X \setminus (X \setminus A) = A$ is an open neighborhood x_0 and $U \subset A$. So in this case, $IntA = A$.

Let now $X \setminus A$ infinitely. Then for each $x \in A$, $x \neq x_0$, its open neighborhood $\{x\}$ is contained in A . But, no neighborhood $U = X \setminus F$ points x_0 , where F – a finite set that is not contained in A . Therefore $x_0 \notin IntA$, i.e. $IntA = A \setminus \{x_0\}$.

It follows that:

(Int₁) any two open subsets of the space $A(m) = (X, \tau)$ with a finite complement have a non - empty intersection;

(Int₂) a subset of the space $A(m) = (X, \tau)$ with infinite complement is open if and only if it does not contain x_0 .

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

2-LOCAL DERIVATIONS ON LIE ALGEBRAS OF SKEW-ADJOINT MATRIX-VALUED MAPS

Ayupov Shavkat Abdullayevich

Academician, V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics Uzbekistan Academy of Sciences

Arziqulov Farhodjon Nematjonovich

DSc, Professor, V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics Uzbekistan Academy of Sciences

Umrzaqov Sardorbek Muxammedovich

Andijan State University

In the present paper we consider 2-local and local derivations on Lie rings and Lie algebras. The study of 2-local derivations began in the paper [7] of Šemrl. In [7] Šemrl introduced the notion of 2-local derivations and described 2-local derivations on the algebra $B(H)$ of all bounded linear operators on the infinite-dimensional separable Hilbert space H . Later a number of papers were devoted to 2-local maps on different types of rings, algebras, Banach algebras and Banach spaces.

In the present paper 2-local derivations on the Lie ring of skew-adjoint matrices over a commutative involutive ring are described. In [3] of L. Chen, F. Lu and T. Wang 2-local Lie derivations of operator algebras over Banach spaces are described. The first paper, where 2-local derivations of Lie algebras which are not generated by associative algebras, are described, is the paper [2] of Sh. Ayupov, K. Kudaybergenov and I. Rakhimov. They proved that every 2-local derivation on a finite-dimensional semi-simple Lie algebra $\mathcal{L}$ over an algebraically closed field of characteristic zero is a derivation. At the same time, in [5] X. Lai and Z.X. Chen give a description of 2-local Lie derivations for the case of finite dimensional simple Lie algebras. L. Liu characterized 2-local Lie derivations on a semi-finite factor von Neumann algebra in [6]. Recently, in [4] it is proved that every 2-local Lie derivation on factor von Neumann algebras, UHF algebras and the Jiang-Su algebra is a Lie derivation.

In [1] the first and second authors of the present paper investigated 2-local inner derivations on the Lie ring $K_n(\mathfrak{R})$ of n -dimensional skew-symmetric matrices over a commutative associative ring $\mathfrak{R}$ and proved that every 2-local inner derivation is a derivation.

In the present paper we study 2-local spatial derivations on various Lie algebras of infinite dimensional skew-adjoint matrix-valued maps on a set. We prove that every 2-local spatial derivation on subalgebras of the algebra $M(\Omega, B_{sk}(H))$ of all maps from Ω to $B_{sk}(H)$ for an arbitrary set Ω and the algebra $B(H)$ of all bounded linear operators on a separable Hilbert space H , under some conditions, is a derivation.

Let $\mathfrak{R}$ be a ring (an algebra) (nonassociative in general). Recall that an additive (respectively linear) map $D: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ is called a derivation, if $D(xy) = D(x)y + xD(y)$ for any two elements $x, y \in \mathfrak{R}$.

A map $\Delta: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ (neither additive nor linear, in general) is called a 2-local derivation, if for any two elements $x, y \in \mathfrak{R}$ there exists a derivation $D_{x,y}: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ such that $\Delta(x) = D_{x,y}(x)$, $\Delta(y) = D_{x,y}(y)$.

Let $\mathfrak{R}$ be a Lie ring (Lie algebra). Given an element a in $\mathfrak{R}$, the map $R_a(x) = [a, x]$, $x \in \mathfrak{R}$ is a Lie derivation. Such derivation is called an inner derivation of $\mathfrak{R}$. A map Δ is called a 2-local inner derivation, if for each pair of elements $x, y \in \mathfrak{R}$ there is an inner derivation R_a of $\mathfrak{R}$ such that $\Delta(x) = R_a(x)$, $\Delta(y) = R_a(y)$.

Throughout the paper, let ω_o be the countable cardinal number. Now let H be a separable complex Hilbert space of dimension ω_o and, let $B(H)$ be the von Neumann algebra of all bounded linear operators on H . Let $\{e_i\}_{i=1}^\infty$ be a maximal family of orthogonal minimal projections in $B(H)$ and, let $\{e_{i,j}\}_{i,j=1}^\infty$ be the family of matrix units defined by $\{e_i\}_{i=1}^\infty$, i.e. $e_{i,i} = e_i$, $e_{i,i} = e_{i,j}e_{j,i}$ and $e_{j,j} = e_{j,i}e_{i,j}$ for each pair i, j of natural numbers.

Let $B_{sk}(H)$ be the vector space of all skew-adjoint matrices in $B(H)$, i.e.

$$B_{sk}(H) = \{a \in B(H): a^* = -a\}.$$

Then with respect to Lie multiplication $[a, b] = ab - ba$, $a, b \in B_{sk}(H)$ $B_{sk}(H)$ is a Lie algebra.

Let Ω be an arbitrary set, $F(\Omega, B_{sk}(H))$ be the Lie algebra of all maps from Ω to $B_{sk}(H)$ with the Lie multiplication $[a, b](t) = [a(t), b(t)]$, $t \in \Omega$, $a, b \in F(\Omega, B_{sk}(H))$. Put $\hat{e}_{i,j} = 1e_{i,j}$, where 1 is the identity element of the algebra $F(\Omega)$ of all complex-valued maps on Ω . Throughout the rest sections, put $s_{i,j} = \hat{e}_{i,j} - \hat{e}_{j,i}$ for every pair of different natural numbers i, j , and, let I be the imaginary unit.

Definition. Let A be a Lie algebra and, let B be a Lie subalgebra of A . A derivation D on B is said to be spatial, if D is implemented by an element in A , i.e., $D(x) = [a, x]$, $x \in B$, for some $a \in A$. A 2-local derivation Δ on B is called 2-local spatial derivation implemented by elements from A , if for every two elements $x, y \in B$ there exists an element $a \in A$ such that $\Delta(x) = [a, x]$, $\Delta(y) = [a, y]$.

Let, throughout the present section, Ω be an arbitrary set, $F(\Omega, B_{sk}(H))$ be the Lie algebra of all maps from Ω to $B_{sk}(H)$. Let (λ_n) be a sequence of nonzero numbers from $\mathbb{C}$ such that $\sum_{n=1}^\infty \lambda_n \lambda_n^* < \infty$ and $x_o =$

$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n s_{n,n+1} \in F(\Omega, B_{sk}(H))$. Let $\mathcal{L}$ be a Lie subalgebra of $F(\Omega, B_{sk}(H))$ containing the element x_o and the family $\{I\hat{e}_{i,i}\}_{i=1}^{\infty} \cup \{s_{i,j}\}_{i,j=1}^{\infty}$. The following lemmas hold.

Lemma 1. Let Δ be a 2-local spatial derivation on $\mathcal{L}$ implemented by elements from $F(\Omega, B_{sk}(H))$ and i, j, p be arbitrary pairwise different natural numbers,

1) let R_a, R_b be the spatial derivations on $\mathcal{L}$, implemented by $a, b \in F(\Omega, B_{sk}(H))$, respectively, such that $\Delta(s_{i,j}) = R_a(s_{i,j}) = R_b(s_{i,j})$. Then the following equalities are valid $a^{i,j} + a^{j,i} = b^{i,j} + b^{j,i}$, $a^{i,i} - a^{j,j} = b^{i,i} - b^{j,j}$.

2) let R_a, R_b be the spatial derivations on $\mathcal{L}$, implemented by $a, b \in F(\Omega, B_{sk}(H))$, respectively, such that $\Delta(s_{i,j}) = R_a(s_{i,j})$, $\Delta(s_{i,p}) = R_b(s_{i,p})$. Then the following equality is valid $a^{i,j} + a^{j,i} = b^{i,j} + b^{j,i}$.

Lemma 2. Let Δ be a 2-local spatial derivation on $\mathcal{L}$ implemented by elements from $F(\Omega, B_{sk}(H))$, i, j, p be arbitrary pairwise different natural numbers and, let R_a, R_b be the derivations on $\mathcal{L}$, generated by elements $a, b \in F(\Omega, B_{sk}(H))$ such that $\Delta(s_{i,p}) = R_a(s_{i,p})$, $\Delta(s_{p,j}) = R_b(s_{p,j})$. Then the following equalities hold $\hat{e}_{i,i}a\hat{e}_{j,j} = \hat{e}_{i,i}b\hat{e}_{j,j}$, $\hat{e}_{j,j}a\hat{e}_{i,i} = \hat{e}_{j,j}b\hat{e}_{i,i}$.

Let Δ be a 2-local spatial derivation on $\mathcal{L}$, implemented by elements from $F(\Omega, B_{sk}(H))$, i, j, p be arbitrary pairwise different natural numbers, and, let R_a be the derivation on $\mathcal{L}$, generated by an element $a \in F(\Omega, B_{sk}(H))$ such that $\Delta(s_{i,p}) = R_a(s_{i,p})$, $\Delta(s_{p,j}) = R_a(s_{p,j})$. By **lemma 2** the following elements are well-defined: $a_{i,j} = \hat{e}_{i,i}a\hat{e}_{j,j} = a^{i,j}\hat{e}_{i,j}$, $a^{i,j} \in \mathfrak{R}$, $a_{j,i} = \hat{e}_{j,j}a\hat{e}_{i,i} = a^{j,i}\hat{e}_{j,i}$, $a^{j,i} \in \mathfrak{R}$, $a = \sum_{i,j=1, i \neq j}^{\infty} a_{i,j}$. In these notations the following lemma is valid.

Lemma 3. Let Δ be a 2-local spatial derivation on $\mathcal{L}$ implemented by elements from $F(\Omega, B_{sk}(H))$, i, j be arbitrary different natural numbers and $\Delta(s_{i,j}) = R_d(s_{i,j})$ for some element $d \in K_n(\mathfrak{R})$. Then $\Delta(s_{i,j}) = as_{i,j} - s_{i,j}a + (d^{i,i} - d^{j,j})\hat{e}_{i,j} + (d^{j,j} - d^{i,i})\hat{e}_{j,i}$.

Fix different natural numbers i_o, j_o . Let $c \in F(\Omega, B_{sk}(H))$ be an element such that $\Delta(s_{i_o j_o}) = [c, s_{i_o j_o}]$, $\Delta(x_o) = [c, x_o]$. Put $c = \sum_{i,j=1}^{\infty} c^{i,j}\hat{e}_{i,j} \in F(\Omega, B_{sk}(H))$ and $\bar{a} = \sum_{i,j=1, i \neq j}^{\infty} a_{i,j} + \sum_{i=1}^{\infty} a_{i,i}$, where $a_{i,i} = c^{i,i}\hat{e}_{i,i}$ for any i . Then $\bar{a} \in F(\Omega, B_{sk}(H))$. In the above notations we have

Lemma 4. Let k, l be arbitrary different natural numbers, and let d be an element in $F(\Omega, B_{sk}(H))$ such that $\Delta(s_{k,l}) = [d, s_{k,l}]$, $\Delta(x_o) = [d, x_o]$. Then $c^{k,k} - c^{l,l} = d^{k,k} - d^{l,l}$.

The following theorem is the key theorem of this paper.

Theorem 5. Let Ω be an arbitrary set and let $F(\Omega, B_{sk}(H))$ be the Lie algebra of all maps from Ω to $B_{sk}(H)$. Let $\mathcal{L}$ be a Lie subalgebra of $F(\Omega, B_{sk}(H))$ containing the element x_o and the family $\{I\hat{e}_{i,i}\}_{i=1}^{\infty} \cup \{s_{i,j}\}_{i,j=1, i \neq j}^{\infty}$. Then any 2-local spatial derivation on $\mathcal{L}$ implemented by elements from $F(\Omega, B_{sk}(H))$ is a spatial derivation.

In particular, as a corollary of **Theorem 5** we have the following theorem.

Theorem 6. Each 2-local inner derivation on the Lie algebra $F(\Omega, B_{sk}(H))$ is an inner derivation.

Let Ω be a hyperstonean compact, $C(\Omega)$ denotes the algebra of all $\mathbb{C}$ -valued continuous maps on Ω . There exists a subalgebra $\mathcal{N}$ in $F(\Omega, B(H))$, containing the family $\{\hat{e}_{i,j}\}_{i,j=1}^{\infty}$, which is a von Neumann algebra with the center isomorphic to $C(\Omega)$. More precisely $\mathcal{N}$ is a von Neumann algebra of type I.

The vector space $\mathcal{K} = \{a \in \mathcal{N} : a^* = -a\}$ of all skew-adjoint elements in $\mathcal{N}$ is a Lie algebra with respect to Lie multiplication $[a, b] = ab - ba, a, b \in \mathcal{K}$. The Lie algebra $\mathcal{K}$ is a Lie subalgebra of $F(\Omega, B_{sk}(H))$ containing the element x_o and the family $\{I\hat{e}_{i,i}\}_{i=1}^{\infty} \cup \{s_{i,j}\}_{i,j=1, i \neq j}^{\infty}$. So, by **Theorem 6** we have the following theorem.

Theorem 7. Every 2-local spatial derivation Δ on $\mathcal{K}$ implemented by elements from in $F(\Omega, B_{sk}(H))$ is a spatial derivation, i.e., there exists an element $a \in F(\Omega, B_{sk}(H))$ such that $\Delta(x) = R_a(x), x \in \mathcal{K}$.

Remark 8. Note that it is not necessary that for each pair of elements $x \in \mathcal{K}$ and $y \in F(\Omega, B_{sk}(H))$ the elements $yx, xy, R_x(y)$ belong to $\mathcal{K}$. But, by **theorem 5**, in **theorem 7**, for every $x \in \mathcal{K}$, the element $R_a(x)$ belongs to $\mathcal{K}$.

Let $\mathcal{K}(H)$ be the C^* -algebra of all compact operators on the Hilbert space H over $\mathbb{C}$, $\mathcal{K}_K(H)$ be the Lie algebra of all skew-adjoint compact operators on the Hilbert space H . Let Ω be a topological space. Then the vector space $C(\Omega, \mathcal{K}_K(H))$ of all continuous maps from Ω to $\mathcal{K}_K(H)$ is a Lie subalgebra of $F(\Omega, B_{sk}(H))$ containing the element x_o and the family $\{I\hat{e}_{i,i}\}_{i=1}^{\infty} \cup \{s_{i,j}\}_{i,j=1, i \neq j}^{\infty}$. Therefore, by **Theorem 5** we have the following result.

Theorem 9. Every 2-local spatial derivation on the Lie algebra $C(\Omega, \mathcal{K}_K(H))$ implemented by elements from $F(\Omega, B_{sk}(H))$ is a spatial derivation, i.e., there exists an element $a \in F(\Omega, B_{sk}(H))$ such that $\Delta(x) = R_a(x), x \in \mathcal{K}$.

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Remark 10. Note that, as in **Remark 8**, it is not necessary that for each pair of elements $x \in C(\Omega, \mathcal{K}_K(H))$ and $y \in F(\Omega, B_{sk}(H))$ the elements yx , xy , $R_x(y)$ belong to $C(\Omega, \mathcal{K}_K(H))$. But, by **theorem 5**, in **theorem 9**, for every $x \in C(\Omega, \mathcal{K}_K(H))$, the element $R_a(x)$ belongs to $C(\Omega, \mathcal{K}_K(H))$.

REFERENCES

1. Sh.A. Ayupov, F.N. Arzikulov, Description of 2-local and local derivations on some Lie rings of skew-adjoint matrices, *Journal of Linear and Multilinear Algebra*, 68(4) (2020) 764–780.
2. Sh. Ayupov, K. Kudaybergenov, I. Rakhimov, 2-local derivations on finite-dimensional Lie algebras, *Linear Algebra Appl.* 474 (2015) 1–11.
3. L. Chen, F. Lu, T. Wang, Local and 2-local Lie derivations of operator algebras on Banach spaces, *Integr. Equ. Oper. Theory* 77 (2013), 109–121
4. J. He, J. Li, G. An, W. Huang, Characterizations of 2-local derivations and local Lie derivations on some algebras, *Sib Math J* 59 (2018), 721–730.
5. X. Lai, Z.X. Chen, 2-local derivations of finite-dimensional simple Lie algebras (Chinese), *Acta Math. Sinica (Chin. Ser.)* 58 (2015) 847–852.
6. L. Liu, 2-local Lie derivations on semi-finite factor von Neumann algebras. *Linear Multilinear Algebra* 64 (2016) 1679–1686.
7. P. Šemrl, Local automorphisms and derivations on $B(H)$, *Proc. Amer. Math. Soc.* 125 (1997) 2677–2680.

GROUND STATES FOR BLUME-EMERY-GRIFFITHS MODEL ON A CAYLEY TREE

G.I.Botirov, D.H.Jovliyev

National University of Uzbekistan

We construct some finitely periodic ground states for the Blume-Emery-Griffiths model on the Cayley tree of order three. In [1] was considered for the low temperature Blume–Emery–Griffiths Z_d , $d \geq 2$, lattice model taking site spin values 0, +1, -1 they constructed, using a polymer expansion, two pure states in the parameter region where there were an infinite number of configurations with minimal energy. Each state was invariant under translation by two lattice spacings and the two states were related by a unit translation. Using analyticity techniques, they showed that the truncated n -point function decays exponentially with an n -independent lower bound on the decay rate. For the truncated two-point function, authors found the exact exponential decay rate in the limit $\beta \rightarrow \infty$.

The Cayley tree (Bethe lattice) Γ^k of order $k \geq 1$ is an infinite tree, i.e., a graph without cycles, such that exactly $k + 1$ edges originate from each vertex (see[3]). We write $\Gamma^k = (V, L)$ where V is the set of vertices and L the set of edges. Two vertices x and y are called *nearest neighbors* if there exists an edge $l \in L$ connecting them and we denote $l = \langle x, y \rangle$.

It is well-known that there exists a one-to-one correspondence between the set V of vertices of the Cayley tree of order $k \geq 1$ and the group of the G_k of the free products of $k + 1$ cyclic groups of second order with generators $a_1, a_2, \dots, a_{k+1}$ (see[2],[3]).

We consider the model [2] in which the spin takes values in the set $\Phi = \{-1, 0, 1\}$. A *configuration* y on the set V is then defined as a function $x \in V \rightarrow y(x) \in \Phi$ the set of all configurations coincides with $\Omega = \Phi^V$. The Hamiltonian of the BEG model [2] with competing interactions has the form

$$H(\sigma) = \sum_{\langle i, j \rangle} (\sigma_i \sigma_j + y \sigma_i^2 \sigma_j^2 + x(\sigma_i^2 + \sigma_j^2))$$

where $\{i, j\}$ is an unordered pair of nearest in Z^d , $\sigma_i \in \{-1, 0, 1\}$ and $x, y \in \mathbb{R}^2$

Let M be the set of all unit balls with vertices in V . By the restricted configuration σ_b , we mean the restriction of a configuration σ to a ball $b \in M$. The energy of a configuration σ_b on b is defined by the formula

$$H(\sigma) = -\frac{1}{2} \sum_{\langle i, j \rangle} (\sigma_i \sigma_j + y \sigma_i^2 \sigma_j^2 + x(\sigma_i^2 + \sigma_j^2)),$$

where $x, y \in \mathbb{R}^2$

We consider the case $k = 3$. It is easy to see that $U(\sigma_b) \in \{U_1, U_2, \dots, U_{20}\}$ for any σ_b , where

$$U_1(\sigma) = \frac{1}{2}(4 - 4y - 8x), \quad U_2(\sigma) = \frac{1}{2}(-4 - 4y - 8x), \quad U_3(\sigma) = \frac{1}{2}(2 - 4y - 8x),$$

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

$$\begin{aligned} U_4(\sigma) &= \frac{1}{2}(-2-4y-8x), & U_5(\sigma) &= \frac{1}{2}(-1-4y-8x), & U_6(\sigma) &= \frac{1}{2}(-4y-8x), \\ U_7(\sigma) &= \frac{1}{2}(3-3y-7x), & U_8(\sigma) &= \frac{1}{2}(-3-3y-7x), & U_9(\sigma) &= \frac{1}{2}(1-3y-6x), \\ U_{10}(\sigma) &= \frac{1}{2}(-1-3y-6x), & U_{11}(\sigma) &= \frac{1}{2}(2-2y-6x), & U_{12}(\sigma) &= \frac{1}{2}(-2-2y-6x), \\ U_{13}(\sigma) &= \frac{1}{2}(-2y-6x), & U_{14}(\sigma) &= \frac{1}{2}(1-y-5x), & U_{15}(\sigma) &= \frac{1}{2}(-1-y-5x), \\ U(\sigma) &= -2x, & U_{17}(\sigma) &= -\frac{3}{2}x, & U_{18}(\sigma) &= -x, & U_{19}(\sigma) &= -\frac{1}{2}x, & U_{20}(\sigma) &= 0. \end{aligned}$$

Definition. A configuration ϕ is said to be the ground state of the relative Hamiltonian H if

$$U(\phi_b) = \min\{U_1, U_2, \dots, U_{20}\}$$

for any $b \in M$.

We set $C_i = \{\sigma_b : U(\sigma_b) = U_i\}$ and $U_i(J) = U(\sigma_b, J)$ if $\sigma_b \in C_i$, $i = 1, 2, \dots, 13$. For any $i = 1, 2, \dots, 20$, we set

$$A_i = J \in R^2 : U_i = \min\{U_1, U_2, \dots, U_{20}\}. (1.2)$$

Rather cumbersome but straightforward calculations show that

$$A_1 = A_3 = A_4 = A_5 = A_6 = A_7 = A_9 = A_{10} = A_{11} = A_{13} = A_{14} = \{x = 0, y = 0\},$$

$$A_2 = \{x \leq 0, y \geq -1 - 2x\} \cup \{x > 0, y \geq -1 - x\},$$

$$A_8 = A_{12} = A_{15} = \{x \geq 0, y = -1 - x\},$$

$$A_{16} = \{x \geq 0, y \leq -1 - x\},$$

$$A_{17} = A_{18} = A_{19} = \{x = 0, y \leq -1\},$$

$$A_{20} = \{x \leq 0, y \leq -1 - 2x\}.$$

and $U_n A_n = R^2$

Theorem. For any class C_i , $i = 1, 2, \dots, 20$, and any bounded configuration $\sigma_b \in C_i$, there exists a *periodic configuration* ϕ (on the Cayley tree) such that $\phi_{b^0} \in C_i$ for any $b^0 \in M$ and $\phi_b = \sigma_b$.

REFERENCES

1. Gastao A. Braga, Paulo C. Lima and Michael L. O'carroll, Low temperature properties of the Blume-Emery-Griffiths (BEG) model in the region with an infinite number of ground state configurations //Reviews in Mathematical Physics Vol. 12, No. 06, pp. 779-806 (2000)
2. Paulo C.: Uniqueness of the Gibbs state of the BEG model in the disordered region of parameters *Letters in Mathematical Physics*, (2021) 111:14.
3. Rozikov, U.: Gibbs measures of Potts model on Cayley trees// World Scientific 2013, 384pp.

KILLING VEKTOR MAYDONLARI VA ULARNING INVARIANT FUNKSIYALARI

Boysunova M.Ya.

O'zbekiston Milliy Universiteti, Matematika fakulteti 1 – kurs magistranti

Ta'rif-1. Agar G to'plamga tegishli har bir p nuqtaga bitta $X(p)$ vektor mos qo'yilsa, bu moslik **vektor maydon** deb ataladi.

Ta'rif.2 Agar berilgan vektor maydonning koordinalari differensiallanuvchi funksiyalar bo'lsa, bunday vektor maydon **differensiallanuvchi yoki silliq vektor** maydon deyiladi.

Ta'rif.3 Birorta G sohada X vektor maydon berilgan bo'lib va shu sohada $\vec{p} = \vec{p}(t)$ tenglama bilan aniqlangan differensiallanuvchi γ chiziqli ham berilgan bo'lsin. Agar har bir t uchun $\vec{p}'(t) = X(\gamma(t))$ bo'lsa γ chiziqli X vektor maydonning **integral chizig'i** deyiladi.

Teorema.1 Silliq vektor maydon berilgan sohaning har bir nuqtasidan shu vektor maydonning yagona integral chizig'i o'tadi.

Ta'rif 4. Berilgan X vektor maydonning $t=0$ da p nuqtadan o'tuvchi chiziqni $\gamma(t, p)$ bilan belgilasak $p \rightarrow X^t(p)$ akslantirishlar oilasi X vektor **maydonning oqimi** deyiladi.

Ta'rif 5. Agar har bir t nuqta uchun

$$x \rightarrow \gamma(t, x)$$

akslantirish izometrik akslantirish bo'lsa, X vektor maydon **Killing vektor maydoni** deb ataladi.

Boshqacha qilib aytganda M ko'pxillikda berilgan X vektor maydon hosil qilgan bir parametrlilik diffeomorfizmlar oilasi M ko'pxillikda izometrik akslantirishdan iborat bo'lsa X vektor maydon Killing vektor maydoni deb ataladi.

Bizga $R^n(x_1, x_2, \dots, x_n)$ da

1-ШУЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

$$x = \sum_{i=1}^n \varphi_i \frac{\partial}{\partial x_i}$$

vektor maydon berilgan bo'lsin.

Ta'rif 6. X silliq ko'pxillik, G esa bu ko'pxillikning almashtirishlar gruppasi bo'lsin. X da aniqlangan $f: X \rightarrow R$ funksiya invariant deyiladi, agar $\forall x \in X, \forall g \in G$ uchun $f(gx) = f(x)$ tenglik bajarilsa.

Teorema 3. f funksiya X vektor maydon oqimi uchun invariant funksiya bo'lishi uchun $X(f)=0$

tenglik basharilishi zarur va yetrli.

Bizga tekislikda

$$X = -y \frac{\partial}{\partial x} + x \frac{\partial}{\partial y}$$

vektor maydon berilgan. Bu vektor maydon uchun

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

funksiya invariant funksiya bo'lishi

$$X(f) = -y \frac{\partial f}{\partial x} + x \frac{\partial f}{\partial y} = -y2x + x2y = 0$$

Tenglikdan kelib chiqadi .

Misol. Bizga yevklid fazosida vektor maydon va

$$f(x, y, z) = z^2 + y^2$$

funksiya berilgan bo'lsin. Bu vektor maydon uchun bu funksiyaning invariant funksiya ekanligini tekshiramiz.

$$X(f) = 1 \frac{\partial f}{\partial x} - z \frac{\partial f}{\partial y} + y \frac{\partial f}{\partial z} = 0 - z2y + y2z = 0$$

Tenglikdan kelib chiqadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YHATI:

- 1) А.Я.Нарманов. Дифференциал геометрия. Тошкент: Унверситет. 2003.
- 2) Олвер П Приложения группа Ли К дифференциальным уравнениям.

MAKSIMAL PRO-NILPOTENT IDEALGA EGA BO'LGAN MAKSIMAL BO'LGAN PRO-YECHILUVCHAN LI ALGEBRALARI

Davlatova Durdona Qodirjon qizi

Namangan Davlat Universiteti magistranti
durdonadavlatovaunique@gmail.com

Ta'rif 1. F maydon ustida aniqlangan L algebraning ixtiyoriy X, Y, Z elementlari uchun quyidagi ayniyatlar bajarilsa,

$[x, x] = 0$ – antikotativlik ayniyati,

$[[x, y], z] + [[y, z], x] + [[z, x], y] = 0$ – Yakobi ayniyati,

u holda L algebra Li algebrasi deyiladi, bu yerda $[-, -]$ – L algebrada aniqlangan ko'paytirish amali.

Aytaylik, L Li algebrasi bo'lsin. L Li algebrasi uchun quyi markaziy va hosilaviy qatorlarni mos ravishda quyidagicha aniqlaymiz:

$$L^{[1]}=L, \quad L^{[k+1]}=[L^{[k]}, L^{[k]}]; \quad k \geq 1; \quad L^1=L, \quad L^{s+1}=[L^s, L^1], \quad s \geq 1.$$

Ta'rif 2. L Li algebrasi uchun shunday $m \in \mathbb{N} (m \in \mathbb{N})$ son mavjud bo'lib, $L^{[m]}=0$ (mos ravishda, $L^m=0$) bo'lsa, u holda L yechiluvchan (mos ravishda, nilpotent) Li algebrasi deyiladi.

Ta'rif 3. Aytaylik, L cheksiz o'lchamli Li algebrasi bo'lsin. Agar $i \geq 1$ uchun $\bigcap_{j=1}^{\infty} L^{[j]} = 0$ va $\dim$

$L / L^{[i]} < \infty$ (mos ravishda, $\bigcap_{j=1}^{\infty} L^j = 0$ va $\dim L / L^i < \infty$) bo'lsa, u holda L Li algebrasi pro-yechiluvchan (mos ravishda, pro-nilpotent) deyiladi.

$$\mathbf{n}_2: \quad [f_q, f_l] = d_{q,l} f_{q+l}, \quad q, l \in \mathbb{N},$$

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

$\{f_{8i+1}, f_{8i+2}, f_{8i+3}, f_{8i+4}, f_{8i+5}, f_{8i+6}, f_{8i+7}, f_{8i+8}\}, i \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ bazisda ko'paytma quyidagi jadvalda keltirilgan:

	f_{8j+1}	f_{8j+2}	f_{8j+3}	f_{8j+4}	f_{8j+5}	f_{8j+6}	f_{8j+7}	f_{8j+8}
f_{8i+1}	0	1	1	-3	-2	0	1	-1
f_{8i+2}	-1	0	0	0	1	-1	0	2
f_{8i+3}	-1	0	0	3	-1	1	-2	1
f_{8i+4}	3	0	-3	0	3	0	-3	0
f_{8i+5}	2	-1	1	-3	0	0	1	-1
f_{8i+6}	0	1	-1	0	0	0	1	-2
f_{8i+7}	-1	0	2	3	-1	1	0	1
f_{8i+8}	1	-2	-1	0	1	2	-1	0

Bu yerda i, j noma'niy butun sonlar.

Teorema: Maksimal pro-nilpotent ideali n_2 pro-nilpotent Li algebrasi bo'lgan maksimal bo'lmagan proyechiluvchan Li algebrasining ko'rinishi quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

$$R(n_2, \mu) : \left\{ \begin{array}{l} [f_{8i+1}, x] = 2if_{8i+1} + \sum_{k=1}^t 2i\mu_k f_{8k+8i+1}, \\ [f_{8i+2}, x] = (2i+1)f_{8i+2} + \sum_{k=1}^t (2i+1)\mu_k f_{8k+8i+2}, \\ [f_{8i+3}, x] = (2i+1)f_{8i+3} + \sum_{k=1}^t (2i+1)\mu_k f_{8k+8i+3}, \\ [f_{8i+4}, x] = (2i+1)f_{8i+4} + \sum_{k=1}^t (2i+1)\mu_k f_{8k+8i+4}, \\ [f_{8i+5}, x] = (2i+1)f_{8i+5} + \sum_{k=1}^t (2i+1)\mu_k f_{8k+8i+5}, \\ [f_{8i+6}, x] = (2i+1)f_{8i+6} + \sum_{k=1}^t (2i+1)\mu_k f_{8k+8i+6}, \\ [f_{8i+7}, x] = (2i+2)f_{8i+7} + \sum_{k=1}^t (2i+2)\mu_k f_{8k+8i+7}, \\ [f_{8i+8}, x] = (2i+2)f_{8i+8} + \sum_{k=1}^t (2i+2)\mu_k f_{8k+8i+8}. \end{array} \right. , R(n_2, \mu) : \left\{ \begin{array}{l} [f_{8i+1}, x] = (4i+1)f_{8i+1} + \sum_{k=1}^t 2i\mu_k f_{8k+8i+1}, \\ [f_{8i+2}, x] = 4if_{8i+2} + \sum_{k=1}^t (2i+1)\mu_k f_{8k+8i+2}, \\ [f_{8i+3}, x] = (4i+1)f_{8i+3} + \sum_{k=1}^t (2i+1)\mu_k f_{8k+8i+3}, \\ [f_{8i+4}, x] = (4i+2)f_{8i+4} + \sum_{k=1}^t (2i+1)\mu_k f_{8k+8i+4}, \\ [f_{8i+5}, x] = (4i+3)f_{8i+5} + \sum_{k=1}^t (2i+1)\mu_k f_{8k+8i+5}, \\ [f_{8i+6}, x] = (4i+4)f_{8i+6} + \sum_{k=1}^t (2i+1)\mu_k f_{8k+8i+6}, \\ [f_{8i+7}, x] = (4i+3)f_{8i+7} + \sum_{k=1}^t (2i+2)\mu_k f_{8k+8i+7}, \\ [f_{8i+8}, x] = (4i+4)f_{8i+8} + \sum_{k=1}^t (2i+2)\mu_k f_{8k+8i+8}. \end{array} \right.$$

$$R(n_2, \alpha_1, \mu) : \left\{ \begin{array}{l} [f_{8i+1}, x'] = ((4i+1)\alpha_1 + 2i)f_{8i+1} + \sum_{k=1}^t 2i\mu_k f_{8i+8k+1}, \\ [f_{8i+2}, x'] = (4i\alpha_1 + (2i+1))f_{8i+2} + \sum_{k=1}^t (2i+1)\mu_k f_{8i+8k+2}, \\ [f_{8i+3}, x'] = ((4i+1)\alpha_1 + (2i+1))f_{8i+3} + \sum_{k=1}^t (2i+1)\mu_k f_{8i+8k+3}, \\ [f_{8i+4}, x'] = ((4i+2)\alpha_1 + (2i+1))f_{8i+4} + \sum_{k=1}^t (2i+1)\mu_k f_{8i+8k+4}, \\ [f_{8i+5}, x'] = ((4i+3)\alpha_1 + (2i+1))f_{8i+5} + \sum_{k=1}^t (2i+1)\mu_k f_{8i+8k+5}, \\ [f_{8i+6}, x'] = ((4i+4)\alpha_1 + (2i+1))f_{8i+6} + \sum_{k=1}^t (2i+1)\mu_k f_{8i+8k+6}, \\ [f_{8i+7}, x'] = ((4i+3)\alpha_1 + (2i+2))f_{8i+7} + \sum_{k=1}^t (2i+2)\mu_k f_{8i+8k+7}, \\ [f_{8i+8}, x'] = ((4i+4)\alpha_1 + (2i+2))f_{8i+8} + \sum_{k=1}^t (2i+2)\mu_k f_{8i+8k+8}. \end{array} \right.$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YHATI

- [1]. K.K.Abdurasulov, B.A.Omirov, I.S.Rakhimov, G.O.Solijanova "On derivations and low-dimensional (co)homology groups of pro-solvable lie algebras associated to n_1 and n_2 "
- [2]. K.K.Abdurasulov, Kh.A. Khalkulova."Solvable Lie algebras with maximal dimension of complementary space to nilradical". Uzbek math, J. 1 (2018) , 90-98
- [3]. K.K. Abdurasulov, B.A.Omirov. I.S. Rakhimov . G.O. Solijanova, "Residually solvable extensions of an infinite dimensional filiform Leibniz algebra". Journal of Algebra, (2021), 585, 697-722

PARABOLOIDNING EGRILIK CHIZIQLARI

Ergashova Muxlisa Murod qizi

O'zbekiston Milliy Universiteti, Matematika fakulteti 1-kurs magistranti

Tel nomer:902998199

Anotasiya: Ushbu tezisdagi paraboloidning egrilik chiziqlarini hisoblash haqida ma'lumot keltirilgan va paraboloidning egrilik chiziqlari topilgan.

Kalit so'zlar: Sirt, urinma, bosh yo'nalish, egrilik chiziqlari, birinchi kvadratik forma, ikkinchi kvadratik forma

Biz kanonik tenglamasi

$$z = x^2 - y^2$$

ko'rinishda bo'lgan paraboloidni

$$\begin{cases} x = u \\ y = v \\ z = u^2 - v^2 \end{cases}$$

parametrik ko'rinishda yozib olamiz va uning egrilik chiziqlarini topamiz.

Ta'rif: Sirt ustida yotgan chiziqning har bir nuqtasidagi urinmasi sirtning shu nuqtadagi bosh yo'nalishlardan biri bo'yicha yo'nalgan bo'lsa, bunday chiziq sirtning **egrilik chizig'i** deyiladi.

Malumki egrilik chiziqlari

$$(MG - FN) \frac{dv^2}{du} + (LG - EN) \frac{dv}{du} + (LF - ME) = 0$$

Differensial tenglama yordamida aniqlanadi. Bu tenglamada E, F, G birinchi kvadratik forma koeffitsientlari, L, M, N lar esa ikkinchi kvadratik forma koeffitsientlaridir.

Birinchi kvadratik forma shu ko'rinishda

$$I = (1 + 4u^2)du^2 - 8uvdudv + (1 + 4v^2)dv^2$$

hosil bo'ldi.

Endi ikkinchi kvadratik formani koeffitsientlarini topamiz

$$L = \frac{-2}{\sqrt{1+4u^2+4v^2}}, M = 0, N = \frac{2}{\sqrt{1+4u^2+4v^2}}$$

$$-8uv\left(\frac{dv}{du}\right)^2 - (8u^2 - 8v^2)\frac{dv}{du} + 8uv = 0$$

$$uvdu^2 + (u^2 - v^2)dudv - uv dv^2 = 0$$

$$uv\left(\frac{du}{dv}\right)^2 + (u^2 - v^2)\frac{du}{dv} - uv = 0$$

$$\frac{du}{dv} = \frac{-u}{v}; \frac{du}{-u} = \frac{dv}{v} \rightarrow \int \frac{du}{-u} = \int \frac{dv}{v}; -\ln u = \ln v$$

bu yerda ikkala tarafni $e^{-\ln u} = e^{\ln v}$ ning darajasi ko'rinishida yozib olamiz va eng so'nggi yechim hosil bo'ldi. $ue^{-c} = v$

$$\frac{du}{dv} = \frac{v}{u}; \frac{du}{v} = \frac{dv}{u} \rightarrow \int \frac{du}{v} = \int \frac{dv}{u} \rightarrow c \frac{u}{v} = \frac{v}{u} \rightarrow cu^2 = v^2$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. A Ya Narmanov „Differensial geometriya va topologiya”
2. Sobirov „Differensial geometriya”
3. A.Ya.Narmanov „Analitik geometriya”

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ
DERIVATIONS OF NATURALLY GRADED ASSOCIATIVE ALGEBRAS OF DIMENSION FIVE
WITH CHARACTERISTIC SEQUENCE $C(A) = (3, 2)$

Khakimov Utkirbek
Andizhan State University
Kurbanov Abdukahhor
Namangan State University

The paper is devoted to derivations on associative algebras of dimension five. Associative algebras are one of the classical algebras that have extensively been studied and found to be related to other classical algebras like Lie and Jordan algebras. The classification of low dimensional associative algebras is believed to have been first investigated by Peirce [1]. In 1916, Hazlett classify nilpotent algebras of dimension ≤ 4 [2]. Mazzola published his result in 1979 on algebraic and geometric classification of associative algebras in dimension five [3]. Most classification problems of finite dimensional associative algebras have been studied for certain properties of associative algebras while the complete classification of associative algebras in general is still an open problem. In the present paper the notion of derivation of five dimensional associative algebras is studied.

Theorem 1 [4]. Let A be a five-dimensional naturally graded associative algebra with characteristic sequence $C(A) = (3, 2)$. Then, it is isomorphic to one of the following pairwise non-isomorphic algebras:

$$\begin{aligned} \pi_1(\alpha): \begin{cases} e_1 e_1 = e_2, \\ e_1 e_2 = e_2 e_1 = e_3, \\ e_1 e_4 = e_5, \\ e_4 e_1 = \alpha e_5, \quad \alpha \in \mathbb{C} \end{cases} & \pi_2(\alpha): \begin{cases} e_1 e_1 = e_2, \\ e_1 e_2 = e_2 e_1 = e_3, \\ e_1 e_4 = e_4 e_1 = e_5, \\ e_4 e_4 = e_5 \end{cases} \\ \pi_3(\alpha): \begin{cases} e_1 e_1 = e_2, \\ e_1 e_2 = e_2 e_1 = e_3, \\ e_1 e_4 = e_5, \\ e_4 e_4 = e_5 \end{cases} & \pi_4(\alpha): \begin{cases} e_1 e_1 = e_2, \\ e_1 e_2 = e_2 e_1 = e_3, \\ e_1 e_4 = e_5, \\ e_4 e_1 = e_2 - e_5, \\ e_5 e_1 = e_3 \end{cases} \\ \pi_5(\alpha): \begin{cases} e_1 e_1 = e_2, \\ e_1 e_2 = e_2 e_1 = e_3, \\ e_1 e_4 = e_5, \\ e_4 e_1 = e_2 + e_5, \\ e_4 e_2 = 2e_3 \\ e_4 e_4 = 2e_5 \\ e_5 e_1 = e_3 \end{cases} & \pi_6(\alpha): \begin{cases} e_1 e_1 = e_2, \\ e_1 e_2 = e_2 e_1 = e_3, \\ e_1 e_4 = e_4 e_1 = e_5, \\ e_4 e_4 = e_2, \\ e_4 e_5 = e_5 e_4 = e_3 \end{cases} \\ \pi_7(\alpha): \begin{cases} e_1 e_1 = e_2, \\ e_1 e_2 = e_2 e_1 = e_3, \\ e_1 e_4 = -e_4 e_1 = e_5, \\ e_4 e_4 = e_2, \\ e_4 e_5 = -e_5 e_4 = e_3 \end{cases} & \pi_8(\alpha): \begin{cases} e_1 e_1 = e_2, \\ e_1 e_4 = e_5, \\ e_4 e_2 = (1 - \alpha^2)e_3, \\ e_4 e_5 = -\alpha^2 e_3, \\ e_5 e_4 = -\alpha e_3, \\ e_1 e_2 = e_2 e_1 = e_3, \\ e_4 e_1 = (1 - \alpha)e_2 + \alpha e_5, \\ e_4 e_4 = -\alpha e_2 + (1 + \alpha)e_5, \\ e_5 e_1 = (1 - \alpha)e_3, \quad \alpha \in \mathbb{C} \end{cases} \end{aligned}$$

Definition 1. A derivation of associative algebra A is a linear transformation $d : A \rightarrow A$ where

$$d(x \cdot y) = d(x)y + xd(y) \quad \forall x, y \in A$$

The set of all derivations of an associative algebra A we denote by $d(A)$.

Theorem 2. The derivations of $\pi_1(\alpha), \pi_2(\alpha), \pi_3(\alpha), \pi_4(\alpha), \pi_5(\alpha), \pi_6(\alpha), \pi_7(\alpha), \pi_8(\alpha)$ associative algebras are given as follows:

$$d(\pi_1(\alpha)) = \begin{pmatrix} \alpha_{1,1} & 0 & 0 & \beta_{1,4} & 0 \\ \alpha_{2,1} & 2\alpha_{1,1} & 0 & 0 & \beta_{1,4} \\ \alpha_{3,1} & 2\alpha_{2,1} & 3\alpha_{1,1} & \beta_{3,4} & 0 \\ \alpha_{4,1} & 0 & 0 & \beta_{4,4} & 0 \\ \alpha_{5,1} & \alpha_{4,1}(\alpha + 1) & 0 & \beta_{5,4} & \alpha(\alpha_{1,1} + \beta_{4,4}) \end{pmatrix}, \quad d(\pi_2(\alpha)) = \begin{pmatrix} \alpha_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{2,1} & 2\alpha_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{3,1} & 2\alpha_{2,1} & 3\alpha_{1,1} & \beta_{3,4} & 0 \\ \alpha_{4,1} & 0 & 0 & \beta_{4,4} & 0 \\ \alpha_{5,1} & 2\alpha_{4,1} & 0 & \beta_{5,4} & 2\beta_{4,4} \end{pmatrix}$$

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

$$\begin{aligned}
 d(\pi_3(\alpha)) &= \begin{pmatrix} \alpha_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{2,1} & 2\alpha_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{3,1} & 2\alpha_{2,1} & 3\alpha_{1,1} & \beta_{3,4} & 0 \\ \alpha_{4,1} & 0 & 0 & \beta_{4,4} & 0 \\ \alpha_{5,1} & \alpha_{4,1} & 0 & \beta_{5,4} & 2\beta_{4,4} \end{pmatrix}, & d(\pi_4(\alpha)) &= \begin{pmatrix} \alpha_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{2,1} & 2\alpha_{1,1} & 0 & \beta_{2,4} & 0 \\ \alpha_{3,1} & 2\alpha_{2,1} + \alpha_{5,1} & 3\alpha_{1,1} & \beta_{3,4} & \beta_{2,4} \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{4,4} & 0 \\ \alpha_{5,1} & 0 & 0 & \beta_{5,4} & 2\beta_{4,4} \end{pmatrix} \\
 d(\pi_5(\alpha)) &= \begin{pmatrix} \alpha_{1,1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{2,1} & 2\alpha_{1,1} & 0 & \beta_{2,4} & 0 \\ \alpha_{3,1} & 2\alpha_{2,1} + \alpha_{5,1} & 3\alpha_{1,1} & \beta_{3,4} & \beta_{2,4} \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{1,1} & 0 \\ \alpha_{5,1} & 0 & 0 & \beta_{5,4} & 2\alpha_{1,1} \end{pmatrix}, & d(\pi_6(\alpha)) &= \begin{pmatrix} \alpha_{1,1} & 0 & 0 & \beta_{1,4} & 0 \\ \alpha_{2,1} & 2\alpha_{1,1} & 0 & \beta_{2,4} & 2\beta_{1,4} \\ \alpha_{3,1} & 2\alpha_{2,1} & 3\alpha_{1,1} & \beta_{3,4} & \alpha_{5,1} + \beta_{2,4} \\ \alpha_{4,1} & 0 & 0 & \alpha_{1,1} & 0 \\ \alpha_{5,1} & 2\alpha_{4,1} & 0 & \beta_{5,4} & 2\alpha_{1,1} \end{pmatrix} \\
 d(\pi_7(\alpha)) &= \begin{pmatrix} \alpha_{1,1} & 0 & 0 & \beta_{1,4} & 0 \\ 0 & 2\alpha_{1,1} & 0 & \beta_{2,4} & \alpha_{4,1} + \beta_{1,4} \\ \alpha_{3,1} & 0 & 3\alpha_{1,1} & \beta_{3,4} & \beta_{2,4} + \alpha_{5,1} \\ \alpha_{4,1} & 0 & 0 & \alpha_{1,1} & 0 \\ \alpha_{5,1} & 0 & 0 & \beta_{5,4} & \alpha_{1,1} \end{pmatrix} \\
 d(\pi_7(\alpha)) &= \begin{pmatrix} \alpha_{1,1} & 0 & 0 & \beta_{1,4} & 0 \\ \alpha_{2,1} & 2\alpha_{1,1} + \alpha_{4,1}(1-\alpha) & 0 & \beta_{2,4} & -\alpha_{4,1} \cdot \alpha + \beta_{1,4} \\ \alpha_{3,1} & 2\alpha_{2,1} + \alpha_{5,1}(1-\alpha) & 3\alpha_{1,1} + \alpha_{4,1}(2-\alpha-\alpha^2) & \beta_{3,4} & \beta_{2,4} - \alpha_{5,1} \\ \alpha_{4,1} & 0 & 0 & \beta_{4,4} & 0 \\ \alpha_{5,1} & \alpha_{4,1}(1+\alpha) & 0 & \beta_{5,4} & \alpha_{1,1} + \alpha_{4,1}(1+\alpha) + \beta_{4,4} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

REFERENCES

- [1] Peirce, Benjamin, Linear associative algebra, American Journal of Mathematics, 4 (1) (1881), 97-229. <https://doi.org/10.2307/2369153>
- [2] Hazlett, O. C., On classification and invariance characterization of nilpotent algebras, Amer. J. Math., 38 (2) (1916), 109-138. <https://doi.org/10.2307/2370262>
- [3] Guerino Mazzola, The algebraic and geometric classification of associative algebras of five, Manuscripta Math., 27 (1) (1979), 81-101. <https://doi.org/10.1007/bf01297739>
- [4] I. A. Karimjanov I., M. Ladra, Some classes of nilpotent associative algebras Mediterr. J. Math. (2020) 17:70. <https://doi.org/10.1007/s00009-020-1504-x>

УСЛОВИЯ ЕДИНСТВЕННОСТИ СЛАБО ПЕРИОДИЧЕСКИХ МЕР ГИББСА ДЛЯ НС-МОДЕЛИ СО СЧЕТНЫМ ЧИСЛОМ СОСТОЯНИЙ

Холмирзаев Ж., Орипов Х.

Наманганский государственный университет, Наманган, Узбекистан

Пусть $\tau^k = (V, L)$ – есть дерево Кэли порядка $k \geq 1$. Известно, что дерево Кэли представляется как группа G_k , являющаяся свободным произведением $k+1$ циклических групп второго порядка с образующими $a_1, \dots, a_{k+1}$. Для фиксированного $x^0 \in V$ обозначим $W_n = \{x \in V \mid d(x, x^0) = n\}$, $V_n = \bigcup_{j=0}^n W_j$ где $d(x, y)$ есть расстояние между вершинами $x, y \in V$. Для $x \in W_n$ множество прямых потомков вершины x обозначим через $S(x)$: $S(x) = \{y_i \in W_{n+1} \mid d(x, y_i) = 1, i = 1, 2, \dots, k\}$.

1-ШҰҒА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Пусть $\Phi = Z$ и $\sigma \in \Phi^V$ -конфигурация. Конфигурация σ называется допустимой, если $\sigma(x)\sigma(y) = 0$ для любых соседних $\langle x, y \rangle$ из V (V_n соотв.) и обозначим множество таких конфигураций через (Ω_V) . Ясно, что $\Omega \subset \Phi^V$.

Рассмотрим множество Z как множество вершин некоторого бесконечного графа G . Конфигурация σ называется G -допустимой конфигурацией на дереве Кэли (в V_n), если $\{\sigma(x), \sigma(y)\}$ -ребро графа G для любой ближайшей пары соседей x, y из V (из V_n). Обозначим множество G -допустимых конфигураций через Ω^G (Ω_V^G). Множество активности [1] для графа G есть ограниченная функция $\lambda: G \rightarrow R_+$. Значение λ_i функции λ в вершине $i \in Z$ называется ее "активностью". Для данных G и λ определим гамильтониан G -НС-модели как

$$H_G^\lambda(\sigma) = J \sum_{x \in V} \ln \lambda_{\sigma(x)}, \text{ если } \sigma \in \Omega^G.$$

Понятие меры Гиббса и других понятий вводится стандартным образом (см. [2]). Доказано, что каждой (градиентной) мере Гиббса на (Ω^G, B) соответствует совокупность векторов

$z_x = \{z_{i,x}, i \in Z_0\} \in R_+^{Z_0}$ такая, что $\forall x \in V$ имеют место следующие равенства:

$$z'_{i,x} = \lambda'_i \prod_{y \in S(x)} \frac{a_{i0} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{im} z'_{m,y} z'_{m,y}}{a_{00} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{0m} z'_{m,y}}, \quad i, m \in Z_0 \quad (1)$$

где $z'_{i,x} = \lambda'_i \frac{z_{i,x}}{z_{0,x}}$, $\lambda'_i = \frac{\lambda_i v(i)}{\lambda_0 v(0)}$, $Z_0 = Z \setminus \{0\}$ и $v = \{v(i) > 0, i \in Z\}$ - фиксированная вероятностная

мера. Рассмотрим конкретный граф G с $a_{i0} = 1 \quad \forall i \in Z$ и $a_{im} = 0 \quad \forall i, m \in Z_0$. Пусть $\bar{G}_k$ -нормальный делитель конечного индекса $r \geq 1$. Рассмотрим фактор группу $G_k / \bar{G}_k = \{H_1, \dots, H_r\}$

Определение 1. Совокупность векторов $z = \{z_x, x \in G_k\}$ называется $\bar{G}_k$ -периодической, если $z_{yx} = z_x$ для любого $x \in G_k$ и $y \in \bar{G}_k$. G_k -периодические совокупности векторов называются трансляционно-инвариантными.

Для любого $x \in G_k$ множество $\{y \in G_k : \langle x, y \rangle\} \setminus S(x)$ имеет единственный элемент, которого обозначим через $x_\downarrow$.

Определение 2. Совокупность векторов $z = \{z_x, x \in G_k\}$ называется $\bar{G}_k$ -слабо периодической, если $z_x = z_{ij}$ при $x \in H_i, x_\downarrow \in H_j$ для любого $x \in G_k$.

Определение 3. Мера μ называется $\bar{G}_k$ -(слабо) периодической, если она соответствует $\bar{G}_k$ -(слабо) периодической совокупности векторов z .

Пусть $\emptyset = A \subset N_k = \{1, 2, \dots, k+1\}$. Известно, что любая подгруппа индекса два группы G_k имеет вид $H_A = \{x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{четное число}\}$, где $w_x(a_i)$ - число букв a_i в слове $x \in G_k$. $G_k^{(2)} = \{x \in G_k : |x| - \text{четное число}\}$, где $|x|$ - длина слова $x \in G_k$ и $G_k^{(4)} = H_A \cap G_k^{(2)}$ - нормальный делитель индекса 4. Рассмотрим фактор-группу $G_k / G_k^{(4)} = \{H_0, H_1, H_2, H_3\}$, где

$$H_0 = \left\{ x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{четно}, |x| - \text{четно} \right\}, \quad H_1 = \left\{ x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{нечетно}, |x| - \text{четно} \right\},$$

$$H_2 = \left\{ x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{четно}, |x| - \text{нечетно} \right\},$$

$$H_3 = \left\{ x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{нечетно}, |x| - \text{нечетно} \right\}$$

1-ШҮҮБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Тогда в силу (1), после некоторых преобразований, получим

$$\begin{cases} Q = \frac{(1+V)^k}{\left((1+V)^{k/i} + \lambda^{1/i} T^{1-1/i}\right)^i} \cdot \frac{\lambda}{(1+B)^{k-i}}, & B = \frac{(1+T)^k}{\left((1+T)^{k/i} + \lambda^{1/i} V^{1-1/i}\right)^i} \cdot \frac{\lambda}{(1+Q)^{k-i}}, \\ V = \frac{(1+Q)^k}{\left((1+Q)^{k/i} + \lambda^{1/i} B^{1-1/i}\right)^i} \cdot \frac{\lambda}{(1+T)^{k-i}}, & T = \frac{(1+B)^k}{\left((1+B)^{k/i} + \lambda^{1/i} Q^{1-1/i}\right)^i} \cdot \frac{\lambda}{(1+V)^{k-i}}. \end{cases} \quad (2)$$

где $\lambda = \sum_{j \in Z_0} \lambda_j$, $\sum_{j \in Z_0} q_j = Q$, $\sum_{j \in Z_0} b_j = B$, $\sum_{j \in Z_0} v_j = V$, $\sum_{j \in Z_0} t_j = T$.

Рассмотрим отображение $W: R^4 \rightarrow R^4$. Заметим, что (2) есть уравнение $z = W(z)$. Чтобы решить систему уравнений (2), надо найти неподвижные точки отображения $z' = W(z)$.

Лемма. Отображение W имеет инвариантные множества следующих видов:

$$I_1 = \{(Q, B, V, T) \in R^4 : Q = B = V = T\}, \quad I_2 = \{(Q, B, V, T) \in R^4 : Q = V, B = T\},$$

$$I_3 = \{(Q, B, V, T) \in R^4 : Q = B, V = T\}, \quad I_4 = \{(Q, B, V, T) \in R^4 : Q = T, B = V\},$$

Теорема. Пусть $k = 2, i = 1$ или $k = 3, i = 1$. Тогда для НС модели со счетным числом состояний в случае нормального делителя индекса четыре справедливы следующие утверждения:

1. Если ряд $\sum_{j \in Z} \lambda_j$, полученный из последовательности параметров $(\lambda_j)_{j \in Z}$, сходится и его сумма $\sum_{j \in Z} \lambda_j = \lambda$, то на инвариантном множестве I_4 слабо периодическая мера Гиббса единственна. Более того, эта мера совпадает с единственной трансляционно-инвариантной мерой Гиббса.

2. Если ряд $\sum_{j \in Z} \lambda_j$ расходится, то слабо периодическая мера Гиббса не существует.

ЛИТЕРАТУРА

1. Brightwell G., Winkler P. Graph homomorphisms and phase transitions, J. Combin. Theory Ser. B. – 1999. – 77, – С. 221-262.
2. Rozikov U. A. Gibbs measures on Cayley trees. World Scientific. – 2013.
3. Хакимов Р. Единственность слабо периодической гиббсовской меры для НС-модели, *Мат. заметки*, 2013, т. 94, No 5, с. 796–800.

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА РЕШЕТКИ ТРИПОТЕНТОВ НА ГРАНЕВО СИММЕТРИЧНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

^{1,2}Ибрагимов М.М., ³Глеумуратов С.Ж.

¹Институт математики имени В.И.Романовского АН РУз

²Каракалпакский государственный университет имени Бердаха

³Нукусский филиал Навоийского государственного горного института

Сильно гранево симметричное пространство (**SFS**-пространство) впервые определено и изучено Я.Фридманом и Б.Руссо в работе [1]. Мы в этой работе используем понятия, терминологии и обозначения из работ [1-2]. В [2, Предложение 4.5] доказано, что для любого фиксированного геометрического трипотента ω в нейтральном **SFS**-пространстве Z множество $L_\omega := \{v \in GU : v \leq \omega\} \cup \{0\}$ является полной ортомодулярной решеткой с наименьшим элементом 0 , наибольшим элементом ω и ортодополнением $v \mapsto v^\perp = \omega - v$. Мы в этой работе исследовали некоторые свойства L_ω .

Пусть Z действительное или комплексное нормированное пространство. Элементы $f, g \in Z$ являются взаимно ортогональными, обозначается $f \diamond g$, если $\|f + g\| = \|f - g\| = \|f\| + \|g\|$. Выставленной по норме гранью единичного шара Z_1 пространства Z является не пустое множество (обязательно $\neq Z_1$) имеющий вид

1-ШҶҶБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

$F_x = \{f \in Z_1 : f(x) = 1\}$, где $x \in Z^*$, $\|x\| = 1$. Для любого подмножества $S \subset Z$ положим $S^\diamond = \{f \in Z : f \diamond g, \forall g \in S\}$ и назовем $S^\diamond$ ортогональным дополнением к S . Элемент $u \in Z^*$ называется проективной единицей, если $\|u\| = 1$ и $\langle u, F_u^\diamond \rangle = 0$.

Определим симметричную грань как выставленную по норме грань F в Z_1 с следующим свойством: существует линейная изометрия S_F из Z на Z , с $S_F^2 = I$ (мы называем такое отображение симметрией), такая, что множество неподвижных точек S_F является $\overline{sp}F \oplus F^\diamond$. Действительное или комплексное нормированное пространство Z называется слабо гранево симметричным пространством (WFS -пространством), если каждая по норме выставленная грань Z_1 является симметричной. Геометрическим трипотентом называется проективная единица $u \in Z^*$ со свойством, что $F := F_u$ является симметричной гранью и $S_F^* u = u$ для некоторой симметрии S_F соответствующей F . Через $S\mathcal{F}$ и $G\mathcal{T}$ обозначим множества всех симметричных граней Z_1 и геометрических трипотентов в Z_1^* , соответственно. Для $u, v \in G\mathcal{T}$ будем писать $u \leq v$, если $F_u \subset F_v$. WFS -пространство Z называется сильно гранево симметричным пространством (SFS -пространством), если для каждой симметричной грани F_u из Z_1 и каждого $v \in Z^*$ с $\|v\| = 1$ и $F_u \subset F_v$ имеем $S_u^* v = v$, где S_u – симметрия, соответствующая F_u .

Напомним, что для элементов a и b в ортомодулярной решетке L используются следующие обозначения и понятия: пишем $a \perp b$ в случае $a \leq b^\perp$; пишем $a \oplus b = a \vee b$ в случае $a \perp b$; Скажем, что элемент a коммутирует с элементом b , если $b = (a \wedge b) \oplus (a^\perp \wedge b)$. Рассмотрим какие имеют смыслы и свойства эти обозначения и понятия, когда $L = L_\omega$ – полная ортомодулярная решетка в нейтральном SFS -пространстве Z .

Теорема. Пусть Z нейтральное SFS -пространство. Тогда для любых геометрических трипотентов $u, v \in L_\omega$ эквивалентны следующие условия:

- (i) $u \diamond v$;
- (ii) $u \leq v^\perp$;

Из теоремы видно, что нейтральном SFS -пространстве для $u, v \in L_\omega$ неравенство $u \leq v^\perp$ эквивалентно ортогональности u и v . Поэтому вместо обозначение $u \perp v$ используем $u \diamond v$. Тогда при $u \diamond v$ имеем $u \oplus v = u \vee v = u + v$. Поскольку, $(u \wedge v) \diamond (u^\perp \wedge v)$, то скажем, что u коммутирует с v , если

$$v = (u \wedge v) + (u^\perp \wedge v). \quad (*)$$

Рассмотрим условия в нейтральном SFS -пространстве, при выполнении которых равенства (*) выполняется или не выполняется для геометрических трипотентов из L_ω .

Случай 1. Если $u \leq v$ или $u \diamond v$, то u коммутирует с v .

Случай 2. Если геометрические трипотенты $u, v \in L_\omega$ взаимно не ортогональны и $u \wedge v = 0$, то $v \neq (u \wedge v) + (u^\perp \wedge v)$.

Случай 3. Если $u \wedge v \neq 0$, то равенство (1) не выполняется.

1-ШҮҮБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Случай 4. Если L_ω является булевой алгеброй, то равенство (*) выполняется для любых $u, v \in L_\omega$.

Из теоремы вытекает следующее следствие.

Следствие. Пусть Z – вещественное конечномерное нейтральное SFS - пространство. Тогда для любого $\omega \in GU$ решетка L_ω является булевой алгеброй.

ЛИТЕРАТУРА

1. Y.Friedman and B.Russo, *A geometric spectral theorem* // Quart. J. Math. Oxford. 1986. Vol. 37. 2. p. 263-277.
2. Y.Friedman and B.Russo, *Affine structure of facially symmetric spaces*// Math. Proc.Cambridge Philos. Soc. 106 (1989) 107-124.
Эл.почта. sarsenbay-2011@mail.ru

ИНВОЛЮТИВНЫЕ АВТОМОРФИЗМЫ АЛГЕБРЫ ИЗМЕРИМЫХ ОПЕРАТОРОВ

Исламова М.И., Сатниязова Э.К., Каландаров Т.С.

Каракалтакский государственный университет имени бердаха

Хорошо известно [1], что всякий *-автоморфизм алгебры фон Неймана типа I, оставляющий центр неподвижным, является внутренним. Некоторые результаты такого рода для неограниченных операторных алгебр были получены в [2]. А именно, было доказано, что всякий *-автоморфизм максимальной O^* -алгебры является внутренним.

Одним из важных классов неограниченных операторных алгебр являются алгебры Аренса, которые впервые в коммутативном случае были рассмотрены Аренсом [3]. Некоммутативные алгебры Аренса были изучены Иноуи в работе [4].

Пусть H – гильбертово пространство, $B(H)$ – алгебра всех ограниченных линейных операторов, действующих в H , M – подалгебра фон Неймана в $B(H)$, τ – точный нормальный полуконечный след на M , $P(M)$ – полная решетка всех ортопроекторов в M .

Пусть A некоторая *-алгебра.

Определение. Биактивный линейный оператор $\phi: A \rightarrow A$ алгебры A называется автоморфизмом, если $\phi(xy) = \phi(x)\phi(y)$ при всех $x, y \in A$.

Называется внутренним, если $\phi(x) = u x u^*$ при всех $x \in A$ для некоторого унитарного элемента $u \in A$.

Линейное подпространство D в H называется присоединенным к M (обозначение $D \eta M$), если $u(D) \subset D$ для любого унитарного оператора u из коммутанта

$$M' = \{y' \in B(H) : xy' = y'x, \forall x \in M\}$$

алгебры фон Неймана M .

Линейный оператор x , действующий в H , с областью определения $D(x)$, называется присоединенным к M , (обозначение $x \eta M$), если $u(D(x)) \subset D(x)$ для любого унитарного оператора $u \in M'$ и $u x(\zeta) = x u(\zeta)$ для всех $\zeta \in D(x)$.

Линейное подпространство D в H называется τ -плотным, если

1) $D \eta M$;

2) для любого $\varepsilon > 0$ существует проектор $p \in P(M)$ такой, что $p((H) \subset D$ и $\tau(p^\perp) \leq \varepsilon$.

Замкнутый линейный оператор x называется τ -измеримым относительно алгебры фон Неймана M , если $x \eta M$ и $D(x)$ является τ -плотным в H .

Обозначим через $S(M, \tau)$ множество всех τ -измеримых операторов присоединенных к M .

Известно, что $S(M, \tau)$ является полной метризуемой *-алгеброй.

Для $p \geq 1$ положим $L^p(M, \tau) = \{x \in S(M, \tau) : \tau(|x|^p) < \infty\}$.

Тогда $L^p(M, \tau)$ – банахово пространство, относительно нормы

$$\|x\|_p = (\tau(|x|^p))^{\frac{1}{p}}, \quad x \in L^p(M, \tau).$$

Рассмотрим множество $L^\omega(M, \tau) = \bigcap_{p \geq 1} L^p(M, \tau)$.

В работе [5] показано, что является полной локально выпуклой метризуемой *-алгеброй относительно топологии t , порожденной системой норм $\{\|\cdot\|_p\}_{p \geq 1}$.

Алгебра $L^\omega(M, \tau)$ называется *некоммутативной алгеброй Аренса*.

Следующая теорема известно из работы [6].

Теорема. Если M – алгебра фон Неймана типа I, то всякий Z -линейный *-автоморфизм алгебры $L^\omega(M, \tau)$, является внутренним.

Пусть M_3 – алгебра квадратных матриц третьего порядка над $L^\omega(M, \tau)$. Если отражение $\Phi: M_3 \rightarrow M_3$ определяется формулой

$$\Phi(X) = \begin{pmatrix} \phi(x_{11}) & \phi(x_{12}) & \phi(x_{13}) \\ \phi(x_{21}) & \phi(x_{22}) & \phi(x_{23}) \\ \phi(x_{31}) & \phi(x_{32}) & \phi(x_{33}) \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix}, \quad x_{ij} \in L^\omega(M, \tau) \quad (1),$$

здесь отображение $\phi: L^\omega(M, \tau) \rightarrow L^\omega(M, \tau)$ является Z -линейный *-автоморфизмом, то по приведенной выше теореме мы получаем следующий результат.

Результат. Если отображение $\Phi: M_3 \rightarrow M_3$ алгебры квадратичных матриц второго порядка над

$L^\omega(M, \tau)$, определяется формулой (1), то оно имеет вид $\Phi(X) = AXA^*$, где $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$.

ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] I. Kaplansky, Modules over operator algebras // Amer. J. Math. – 1953, – V.75. N4 – P. 839-858.
- [2] K. Schmudgen, Unbounded Operator Algebras and Representation Theory. Akademie – Verlag. Berlin. 1990.
- [3] R. Arens, The space L^ω and convex topological rings // Bull. Amer. Math. Soc. – 1946. – V. 92. – P.931-935.
- [4] A. Inoue, On a class of unbounded operator algebras II. Pacific J. Math. – 1976. – V. 66. – 2. – P.411-431.
- [5] Р.З.Абдуллаев, Пространства сопряженные к коммутативным алгебрам Аренса // Узб.мат.журнал. 1997,2,с.3-7.
- [6] Аюпов Ш. А., Кудайбергенов К. К., Каландаров Т.С., *-автоморфизмы алгебры Аренса ассоциированной с алгеброй фон Неймана типа I. // Узб. Мат. Жур. – Ташкент, 2007. – № 4. – С. 9-17.

THEOREMS ON A SURFACE IN ISOTROPIC SPACE

Ismoilov Sherzodbek Shokirjon o'g'li

National University of Uzbekistan

E-mail: ismoilovsh94@mail.ru

The isotropic space R_3^2 is a subspace of the Minkowski space $^1R_4$. Interest in the study of the geometry of isotropic space is explained by its application in classical mechanics and quantum theory. The geometry of surfaces of an isotropic space was first studied by K. Strubeker [6]. Recently, a number of papers have appeared on the differential geometry of an isotropic space, including the works by E.M. Aydin [3], M.S. Lone and M.K. Karacan [4], and H. Sachs [5].

Let there be given a three-dimensional affine space A_3 , set by an affine coordinate system $Oxyz$.

1-ШҰББ. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Definition 1. If the dot scalar product of vectors $X\{x_1, y_1, z_1\}$ and $Y\{x_2, y_2, z_2\}$ is given by the formula

$$\begin{cases} (X, Y)_1 = x_1 x_2 + y_1 y_2 & \text{if } (X, Y)_1 \neq 0 \\ (X, Y)_2 = z_1 z_2 & \text{if } (X, Y)_1 = 0 \end{cases}, \quad (1)$$

then the space is said to be an isotropic space and denoted by R_3^2 [2].

Since an isotropic space has an affine structure, there is an affine transformation that preserves the scalar product by formula (1). This motion of an isotropic space is given by the formula [5]

$$\begin{cases} x' = x \cos \varphi - y \sin \varphi + a \\ y' = x \sin \varphi + y \cos \varphi + b \\ z' = \alpha x + \beta y + z + c \end{cases}$$

The theory of surfaces in isotropic space is given in the works of K. Strubecke. If a uniquely projected regular surface F is given by the equation $z = f(x, y)$, $(x, y) \in D$,

the formulas for the total and mean curvature of the surface are further simplified and have the form

$$K = f_{xx} f_{yy} - f_{xy}^2, \quad 2H = f_{xx} + f_{yy},$$

respectively.

The right-hand side of total curvature equation is called the Monge-Ampère operator [1].

As we know, in the case of $K = 0$, the surface can be a plane, a cylinder, a cone, or another developing surface. Let a surface F from the class C^2 be given, defined on the whole plane Oxy . The following theorem can be stated [1].

Theorem 1. If the total curvature of a surface F is equal to zero, and the condition

$$f_x'^2 f_{yy}'' + f_{xx}'' f_y'^2 - 2 f_x' f_y' f_{xy}'' = 0$$

holds, then the total curvature of the surfaces $\chi = \chi(f)$ is also equal to zero, here $\chi(f) \in C^2$ is any function.

Corollary. The function $f(x, y) = C_1 x + C_2 y + C$ satisfies the condition of the theorem. This means that the functions $\chi = \chi(C_1 x + C_2 y + C)$ have zero total curvature.

Consider the function $f(x, y)$ being the sum of two regular functions $U(x, y)$ and $V(x, y)$, that is

$$f(x, y) = U(x, y) + V(x, y).$$

Investigate now the connection between the total curvatures of the surfaces $f(x, y)$, $U(x, y)$, and $V(x, y)$. We denote the total curvatures of these surfaces by K , K_1 , and K_2 , respectively.

Theorem 2. If the functions $U(x, y)$ and $V(x, y)$ satisfy the Cauchy-Riemann condition then the total curvature of the surface $z = f(x, y)$ is the sum of the total curvatures of these surfaces,

$$K = K_1 + K_2.$$

These theorems help in solving surface reconstruction problems.

REFERENCES

1. Artykbaev A, Ismoilov Sh., Special mean and total curvature of a dual surface in isotropic spaces, International electronic journal of geometry, volume 15, Issue 1, pp. 1–10, 2022.
2. Artykbaev A, Ismoilov Sh., The dual surfaces of an isotropic space. Bull. Inst. Math., Volume 4, Issue 1, pp. 1-8, 2021.
3. Aydin M.E., Classification of surfaces in isotropic and pseudo-isotropic spaces, Ukrainian Mathematical Journal, 2020, Volume-72(3), pp. 329-347.
4. Lone, M.S., Karacan M.K.: Dual translation surfaces in the three dimensional simply isotropic space I31. Tamkang Journal of mathematics. 49(1), 67-77, 2018.
5. Sachs, H.: Isotrop Geometri des Raumes. 1990.
6. Strubecker K., Differential geometry of isotropic space I; Math.Z. vol-47, 743-777, 1942.

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ ON DYNAMICS OF A NON VOLTERRA QUADRATIC STOCHASTIC OPERATOR

U. U. Jamilov, Kh. O. Khudoyberdiev

V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics;

e-mail: jamilovu@yandex.ru, e-mail: xudoyberdiyev.x@mail.ru

Let $S^{m-1} = \left\{ x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m : x_i \geq 0, \text{ for any } i \text{ and } \sum_{i=1}^m x_i = 1 \right\}$

$(m-1)$ -dimensional simplex. A map V of S^{m-1} into itself is called a *quadratic stochastic operator* (QSO) if

$$(Vx)_k = \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} x_i x_j \quad (1)$$

for any $x \in S^{m-1}$ and for all $k = 1, \dots, m$ where $p_{ij,k} \geq 0$, $p_{ij,k} = p_{ji,k}$, $\sum_{k=1}^m p_{ij,k} = 1$. (2)

The trajectory $\{x^{(n)}\}_{n=0}^{\infty}$ of an operator V for a point $x \in S^{m-1}$ is defined by $x^{(n+1)} = V(x^{(n)})$ for all $n = 0, 1, 2, \dots$. Denote by $\omega_V(x^{(0)})$ the set of limit points of the trajectory $\{x^{(n)}\}_{n=0}^{\infty}$.

Definition 1. A point $x \in S^{m-1}$ is called a *periodic point* of V if there exists an n so that $V^n(x) = x$. The smallest positive integer n satisfying the above is called the prime period or least period of the point x . A period-one point is called a *fixed point* of V .

Denote the set of all fixed points by $Fix(V)$ and the set of all periodic points of (not necessarily prime) period n by $Per_n(V)$. Let $D(V(x^*)) = (\partial V_i / \partial x_j)(x^*)$ be a Jacobian of V at the point x^* .

A fixed point x^* is called hyperbolic if its Jacobian $D(V(x^*))$ has no eigenvalues on the unit circle. A hyperbolic fixed point x^* is called: (i) *attracting*, if all the eigenvalues of the Jacobian $D(V(x^*))$ are less than 1 in absolute value; (ii) *repelling*, if all the eigenvalues of the Jacobian $D(V(x^*))$ are greater than 1 in absolute value; (iii) a *saddle*, otherwise.

We let $intS^{m-1}$ denote the interior of S^{m-1} be the set $intS^{m-1} = \{x \in S^{m-1} : x_1 x_2 \cdots x_m > 0\}$ and a face of the simplex S^{m-1} be the set $\Gamma_I = \{x \in S^{m-1} : x_i = 0, i \notin I \subset \{1, 2, \dots, m\}\}$.

Let us consider a non-Volterra QSO defined on the two-dimensional simplex which has the form

$$V : \begin{cases} x'_1 = x_1^2 + (x_2 + x_3)^2 + (1-\alpha)x_1 x_2 + (1-\beta)x_1 x_3, \\ x'_2 = (1+\beta)x_1 x_3, \\ x'_3 = (1+\alpha)x_1 x_2, \end{cases} \quad (3)$$

where $\alpha, \beta \in [-1, 1]$.

Proposition 1. For the QSO (3) the following statements are true:

- i) $Fix(V) = \begin{cases} \{e_1\} & \text{if } \alpha + \beta + \alpha\beta \leq 0, \\ \{e_1, \tilde{x}\} & \text{if } \alpha + \beta + \alpha\beta > 0. \end{cases}$ where $e_1 = (1, 0, 0)$ and

$$\tilde{x} = \left(\frac{1}{\sqrt{(1+\alpha)(1+\beta)}}, \frac{\sqrt{(1+\alpha)(1+\beta)}-1}{\sqrt{(1+\alpha)(\sqrt{(1+\alpha)+\sqrt{(1+\beta)})})}, \frac{\sqrt{(1+\alpha)(1+\beta)}-1}{\sqrt{(1+\beta)(\sqrt{(1+\alpha)+\sqrt{(1+\beta)})})} \right).$$

ii) The fixed point $\tilde{x}$ is a non-hyperbolic and

$$e_1 \text{ has the type a (an)} \begin{cases} \text{attracting,} & \text{if } \alpha + \beta + \alpha\beta < 0, \\ \text{non-hyperbolic,} & \text{if } \alpha + \beta + \alpha\beta = 0, \\ \text{repelling,} & \text{if } \alpha + \beta + \alpha\beta > 0. \end{cases}$$

$$\text{Let } x_{\alpha\beta} := \frac{\theta}{6\sqrt{(1+\alpha)(1+\beta)^2}} + \frac{2\sqrt{(1+\alpha)(\beta-2)}}{3\theta\sqrt{(1+\beta)}} + \frac{1}{3} \text{ where } \alpha \neq -1, \beta \neq -1,$$

1-ШҶҶБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

$$\theta = \sqrt[3]{4\beta(1+\alpha)(2\beta-5) - 4(7\alpha-20) + 12\sqrt{3(4-\alpha\beta)(2-\alpha)(2-\beta) + 9(\alpha-\beta)^2}}.$$

Consider the functions $f_\alpha(x) = (1+\alpha)x^2 - (1+\alpha)x + 1$, $f_\beta(x) = (1+\beta)x^2 - (1+\beta)x + 1$, $x \in [0,1]$,

$$f_{\alpha\beta}(x) = f_\alpha(f_\beta(x)) = (1+\alpha)(1+\beta)((1+\beta)x^4 - 2(1+\beta)x^3 + (2+\beta)x^2 - x) + 1, \quad x \in [0,1].$$

We define $f_{\alpha\beta}^n = f_{\alpha\beta} \circ \dots \circ f_{\alpha\beta}$ to be the n -fold composition of $f_{\alpha\beta}$ with itself.

Proposition 2. For the function $f_{\alpha\beta}(x)$ the following statements are true:

- i) if $\alpha + \beta + \alpha\beta \leq 0$ then $\text{Fix}(f_{\alpha\beta}) = \{x=1\}$ and if $\alpha + \beta + \alpha\beta > 0$ then $\text{Fix}(f_{\alpha\beta}) = \{x=1, x^* = x_{\alpha\beta}\}$;
- ii) if $\alpha + \beta + \alpha\beta < 0$ then $x=1$ is attracting; if $\alpha + \beta + \alpha\beta = 0$ then $x=1$ is non-hyperbolic and if $\alpha + \beta + \alpha\beta > 0$ then $x=1$ is repelling; the fixed point x^* is attracting when $\alpha + \beta + \alpha\beta > 0$;
- iii) for any value $n \geq 2$ the function $f_{\alpha\beta}(x)$ has no n -periodic points, different from fixed points;
- iv) if $\alpha + \beta + \alpha\beta \leq 0$ then $\lim_{n \rightarrow \infty} f_{\alpha\beta}^n(x) = 1$ for any $0 \leq x \leq 1$;
- iv) if $\alpha + \beta + \alpha\beta > 0$ then $\lim_{n \rightarrow \infty} f_{\alpha\beta}^n(x) = x^*$ for any and $f_{\alpha\beta}(0) = f_{\alpha\beta}(1) = 1$.

For any $x^{(0)} \in S^2 \setminus \{e_1\}$ we denote $\gamma = \frac{(1+\alpha)x_2^{(0)} + (1+\beta)x_3^{(0)}}{x_2^{(0)} + x_3^{(0)}}$, $\mathbf{x}_{\delta\gamma} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3)$, $\mathbf{x}_1 = x_{\delta\gamma}$,

$$\mathbf{x}_2 = \frac{x_2^{(0)}}{x_2^{(0)} + x_3^{(0)}}(1 - x_{\delta\gamma}), \mathbf{x}_3 = \frac{x_3^{(0)}}{x_2^{(0)} + x_3^{(0)}}(1 - x_{\delta\gamma}). \quad \tilde{x}_{\delta\gamma} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3), \quad \tilde{x}_1 = 1 - \tilde{x}_2 - \tilde{x}_3, \quad \tilde{x}_2 = (1+\beta)\mathbf{x}_1\mathbf{x}_3,$$

$$\tilde{x}_3 = (1+\alpha)\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2, \quad y_{\alpha\beta} = (x_{\alpha\beta}, 0, 1 - x_{\alpha\beta}), \quad z_{\alpha\beta} = (f_\beta(x_{\alpha\beta}), 1 - f_\beta(x_{\alpha\beta}), 0).$$

Theorem 1. For the V -QSO (3) the following statements are true:

$$\omega(x^{(0)}) = \begin{cases} \{e_1\}, & \text{if } x^{(0)} \in S^2 \text{ and } \alpha = -1 \text{ or } \beta = -1, \\ \{e_1\}, & \text{if } x^{(0)} \in \Gamma_{\{2,3\}} \cup \{e_1\} \text{ and } -1 \leq \alpha, \beta \leq 1, \\ \{e_1\}, & \text{if } x^{(0)} \in S^2 \setminus (\Gamma_{\{2,3\}} \cup \{e_1\}) \text{ and } \alpha + \beta + \alpha\beta < 0, \\ \{y_{\alpha\beta}, z_{\alpha\beta}\}, & \text{if } x^{(0)} \in (\Gamma_{\{1,2\}} \cup \Gamma_{\{1,3\}}) \setminus \{e_1\} \text{ and } \alpha + \beta + \alpha\beta > 0, \alpha, \beta \in (-1,1], \\ \{\mathbf{x}_{\delta\gamma}, \tilde{x}_{\delta\gamma}\}, & \text{if } x^{(0)} \in \text{int}S^2 \text{ and } \alpha + \beta + \alpha\beta \leq 0, \alpha, \beta \in (-1,1]. \end{cases}$$

REFERENCES

1. **R. N. Ganikhodzhaev.** Quadratic stochastic operators, Lyapunov functions and tournaments. *Sb. Math.* **76** (2) (1993), pp. 489 – 506.
2. **U. U. Jamilov, Kh. O. Khudoyberdiev, M. Ladra.** Quadratic operators corresponding to permutations. *Stoch. Anal. Appl.* **38**(5) (2020), pp. 929 – 938.
3. **U. U. Jamilov.** On a family of strictly non-Volterra quadratic stochastic operators. *Jour. Phys. Conf. Ser.* **697** (2016), 012013.
4. **U. U. Zhamilov, U. A. Rozikov.** On the dynamics of strictly non-Volterra quadratic stochastic operators on a two-dimensional simplex. *Sb. Mat.* **200** (9) (2009), pp. 1339 – 1351.

THE DYNAMICS OF SUPERPOSITION OF NON-VOLTERRA QUADRATIC STOCHASTIC OPERATORS

Jamilov Uyg'un Umurovich, Aralova Kamola Akbar qizi

V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics

e-mail: kamolaaralova96@gmail.com

We consider discrete-time dynamical systems generated by quadratic stochastic operators. The motivations for such investigations can be seen e.g. in [1,2] and references therein.

Let

$$S^{m-1} = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m : \text{for any } i, x_i \geq 0, \text{ and } \sum_{i=1}^m x_i = 1\}$$

be the $(m-1)$ -dimensional simplex. A map $V : S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$ is called a *quadratic stochastic operator* (QSO) if

$$(V\mathbf{x})_k = \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} x_i x_j \quad (1)$$

for any $\mathbf{x} \in S^{m-1}$ and for all $k = 1, \dots, m$, where

$$p_{ij,k} \geq 0, \quad p_{ij,k} = p_{ji,k} \quad \text{for all } i, j, k; \quad \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} = 1 \quad (2)$$

The trajectory $\{\mathbf{x}^{(n)}\}_{n=0}^\infty$ of an operator V for an initial point $\mathbf{x}^{(0)} \in S^{m-1}$ is defined by

$$\mathbf{x}^{(n+1)} = V(\mathbf{x}^{(n)}) = V^{n+1}(\mathbf{x}^{(0)}), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Denote by $\omega_V(\mathbf{x}^{(0)})$ the set of limit points of the trajectory $\{\mathbf{x}^{(n)}\}_{n=0}^\infty$.

A *Volterra* QSO (see [1]) is defined by (1), (2) and with the additional assumption

$$p_{ij,k} = 0, \quad k \notin \{i, j\}, \text{ for any } i, j, k \in E \quad (3)$$

Definition 1. A point $\mathbf{x} \in S^{m-1}$ is called a *fixed point* of V , if $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$. Denote the set of all fixed points by $\text{Fix}(V)$.

Let us consider the following nonlinear operator W defined by superposition of the non-Volterra operators in S^2

$$W : \begin{cases} x'_1 = (1 + \alpha)(x_3^2 + 2x_1x_2)(x_2^2 + 2x_1x_3), \\ x'_2 = (1 + \alpha)(x_3^2 + 2x_1x_2)(x_1^2 + 2x_2x_3), \\ x'_3 = 1 - (1 + \alpha)(x_3^2 + 2x_1x_2)(1 - (x_3^2 + 2x_1x_2)). \end{cases}$$

where $\alpha \in [-1, 1]$. Denote

$$t_\alpha = \frac{\sqrt[3]{118 - 44\alpha + 18\sqrt{6\alpha^2 - 32\alpha + 43}}}{\sqrt[3]{(1 + \alpha)}}.$$

Proposition 1. For the operator W , the following statements are true:

i) the set $M_1 = \{\mathbf{x} \in S^2 : x_1 = x_2\}$ is invariant set of W ;

ii) $\text{Fix}(W) \in M_1$;

iii) $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_1^*, x_3^*)$ is the fixed point of the operator W if only if x_3^* is the fixed point of the operator

$$\phi_\alpha(x) = \frac{1}{2}(9x^4 - 12x^3 + 4x^2 + 1) - \frac{(1 - \alpha)}{4}(3x^2 - 2x + 1)(3x + 1)(x - 1).$$

Proposition 2. $x = 1$ and $x_\alpha^* = \frac{t_\alpha}{9} - \frac{2}{9t_\alpha} + \frac{1}{9}$ are fixed points of the operator ϕ_α and there is no periodic point without fixed points.

Theorem 1. For the operator W , the following statements are true:

i) $\text{Fix}(W) = \begin{cases} \{\mathbf{e}_3\}, & \text{if } \alpha \leq -1/2, \\ \{\mathbf{e}_3, \mathbf{x}_\alpha^*\}, & \text{if } \alpha > -1/2, \end{cases}$ where $\mathbf{x}_\alpha^* = \left(\frac{1 - x_\alpha^*}{2}, \frac{1 - x_\alpha^*}{2}, x_\alpha^*\right)$;

ii) $W(\mathbf{x}^{(0)}) = \mathbf{e}_3$, for any $\mathbf{x}^{(0)} \in \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$

iii) if $\mathbf{x}^{(0)} \in S^2 \setminus \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$, then $\omega_W(\mathbf{x}^{(0)}) = \begin{cases} \{\mathbf{e}_3\}, & \text{if } \alpha \leq -1/2, \\ \{\mathbf{x}_\alpha^*\}, & \text{if } \alpha > -1/2. \end{cases}$

REFERENCES

1. Ganikhodzhaev R.N. Quadratic stochastic operators, Lyapunov functions and tournaments. Sb. Math. 76(2), 1993, pp. 489–506.

2. Jamilov U.U. On a family of strictly non-volterra quadratic stochastic operators. Jour. Phys. Conf. Ser., 697, 2016, 012013.
3. Devaney R. L., An introduction to chaotic dynamical systems, Studies in Nonlinearity, Westview Press, Boulder, CO, 2003.

LOCAL AND 2-LOCAL AUTOMORPHISMS OF SOLVABLE LEIBNIZ ALGEBRAS WITH MODEL NILRADICAL.

PhD. I.A. Karimjanov
S.M.Umrzaqov, M.A.Qodirova
Andijan State University

In this work, we describe the automorphisms on the solvable Leibniz algebras with model nilradical. We show that any local automorphisms on the solvable Leibniz algebras with model nilradicals, whose the codimension is maximal is an automorphism. Moreover, similar problem concerning 2-local automorphisms of such algebras has been studied

In recent years non-associative analogues of classical constructions become of interest in connection with their applications in many branches of mathematics and physics. The notions of local and 2-local derivations(automorphisms) are also become popular for some non-associative algebras such as the Lie and Leibniz algebras.

The first results concerning to local and 2-local derivations and automorphisms on finite-dimensional Lie algebras over algebraically closed field of zero characteristic were obtained in [5] and [4]. Concerning 2-local automorphism, Z.Chen and D.Wang in [4] prove that if $\mathcal{L}$ is a simple Lie algebra of type A_l, D_l or E_k , ($k = 6, 7, 8$) over an algebraically closed field of characteristic zero, then every 2-local automorphism of $\mathcal{L}$ is an automorphism. Finally, in [2] Sh.A.Ayupov and K.K.Kudaybergenov generalized this result of [4] and proved that every 2-local automorphism of a finite-dimensional semi-simple Lie algebra over an algebraically closed field of characteristic zero is an automorphism. Moreover, they show also that every nilpotent Lie algebra with finite dimension larger than two admits 2-local automorphisms which is not an automorphism. Sh.A.Ayupov, K.K.Kudaybergenov, B.A.Omirov proved similar results concerning local and 2-local derivations and automorphisms on simple Leibniz algebras in their recent paper [3].

An algebra L over a field $\mathbb{K}$ is called a Leibniz algebra if for any $x, y, z \in \mathcal{L}$, the Leibniz identity

$$[[x, y], z] = [[x, z], y] + [x, [y, z]]$$

is satisfied, where $[-, -]$ is the multiplication in $\mathcal{L}$.

For a Leibniz algebra $\mathcal{L}$ we consider the following derived and lower central series:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{(1)} &= \mathcal{L}, & \mathcal{L}^{(n+1)} &= [\mathcal{L}^{(n)}, \mathcal{L}^{(n)}], n > 1; \\ \mathcal{L}^1 &= \mathcal{L}, & \mathcal{L}^{n+1} &= [\mathcal{L}^n, \mathcal{L}], n > 1. \end{aligned}$$

An algebra L is called solvable (nilpotent) if there exists $s \in \mathbb{N}$ ($k \in \mathbb{N}$, respectively) such that $\mathcal{L}^{(s)} = 0$ ($\mathcal{L}^k = 0$, respectively). The minimal number s (respectively, k) with such property is called index of solvability (respectively, of nilpotency) of the algebra $\mathcal{L}$.

A linear bijective map $\varphi: \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$ is called an automorphism (resp. an anti-automorphism), if it satisfies $\varphi([x, y]) = [\varphi(x), \varphi(y)]$ (resp. $\varphi([x, y]) = [\varphi(y), \varphi(x)]$) for all $x, y \in \mathcal{L}$.

Let $\mathcal{L}$ be an algebra. A linear map $\Phi: \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$ is called a local automorphism, if for any element $x \in A$ there exists an automorphism $\varphi_x: \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$ such that $\Phi(x) = \varphi_x(x)$.

$\mathcal{L}$ (not necessary linear) map $\Phi: \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$ is called a 2-local automorphism, if for any elements $x, y \in \mathcal{L}$ there exists an automorphism $\varphi_{x,y}: \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$ such that $\Phi(x) = \varphi_{x,y}(x)$, $\Phi(y) = \varphi_{x,y}(y)$.

We present the classification results for arbitrary dimensional solvable Leibniz algebras with model nilradical, whose codimension is maximal.

Theorem 1. [1] An solvable Leibniz algebra R with nilradical $N_{m_1, \dots, m_s}$, such that $\dim R - \dim N_{m_1, \dots, m_s} = s$, is isomorphic to the algebra:

$$R(N_{m_1, \dots, m_s}) = \begin{cases} [e_i^t, e_1^1] = e_{i+1}^t, & 1 \leq t \leq s, 1 \leq i \leq m_t - 1, \\ [e_i^1, x_1] = i e_i^1, & 1 \leq i \leq m_1, \\ [e_i^t, x_1] = (i-1) e_i^t, & 2 \leq t \leq s, 1 \leq i \leq m_t, \\ [e_i^t, x_t] = e_i^t, & 2 \leq t \leq s, 1 \leq i \leq m_t, \\ [x_1, e_1^1] = -e_1^1, \end{cases}$$

where $\{x_1, \dots, x_s\}$ is a basis of complementary vector space.

Now we shall give the main result concerning automorphisms of solvable Leibniz algebras.

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Proposition 2. Any automorphism φ of the algebras $R(N_{m_1, m_2}, 2)$ has the following form:

$$\varphi(e_i^1) = \sum_{j=i}^{m_1} \frac{(-1)^{j-i} \alpha^i \beta^{j-i}}{(j-i)!} e_j^1, \quad 1 \leq i \leq m_1,$$

$$\varphi(e_i^2) = \sum_{j=i}^{m_2} \frac{(-1)^{j-i} \gamma \alpha^{i-1} \beta^{j-i}}{(j-i)!} e_j^2, \quad 1 \leq i \leq m_2,$$

$$\varphi(x_1) = \sum_{i=1}^{m_1} \frac{(-1)^{i-1} \beta^i}{i!} e_i^1 + x_1,$$

$$\varphi(x_2) = x_2.$$

we shall give the main result concerning local derivations of solvable Leibniz algebra $R(N_{m_1, m_2}, 2)$.

Theorem 3. Every local automorphism of $R(N_{m_1, m_2}, 2)$ is an automorphism.

Theorem 4. Every 2-local automorphism of $R(N_{m_1, m_2}, 2)$ is an automorphism.

REFERENCES

- 1) Mamadaliyev U.X., Omirov B.A. Cohomologically rigid solvable Leibniz algebras with a nilradical of arbitrary characteristic sequence // Sib.math.Jour., 61:3 (2020), p. 641–653.
- 2) Ayupov Sh.A, Kudaybergenov K.K, 2-local automorphisms on finite-dimensional Lie algebras, Linear Algebra Appl. 507 (2016), p. 121–131.
- 3) Ayupov Sh., Kudaybergenov K., Omirov B., Local and 2-local derivations and automorphisms on simple Leibniz algebras, Bull. Malays. Math. Sci. Soc., 43(3), (2020), p. 2199–2234.
- 4) Chen Z., Wang D., 2-Local automorphisms of finite-dimensional simple Lie algebras, Linear Algebra Appl. 486 (2015), p. 335–344.

АЙНИГАН КОСОСИММЕТРИК МАТРИСАГА ЕГА, УЧ ЎЛЧАМЛИ СИМПЛЕКСДА АНИҚЛАНГАН ЛОТКА-ВОЛТЕРРА АКСЛАНТИРИШЛАРИ ТРАЕКТОРИЯЛАРИНИНГ ДИНАМИКАСИ

Каримов Д.И

Алгебра ва функционал анализ 1-курс магистратура талабаси

Айтайлик, $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ турлар эҳтимолликларининг тақсимоти бўлсин. Турларнинг ўзаро чатишиши тасодикий (панмиксия) бўлсин ва турли авлодлар ўртасидаги ҳеч қандай чатишиш бўлмасин, у ҳолда популяциянинг авлоддан кейинги авлодга ўтиш эҳтимолликлари тақсимоти куйидаги формула билан аниқланади:

$$x_k^{(n+1)} = x_k^{(n)} \left(1 + \sum_{i=1}^m a_{ki} x_i^{(n)} \right), \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad n = 0, 1, \dots$$

$x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_m^0)$ бошланғич авлоддаги эҳтимоллик тақсимоти, $a_{ki} = -a_{ik}$, $|a_{ki}| \leq 1$ ирсият коэффициентлари.

Квадратик стохастик оператор $V : S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$ ни кўриб чиқамиз [1]:

$$(Vx)_k = x'_k = \sum_{i,j=1}^m P_{ij,k} x_i x_j, \quad k = \overline{1, m},$$

бу ерда $x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in S^{m-1}$, $(Vx)_k - Vx \in S^{m-1}$ нуктанинг k -чи координатаси,

бу коэффициент $P_{ij,k}$ куйидаги шартни қаноатлантиради:

$$P_{ij,k} = P_{ji,k} \geq 0, \quad \sum_{k=1}^m P_{ij,k} = 1.$$

1-таъриф. Агар $P_{ij,k} = 0$, $k \notin \{i, j\}$ бўлса, у ҳолда квадратик стохастик V оператор S^{m-1} симплексада аниқланган Лотка-Вольтерра акслантириши дейилади.

Таърифга кўра, ихтиёрий $i, k = \overline{1, m}$ учун $P_{ik,k} + P_{ik,i} = 1$ тенглик бажарилади.

Айтайлик $Vx = (x'_1, x'_2, \dots, x'_m)$ бўлсин. Киририлган белгилашлардан фойдаланиб, операторнинг умумий кўринишини куйидагича ёзиб оламиз:

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

$$x'_k = x_k \left(1 + \sum_{i=1}^m a_{ki} x_i \right), k = \overline{1, m}$$

Бу муносабат S^{m-1} симплексида Лотка-Вольтерра операторининг каноник кўриниши дейилади [1].

2-таъриф. Агар барча жуфт тартибли бош минорлари нолдан фаркли бўлса, кососимметрик матрица $A = (a_{ki})$ умумий ҳолатда дейилади.

Агар кососимметрик матрица умумий ҳолатда бўлса, у ҳолда унга мос V Лотка-Вольтерра акслантириши a_{ki} коэффициенти билан ҳам умумий ҳолатдаги оператор бўлади.

1-теорема. Агар A — кососимметрик матрица бўлса, у ҳолда $P = \{x \in S^{m-1} : Ax \geq 0\}$ тўпلام бўш бўлмаган каварик кўпёқдир [1].

Бу теоремадан қуйидаги натижа келиб чиқади.

1-натижа. $Q = \{x \in S^{m-1} : Ax \leq 0\}$ — тўпلام бўш бўлмаган каварик кўпёқдир.

Агар жуфт тартибли минорлар нолга тенг бўлса, биз айниган кососимметрик матрицага мос Лотка-Вольтерра акслантиришига эга бўламиз, бу эса кососимметрик матрицанинг баъзи коэффициентлари нолга тенг бўлган ҳол бўлади, яъни $a_{ki} = 0$. Биз кичик ўлчамдаги айниган кососимметрик матрицага мос квадратик Лотка-Вольтерра акслантириши динамикасини ўрганамиз.

Бундай системаларнинг ички нукталари траекторияларининг динамикасини ўрганиш анча қийинчилик туғдиради, шунинг учун ички нукталар траекториялари ҳаракатини батафсил кўриб чиқиш учун биз компьютернинг амалий дастурларидан фойдаланиш маъқул деб ҳисоблаймиз.

Бундай системаларда қандай усулларни қўллаш мумкинлиги ҳақидаги саволга жавоб бериш учун биз системанинг фазали портретидан фойдаланишимиз мумкин.

Шундай қилиб, “фазали портрет” бизга динамик системанинг ҳолатини кўриш имконини беради, яъни унинг ёрдамида биз бир қарашда турли хил ички нукталар траекториялари динамикаси, ҳамда динамик система коэффициентларининг турли қийматларида юзага келиши мумкин бўлган ҳаракатларни тўлиқ камраб олиш имкониятини беради. Улар учун P ва Q тўпلامларни тасвирлаш ва бу тўпلامлар ёрдамида ички нукталар траекторияларининг асимптотик ҳаракати батафсил ёритиш масаласини қараймиз. Бошқача айтганда, эволюциянинг қаерда бошланиши ва қаерда тугаши шартлари топиш масаласи билан шуғулланамиз.

Бундай системаларни ўрганишда биз графлар назариясининг баъзи тушунчаларидан фойдаланамиз [2]. Яъни бу системаларга мос аралаш графларни қараймиз. Мисол [1]

$$V: S^4 \rightarrow S^4 \begin{cases} x'_1 = x_1(1 - ax_2) \\ x'_2 = x_2(1 + ax_1) \\ x'_3 = x_3 \end{cases} X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} P = \{AX \geq 0\}; Q = \{AX \leq 0\} A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Gamma_{13} = \{\alpha, 0, 1 - \alpha\}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ 1 - \alpha \end{pmatrix} = (0; 1 - a\alpha; 0) \quad -a\alpha \leq 0 \quad \alpha \in (0; 1)$$

$$Q = \{\alpha; 1 - a\alpha; 0\}; \{0 < \alpha < 1\} \quad \Gamma_{23} = \{0, \beta, 1 - \beta\}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \beta \\ 1 - \beta \end{pmatrix} = (a\beta; 0; 0) \quad a\beta \leq 0 \quad \beta \in (0; 1)$$

$$P = \{0, \beta, 1 - \beta\}; \{0 < \beta < 1\}$$

АДАБИЁТЛАР

1.Таджиева М.А., Ганиходжаев Р.Н. Конфликтные ситуации в дискретных динамических системах Лотки-Вольтерра // Материалы международной конференции “КРОМШ-2019” Крым. 17-29 сентября, 2019. С. 130-131.

2. Ганиходжаев Р.Н., Эшмаматова Д.Б., Таджиева М.А. Карта неподвижных точек вольтерровских операторов с однородным турниром в симплексе 4 S// Proceedings of scientific conference “actual problems of stochastic analysis” dedicated to the 80th anniversary of the birth of academician Sh.K.FORMANOV. Tashkent, February 20-21. 2021. P. 499-503

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ ИЗОМОРФИЗМ МЕЖДУ АЛГЕБРОЙ ИЗМЕРИМЫХ ФУНКЦИЙ И ЕЕ ПОДАЛГЕБРОЙ АППРОКСИМАТИВНО ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

Каримов Х

Институт математики имени В.И.Романовского АН Руз

hakimkarimov1995@gmail.com

Пусть $E \subset \mathbb{R}$ — измеримое по Лебегу множество, $f: E \rightarrow \mathbb{C}$ — измеримая функция. Пусть $t_0 \in \mathbb{R}$ точка в которой E имеет плотность 1. Напомним, что число ℓ называется аппроксимативным пределом f в точке t_0 , если множество $\{t \in E: |f(t) - \ell| < \varepsilon\}$ имеет плотность один в t_0 для каждого $\varepsilon > 0$, и ℓ обозначается через $ap\text{-}\lim_{t \rightarrow t_0} f(t)$. Если аппроксимативный предел

$$f'_{ap}(t_0) := ap\text{-}\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$$

существует и конечен, то она называется аппроксимативной производной функции f при t_0 , а функция называется аппроксимативно дифференцируемой при t_0 [1]. Далее для удобства аппроксимативную приближенную производную f'_{ap} обозначим как $\dot{f}$.

Пусть $AD(0,1)$ — множество всех классов комплекснозначных измеримых функций, состоящее из почти всюду аппроксимативно дифференцируемых функций на $[0,1]$, и $AD^{(n)}(0,1)$ — множество всех классов комплекснозначных измеримых функций, состоящее из почти всюду n аппроксимативно дифференцируемых функций на $[0,1]$ и пусть

$$AD^{\infty}(0,1) = \bigcap_{n \geq 1} AD^{(n)}(0,1).$$

Заметим, что согласно [2] алгебра $AD(0,1)$ является регулярной, целозамкнутой и ρ -замкнутой собственной подалгеброй в $S(0,1)$. Более того,

$$\nabla(S(0,1)) = \nabla(AD(0,1)).$$

Далее, алгебра $AD(0,1)$ однородна, а алгебры $S(0,1)$ и $AD(0,1)$ изоморфны [3].

Теорема 1. Алгебра $AD^{(n)}(0,1)$ является регулярной, интегрально замкнутой, ρ -замкнутой и s -однородной подалгеброй в $S(0,1)$ для всех $n \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$.

Теорема 2. Алгебры $S(0,1)$ и $AD^{(n)}(0,1)$ изоморфны для всех $n \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] H. Federer, *Geometric Measure Theory*, Heidelberg, New York, 1996.
- [2] A. F. Ber, K. K. Kudaybergenov and F. A. Sukochev, *Notes on derivations of Murray–von Neumann algebras*, J. Funct. Anal. **279**:5 (2020), 108589.
- [3] Sh.A. Ayupov, K. K. Kudaybergenov and Kh. Karimov, *Isomorphisms of commutative regular algebras*, Positivity, **26**, 11 (2022). 23 p.

IDEMPOTENT O'LCHOVLAR SIMPLEKSINI O'ZINI-O'ZIGA O'TKAZADIGAN CHIZIQLI OPERATORLARNING $n=3$ BO'LGAN MAXSUS HOLDA HARAKAT TRAYEKTORIYASI

Karimov Muzaffar Musaxonovich (NamDU),

Karimova Shalola Musayevna (NamMQI)

Teorema1. $A = (a_{ij})_{i,j=1,n}$ — chiziqli operator I_n ni o'zini-o'ziga akslantirishi uchun quyidagi shartlardan birini qanoatlantirishi zarur va yetarli:

- 1) $a_{ij} \geq 0$ va A matritsada hech bo'lmaganda 1 ta nol satr mavjud;
- 2) $a_{ij} \geq 0$ va A matritsaning barcha satr va ustunlarida bittadan ortiq bo'lmagan nolmas element mavjud. [10]

1. Faraz qilaylik ushbu teoremaning 2) sharti bajarilsin.

1-ШҶЪБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Ya'ni $a_{ij} \geq 0$ va A matritsaning barcha satr va ustunlarida bittadan ortiq bo'lmagan nolmas element mavjud.

Ushbu shart bajarilganda harakat trayektoriyasini o'rganamiz.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix} \text{ bo'lgan hol. } A^n x^0 = \begin{pmatrix} a_{11}^n & 0 & 0 \\ 0 & a_{22}^n & 0 \\ 0 & 0 & a_{33}^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \\ x_3^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}^n x_1^0 \\ a_{22}^n x_2^0 \\ a_{33}^n x_3^0 \end{pmatrix} \text{ ga teng bo'ladi.}$$

Shunday qilib, ixtiyoriy $x^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0) \in I_3$ uchun $x^{(n)} = A^n x^0 = (a_{11}^n x_1^0, a_{22}^n x_2^0, a_{33}^n x_3^0)$ ga egamiz.

Lemma: Agar A chiziqli operator teoremaning ikkinchi shartini qanoatlantirib $a_{ii} \geq 0$ va $a_{ij} = 0$ bo'lsa uholda I_3 quyidagicha trayektoriyalarni hosil qiladi

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x^{(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_{11}^n x_1^0, a_{22}^n x_2^0, a_{33}^n x_3^0) = \begin{cases} (0, 0, 0), & \text{agar } a_{11} < 1, a_{22} < 1, a_{33} < 1 \text{ bo'lsa,} \\ (x_1^0, 0, 0), & \text{agar } a_{11} = 1, a_{22} < 1, a_{33} < 1 \text{ bo'lsa,} \\ (0, x_2^0, 0), & \text{agar } a_{11} < 1, a_{22} = 1, a_{33} < 1 \text{ bo'lsa,} \\ (0, 0, x_3^0), & \text{agar } a_{11} < 1, a_{22} < 1, a_{33} = 1 \text{ bo'lsa,} \\ (x_1^0, x_2^0, 0), & \text{agar } a_{11} = 1, a_{22} = 1, a_{33} < 1 \text{ bo'lsa,} \\ (x_1^0, 0, x_3^0), & \text{agar } a_{11} = 1, a_{22} < 1, a_{33} = 1 \text{ bo'lsa,} \\ (0, x_2^0, x_3^0), & \text{agar } a_{11} < 1, a_{22} = 1, a_{33} = 1 \text{ bo'lsa,} \\ (x_1^0, x_2^0, x_3^0), & \text{agar } a_{11} = 1, a_{22} = 1, a_{33} = 1 \text{ bo'lsa,} \\ (-\infty, x_2^0, x_3^0), & \text{agar } a_{11} > 1, a_{22} = 1, a_{33} = 1 \text{ bo'lsa,} \\ (x_1^0, -\infty, x_3^0), & \text{agar } a_{11} = 1, a_{22} > 1, a_{33} = 1 \text{ bo'lsa,} \\ (x_1^0, x_2^0, -\infty), & \text{agar } a_{11} = 1, a_{22} = 1, a_{33} > 1 \text{ bo'lsa,} \\ (-\infty, -\infty, x_3^0), & \text{agar } a_{11} > 1, a_{22} > 1, a_{33} = 1 \text{ bo'lsa,} \\ (-\infty, x_2^0, -\infty), & \text{agar } a_{11} > 1, a_{22} = 1, a_{33} > 1 \text{ bo'lsa,} \\ (x_1^0, -\infty, -\infty), & \text{agar } a_{11} = 1, a_{22} > 1, a_{33} > 1 \text{ bo'lsa,} \\ (-\infty, -\infty, -\infty), & \text{agar } a_{11} > 1, a_{22} > 1, a_{33} > 1 \text{ bo'lsa,} \\ (0, -\infty, -\infty), & \text{agar } a_{11} < 1, a_{22} > 1, a_{33} > 1 \text{ bo'lsa,} \\ (-\infty, 0, -\infty), & \text{agar } a_{11} > 1, a_{22} < 1, a_{33} > 1 \text{ bo'lsa,} \\ (-\infty, -\infty, 0), & \text{agar } a_{11} > 1, a_{22} > 1, a_{33} < 1 \text{ bo'lsa,} \\ (0, 0, -\infty), & \text{agar } a_{11} < 1, a_{22} < 1, a_{33} > 1 \text{ bo'lsa,} \\ (0, -\infty, 0), & \text{agar } a_{11} < 1, a_{22} > 1, a_{33} < 1 \text{ bo'lsa,} \\ (-\infty, 0, 0), & \text{agar } a_{11} > 1, a_{22} < 1, a_{33} < 1 \text{ bo'lsa,} \\ (x_1^0, 0, -\infty), & \text{agar } a_{11} = 1, a_{22} < 1, a_{33} > 1 \text{ bo'lsa,} \\ (x_1^0, -\infty, 0), & \text{agar } a_{11} = 1, a_{22} > 1, a_{33} < 1 \text{ bo'lsa,} \\ (-\infty, x_2^0, 0), & \text{agar } a_{11} > 1, a_{22} = 1, a_{33} < 1 \text{ bo'lsa,} \\ (0, x_2^0, -\infty), & \text{agar } a_{11} < 1, a_{22} = 1, a_{33} > 1 \text{ bo'lsa,} \\ (0, -\infty, x_3^0), & \text{agar } a_{11} < 1, a_{22} > 1, a_{33} = 1 \text{ bo'lsa,} \\ (-\infty, 0, x_3^0), & \text{agar } a_{11} > 1, a_{22} < 1, a_{33} = 1 \text{ bo'lsa,} \end{cases}$$

ADABIYOTLAR

- [1] M. Akian, Trans. Amer. Math. Soc. **351**, 4515 (1999).
- [2] J. M. Casas, M. Ladra and U. A. Rozikov, Linear Algebra Appl. **435** (4), 852 (2011).
- [3] P. Del Moral and M. Doisy, Math. Notes. **69** (2), 232 (2001).

- [4] P. Del Moral and M. Doisy, Theory Probab. Appl. **43** (4), 562 (1998); **44** (2), 319 (1999).
 [5] R. L. Devaney, *An introduction to chaotic dynamical system* (Westview Press 2003).
 [6] R. N. Ganikhodzhaev, F. M. Mukhamedov and U. A. Rozikov, Infin. Dim. Anal., Quantum Probab. Related Topics. **14** (2), 279 (2011).
 [7] G. L. Litvinov and V. P. Maslov (eds.), Idempotent mathematics and mathematical physics (Vienna 2003), Contemp. Math., 377, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2005.
 [8] G. L. Litvinov, J. Math. Sciences. **140** (3), 426 (2007).
 [9] V. P. Maslov and S. N. Samborskii (eds.), Adv. Soviet Math. **13**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, (1992).
 [10] U. A. Rozikov and M. M. Karimov, *Dinamics of Linear Maps of Idempotent Measures*, Lobachevskii Journal of Mathematics, **34**(1), (2013) 20–28.
 [11] A. N. Shiryaev, *Probability, 2 nd Ed.* (Springer, 1996).
 [12] M. M. Zarichnyi, Izvestiya: Mathematics. **74** (3), 481 (2010).

SURJECTIVITY OF POLYNOMIAL STOCHASTIC OPERATORS ON INFINITE DIMENSIONAL SIMPLEX

Khakimov Otabek

Institute of Mathematics

Saidov Abdulatif

Gulistan State University

We denote $S_1 = \{x = (x_i)_{i \in \mathbb{N}} : x_i \geq 0, \sum_{i \in \mathbb{N}} x_i = 1\}$. It is known that $S_1 = \text{convh}(\text{Extr} S_1)$, where $\text{Extr}(S_1)$ is the extremal points of S_1 and $\text{convh}(A)$ is the convex hull of a set A . Any extremal point of S_1 has the following form:

$$e_k = (\underbrace{0, \dots, 0}_k, 1, 0, 0, \dots), \quad \forall k \in \mathbb{N}.$$

Let $\mathcal{P} = (P_{i_1 \dots i_m, k})_{i_1, \dots, i_m, k \in \mathbb{N}}$ be a $m + 1$ -ordered hypermatrix. An $m + 1$ -ordered hypermatrix $\mathcal{P}$ is called stochastic if for any $i_1, i_2, \dots, i_m, k \in E$ if one has

$$P_{i_1 \dots i_m, k} \geq 0, \quad \sum_{n \in E} P_{i_1 \dots i_m, n} = 1. \quad (1)$$

For a given $m + 1$ -ordered stochastic hypermatrix $\mathcal{P}$ we define an operator V on S_1 by

$$(V(x))_k = \sum_{i_1, i_2, \dots, i_m \in \mathbb{N}} P_{i_1 i_2 \dots i_m, k} x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_m}, \quad \forall k \in E. \quad (2)$$

The operator (1), (2) is called *m-ordered polynomial stochastic operator* (in short *m-ordered PSO*). Without loss of generality, we may always assume that $P_{i_1 \dots i_m, k} = P_{i_{\pi(1)} \dots i_{\pi(m)}, k}$ for any permutation π of $(1, 2, \dots, m)$. For details on PSOs see [1].

Let us recall some notions which will be used in the sequel. By *support* of $x = (x_i)_{i \in \mathbb{N}} \in S_1$ we mean a set $\text{supp}(x) = \{i \in \mathbb{N} : x_i \neq 0\}$.

Recall that two vectors $x, y \in S_1$ are called *orthogonal* (denoted by $x \perp y$) if $\text{supp}(x) \cap \text{supp}(y) = \emptyset$. If $x, y \in S_1$, then one can see that $x \perp y$ if and only if $x_k y_k = 0$ for all $k \in \mathbb{N}$. In what follows, we denote $x \circ y = \sum_{k \in \mathbb{N}} x_k y_k$.

Definition 4.2.1. An m -ordered PSO V defined on S_1 is called *orthogonal preserving PSO* (OP PSO) if for any $x, y \in S_1$ with $x \perp y$ one has $V(x) \perp V(y)$.

In [2] it has been studied surjectivity of quadratic stochastic operators. Recall that we get quadratic stochastic operators from PSOs when $m = 2$.

Theorem 4.2.2. Let V be an m -ordered PSO such that $V(e_i) = e_i$ for every $i \in \mathbb{N}$. The following statement are equivalent

- (i) V is an OP;
- (ii) For any $i_1, \dots, i_m, k \in \mathbb{N}$ one has $P_{i_1 \dots i_m, k} = 0$ if $k \notin \{i_1, \dots, i_m\}$;
- (iii) For any $x \in S_1$ and $k \geq 1$ it holds $(V(x))_k = x_k \mathcal{A}_k(x)$, where

$$\mathcal{A}_k(x) = x_k^{m-1} + \sum_{j=1}^{m-1} C_m^j x_k^{m-1-j} \sum_{i_{m+1-j}, \dots, i_m \neq k} P_{k \dots k i_{m+1-j} \dots i_m, k} x_{i_{m+1-j}} \dots x_{i_m}.$$

REFERENCES

1. Mukhamedov F.M., Ganikhodzhaev N.N., Quantum Quadratic Operators and Processes. // Berlin, Springer, 2015.
2. Mukhamedov F., Khakimov O., Embong A., On surjective second order non-linear Markov operators and associated nonlinear integral equations. // *Positivity*, 2018, **22**(5), pp.1445-1459.

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ О СЛАБО ПЕРИОДИЧЕСКИХ МЕРАХ ГИББСА ДЛЯ НС-МОДЕЛИ СО СЧЕТНЫМ ЧИСЛОМ СОСТОЯНИЙ

Хакимов Р.М., Махаммадалиев М.Т.

Институт Математики, Наманган, Узбекистан;

Наманганский государственный университет, Наманган, Узбекистан.

Пусть $\tau^k = (V, L)$ – есть дерево Кэли порядка $k \geq 1$. Известно, что дерево Кэли представляется как группа G_k , являющаяся свободным произведением $k+1$ циклических групп второго порядка с образующими $a_1, \dots, a_{k+1}$. Для фиксированного $x^0 \in V$ обозначим $W_n = \{x \in V \mid d(x, x^0) = n\}$, $V_n = \bigcup_{j=0}^n W_j$ где $d(x, y)$ есть расстояние между вершинами $x, y \in V$. Для $x \in W_n$ множество прямых потомков вершины x обозначим через $S(x)$: $S(x) = \{y_i \in W_{n+1} \mid d(x, y_i) = 1, i = 1, 2, \dots, k\}$.

Пусть $\Phi = Z$ и $\sigma \in \Phi^V$ -конфигурация. Конфигурация σ называется допустимой, если $\sigma(x)\sigma(y) = 0$ для любых соседних $\langle x, y \rangle$ из V (V_n соот.) и обозначим множество таких конфигураций через (Ω_{V_n}) . Ясно, что $\Omega \subset \Phi^V$.

Рассмотрим множество Z как множество вершин некоторого бесконечного графа G . С помощью графа G определим G -допустимую конфигурацию следующим образом. Конфигурация σ называется G -допустимой конфигурацией на дереве Кэли (в V_n), если $\{\sigma(x), \sigma(y)\}$ – ребро графа G для любой ближайшей пары соседей x, y из V (из V_n). Обозначим множество G -допустимых конфигураций через Ω^G ($\Omega_{V_n}^G$). Множество активности [1] для графа G есть ограниченная функция $\lambda: G \mapsto R_+$. Значение λ_i функции λ в вершине $i \in Z$ называется ее “активностью”. Для данных G и λ определим гамильтониан G –НС-модели как

$$H_G^\lambda(\sigma) = \begin{cases} J \sum_{x \in V} \ln \lambda_{\sigma(x)}, & \text{если } \sigma \in \Omega^G, \\ +\infty, & \text{если } \sigma \notin \Omega^G, \end{cases}$$

Понятие меры Гиббса и других понятий вводится стандартным образом (см. [2]). Доказано, что каждой (градиентной) мере Гиббса на (Ω^G, B) соответствует совокупность векторов

$z_x = \{z_{i,x}, i \in Z_0\} \in R_+^{Z_0}$ такая, что $\forall x \in V$ имеют место следующие равенства:

$$z_{i,x}' = \lambda_i' \prod_{y \in S(x)} \frac{a_{i0} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{im} z_{m,y}' z_{m,y}'}{a_{00} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{0m} z_{m,y}'}, \quad i, m \in Z_0 \quad (1)$$

где $z_{i,x}' = \lambda_i' \frac{z_{i,x}}{z_{0,x}}$, $\lambda_i' = \frac{\lambda_i v(i)}{\lambda_0 v(0)}$, $Z_0 = Z \setminus \{0\}$ и $v = \{v(i) > 0, i \in Z\}$ – фиксированная вероятностная

мера. Рассмотрим конкретный граф G с $a_{i0} = 1 \quad \forall i \in Z$ и $a_{im} = 0 \quad \forall i, m \in Z_0$. Пусть $\bar{G}_k$ – нормальный делитель конечного индекса $r \geq 1$. Рассмотрим фактор группу $G_k / \bar{G}_k = \{H_1, \dots, H_r\}$

Определение 1. Совокупность векторов $z = \{z_x, x \in G_k\}$ называется $\bar{G}_k$ -периодической, если $z_{yx} = z_x$ для любого $x \in G_k$ и $y \in \bar{G}_k$. G_k -периодические совокупности векторов называются трансляционно-инвариантными.

Для любого $x \in G_k$ множество $\{y \in G_k : \langle x, y \rangle\} \setminus S(x)$ имеет единственный элемент, которого обозначим через $x_\downarrow$.

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Определение 2. Совокупность векторов $z = \{z_x, x \in G_k\}$ называется $\bar{G}_k$ -слабо периодической, если $z_x = z_{ij}$ при $x \in H_i, x_j \in H_j$ для любого $x \in G_k$.

Определение 3. Мера μ называется $\bar{G}_k$ -(слабо) периодической, если она соответствует $\bar{G}_k$ -(слабо) периодической совокупности векторов z .

Пусть $\emptyset = A \subset N_k = \{1, 2, \dots, k+1\}$. Известно, что любая подгруппа индекса два группы G_k имеет вид $H_A = \{x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{четное число}\}$, где $w_x(a_i)$ – число букв a_i в слове $x \in G_k$. $G_k^{(2)} = \{x \in G_k : |x| - \text{четное число}\}$, где $|x|$ – длина слова $x \in G_k$ и $G_k^{(4)} = H_A \cap G_k^{(2)}$ – нормальный делитель индекса 4. Рассмотрим фактор-группу $G_k / G_k^{(4)} = \{H_0, H_1, H_2, H_3\}$, где

$$H_0 = \left\{ x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{четно}, |x| - \text{четно} \right\}, \quad H_1 = \left\{ x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{нечетно}, |x| - \text{четно} \right\},$$

$$H_2 = \left\{ x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{четно}, |x| - \text{нечетно} \right\},$$

$$H_3 = \left\{ x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{нечетно}, |x| - \text{нечетно} \right\}$$

Тогда в силу (1), после некоторых преобразований, получим

$$\begin{cases} Q = \frac{(1+V)^k}{\left((1+V)^{k/i} + \lambda^{1/i} T^{1-1/i}\right)^i} \cdot \frac{\lambda}{(1+B)^{k-i}}, & B = \frac{(1+T)^k}{\left((1+T)^{k/i} + \lambda^{1/i} V^{1-1/i}\right)^i} \cdot \frac{\lambda}{(1+Q)^{k-i}}, \\ V = \frac{(1+Q)^k}{\left((1+Q)^{k/i} + \lambda^{1/i} B^{1-1/i}\right)^i} \cdot \frac{\lambda}{(1+T)^{k-i}}, & T = \frac{(1+B)^k}{\left((1+B)^{k/i} + \lambda^{1/i} Q^{1-1/i}\right)^i} \cdot \frac{\lambda}{(1+V)^{k-i}}. \end{cases} \quad (2)$$

где $\lambda = \sum_{j \in Z_0} \lambda_j$, $\sum_{j \in Z_0} q_j = Q$, $\sum_{j \in Z_0} b_j = B$, $\sum_{j \in Z_0} v_j = V$, $\sum_{j \in Z_0} t_j = T$.

Рассмотрим отображение $W : R^4 \rightarrow R^4$. Заметим, что (2) есть уравнение $z = W(z)$. Чтобы решить систему уравнений (2), надо найти неподвижные точки отображения $z' = W(z)$.

Лемма. Отображение W имеет инвариантные множества следующих видов:

$$I_1 = \{(Q, B, V, T) \in R^4 : Q = B = V = T\}, \quad I_2 = \{(Q, B, V, T) \in R^4 : Q = V, B = T\},$$

$$I_3 = \{(Q, B, V, T) \in R^4 : Q = B, V = T\}, \quad I_4 = \{(Q, B, V, T) \in R^4 : Q = T, B = V\},$$

Справедлива следующая теорема.

Теорема. Пусть $k \geq 2$. Тогда для НС модели со счетным числом состояний в случае нормального делителя индекса четыре справедливы следующие утверждения:

1. Если ряд $\sum_{j \in Z} \lambda_j$, полученный из последовательности параметров $(\lambda_j)_{j \in Z}$, сходится и его сумма $\sum_{j \in Z} \lambda_j = \lambda$, то для любых $i \leq k$ и $\lambda > 0$ на инвариантных множествах I_1 и I_3 слабо периодическая мера Гиббса единственна. Более того, эта мера совпадает с единственной трансляционно-инвариантной мерой Гиббса.
2. Если ряд $\sum_{j \in \square_0} \lambda_j$ расходится, то слабо периодическая мера Гиббса не существует.

ЛИТЕРАТУРА

1. Brightwell G., Winkler P. Graph homomorphisms and phase transitions, J. Combin. Theory Ser. B. – 1999. – 77, – С. 221–262.
2. Rozikov U. A. Gibbs measures on Cayley trees. World Scientific. – 2013.
3. Хакимов Р. Единственность слабо периодической гиббсовской меры для НС-модели, *Мат. заметки*, 2013, т. 94, No 5, с. 796–800.

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ ON THE EXISTENCE OF EIGENVALUES OF THE ONE PARTICLE DISCRETE SCHRÖDINGER OPERATOR

Sh.I. Khamidov, J. Jumanov, R. Ahmadov
Samarkand State University, Jizzakh State Pedagogical Institute

Let $\mathbb{Z}$ be the one dimensional cubical lattice and $\ell^2(\mathbb{Z})$ be the Hilbert space of square-summable functions and $\ell^1(\mathbb{Z})$ be the Banach space of summable functions on $\mathbb{Z}$.

In the coordinate space representation, the one-particle Schrödinger operator (Hamiltonian) $\hat{H} := \hat{H}(\hat{\mathcal{E}})$ under a potential field $\hat{v} \in \ell^1(\mathbb{Z})$ is defined as

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V},$$

where the operator $\hat{H}_0$ is a Laurent-Toeplitz-type operator

$$(\hat{H}_0 \hat{f})(x) = \sum_{s \in \mathbb{Z}} \hat{\mathcal{E}}(x-s) \hat{f}(s), \quad \hat{f} \in \ell^2(\mathbb{Z}),$$

in $\ell^2(\mathbb{Z})$, the function $\hat{\mathcal{E}} \in \ell^1(\mathbb{Z})$ satisfies $\hat{\mathcal{E}}(s) = \hat{\mathcal{E}}(-s)$, and the operator $\hat{V}$ is the multiplication in $\ell^2(\mathbb{Z})$ by $\hat{v}$. Note that $\hat{H}$ is a self-adjoint bounded operator.

Let $\mathbb{T} := (-\pi, \pi]$ be the one dimensional torus, the dual group to $\mathbb{Z}$, equipped with Haar measure $\eta = \frac{dp}{2\pi}$, and let $L^2(\mathbb{T}, \eta)$ be the Hilbert space of square-integrable functions on $\mathbb{T}$.

In the momentum representation, the operator acts in $L^2(\mathbb{T}, \eta)$ by

$$H = \mathcal{F} \hat{H} \mathcal{F}^{-1} = \mathcal{F} \hat{H}_0 \mathcal{F}^{-1} + \mathcal{F} \hat{V} \mathcal{F}^{-1} = H_0 + V,$$

where

$$\mathcal{F}: \ell^2(\mathbb{Z}) \rightarrow L^2(\mathbb{T}, \eta), \quad (\mathcal{F} \hat{f})(p) = \sum_{x \in \mathbb{Z}} \hat{f}(x) e^{ipx}$$

is the standard Fourier transform with the inverse

$$\mathcal{F}^{-1}: L^2(\mathbb{T}, \eta) \rightarrow \ell^2(\mathbb{Z}), \quad (\mathcal{F}^{-1} f)(x) = \int_{\mathbb{T}} f(p) e^{-ipx} \eta(dp).$$

The operator H_0 is the multiplication operator in $L^2(\mathbb{T}, \eta)$ by the continuous function $\mathcal{E} := \mathcal{F} \hat{\mathcal{E}} \in C(\mathbb{T})$ and the operator V acts on $L^2(\mathbb{T}, \eta)$ as a convolution-type integral operator

$$(Vf)(p) = \int_{\mathbb{T}} v(p-t) f(t) \eta(dt)$$

with the kernel distribution $v := \mathcal{F} \hat{v}$.

Hypothesis 1.

(a) The function $\mathcal{E}$ has a unique non-degenerate minimum at $p = 0$.

(b) there exists $\gamma \in (0, 1)$ such that $0 < \sum_{x \in \mathbb{Z}} |x|^{1+\gamma} |\hat{v}(x)| < \infty$, where $|x| := \sum_{i=1}^d |x_i|$.

The operator H_0 is the multiplication operator by the continuous real function $\mathcal{E}(\cdot)$, therefore, it has only the essential spectrum, i.e.,

$$\sigma(\hat{H}_0) = \sigma(H_0) = \sigma_{\text{ess}}(H_0) = [\mathcal{E}_{\min}, \mathcal{E}_{\max}],$$

where

$$\mathcal{E}_{\min} \equiv \min_{p \in \mathbb{T}} \mathcal{E}(p), \quad \mathcal{E}_{\max} \equiv \max_{p \in \mathbb{T}} \mathcal{E}(p).$$

Since the perturbation operator $\hat{V}$ is compact, by the Weyl Theorem [3],

$$\sigma_{\text{ess}}(\hat{H}) = \sigma_{\text{ess}}(\hat{H}_0) = [\mathcal{E}_{\min}, \mathcal{E}_{\max}].$$

As expected, for any nonzero potential $\hat{v} \in \ell^1(\mathbb{Z})$, the operator $\hat{H}$ has eigenvalues and they lie to the left or to the right of the essential spectrum $\sigma_{\text{ess}}(\hat{H})$ (see [1], [2]).

For any $z \in \mathbb{C} \setminus \sigma_{\text{ess}}(\hat{H})$, we define the compact integral operator $\hat{\mathbb{B}}(z)$ acting in $\ell^2(\mathbb{Z})$ as

$$\hat{\mathbb{B}}(z) := -\text{sgn}(\mathcal{E}(p) - z) \hat{R}_0^{\frac{1}{2}}(z) \hat{V} \hat{R}_0^{\frac{1}{2}}(z)$$

where

$$\text{sgn}(\mathcal{E}(p) - z) = \begin{cases} 1, & \text{if } \mathcal{E}_{\min} > z \\ -1, & \text{if } \mathcal{E}_{\max} < z. \end{cases}$$

Here $\hat{R}_0^{\frac{1}{2}}(z) := \mathcal{F}^{-1} R_0^{\frac{1}{2}}(z) \mathcal{F}$ is the positive square root of the resolvent of the operator $\hat{H}_0$ at the point $z \in \mathbb{C} \setminus \sigma_{\text{ess}}(\hat{H})$, and $R_0(z) := [H_0 - zI]^{-1}$ is the resolvent of the operator H_0 at the point $z \in \mathbb{C} \setminus \sigma_{\text{ess}}(H_0)$:

$$(\hat{R}_0(z) \hat{f})(x) = \sum_{y \in \mathbb{Z}} \int_{\mathbb{T}} \frac{e^{iq(y-x)} \eta(dq)}{\mathcal{E}(q) - z} \hat{f}(y).$$

Then we obtain:

$$(\hat{\mathbb{B}}(z) \hat{f})(x) = -\text{sgn}(\mathcal{E}(p) - z) \sum_{y \in \mathbb{Z}} \int_{\mathbb{T}} \frac{e^{iq(y-x)} \eta(dq)}{\sqrt{|\mathcal{E}(q) - z|}} \hat{v}(y) \sum_{m \in \mathbb{Z}} \int_{\mathbb{T}} \frac{e^{it(m-y)} \hat{f}(m) \eta(dt)}{\sqrt{|\mathcal{E}(t) - z|}}.$$

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

The following theorem is the Birman-Schwinger principle for the one-particle Schrödinger operator $\hat{H}$ on the lattice $\mathbb{Z}$.

Theorem 1. For any $z \in \mathbb{C} \setminus \sigma_{\text{ess}}(\hat{H})$ the following statements hold:

- (1) If $\hat{f} \in \ell^2(\mathbb{Z})$ solves $\hat{H}\hat{f} = z\hat{f}$, then $\hat{\psi} = \text{sgn}(\mathcal{E}(p) - z)\hat{R}_0^{\frac{1}{2}}(z)\hat{V}\hat{f} \in \ell^2(\mathbb{Z})$ solves $\hat{\psi} = \hat{\mathbb{B}}(z)\hat{\psi}$.
- (2) If $\hat{\psi} \in \ell^2(\mathbb{Z})$ solves $\hat{\psi} = \hat{\mathbb{B}}(z)\hat{\psi}$, then $\hat{f} = -\hat{R}_0^{\frac{1}{2}}(z)\hat{\psi} \in \ell^2(\mathbb{Z})$ solves $\hat{H}\hat{f} = z\hat{f}$.
- (3) The number $z < \mathcal{E}_{\min}$ (resp. $z > \mathcal{E}_{\max}$) is an eigenvalue of $\hat{H}$ of multiplicity M if and only if 1 is an eigenvalue for $\hat{\mathbb{B}}(z)$ of multiplicity M .
- (4) Counting multiplicities, the number of eigenvalues of $\hat{H}$ below $z < \mathcal{E}_{\min}$ (resp. above $z > \mathcal{E}_{\max}$) is equal to the number of eigenvalues of $\hat{\mathbb{B}}(z)$, greater than 1.

REFERENCES

1. B.Simon, "The bound state of weakly coupled Schrödinger operators in one and two dimensions", Ann. Physics, 97, 279-288, (1976).
2. M.Klaus, "On the bound state of Schrödinger operators in one dimension", Annals of Phys., 108, No. 2, 288-300 (1977).
3. Reed M., Simon B., "Methods of modern mathematical physics. IV: Analysis of operators", Academic Press, N.Y., (1978).

UCH O'LCHAMLI NULL-FILIFORM LEIBNITS ALGEBRALARIDA ROTA –BAXTER OPERATORLARI

¹Kodirova M., ²Saidto'rayeva S.

¹Andijon davlat universiteti, ²Namangan davlat universiteti

Rota–Baxter algebra ehtimollar nazariyasidagi ba'zi bir masalalarni yechishdan kelib chiqqan bo'lib, matematika va fizikaning ko'plab sohalarida o'z tadbiriga ega, jumladan sonlar nazariyasi, kvazisimmetrik funksiyalar, Li algebralari va Yang – Baxter tenglamalari. Rota – Baxter operatorlari Baxter tomonidan ehtimollar nazariyasidagi [3] analitik formulani yechish [2] uchun kiritilgan. Bu operatorlar, matematika va matematik fizikaning boshqa sohalariga ham aloqador [4]. [2] ishda 3-o'lchamli nilpotent assotsiativ algebralarda uchun Rota-Baxter, Reynold va Nijenhuis operatorlari tasnif qilingan.

F maydon ustida **L** Leibnits algebraning λ -vaznli Rota – Baxter operatori deb quyidagi tenglikni qanoatlantiruvchi $P: A \rightarrow A$ chiziqli akslantirishga aytiladi:

$$P(x)P(y) = P(xP(y) + P(x)y + \lambda xy), \quad \forall x, y \in A, \quad \lambda \in F$$

Ta'kidlab o'tish kerakki, agar $P - \lambda \neq 0$ vaznga ega Rota – Baxter operatori bo'lsa, u holda $\lambda^{-1} P -$ vazni 1 ga teng Rota – Baxter operatori.

Ushbu ishda biz 3 – o'lchamli null-filiform Leibnits algebrasida Rota – Baxter operatorlarini tasnifladik.

Ta'rif 1. **L** algebra $[-, -]$ ko'paytirish amali bilan **F** maydonda aniqlangan bo'lib uning ixtiyoriy $x, y, z \in L$ elementlari uchun quyidagi Leibnits ayniyati bajarilsa

$$[x, [y, z]] = [[x, y], z] - [[x, z], y]$$

U holda **L** Leibnits algebrasi deb ataladi

Quyidagi ketma-ketliklarni kiritamiz:

$$L^2 = [L, L], \quad L^{k+1} = [L^k, L], \quad k \geq 2, \\ L^{[2]} = [L, L], \quad L^{[s+1]} = [L^{[s]}, L^{[s]}], \quad s \geq 2.$$

Agar qandaydir $k(s)$ natural son uchun $L^k = 0$ ($L^{[s]} = 0$) bo'lsa, u holda **L** nilpotent(yechimli) algebra deb ataladi.

Ta'rif 2. n -o'lchamli **L** nilpotent Leibniz algebrasida $\dim(L^i) = n - i + 1$, $2 \leq i \leq n + 1$, bo'lsa, **L** algebra **null-filiform Leibnits algebrasi** deb ataladi.

[1] maqolada avtorlar tomonidan barcha null-filiform Leibnits algebralari tasnif qilingan

Teorema 1.[1] Barcha n -o'lchamli null-filiform Leibnits algebralari bazis elementlari $e_1, e_2, \dots, e_n$ bo'lgan quyidagi algebraga izomorf bo'ladi

$$[e_i, e_1] = e_{i+1}, \quad 1 \leq i \leq n - 1$$

Quyida 3-o'lchamli null-filiform Leibnits algebralari Rota-Baxter operatorlarini tasniflaymiz

Teorema 2. 3 – o'lchamli null-filiform Leibnits algebrasida nol vaznli Rota – Baxter operatori matritsalarini quyidagicha bo'ladi:

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{pmatrix}, \quad P_1 = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & \frac{1}{2}a_{11} & 0 \\ a_{31} & \frac{1}{2}a_{21} & \frac{1}{3}a_{11} \end{pmatrix}, \quad P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}.$$

Теорема 3. 3 – o'lchamli null-filiform Leibnits algebrasida vazni 1 bo'lgan Rota – Baxter operatori matritsalar quyidagicha bo'ladi:

$$P_1 = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & \frac{a_{11}^2}{1+2a_{11}} & 0 \\ a_{31} & \frac{a_{11}(1+a_{11})a_{21}}{1+3a_{11}+3a_{11}^2} & \frac{a_{11}^3}{1+3a_{11}+3a_{11}^2} \end{pmatrix}, \quad a_{11} \notin \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{6}i\}.$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YHATI:

1. S.A. Ayupov, B.A. Omirov, On some classes of nilpotent Leibniz algebras, Siberian Math. J. 42 (2001) 15–24.
2. N.G. Abdujabborov, I.A. Karimjanov and M.A. Kodirova. Rota – type operators on 3 – dimensional nilpotent associative algebras. Communications in Mathematics 29 (2021) 227–241
3. G. Baxter: An analytic problem whose solution follows from a simple algebraic identity. Pac. J. Math. 10 (1960) 731–742.
4. X. Tang, Y. Zhang, and Q. Sun.: Rota-Baxter operators on 4-dimensional complex simple associative algebras. Appl. Math. Comput. 229 (2014) 173–186.

ПОЧТИ ВНУТРЕННИЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ 4-МЕРНЫХ РАЗРЕШИМЫХ АЛГЕБР ЛЕЙБНИЦА

Курбанбаев Т., Нагметуллаев А., Утеулиев Ш.

Каракалпакский государственный университет

В настоящей работе рассмотрено почти внутренние дифференцирования 4-мерных некоторых разрешимых алгебр Лейбница с 3-мерным нильрадикалом.

Определение 1. Алгебра L над полем F называется *алгеброй Лейбница*, если для любых $x, y, z \in L$ выполняется тождество Лейбница:

$$[x, [y, z]] = [[x, y], z] - [x, z], y]$$

где $[,]$ - умножение в L .

Для произвольной алгебры Лейбница L определим ряды:

$$L^1 = L, \quad L^n = [L^{n-1}, L] \text{ – нижний центральный ряд;}$$

$$L^{[1]} = L, \quad L^{[n]} = [L^{[n-1]}, L] \text{ – производный ряд;}$$

Алгебра Лейбница L называется *разрешимой*, если существует $m \in \mathbb{N}$ такое, что $L^{[m]} = 0$. Натуральное число m называется *индексом разрешимости алгебры* L , если $L^{[m-1]} \neq 0$ и $L^{[m]} = 0$.

Алгебра Лейбница L называется *нильпотентной*, если существует $s \in \mathbb{N}$ такое, что $L^s = 0$. Минимальное число s , обладающее таким свойством, называется *индексом nilьпотентности (нильиндексом)* алгебры L , т.е. $L^{s-1} \neq 0$ и $L^s = 0$.

Определение 2. Линейное отображение $D: L \rightarrow L$ называется *дифференцированием* алгебр Лейбница L , если для любых $x, y \in L$ выполняется следующая равенства

$$D([x, y]) = [D(x), y] + [x, D(y)].$$

Пространство всех дифференцирований алгебр L обозначим через $Der(L)$.

Для каждого $x \in L$ оператор $R_x: L \rightarrow L$ которые назовём *правым умножением*, такое, что $R_x(y) = [y, x]$, $y \in L$, и этот оператор является дифференцированием. Дифференцирование R_x называется *внутренним дифференцированием* алгебр Лейбница L . Пространство всех внутренних дифференцирований алгебр L обозначим через $Inner(L)$.

Определение 3 [1]. Дифференцирование $D \in Der(L)$ алгебр Лейбница L называется *почти внутренним дифференцированием*, если $D(x) \in [x, L]$, другими словами существует $a_x \in L$ такое, что $D(x) = [x, a_x]$.

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Пространство всех почти внутренних дифференцирований обозначим через $AID(L)$.

В работе [2] классифицированы 4-мерные разрешимые алгебры Лейбница. В работе [3] изучено почти внутреннее дифференцирование 4-мерных разрешимых алгебр Лейбница $L_1 - L_8$ [2, Proposition 3.8-3.9]. Мы продолжим эти изучению, т.е. рассмотрим внутренние и почти внутренние дифференцирования следующих алгебр [2, Proposition 3.10]:

$$L_9(\gamma): [e_1, e_1] = e_3, [e_1, x] = e_1, [e_2, x] = \gamma e_2, [e_3, x] = 2e_3, [x, e_1] = -e_1, [x, e_2] = -\gamma e_2;$$

$$L_{10}(\delta): [e_1, e_1] = e_3, [e_1, x] = e_1, [e_2, x] = \delta e_2, [e_3, x] = 2e_3, [x, e_1] = -e_1;$$

$$L_{11}: [e_1, e_1] = e_3, [e_1, x] = e_1, [e_2, x] = 2e_3, [x, e_1] = -e_1, [x, x] = e_2;$$

$$L_{12}: [e_1, e_1] = e_3, [e_1, x] = e_1, [e_2, x] = 2e_2 + e_3, [e_3, x] = 2e_3, [x, e_1] = e_1.$$

$$L_{13}: [e_1, e_1] = e_3, [e_1, x] = e_1 + e_2, [e_2, x] = e_2, [e_3, x] = 2e_3, [x, e_1] = -e_1 - e_2, [x, e_2] = -e_2;$$

$$L_{14}: [e_1, e_1] = e_3, [e_2, x] = e_2, [x, e_2] = e_3.$$

$$L_{15}(\lambda): [e_1, e_1] = e_3, [e_2, x] = e_2, [x, e_1] = e_3, [x, e_2] = -e_2, [x, x] = \lambda e_3.$$

$$L_{16}: [e_1, e_1] = e_3, [e_2, x] = e_2, [x, e_2] = -e_2, [x, x] = -2e_3.$$

$$L_{17}: [e_1, e_1] = e_3, [e_2, x] = e_2.$$

$$L_{18}(\mu): [e_1, e_1] = e_3, [e_2, x] = e_2, [x, e_1] = e_3, [x, x] = \mu e_3.$$

$$L_{19}: [e_1, e_1] = e_3, [e_2, x] = e_2, [x, e_1] = e_3, [e_1, x] = e_3, \beta = \frac{\sqrt{1-4a}-1}{\sqrt{1-4a}+1},$$

Следующие теоремы являются основным результатом данной работы.

Теорема 1. Размерность внутренних и почти внутренних дифференцирований 4-мерных разрешимых алгебр $L_9 - L_{19}$ показано в следующем таблице:

Algebras	dim InDer	dim AID	D
L_9	3	4	$E_{2,2}$
L_{10}	2	3	$E_{2,2}$
L_{11}	2	3	$E_{2,4}$
L_{12}	2	2	
L_{13}	3	3	
L_{14}	3	3	
L_{15}	3	4	$E_{3,4}$
L_{16}	3	4	$E_{3,4}$
L_{17}	2	2	
L_{18}	2	3	$E_{3,4}$
L_{19}	2	3	$E_{2,2}$

ЛИТЕРАТУРА

1. Adashev J.K., Kurbanbaev T.K., Almost Inner Derivations of Some Nilpotent Leibniz Algebras, Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics 2020, 13(6), 733–745
2. Cañete E. M., Khudoyberdiyev A.Kh., The classification of 4-dimensional Leibniz algebras, Linear Algebra and its Applications, 439 (2013) 273-288.
3. Курбанбаев Т., Утеулиев Ш., Жумабаев Р., Почти внутренние дифференцирования 4-мерных некоторых разрешимых алгебр Лейбница, «Табиий фанларни ривожлантиришда ахборот-коммуникация технологияларининг ўрни» Республика илмий-амалий конференция, 9-ноябр, 2021 йил, Нукус.

1-ШҮҮБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ ЛОКАЛЬНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ НЕ ЛИЕВЫХ p -АДИЧЕСКИХ АЛГЕБР ЛЕЙБНИЦА

Т.Курбанбаев, Д.Ешнйазова, А.Айтмуратов
Каракалпакский государственный университет

В этой заметке изучено локальные дифференцирования трехмерных не лиевых p -адических алгебр Лейбница. Кроме того, найден матричный вид локальных дифференцирования трехмерных не лиевых p -адических алгебр Лейбница.

Сначала напомним определение поля p -адических чисел. Пусть $\mathbf{Q}$ - поле рациональных чисел и p фиксированное простое число. Каждое рациональное число $x \neq 0$ представим в виде $x = p^{\gamma(x)} \frac{n}{m}$, где $m, n, \gamma(x) \in \mathbf{Z}$, $(m, p) = (n, p) = 1$. В поле $\mathbf{Q}$ введем норму $|x|_p$ по правилам $|0|_p = 0$, $|x|_p = p^{-\gamma(x)}$.

Норма $|x|_p$ называется p -адической нормой, и она удовлетворяет сильному неравенству треугольника. Пополнения поля $\mathbf{Q}$ по p -адической норме образует поле p -адических чисел, которое обозначим через $\mathbf{Q}_p$.

Определение 1. Алгебра L над полем $\mathbf{F}$ называется алгеброй Лейбница, если для любых $x, y, z \in L$ выполняется тождество Лейбница:

$$[x, [y, z]] = [[x, y], z] - [x, z], y]$$

где $[,]$ - умножение в L .

Определение 2. Линейное отображение $D: L \rightarrow L$ называется дифференцированием алгебр Лейбница L , если для любых $x, y \in L$ выполняется следующая равенства

$$D([x, y]) = [D(x), y] + [x, D(y)].$$

Линейное отображение $\Delta: L \rightarrow L$ называется локальным дифференцированием алгебра Лейбница, если для каждого $x \in L$ существует дифференцированием (зависящее от x) $D_x: L \rightarrow L$ такое, что $\Delta(x) = D_x(x)$.

В работе [1] классифицированы трехмерные не лиевые p -адические алгебр Лейбница. В этой классификации получено 11 алгебр, из них два алгебра отличается от 3-мерного комплексного алгебр Лейбница [1, Theorem 4.1-4.2]. Дифференцирования 3-мерных разрешимых p -адических алгебр Лейбница изучено в [3].

Следующая теорема является основным результатом.

Теорема 1. Существует локальное дифференцирования трехмерных не лиевых p -адических алгебр Лейбница не являющимся дифференцированием.

ЛИТЕРАТУРА

1. Khudoyberdiyev A.Kh., Kurbanbaev T.K., Omirov B.A., Classification of Three-Dimensional Solvable p -Adic Leibniz Algebras. // p -Adic Numbers, Ultrametric Analysis and Applications. - 2010. -Vol. 2. -No. 3, -P. 207-221.
2. Vladimirov V.S., Volovic I.B., Zelenov E.I, p -adic Analysis and Mathematical Physics. World Scientific. Singapore. -1994. -P. 352.
3. Айтмуратов А., Курбанбаев Т., Файзуллаев О., Дифференцирования трехмерных не лиевых p -адических алгебр Лейбница Вестник Каракалпакского государственного университета, № 2 (51) 2021, С. 7-11.

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ NILRADIKALI BERILGAN YECHILUVCHAN LEYBNITS ALGEBRASINING DIFFERENTIALLASHLARI FAZOSINING LI STRUKTURASI

¹Mamadaliev O'ktamjon Xasanboyevich, ²Abduvaliyev Zokirjon Xusanboy o'g'li

¹NamDU, Phd, katta o'qituvchi, ²NamDU magistranti

1-ta'rif. $\mathbb{F}$ maydon ustida aniqlangan L algebraning ixtiyoriy x, y, z elementlari uchun quyidagi Leybnits ayniyati bajarilsa,

$$[x, [y, z]] = [[x, y], z] - [[x, z], y],$$

u holda L algebra *Leybnits algebrasi* deyiladi, bu yerda $[-, -]$ – L da aniqlangan ko'paytirish amali.

Ixtiyoriy L Leybnits algebrasi uchun quyidagi quyi markaziy va hosilaviy ketma-ketliklarni mos ravishda aniqlaymiz:

$$L^1 = L, \quad L^{k+1} = [L^k, L^1]; \quad L^{[1]} = L, \quad L^{[k+1]} = [L^{[k]}, L^{[k]}], \quad k \geq 1.$$

2-ta'rif. L Leybnits algebrasi uchun shunday $s \in \mathbb{N}$ son mavjud bo'lib, $L^{[s]} = 0$ (mos ravishda, $L^s = 0$) bo'lsa, u holda L *yechiluvchan* (mos ravishda, *nilpotent*) Leybnits algebrasi deyiladi.

Ixtiyoriy Leybnits algebrasining maksimal nilpotent ideali uning nilradikali deyiladi.

1-teorema [2]. Maksimal uzunlikdagi har qanday n -o'lchamli ($n \geq 6$) kvazi-filiform Li bo'lmagan Leybnits algebrasi quyidagi o'zaro izomorf bo'lmagan algebralardan biriga izomorf bo'ladi:

$$M^{1,\delta} : \begin{cases} [e_1, e_1] = e_n, & [e_{n-1}, e_1] = e_2, \quad [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 2 \leq i \leq n-3, \\ [e_{n-1}, e_{n-1}] = \delta e_4, \quad \delta \in \{0, 1\}, & [e_i, e_{n-1}] = \delta e_{3+i}, & 2 \leq i \leq n-5; \end{cases}$$

$$M^{2,\lambda} : \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 1 \leq i \leq n-3, \\ [e_{n-1}, e_1] = e_n, \\ [e_1, e_{n-1}] = \lambda e_n, \quad \lambda \in C; \end{cases} \quad M^{3,\alpha} : \begin{cases} [e_1, e_1] = e_3, \quad [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 3 \leq i \leq n-1, \\ [e_1, e_i] = -e_{i+1}, & 3 \leq i \leq n-1, \\ [e_3, e_3] = \alpha e_6, \quad \alpha = 0, \text{ agar } n > 6, \quad \alpha \in \{0, 1\}, \text{ agar } n = 6, \end{cases}$$

bu yerda $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ algebraning bazisi

3-ta'rif. Aytaylik d – L Leybnits algebrasining chiziqli almashtirishi bo'lsin. Agar ixtiyoriy $x, y \in L$ lar uchun quyidagi tenglik bajarilsa

$$d([x, y]) = [d(x), y] + [x, d(y)],$$

u holda d chiziqli almashtirishga L Leybnits algebrasining *differensiallashi* deyiladi.

2-teorema [1]. $R(M^{2,\lambda}, 2)$ oilasining ixtiyoriy algebrasi quyidagi algebralardan biriga izomorf:

$$R(M^{2,0}, 2) : \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 1 \leq i \leq n-3, \\ [e_{n-1}, e_1] = e_n, \\ [e_i, x_1] = ie_i, & 1 \leq i \leq n-2, \\ [e_n, x_1] = e_n, \\ [x_1, e_1] = -e_1, \\ [e_{n-1}, x_2] = e_{n-1}, \\ [e_n, x_2] = e_n, \end{cases} \quad R(M^{2,-1}, 2) : \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 1 \leq i \leq n-3, \\ [e_{n-1}, e_1] = e_n, \\ [e_1, e_{n-1}] = -e_n, \\ [e_i, x_1] = ie_i, & 1 \leq i \leq n-2, \\ [x_1, e_1] = -e_1, \\ [e_n, x_1] = -[x_1, e_n] = e_n, \\ [e_{n-1}, x_2] = -[x_2, e_{n-1}] = e_{n-1}, \\ [e_n, x_2] = -[x_2, e_n] = e_n \end{cases}$$

Biz $R(M^{2,-1}, 2)$ algebrani differensiallashini hisoblab quyidagi tasdiqni olishimiz mumkin.

1-tasdiq. Quyidagi chiziqli almashtirishlar $R(M^{2,-1}, 2)$ algebraning differensiallashlari fazosida bazis tashkil qiladi:

$$\begin{aligned} d_1(e_i) &= ie_i, & 1 \leq i \leq n-2, & \quad d_1(e_n) = e_n, & \quad d_2(x_1) = -e_1, \\ d_2(e_i) &= e_{i+1}, & 1 \leq i \leq n-3, & \quad d_2(e_{n-1}) = e_n, & \quad d_3(x_2) = e_{n-1}, \\ d_3(e_1) &= e_n, & d_4(e_n) = e_n, & \quad d_4(e_{n-1}) = e_{n-1}, & \quad d_5(x_1) = e_n, & \quad d_5(x_2) = e_n. \end{aligned}$$

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

2-tasdiq. $R(M^{2,-1}, 2)$ algebraning differensiallashlarining $D(R(M^{2,-1}, 2))$ Li algebrasi quyidagi algebraga izomorf bo'ladi:

$$\begin{aligned}[d_1, d_2] &= d_2 = -[d_2, d_1], & [d_1, d_5] &= d_5 = -[d_5, d_1], \\ [d_2, d_3] &= d_5 = -[d_3, d_2], & [d_4, d_3] &= d_3 = -[d_3, d_4], \\ [d_4, d_5] &= d_5 = -[d_5, d_4].\end{aligned}$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Abdurasulov Q.K., Adashev J.Q., Casas J.M., Omirov B.A. Solvable Leibniz algebras whose nilradical is quasi-filiform Leibniz algebra of maximum length // Communications in Algebra. – 2017. – Vol. 47(4). – P. 1578–1594.
2. Camacho L.M., Cañete E.M., Gómez J.R., Omirov B.A. Quasi-filiform Leibniz algebras of maximum length // Sib. Math. Journal. – 2011. – Vol.52(5). – P. 840–853.

LOCAL DERIVATION ON SOME SOLVABLE LIE ALGEBRAS

Mamadaliyev U.Kh.¹, To'rajanov A.O.²

Namangan State University, Namangan, Uzbekistan

¹mamadaliyevuktamjon@mail.ru, ²toraazimjon79@gmail.com

The notions of local derivations were introduced in 1990 by R.V.Kadison [3] and D.R.Larson, A.R.Sourour [4]. Later in 1997, P.Šemrl introduced the notions of 2-local derivations and 2-local automorphisms on algebras [2]. The main problems concerning these notions are to find conditions under which all local (2-local) derivations become (global)derivations and to present examples of algebras with local (2-local) derivations that are not derivations.

Investigation of local derivations on Lie algebras was initiated in papers in [1]. Sh.A.Ayupov and K.K.Kudaybergenov have proved that every local derivation on semi-simple Lie algebras is a derivation and gave examples of nilpotent finite-dimensional Lie algebras with local derivations which are not derivations. In this work we investigate local derivations of some solvable Lie algebras.

Definition 1. An algebra L over a field K is called a Lie algebra if its multiplication (denoted by $(x, y) \rightarrow [x, y]$) satisfies the identities:

$$(1) [x, x] = 0,$$

$$(2) x, [y, z] + y, [z, x] + z, [x, y] = 0,$$

for all $x, y, z \in L$. Identity (2) is called the Jacobi identity.

Definition 2. A linear map $d : L \rightarrow L$ of a Leibniz algebra $(L, [\cdot, \cdot])$ is said to be a derivation if for all $x, y \in L$, the following condition holds:

$$d([x, y]) = [d(x), y] + [x, d(y)].$$

The set of all derivations of L is denoted by $Der(L)$, which is a Lie algebra with respect to the commutator.

For a given element x of a Leibniz algebra L , the right multiplication operator $R_x : L \rightarrow L$ defined by $R_x(y) = [y, x]$, $y \in L$ is a derivation. In fact, Leibniz algebras are characterized by this property regarding right multiplication operators. As in the Lie case, these kinds of derivations are said to be inner derivations.

Definition 3. A linear operator Δ is called a local derivation if for any $x \in L$, there exists a derivation $D_x : L \rightarrow L$ (depending on x) such that $\Delta(x) = D_x(x)$.

For a given Leibniz algebra L the lower central and derived series defined as follows:

$$L^1 = L, \quad L^{k+1} = [L^k, L], \quad k \geq 1,$$

$$L^{[1]} = L, \quad L^{[s+1]} = [L^{[s]}, L^{[s]}], \quad s \geq 1,$$

respectively.

Definition 4. A Leibniz algebra L is said to be *nilpotent* (respectively, *solvable*), if there exists $k \in \mathbb{N}$ ($s \in \mathbb{N}$) such that $L^k = \{0\}$ (respectively, $L^{[s]} = \{0\}$). The minimal number k with such property is said to be the *index of nilpotency* of the algebra L .

Definition 5. An n -dimensional Leibniz algebra is called *quasi-filiform* if its index of

nilpotency is equal to $n-1$

A Leibniz algebra L is $\mathbb{Z}$ -graded, if $L = \bigoplus_{i \in \mathbb{Z}} V_i$, where $[V_i, V_j] \subseteq V_{i+j}$ for any $i, j \in \mathbb{Z}$ with a finite number of non-null spaces V_i .

We say that nilpotent Leibniz algebra L admits the connected gradation $= V_{k_1} \oplus \dots \oplus V_{k_t}$, if $V_{k_i} \neq \{0\}$ for any i ($1 \leq i \leq t$).

Definition 6. The number $l(\bigoplus L) = l(V_{k_1} \oplus \dots \oplus V_{k_t}) = k_t - k_1 + 1$ is called the length of gradation. A gradation is called of maximum length, if $l(\bigoplus L) = \dim(L)$.

We denote by $l(L) = \max \{ l(\bigoplus L) \text{ such that } L = V_{k_1} \oplus \dots \oplus V_{k_t} \text{ is a connected gradation} \}$ the length of an algebra L .

Definition 7. A Leibniz algebra L is called of maximum length if $l(L) = \dim(L)$.

Theorem 1.[5] Any element of $R(g^3_{(n,1)}, 1)$, is isomorphic to the following

$$\text{Lie algebra: } R(g^3_{(n,1)}, 1): \begin{cases} [e_1, e_i] = -[e_i, e_1] = e_{i+1}, & 2 \leq i \leq n-2 \\ [e_i, e_n] = -[e_n, e_i] = e_{i+2}, & 2 \leq i \leq n-3 \\ [e_2, e_i] = -[e_i, e_2] = e_{i+3}, & 3 \leq i \leq n-4, n \geq 7 \\ [e_1, x] = -[x, e_1] = e_1 \\ [e_i, x] = -[x, e_i] = (i+1)e_i & 2 \leq i \leq n-1 \\ [e_n, x] = -[x, e_n] = 2e_n \end{cases}$$

We calculated the derivation of solvable Lie algebra $R(g^3_{(n,1)}, 1)$. We will give the matrix of the derivation of solvable Lie algebra $R(g^3_{(n,1)}, 1)$.

$$\begin{pmatrix} \alpha_{1,1} & 0 & \alpha_{1,3} & \alpha_{1,4} & \alpha_{1,5} & \alpha_{1,6} & \alpha_{1,7} & \dots & \alpha_{1,n-2} & \alpha_{1,n-1} & 0 & 0 \\ 0 & 3\alpha_{1,1} & \alpha_{2,3} & \alpha_{2,4} & 0 & \alpha_{1,4} & \alpha_{1,5} & \dots & \alpha_{1,n-4} & \alpha_{1,n-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4\alpha_{1,1} & \alpha_{2,3} & \alpha_{2,4} & -\alpha_{1,3} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5\alpha_{1,1} & \alpha_{2,3} & \alpha_{2,4} & -\alpha_{1,3} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6\alpha_{1,1} & \alpha_{2,3} & \alpha_{2,4} & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha_{2,3} & \alpha_{2,4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & (n-1)\alpha_{1,1} & \alpha_{2,3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n\alpha_{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{1,3} & -\alpha_{1,4} & -\alpha_{1,5} & -\alpha_{1,6} & \dots & -\alpha_{1,n-3} & -\alpha_{1,n-2} & 2\alpha_{1,1} & 0 \\ \alpha_{2,3} & -3\alpha_{1,3} & -4\alpha_{1,4} & -5\alpha_{1,5} & -6\alpha_{1,6} & -7\alpha_{1,7} & -8\alpha_{1,8} & \dots & -(n-1)\alpha_{1,n-1} & \beta_{n-1} & -2\alpha_{2,4} & 0 \end{pmatrix}$$

Now we will give the main result concerning local derivation of solvable Lie algebra $R(g^3_{(n,1)}, 1)$.

Theorem 2. Any local derivation on the algebra $R(g^3_{(n,1)}, 1)$, is a derivation.

REFERENCES

1. Ayupov Sh.A., Kudaybergenov K.K., Local derivation on finite dimensional Lie algebras, // Linear Algebra and its Applications. **493**, 381-398 (2016).
2. Šemrl P., Local automorphisms and derivations on $B(H)$, // Proceedings of the American Mathematical Society. **125**, 2677–2680 (1997).
3. Kadison R.V., Local derivations, // Journal of Algebra. Vol. **130**, p. 494–509 (1990).
4. Larson D.R., Sourour A.R., Local derivations and local automorphisms of $B(X)$, // Proceedings of Symposia in Pure Mathematics. **51** Part 2, Providence, Rhode Island, p. 187–194 (1990).
5. Muratova Kh. A., Ladra M., Omirov B. A., Sattarov A. M., Solvable Leibniz algebras with quasi-filiform Lie algebras of maximum length nilradicals, // Communications in Algebra, **48**, pp. 3525–3542 (2020).

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

ГЕОМЕТРИЯ ОРБИТ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ НА ЦИЛИНДРЕ

Мамашарипова Шохсанам Мамасоли кизи
Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека

Определение 1.[1] Пусть X_2 гладкое многообразие. Определим векторное поле на многообразии M . Векторное поле X на M задается касательными векторами $X|_x \in TM|_x$ в каждой точке $x \in M$, такими, что $X|_x$ гладко меняется от точки к точке. В локальных координатах $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ векторное поле имеет вид

$$X|_x = \xi^1(x) \frac{\partial}{\partial x^1} + \xi^2(x) \frac{\partial}{\partial x^2} + \dots + \xi^m(x) \frac{\partial}{\partial x^m},$$

где каждая $\xi^i(x)$ гладкая функция от x

Определение 2[1]. Интегральная кривая векторного поля X - это гладкая параметризованная кривая $x = \varphi(e)$, касательный вектор к которой в каждой точке совпадает со значением векторного поля v в этой точке: $\dot{\varphi}(e) = X|_{\varphi(e)}$, для всех e . В локальных координатах $x = \varphi(e) = (\varphi^1(e), \dots, \varphi^m(e))$ должна быть решением автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial x^i}{\partial e} = \xi^i(x), \quad i = 1, \dots, m, \quad (1)$$

Далее рассмотрим семейство D состоящей из векторных полей $X_1, \dots, X_n$.

Определение 3[2]. Положительной (отрицательной) полуорбитой $L^+(x)$ ($L^-(x)$) семейства D векторных полей, проходящей через точку x , называется множество таких точек y из M , для которых существуют действительные числа $t_1, t_2, \dots, t_k \geq 0$ ($t_1, t_2, \dots, t_k \leq 0$) и векторные поля $X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_k}$ из D (где k - произвольное натуральное число) такие, что

$$y = X_{i_k}^{t_k} \left(X_{i_{k-1}}^{t_{k-1}} \left(\dots \left(X_{i_1}^{t_1} \right) \dots \right) \right).$$

Пример. Рассмотрим на плоскости $M = R^2$ векторное поле $X(x, y) = x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y}$.

Соответствующая система дифференциальных уравнений (1) имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = x \\ \dot{y} = y \end{cases}.$$

Интегральная кривая этого векторного поля, проходящая через точки (x_0, y_0) , задаются параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x(t) = x_0 e^t \\ y(t) = y_0 e^t \end{cases}.$$

Если начальная точка особая, т.е. она является положением равновесия системы дифференциальных уравнений, то интегральная кривая является точкой.

Наиболее важная операция над векторными полями - это их скобка Ли, или коммутатор. Легче всего эту операцию определить в терминах их действия как дифференцирования функцией. А именно, если X и Y - векторные поля на M , то их скобка Ли $[X, Y]$ - единственное векторное поле, удовлетворяющее условию

$$[X, Y](f) = X(Y(f)) - Y(X(f)),$$

для всех гладких функций $f: M \rightarrow R$. Легко проверить, что $[X, Y]$ на самом деле является векторным полем. В локальных координатах, если

$$X = \sum_{i=1}^m \xi^i(x) \frac{\partial}{\partial x^i}, \quad Y = \sum_{i=1}^m \eta^i(x) \frac{\partial}{\partial x^i}.$$

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

$$\text{to}[X, Y] = \sum_{i=1}^m \left\{ X(\eta^i) - Y(\xi^i) \right\} \frac{\partial}{\partial x^i}.$$

Известно что, если векторное поле X задано на поверхностях с уравнением $F(x, y, z) = 0$ то выполняется условие $(\text{grad} F, X) = 0$ [1]. Рассмотрим двумерный круговой цилиндр: $F(x, y, z) = x^2 + y^2 - R^2 = 0$ и векторное поле: $X_1 = \{y, -x, 1\}$ Можно показать, что X_1 -является векторным полем на цилиндре.

Для нахождения интегральных кривых векторного поля X_1 , рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x \\ \dot{z} = 1 \end{cases}$$

Решая эту систему, находим

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = c \\ z = ct \end{cases}$$

Значит интегральные кривые векторного поля X_1 являются винтовые линии цилиндра. Аналогично, можно рассмотреть векторные поля $X_2 = \{0, 0, 1\}$, интегральные кривые поле X_2 - являются кривые.

Значит, интегральные кривые векторного поля X_2 являются образующими цилиндра

$$\begin{cases} x(t) = x_0 \\ y(t) = y_0 \\ z(t) = z_0 t \end{cases}$$

Верно следующая

Теорема. На цилиндре орбита семейство v и $D = \{X_1, X_2\}$ совпадает с цилиндром.

ЛИТЕРАТУРЫ

1. Олвер П. Приложения групп Ли дифференциальным уравнениям Москва, 1989 г.
2. Аслонов Ж.О Геометрия орбит векторных полей. Диссертация на соискании ученой степени кандидата физика-математических наук. Тошкент 2012г.

BOREL TO'PLAMLARINING XOSSALARI

Maxmatqulova Hikoyat

Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti

X topologik fazoda Borel to'plamlari oilasi ostida biz quyidagi shartlarni qanoatlantiradigan eng kichik φ oilasini tushunamiz:

(BS1) φ oilasi X fazoning barcha ochiq qism to'plamlarini o'z ichiga oladi;

(BS2) agar $A \in \varphi$ bo'lsa, $X \setminus A \in \varphi$;

(BS3) agar $i = 1, 2, \dots$ uchun $A_i \in \varphi$ bo'lsa, $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \varphi$.

Ushbu ifodalangan shartlarni qanoatlantiruvchi eng kichik φ oila mavjudligi quyidagi oddiy tushunchadan kelib chiqadi:

X fazoning barcha qism to'plamlari oilasi (BS1)–(BS3) shartlarni qanoatlantiradi va

(BS1)–(BS3) shartlarni qanoatlantiruvchi har qanday oila majmui bu ko'rsatilgan shartlarni qanoatlantiradigan berilgan majmuidagi barcha oilalarning umumiy qismi oilasidir.

Shunday qilib, (BS1)–(BS3) shartlarni qanoatlantiruvchi X dagi borel to'plamlari oilasi barcha φ oilalarining umumiy qismi sifatida belgilanishi mumkin. Ko'rinadiki, borel to'plamlarini aniqlashda (BS1) shart o'rnini (BS1') shart bilan almashtirish mumkin, ya'ni φ oilasi X fazoning barcha yopiq to'plamlarini o'z ichiga oladi, (BS3) shart esa (BS3') shart bilan almashtirilishi mumkin, ya'ni

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

agar $i=1,2,\dots$ uchun $A_i \in \varphi$ bo'lsa, $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \in \varphi$.

Aslida, $(BS1')$ va $(BS2)$ shartlarni birlashtirish $(BS1)$ va $(BS2)$ shartlarni birlashtirish bilan ekvivalent va $(BS2)$ va $(BS3')$ shartlarni birlashtirish esa, $(BS2)$ va $(BS3)$ shartlarni birlashtirish bilan ekvivalentdir.

O'zaro Borel to'plamlari ochiq va yopiq to'plamlardan iborat, demak yopiq to'plamlarning sanoqli sondagi birlashmasi va ochiq to'plamlarning sanoqli sondagi kesishmasi ham Borel to'plamiga tegishli. Birinchisi F_{σ} – to'plamlari va ikkinchisi G_{δ} – to'plamlari deb nomlanadi. Shubhasiz, F_{σ} – to'plamlarining qo'shmasi G_{δ} – to'plamlari hisoblanadi va aksincha. Ikki F_{σ} – to'plamlarining kesishishi yana F_{σ} – to'plamlari bo'ladi.

Aslida, agar $E = \bigcup_{i=1}^{\infty} E_i$ va $F = \bigcup_{j=1}^{\infty} F_j$, bu yerda E_i va F_j yopiq to'plamlar bo'lsa,

unda $E \cap F = \bigcup_{i,j=1}^{\infty} (E_i \cap F_j)$, demak $E \cap F$ F_{σ} – to'plamdir.

Xuddi shu tarzda, ikkita G_{δ} – to'plamini birlashtirish G_{δ} – to'plam hisoblanadi. Shubhasiz, F_{σ} – to'plam (G_{δ} – to'plam) ning sanoqli birlashmasi (kesishmasi) F_{σ} – to'plam (G_{δ} – to'plam) bo'ladi.

Teorema: G_{δ} – to'plam bo'lsa uning uzluksiz obrazi G_{δ} – to'plam bo'lmaydi.

Misol. $y = \frac{1}{x}$ giperbola R^2 da yopiq to'plam. Chunki to'ldirmasi ochiq bo'ladi. $R^2 \setminus \left\{ \frac{1}{x} \right\}$ dan ixtiyoriy

x nuqta olsak uning ochiq atroflari mavjud. Grafikni x o'qiga proyeksiyalasak $\Pi(x, y) = x$ ga o'tadi. Proyeksiya uzluksiz bo'lib, $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ bo'ladi. Bu esa ochiq to'plam. Demak, G_{δ} – to'plamlarning uzluksiz obrazi G_{δ} – to'plam bo'lmas ekan.

Teorema: G_{δ} – to'plamning ochiq akslantirishdagi obrazi G_{δ} – to'plam bo'lmaydi.

Yuqoridagi $y = \frac{1}{x}$ misoldan ko'rinadiki, grafikni x o'qiga proyeksiyalasak proyeksiya ochiq akslantirish bo'ladi. Bundan ko'rinadiki G_{δ} – to'plam ochiq akslantirishda saqlanmas ekan.

ADABIYOTLAR

- [1]. Энгелькинг Р. Общая топология. Мир, Москва, 1986, 752 стр.
[2]. Садовничий Ю.Б., Бешимов Р.Б., Жураев Т.Ф. Топология, Ташкент, Университет, 2021, 200с.

BA'ZI LEYBNITZ SUPERALGEBRALARINING DIFFERENSIALLASHLAR FAZOSI.

Muhammadova Sh. S.¹, Solijanova G. O.²

O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston.
muhammadavo.sh@mail.ru¹, gulhayo.solijanova@mail.ru²

Annotatsiya. Ushbu ishda ba'zi kichik o'lchamli Leybnitz superalgebralarining differensiallashtirish fazosi o'rganilgan.

Marc Gilg [1] maqolasida 5 o'lchamligacha bo'lgan barcha Leybnitz superalgebralarining tasnifi olingan bo'lib, ular ichidan ba'zilarining differensiallashtirish fazosini o'rganaylik.

- (1) $L_{(1,2)}: \{[X_0, Y_1] = Y_2;$
- (2) $L_{(2,2)}: \begin{cases} [X_0, Y_1] = Y_2, \\ [X_1, Y_1] = Y_2; \end{cases}$
- (3) $L_{(1,3)}: \{[X_0, Y_1] = Y_2, [X_0, Y_2] = Y_3;$

$$(4) L_{(2,3)}: \begin{cases} [X_0, Y_1] = Y_2, & [X_0, Y_2] = Y_3, \\ [X_1, Y_1] = Y_3; \end{cases}$$

$$(5) L'_{(2,3)}: \begin{cases} [X_0, Y_1] = Y_2, & [X_0, Y_2] = Y_3, \\ [X_1, Y_1] = Y_2 + Y_3, & [X_1, Y_2] = Y_3; \end{cases}$$

$$(6) L_{(1,4)}: \{[X_0, Y_1] = Y_2, [X_0, Y_2] = Y_3, [X_0, Y_3] = Y_4\}.$$

Teorema 1. Yuqorida berilgan Leybnitz superalgebralarining ixtiyoriy differensiallashlarining matritsasi quyidagi shaklda bo'ladi:

$$D(L_{(1,2)}): \begin{pmatrix} \alpha_0 & 0 & z_2 \\ \gamma_0 & \beta_1 & \beta_2 \\ 0 & 0 & \alpha_0 + \beta_1 \end{pmatrix}; \quad D(L_{(2,2)}): \begin{pmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & 0 & \alpha_2 \\ \gamma_0 & \gamma_1 & 0 & \gamma_2 \\ \beta_0 & \beta_1 & \beta'_1 & \beta'_2 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_0 + \gamma_1 \end{pmatrix};$$

$$D(L_{(1,3)}): \begin{pmatrix} \alpha_0 & 0 & 0 & \alpha_3 \\ 0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ 0 & 0 & \alpha_0 + \beta_1 & \beta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 2\alpha_0 + \beta_1 \end{pmatrix}; \quad D(L_{(2,3)}): \begin{pmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & 0 & 0 & \alpha_3 \\ \gamma_0 & \gamma_1 & 0 & 0 & \beta'_3 \\ 0 & \gamma'_1 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_0 + \beta_1 & \alpha_1 + \beta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_1 + \beta_1 \end{pmatrix};$$

$$D(L'_{(2,3)}): \begin{pmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & 0 & 0 & \beta'_3 \\ \gamma_0 & \gamma_1 & 0 & 0 & \gamma'_3 \\ \alpha_0 & -\alpha_0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_0 + \alpha_1 + \beta_1 & \alpha_1 + \beta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\alpha_0 + 2\alpha_1 + \beta_1 \end{pmatrix};$$

$$D(L_{(1,4)}): \begin{pmatrix} \alpha_0 & 0 & 0 & 0 & \beta'_4 \\ 0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 \\ 0 & 0 & \alpha_0 + \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 2\alpha_0 + \beta_1 & \beta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3\alpha_0 + \beta_1 \end{pmatrix}$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Marc GILG. LOW-DIMENSIONAL FILIFORM LIE SUPERALGEBRAS, REVISTA MATEMATICA COMPLUTENSE (2001) vol. XIV, num. 2, 463-478, http://dx.doi.org/10.5209/rev_REMA.2001.v14.n2.17014

BA'ZI LEYBNIS SUPERALGEBRALARINING DIFFERENTIALASHLAR FAZOSI.

Muhammadova Sh. S.¹, Solijanova G. O.²

O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston.

muhammadavo.sh@mail.ru¹, gulhayo.solijanova@mail.ru²

Annotatsiya. Ushbu ishda 5 o'lchamligacha bo'lgan ba'zi Leybnis superalgebralarining differensiallashlar fazosi o'rganilgan.

Ta'rif 1. Z^2 gradiurlangan $L = L_0 \oplus L_1$ vektor fazoning ixtiyoriy $x; y; z \in L$ elementlari uchun quyidagi shartlar bajarilsa:

1. $[x, y] = -(-1)^{|x||y|}[y, x]$,
2. $(-1)^{|z||x|}[x, [y, x]] + (-1)^{|x||y|}[y, [z, x]] + (-1)^{|y||z|}[z, [x, y]] = 0$ (super Yakobi ayniyati); L Li superalgebrasi deyiladi. Bu yerda, $[-; -]$ - L algebrada aniqlangan ko'paytma amali va $|x| = \begin{cases} 0, & \text{agar } x \in L_0, \\ 1, & \text{agar } x \in L_1. \end{cases}$

[1] maqolada 5 o'lchamligacha bo'lgan barcha Leybnis superalgebralarining tasnifi olingan bo'lib, ular ichidan ba'zilarining Leybnis superalgebralarining differensiallashlar fazosini o'rganaylik.

$$L = L_0 \oplus L_1 \text{ bu yerda, } L_0 = \{X_0, X_1, \dots\} \\ L_1 = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}.$$

$$(7) \{[X_0, Y_1] = Y_2$$

$$(8) \begin{cases} [X_0, Y_1] = Y_2 \\ [X_1, Y_1] = Y_2 \end{cases}$$

$$(9) \{[X_0, Y_1] = Y_2, [X_0, Y_2] = Y_3$$

$$(10) \begin{cases} [X_0, Y_1] = Y_2, [X_0, Y_2] = Y_3 \\ [X_1, Y_1] = Y_3 \end{cases}$$

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

$$(11) \quad \begin{cases} [X_0, Y_1] = Y_2, & [X_0, Y_2] = Y_3 \\ [X_1, Y_1] = Y_2 + Y_3, & [X_1, Y_2] = Y_3 \end{cases}$$

$$(12) \quad \{[X_0, Y_1] = Y_2 \quad [X_0, Y_2] = Y_3 \quad [X_0, Y_3] = Y_4$$

Teorema 1. Yuqorida berilgan Li superalgebralarining ixtiyoriy differensiallashlarining matritsasi quyidagi shaklda bo'ladi:

$$\begin{aligned} 1. \quad D_0: & \begin{pmatrix} \alpha_0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_1 & \beta_2 \\ 0 & 0 & \alpha_0 + \beta_1 \end{pmatrix} \quad D_1: \begin{pmatrix} 0 & 0 & z_2 \\ \gamma_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ 2. \quad D_0: & \begin{pmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & 0 & 0 \\ \gamma_0 & \gamma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_1 & \beta_2 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_0 + \gamma_1 \end{pmatrix} \quad D_1: \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \alpha_2 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_2 \\ \beta_0 & \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ 3. \quad D_0: & \begin{pmatrix} \alpha_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ 0 & 0 & \alpha_0 + \beta_1 & \beta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 2\alpha_0 + \beta_1 \end{pmatrix} \quad D_1: \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \alpha_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ 4. \quad D_0: & \begin{pmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_0 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_0 + \beta_1 & \alpha_1 + \beta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_1 + \beta_1 \end{pmatrix} \quad D_1: \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_3 \\ 0 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ 5. \quad D_0: & \begin{pmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_0 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_0 + \alpha_1 + \beta_1 & \alpha_1 + \beta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\alpha_0 + 2\alpha_1 + \beta_1 \end{pmatrix} \\ D_1: & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_3 \\ \alpha_0 & -\alpha_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ 6. \quad D_0: & \begin{pmatrix} \alpha_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 \\ 0 & 0 & \alpha_0 + \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 2\alpha_0 + \beta_1 & \beta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3\alpha_0 + \beta_1 \end{pmatrix} \\ D_1: & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Marc GILG. LOW-DIMENSIONAL FILIFORM LIE SUPERALGEBRAS, REVISTA MATEMATICA COMPLUTENSE (2001) vol. XIV, num. 2, 463-478,
http://dx.doi.org/10.5209/rev_REMA.2001.v14.n2.17014

UCHBURCHAKLARNI BERILGAN UCHTA TOMONIGA KO'RA YECHISH

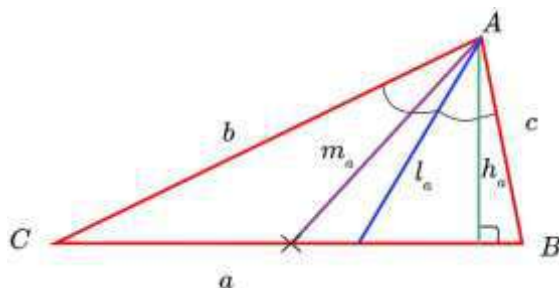
Nishonov Tulanmirza, Hasanov Jamshidbek
Andijon davlat universiteti

Uchburchaklarni yechish maktab matematikasining asosiy masalalaridan hisoblanadi.
 Uchburchaklarda quyidagicha belgilashlar kiritiladi [1]:

1. A, B, C – uchburchak uchlari;
2. a, b, c – mos ravishda A, B, C uchlari qarshisidagi tomonlar;
3. α, β, γ – mos ravishda A, B, C uchlari burchaklar;

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

4. h_a, h_b, h_c - mos ravishda A, B, C uchlaridan a, b, c tomonlar yotgan to'g'ri chiziqlarga tushirilgan balandliklar;
5. m_a, m_b, m_c – mos mos ravishda A, B, C uchlaridan a, b, c tomonlarga o'tkazilgan medianalar;
6. l_a, l_b, l_c - mos ravishda A, B, C uchlaridan a, b, c tomonlarga o'tkazilgan bissektrisalar;
7. P – uchburchak perimetri;
8. S – uchburchak yuzi;
9. R – uchburchakka tashqi chizilgan aylana radiusi;
10. r – uchburchakka ichki chizilgan aylana radiusi.



Uchburchaklar uchun eng muhim xossalar quyidagilar [1]:

1⁰. Uchburchak tomonlari uzunliklari quyidagi tengsizliklarni qanoatlantiradi:

$$\begin{cases} a + b > c \\ b + c > a \\ c + a > b \end{cases}$$

va aksincha, agar musbat a, b, c sonlar yuqoridagi tengsizliklarni qanoatlantirsa, u holda tomonlari uzunliklari a, b, c sonlariga teng bo'lgan uchburchak mavjud.

2⁰. Uchburchak ichki burchaklari yig'indisi 180° ga teng.

Uchburchakning uchta xarakteristikasi qiymatlari berilgan bo'lsa (ba'zan ikkita), uning boshqa o'lchovlarini hisoblash uchun yetarlicha formulalar mavjud. Bunda avval bir formuladan biror xarakteristikasi hisoblanadi, keyin esa ulardan foydalanib keyingi xarakteristika hisoblanadi va h.k. Lekin, uchburchakning uchta xarakteristikasi qiymatlari berilgan bo'lsa, qolgan barcha xarakteristikalarini aynan shu xarakteristikalar orqali to'g'ridan-to'g'ri hisoblanadigan formulalari tizimlashtirilmagan. Biz shu formulalarni tizimlashtirishni o'z oldimizga maqsad qilib qo'ydik va eng sodda holdan boshladik.

Tasdiq: Agar musbat a, b, c sonlar

$$\begin{cases} a + b > c \\ b + c > a \\ c + a > b \end{cases}$$

tengsizliklarni qanoatlantirsa, u holda tomonlari uzunliklari a, b, c sonlariga teng bo'lgan uchburchak mavjud va uning xarakteristikalari quyidagicha hisoblanadi:

1. Uchburchak burchaklari:

$$\begin{aligned} \alpha &= \arccos \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \beta &= \arccos \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} \\ \gamma &= \arccos \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{aligned}$$

2. Uchburchak balandliklari:

$$\begin{aligned} h_a &= \frac{1}{2a} \sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)} \\ h_b &= \frac{1}{2b} \sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)} \\ h_c &= \frac{1}{2c} \sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)} \end{aligned}$$

3. Uchburchak medianalari:

$$\begin{aligned} m_a &= \frac{1}{2} \sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2} \\ m_b &= \frac{1}{2} \sqrt{2(c^2 + a^2) - b^2} \end{aligned}$$

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

$$m_c = \frac{1}{2}\sqrt{2(a^2 + b^2) - c^2}$$

4. Uchburchak bissektoralari:

$$l_a = \frac{\sqrt{bc((b+c)^2 - a^2)}}{b+c}$$

$$l_b = \frac{\sqrt{ca((c+a)^2 - b^2)}}{c+a}$$

$$l_c = \frac{\sqrt{ab((a+b)^2 - c^2)}}{a+b}$$

5. Uchburchak perimetri:

$$P = a + b + c$$

6. Uchburchak yuzi:

$$S = \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)}$$

7. Uchburchakka tashqi chizilgan aylana radiusi:

$$R = \frac{abc}{\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)}}$$

8. Uchburchakka ichki chizilgan aylana radiusi:

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)}{a+b+c}}$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Тўлаганов Т.Р. Учбурчак геометрияси: / [Педагогика институтлари, билим юртлари, мактаб ўқитувчилари учун ўқув қўлл.]. – Т.: Ўқитувчи, 1997. – 96 б.

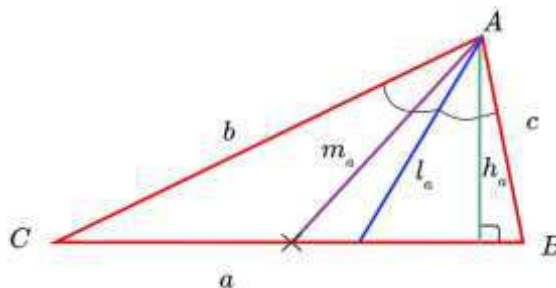
UCHBURCHAKLARNI BERILGAN IKKI TOMONI VA BIR BURCHAGIGA KO'RA YECHISH: BERILGAN BURCHAK BERILGAN TOMONLAR ORASIDA YOTGAN HOL

Nishonov Tulanmirza, Hasanov Jamshidbek
Andijon davlat universiteti

Uchburchaklarni yechish maktab matematikasining asosiy masalalaridan hisoblanadi.

Uchburchaklarda quyidagicha belgilashlar kiritiladi [1]:

11. A, B, C – uchburchak uchlari; a, b, c – mos ravishda A, B, C uchlari qarshisidagi tomonlar;
12. α, β, γ – mos ravishda A, B, C uchlaridagi burchaklar;
13. h_a, h_b, h_c – mos ravishda A, B, C uchlaridan a, b, c tomonlar yotgan to'g'ri chiziqlarga tushirilgan balandliklar;
14. m_a, m_b, m_c – mos ravishda A, B, C uchlaridan a, b, c tomonlarga o'tkazilgan medianalar;
15. l_a, l_b, l_c – mos ravishda A, B, C uchlaridan a, b, c tomonlarga o'tkazilgan bissektoralar;
16. P – uchburchak perimetri; S – uchburchak yuzi; R – uchburchakka tashqi chizilgan aylana radiusi; r – uchburchakka ichki chizilgan aylana radiusi.



Uchburchakning uchta xarakteristikasi qiymatlari berilgan bo'lsa (ba'zan ikkita), uning boshqa o'lchovlarini hisoblash uchun yetarlicha formulalar mavjud [1]. Bunda avval bir formuladan biror xarakteristikasi hisoblanadi, keyin esa ulardan foydalanib keyingi xarakteristika hisoblanadi va h.k. Lekin, uchburchakning uchta xarakteristikasi qiymatlari berilgan bo'lsa, qolgan barcha xarakteristikalarini aynan shu

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

xarakteristikalar orqali to'g'ridan-to'g'ri hisoblanadigan formulalari tizimlashtirilmagan. Biz shu formulalarni tizimlashtirishni o'z oldimizga maqsad qilib qo'ydik va sodda hollardan boshladik.

Tasdiq: Agar a, b musbat sonlar va $\gamma \in (0; \pi)$ bo'lsa, u holda ikki tomoni uzunliklari a, b ga va ular orasidagi burchak γ ga teng bo'lgan uchburchak mavjud va uning xarakteristikalari quyidagicha hisoblanadi:

1. $a = a, b = b, c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}$;
2. $\alpha = \arccos \frac{b - a\cos\gamma}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}}, \beta = \arccos \frac{a - b\cos\gamma}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}}, \gamma = \gamma$;
3. $h_a = b\sin\gamma, h_b = a\sin\gamma, h_c = \frac{ab\sin\gamma}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}}$;
4. $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 4b^2 - 4ab\cos\gamma}, m_b = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 + b^2 - 4ab\cos\gamma}, m_c = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\gamma}$;
5. $l_a = \frac{2b\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}}{b + \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}} \cdot \cos\left(\frac{1}{2}\arccos \frac{b - a\cos\gamma}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}}\right), l_b = \frac{2a\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}}{a + \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}} \cdot \cos\left(\frac{1}{2}\arccos \frac{a - b\cos\gamma}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}}\right), l_c = \frac{2ab}{a+b} \cdot \cos\frac{\gamma}{2}$;
6. $P = a + b + \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}, S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma, R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}}{2\sin\gamma}, r = \frac{ab\sin\gamma}{a+b+\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma}}$.

Natija 1: Agar b, c musbat sonlar va $\alpha \in (0; \pi)$ bo'lsa, u holda ikki tomoni uzunliklari b, c ga va ular orasidagi burchak α ga teng bo'lgan uchburchak mavjud va uning xarakteristikalari quyidagicha hisoblanadi:

1. $a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bccos\alpha}, b = b, c = c$;
2. $\alpha = \alpha, \beta = \arcsin \frac{bsin\alpha}{\sqrt{b^2 + c^2 - 2bccos\alpha}}, \gamma = \arcsin \frac{csin\alpha}{\sqrt{b^2 + c^2 - 2bccos\alpha}}$;
3. $h_a = \frac{bcsin\alpha}{\sqrt{b^2 + c^2 - 2bccos\alpha}}, h_b = csin\alpha, h_c = bsin\alpha$;
4. $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{b^2 + c^2 + 2bccos\alpha}, m_b = \frac{1}{2}\sqrt{b^2 + 4c^2 - 4bccos\alpha}, m_c = \frac{1}{2}\sqrt{4b^2 + c^2 - 4bccos\alpha}$;
5. $l_a = \frac{2bc}{b+c} \cdot \cos\frac{\alpha}{2}, l_b = \frac{2c\sqrt{b^2 + c^2 - 2bccos\alpha}}{c + \sqrt{b^2 + c^2 - 2bccos\alpha}} \cdot \cos\left(\frac{1}{2}\arcsin \frac{bsin\alpha}{\sqrt{b^2 + c^2 - 2bccos\alpha}}\right), l_c = \frac{2b\sqrt{b^2 + c^2 - 2bccos\alpha}}{b + \sqrt{b^2 + c^2 - 2bccos\alpha}} \cdot \cos\left(\frac{1}{2}\arcsin \frac{csin\alpha}{\sqrt{b^2 + c^2 - 2bccos\alpha}}\right)$;
6. $P = b + c + \sqrt{b^2 + c^2 - 2bccos\alpha}, S = \frac{1}{2}bcsin\alpha, R = \frac{\sqrt{b^2 + c^2 - 2bccos\alpha}}{2sin\alpha}, r = \frac{bcsin\alpha}{\sqrt{b^2 + c^2 - 2bccos\alpha} + b + c}$;

Natija 2: Agar c, a musbat sonlar va $\beta \in (0; \pi)$ bo'lsa, u holda ikki tomoni uzunliklari c, a ga va ular orasidagi burchak β ga teng bo'lgan uchburchak mavjud va uning xarakteristikalari quyidagicha hisoblanadi:

1. $a = a, b = \sqrt{c^2 + a^2 - 2cacos\beta}, c = c$;
2. $\alpha = \arcsin \frac{asin\beta}{\sqrt{c^2 + a^2 - 2cacos\beta}}, \beta = \beta, \gamma = \arcsin \frac{csin\beta}{\sqrt{c^2 + a^2 - 2cacos\beta}}$;
3. $h_a = csin\beta, h_b = \frac{acsin\beta}{\sqrt{c^2 + a^2 - 2cacos\beta}}, h_c = asin\beta$;
4. $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{4c^2 + a^2 - 4cacos\beta}, m_b = \frac{1}{2}\sqrt{c^2 + a^2 + 2cacos\beta}, m_c = \frac{1}{2}\sqrt{c^2 + 4a^2 - 4cacos\beta}$;
5. $l_a = \frac{2c\sqrt{c^2 + a^2 - 2cacos\beta}}{c + \sqrt{c^2 + a^2 - 2cacos\beta}} \cdot \cos\left(\frac{1}{2}\arcsin \frac{asin\beta}{\sqrt{c^2 + a^2 - 2cacos\beta}}\right), l_b = \frac{2ca}{c+a} \cdot \cos\frac{\beta}{2}, l_c = \frac{2a\sqrt{c^2 + a^2 - 2cacos\beta}}{a + \sqrt{c^2 + a^2 - 2cacos\beta}} \cdot \cos\left(\frac{1}{2}\arcsin \frac{csin\beta}{\sqrt{c^2 + a^2 - 2cacos\beta}}\right)$;
6. $P = c + a + \sqrt{c^2 + a^2 - 2cacos\beta}, S = \frac{1}{2}casin\beta, R = \frac{\sqrt{c^2 + a^2 - 2cacos\beta}}{2sin\beta}, r = \frac{casin\beta}{a + \sqrt{c^2 + a^2 - 2cacos\beta} + c}$.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Тўлаганов Т.Р. Учбурчак геометрияси: / [Педагогика институтлари, билим юртлари, мактаб ўқитувчилари учун ўқув кўлл.]. – Т.: Ўқитувчи, 1997. – 96 б.

КОЛЬЦЕВЫЕ ИЗОМОРФИЗМЫ - ОТОБРАЖЕНИЯ, СОХРАНЯЮЩИЕ ПОРЯДОК

Нуржанов Б. О.

Каракалтакское отделение Института математики имени В.И. Романовского

Каракалтакский государственный университет имени Бердаха

nurjanov@list.ru

Кольцо $\mathcal{A}$ называется $*$ -кольцом (или кольцом с инволюцией), если существует операция $*$: $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$ такая, что для всех $a, b \in \mathcal{A}$ выполняются следующие равенства

$$(a^*)^* = a, \quad (a+b)^* = a^* + b^*, \quad (ab)^* = b^* a^*.$$

1-ШҮҮБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Элемент e $*$ -кольца $\mathcal{A}$ называется проектором, если $e^2 = e = e^*$.

Кольцо $\mathcal{A}$ называется регулярным, если для каждого $x \in \mathcal{A}$ существует элемент $y \in \mathcal{A}$ такой, что $xyx = x$. Инволюция $*$ в $\mathcal{A}$ называется собственной, если из $x^*x = 0$ следует, что $x = 0$ для любого $x \in \mathcal{A}$. $*$ -кольцо $\mathcal{A}$ называется $*$ -регулярным, если оно является регулярным кольцом с собственной инволюцией.

Пусть $\mathcal{A}$ - $*$ -регулярное кольцо. Тогда существует единственный проектор $r(x)$ такой, что

$$- xr(x) = x;$$

$$- xy = 0 \text{ тогда и только тогда, когда } r(x)y = 0.$$

Аналогично существует единственный проектор $l(x)$ такой, что

$$- l(x)x = x;$$

$$- yx = 0 \text{ тогда и только тогда, когда } yl(x) = 0.$$

Проекторы $r(x)$ и $l(x)$ называются соответственно правым и левым проектором x .

Проектор $s(x) = l(x) \vee r(x)$ называется носителем элемента x .

Рассмотрим так называемую ранк-метрику ρ на $\mathcal{A}$, определяемую следующим образом $\rho(x, y) = \mu(l(x - y))$, $x, y \in \mathcal{A}$ ([4, Лемма 18.1]).

Одним из важных классов $*$ -регулярных алгебр являются алгебры Мюррея-фон Неймана [3]. Кольцевые изоморфизмы алгебры Мюррея-фон Неймана и их $*$ -подалгебр в случае алгебр типа Π_1 были описаны в работах [1, 2].

Пусть $\mathcal{A}$ - $*$ -регулярное кольцо с ранк-метрикой ρ . Более того, мы будем предполагать, что $(\mathcal{A}, \rho)$ - полное метрическое $*$ -кольцо.

Для элементов $a, b \in \mathcal{A}$ положим

$$a \prec_l b \Leftrightarrow l(a)b = a,$$

$$a \prec_r b \Leftrightarrow br(a) = a.$$

Отношение $\prec$, где $\prec \in \{\prec_l, \prec_r\}$, является частичным порядком на $\mathcal{A}$, т.е.

$$1) x \prec x;$$

$$2) x \prec y, y \prec x \Rightarrow x = y;$$

$$3) x \prec y, y \prec z \Rightarrow x \prec z.$$

Для $*$ -колец $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ биекция (не обязательно линейная) $\Phi: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ называется кольцевым изоморфизмом, если

$$- \Phi(a + b) = \Phi(a) + \Phi(b) \text{ для всех } a, b \in \mathcal{A};$$

$$- \Phi(ab) = \Phi(a)\Phi(b) \text{ для всех } a, b \in \mathcal{A}.$$

Рассмотрим кольцевые изоморфизмы регулярных колец, сохраняющие частичные порядки $\prec_l$ и $\prec_r$.

Теорема. Пусть $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ - $*$ -регулярные кольца и $\Phi: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ - кольцевой изоморфизм. Тогда

$$1) x \prec_l y \text{ тогда и только тогда, когда } \Phi(x) \prec_l \Phi(y).$$

$$2) x \prec_r y \text{ тогда и только тогда, когда } \Phi(x) \prec_r \Phi(y).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Sh. A. Ayupov, K. K. Kudaybergenov, Ring isomorphisms of Murray–von Neumann algebras // Journal of Functional Analysis. 280:5, 108891 (2021).
2. Sh. A. Ayupov, K. K. Kudaybergenov, Ring isomorphisms of $*$ -subalgebras of Murray–von Neumann factors // Lobachevskii Journal of Mathematics. 42:12, 2730–2739 (2021).
3. R. Kadison and Z. Liu, A note on derivations of Murray–von Neumann algebras // PNAS, 111, 2087–2093 (2014).
4. von Neumann J. Continuous geometry, Foreword by Israel Halperin, Princeton Mathematical Series, No. 25 Princeton University Press, Princeton, N.J. 1960.

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ ON THE EXISTENCE OF EIGENVALUES OF THE TWO PARTICLE DISCRETE SCHRÖDINGER OPERATORS

A. I. O'ktamov, I.A. Muhammadiyev
Samarkand State University

Let $\mathbb{T} = [-\pi, \pi)$ be the one - dimensional torus. Let $L^2(\mathbb{T})$ be the Hilbert space of square-integrable functions on $\mathbb{T}$. $L^{2,e}(\mathbb{T}) \subset L^2(\mathbb{T})$ is the Hilbert space of square-integrable even functions on $\mathbb{T}$. For any $\mu, \lambda \in \mathbb{R}$ and $k \in \mathbb{T}$ the Schrödinger operator $H_{\mu\lambda}(k)$ is bounded and self-adjoint acting in $L^{2,e}(\mathbb{T})$ as

$$H_{\mu\lambda}(k) = H_0(k) + V_{\mu\lambda}.$$

Here the non-perturbed operator $H_0(k)$, $k \in \mathbb{T}$ is the multiplication operator by the function $\mathcal{E}_k(\cdot)$ acting in $L^{2,e}(\mathbb{T})$ as

$$(H_0(k)f)(p) = \mathcal{E}_k(p)f(p), \quad \mathcal{E}_k(p) = 2[1 - \cos \frac{k}{2} \cos p], \quad p \in \mathbb{T}.$$

The perturbation operator $V_{\mu\lambda}$ is defined as

$$(V_{\mu\lambda}f)(p) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} (\mu + \lambda \cos p \cos t) f(t) dt, \quad f \in L^{2,e}(\mathbb{T}).$$

The operator $H_0(k)$, $k \in \mathbb{T}$ is the operator of multiplication by a continuous real function $\mathcal{E}_k(p)$ defined in $\mathbb{T}$, therefore its spectrum consist of the essential spectrum:

$$\sigma(H_0(k)) = \sigma_{\text{ess}}(H_0(k)) = [\mathcal{E}_{\min}(k), \mathcal{E}_{\max}(k)],$$

with

$$\mathcal{E}_{\min}(k) := \min_{q \in \mathbb{T}} \mathcal{E}_k(q) = 2(1 - \cos \frac{k}{2}) \geq 0,$$

$$\mathcal{E}_{\max}(k) := \max_{q \in \mathbb{T}} \mathcal{E}_k(q) = 2(1 + \cos \frac{k}{2}) \leq 4.$$

The perturbation $V_{\mu\lambda}$ is an operator of rank-two. Hence, from the Weyl theorem [2] the essential spectrum of $H_{\mu\lambda}(k)$ coincides with the spectrum of $H_0(k)$, i.e.,

$$\sigma_{\text{ess}}(H_{\mu\lambda}(k)) = \sigma(H_0(k)).$$

We define the Birman-Schwinger operator in $L^{2,e}(\mathbb{T})$ as

$$B_{\mu\lambda}(k, z) = -V_{\mu\lambda}R_0(k, z), \quad z \in \mathbb{C} \setminus [\min_{q \in \mathbb{T}} \mathcal{E}_k(q), \max_{q \in \mathbb{T}} \mathcal{E}_k(q)].$$

For any fixed values of the parameters $\mu, \lambda \in \mathbb{R}$, the determinant of the operator $H_{\mu\lambda}(k) - zI$ is understood as the Fredholm determinant of the operator $I - B_{\mu\lambda}(k, z)$,

$$\Delta(\mu, \lambda; k, z) := \det(I - B_{\mu\lambda}(k, z)) = \det(H_{\mu\lambda}(k) - zI).$$

In the case $k \neq \pi$ the determinant $\Delta(\mu, \lambda; k, z)$ of $H_{\mu\lambda}(k)$ can be represented as

$$\Delta(\mu, \lambda; k, z) = (1 + \mu a(k, z))(1 + \lambda c(k, z)) - \mu\lambda b^2(k, z),$$

where

$$a(k, z) := \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{dt}{\mathcal{E}_k(t) - z}, \quad b(k, z) := \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{\cos t dt}{\mathcal{E}_k(t) - z}, \quad c(k, z) := \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} \frac{\cos^2 t dt}{\mathcal{E}_k(t) - z}.$$

Theorem 1. We have the following asymptotic relations for the functions $a(k; \cdot)$, $b(k; \cdot)$, $c(k; \cdot)$ on the left of the point $\mathcal{E}_{\min}(k)$

$$a(k, z) = \frac{1}{2\sqrt{\cos \frac{k}{2}}} (\mathcal{E}_{\min}(k) - z)^{-\frac{1}{2}} + o(1), \text{ as } z \nearrow \mathcal{E}_{\min}(k),$$

$$b(k, z) = \frac{1}{2\sqrt{\cos \frac{k}{2}}} (\mathcal{E}_{\min}(k) - z)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2\cos \frac{k}{2}} + o(1), \text{ as } z \nearrow \mathcal{E}_{\min}(k),$$

$$c(k, z) = \frac{1}{2\sqrt{\cos \frac{k}{2}}} (\mathcal{E}_{\min}(k) - z)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2\cos \frac{k}{2}} + o(1), \text{ as } z \nearrow \mathcal{E}_{\min}(k)$$

and on the right of the point $\mathcal{E}_{\max}(k)$

$$a(k, z) = -\frac{1}{2\sqrt{\cos \frac{k}{2}}} (z - \mathcal{E}_{\max}(k))^{-\frac{1}{2}} + o(1), \text{ as } z \searrow \mathcal{E}_{\max}(k),$$

$$b(k, z) = -\frac{1}{2\sqrt{\cos \frac{k}{2}}} (z - \mathcal{E}_{\max}(k))^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2\cos \frac{k}{2}} + o(1), \text{ as } z \searrow \mathcal{E}_{\max}(k),$$

$$c(k, z) = -\frac{1}{2\sqrt{\cos \frac{k}{2}}} (z - \mathcal{E}_{\max}(k))^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2\cos \frac{k}{2}} + o(1), \text{ as } z \searrow \mathcal{E}_{\max}(k).$$

Also, for any $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, we have

1-ШУЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

$$\lim_{z \rightarrow \pm\infty} \mathcal{D}(\lambda, \mu; k, z) = 1.$$

We define the asymptotics of the function $\Delta(\mu, \lambda; k, z)$ at $\mathcal{E}_{\min}(k)$, the bottom and at $\mathcal{E}_{\max}(k)$, the top of the essential spectrum of $H_{\mu\lambda}(k)$:

$$\Delta(\mu, \lambda; k, z) = \frac{1}{8\cos\frac{k}{2}\sqrt{\cos\frac{k}{2}}} C_{-\frac{1}{2}}^-(\mu, \lambda; k)(\mathcal{E}_{\min}(k) - z)^{-\frac{1}{2}} + \\ + \frac{1}{8\cos^2\frac{k}{2}} C_0^-(\mu, \lambda; k) + o(1), \text{ as } z \nearrow \mathcal{E}_{\min}(k),$$

where

$$C_{-\frac{1}{2}}^-(\mu, \lambda; k) = -\mu\lambda - 2\lambda\cos\frac{k}{2} - 4\mu\cos\frac{k}{2}, \quad C_0^-(\mu, \lambda; k) = -\mu\lambda - 2\lambda\cos\frac{k}{2} + 8\cos^2\frac{k}{2}.$$

$$\Delta(\mu, \lambda; k, z) = \frac{1}{8\cos\frac{k}{2}\sqrt{\cos\frac{k}{2}}} C_{\frac{1}{2}}^+(\mu, \lambda; k)(z - \mathcal{E}_{\max}(k))^{-\frac{1}{2}} + \\ + \frac{1}{8\cos^2\frac{k}{2}} C_0^+(\mu, \lambda; k) + o(1), \text{ as } z \searrow \mathcal{E}_{\max}(k),$$

where

$$C_{\frac{1}{2}}^+(\mu, \lambda; k) = \mu\lambda - 2\lambda\cos\frac{k}{2} - 4\mu\cos\frac{k}{2}, \\ C_0^+(\mu, \lambda; k) = -\mu\lambda + 2\lambda\cos\frac{k}{2} + 8\cos^2\frac{k}{2}.$$

Theorem 2. For each $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ and $k \in \mathbb{T}$, the number $z \in \mathbb{C} \setminus [\mathcal{E}_{\min}(k), \mathcal{E}_{\max}(k)]$ is an eigenvalue of the operator $H_{\mu\lambda}(k)$ if and only if

$$\mathcal{D}(\lambda, \mu; k, z) = 0.$$

REFERENCES

1. Lakaev S.N., Kholmatov Sh.Yu., Khamidov Sh.I., "Bose–Hubbard models with on-site and nearest–neighbor interactions: exactly solvable case", Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, **54**, (2021).
2. Reed M., Simon B., "Methods of modern mathematical physics. IV: Analysis of operators", Academic Press, N.Y., (1978).

ERMIT MATRITSALARI UTSHUN MAJORLASH HAQIDAGI TEOREMA

Ongarbaev Raxim

Bu maqolada biz ermit matritsalarini uchun majorlash haqidagi teoremani ko‘rib chiqamiz.

$A \in M_{m,n}(\mathbb{C})$ matritsasining qo‘shmasi deb, A^* orqali belgilanuvchi, $A^* = \bar{A}^T$ matritsasiga aytamiz, bu yerda, $\bar{A}$ element bo‘yicha qo‘shma matritsa. $A \in M_n(\mathbb{C})$ matritsasi uchun $A^* = A$ bo‘lsa Ermit matritsasi deyiladi.

Mayli $A, B \in M_n$ berilgan bo‘lsin. Biz B matritsasi A matritsasiga o‘xshash deymiz, agar shunday aynimagan $S \in M_n$ mavjud bo‘lib $B = S^{-1}AS$ bo‘lsa. $A \rightarrow S^{-1}AS$ akslantirishi S o‘xshashlik matritsasi bo‘yicha o‘xshashliq akslantirishi deyiladi. Biz B matritsasi A matritsasiga orin almastirish bo‘yicha o‘xshash deymiz, agar shunday aynimagan P orin almastirish matritsasi mavjud bo‘lib $B = P^TAP$ o‘rinli bo‘lsa.

Mayli $A \in M_n$ bo‘lsin. Agar skalyar λ soni va noldan farqli x vektori

$Ax = \lambda x, x \in \mathbb{C}^n, x \neq 0, \lambda \in \mathbb{C}^n$ tengligini qanoatlantirsa, unda λ soni A matritsasining xos soni, x vektori xos vektori deb ataladi.

$A \in M_n$ ermit matritsasi bo‘lsa uning xos sonlari haqiqiy bolishidan, ularni algebraik kamaymaydigan tartibda joylashtirish mumkin

$$\lambda_{\min} = \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_{n-1} \leq \lambda_n = \lambda_{\max}$$

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Mayli $x = [x_i] \in R^n$ va $y = [y_i] \in R^n$ berilgan bo'lsin. Biz x vektori y vektorini *majorlaydi* deyimiz agar

$$\max_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n} \sum_{j=1}^k x_{i_j} \geq \max_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n} \sum_{j=1}^k y_{i_j}$$

o'rinli bo'lsa, bu yerda $k = 1, \dots, n$, tenglik belgisi $k = n$ ushun o'rinli.

Mayli $z = [z_i] \in R^n$ berilgan bo'lsin. z vektorining o'smaydigan qayta joylashtirilishi deb elementlari z ning elementleridan iborat, ammo o'smaydigan $z_{i_1} = z_1^\downarrow \geq \dots \geq z_{i_n} = z_n^\downarrow$ holda joylashtirilgan vektorga aytamiz. z vektorining kamaymaydigan qayta joylashtirilishi deb elementlari z ning elementleridan iborat, ammo kamaymaydigan $z_{j_1} = z_1^\uparrow \leq \dots \leq z_{j_n} = z_n^\uparrow$ holda joylashtirilgan vektorga aytamiz.

Quyidagi teorema bu ishning asosiy teoremasi bo'lib hisoblanadi.

Teorema (Shur). Mayli $A = [a_{ij}] \in M_n$ ermit matritsasi bo'lsin. Uning xos sonlaridan tuzilgan

$\lambda(A) = [\lambda_i(A)]_{i=1}^n$ vektori uning asosiy diagonal elementleridan tuzilgan $d(A) = [a_{ii}]_{i=1}^n$ vektorini *majorlasin*, ya'niy

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i(A)^\downarrow \geq \sum_{i=1}^k d(A)^\downarrow$$

, bu yerda $k = 1, 2, \dots, n$, tenglik belgisi $k = n$ uchun o'rinli bo'ladi. Agar yuqoridagi tengsizlik bazi bir $k \in 1, \dots, n-1$ uchun o'rinli bo'lsa, u holda A matritsasi $B \oplus D$ matritsasiga o'rin almashtirish bo'yicha o'xshash bo'ladi, bu yerda $B \in M_k$.

ADABIYOTLAR

1. Horn, R. A., and TS. R. Johnson. 1991. Topitss in Matrix Analysis. TSambridge University Press, TSambridge.
2. Horn, R. A., and TS. R. Johnson., 2013. Matrix analysis, TSambridge University Press, TSambridge.

APPLICATIONS OF MONOMIAL EQUATION OVER P-ADIC NUMBER FIELD

Pardayev Shoxzod

National University of Uzbekistan

Yahyayeva Ra'no

Namangan State University

Khakimov Otabek

Institute of Mathematics

We are going to give some applications of the following equation

$$x^k = a, \quad k \in \mathbb{N}, \quad a \in \mathbb{Q}_p \quad (1)$$

in $\mathbb{Q}_p$. Let us first notice that the equation (1) can be considered over $\mathbb{Z}_p^*$. Indeed, any nonzero p -adic number x has a unique representation of the form $x = \frac{x^*}{|x|_p}$, where $x^* \in \mathbb{Z}_p^*$. After substituting the forms $x = \frac{x^*}{|x|_p}$, $a = \frac{a^*}{|a|_p}$ into (1), we can get that $\left(\frac{x^*}{|x|_p}\right)^k = \frac{a^*}{|a|_p}$. This means that Eq. (1) has a solution in $\mathbb{Q}_p$ whenever $a \in \mathbb{Q}_p$ if and only if $|a|_p = p^{kl}$ for some $l \in \mathbb{Z}$ and the equation $x_*^k = a_*$ has a solution in $\mathbb{Z}_p^*$. Hence, we may always assume that $a \in \mathbb{Z}_p^*$ when we consider the equation (1).

An integer number b is called an m -th power residue modulo p if the congruence equation $x^m \equiv b \pmod{p}$ has a solution in $\mathbb{Z}$. In the sequel, we always assume that $p \geq 3$. It is well-known (see [4]) that $b \in$

$\mathbb{Z}$ is an m -th power residue modulo p if and only if $b^{\frac{p-1}{d}} \equiv 1 \pmod{p}$, where $d = (m, p-1)$. We notice that the monomial equation over $\mathbb{Q}_p$ were considered in [2], [3].

Recall that $f: \mathbb{Z}_p \rightarrow \mathbb{Z}_p$ is L -Lipschitz function if

$$|f(x) - f(y)|_p \leq L|x - y|_p, \quad \forall x, y \in \mathbb{Z}_p. \quad (2)$$

We notice that the discreteness of p -adic norm's values yields $L = p^\alpha$ for some $\alpha \in \mathbb{Z}$. So, the condition (2) is equivalent to: $x - y = o[p^k]$ implies $f(x) - f(y) = o[p^{k-\alpha}]$ for all $k \geq \alpha$.

For a given $k = mp^s$ with $(m, p) = 1$, $s \geq 0$ we consider the following function

$$F(x) = x^k - a + \varepsilon f(x), \quad (3)$$

where $a \in \mathbb{Z}_p^*$, $|\varepsilon|_p < |k^2|_p$ and $f: \mathbb{Z}_p \rightarrow \mathbb{Z}_p$ is a L -Lipschitz function with $L \leq p^s$. One can see that $F(\mathbb{Z}_p) \subset \mathbb{Z}_p$. Moreover, F is a 1-Lipschitz function. In [1] the authors found a criterion for the existence of a root of 1-Lipschitz functions. Moreover, they were able to prove the analogue of Hensel's Lemma for 1-Lipschitz functions. In this paper, we will show locations of roots of the equation (3) which was not studied in [1].

Theorem. Let $p \geq 3$ and $k = mp^s$ with $(p, m) = 1$ and $s \geq 0$. Assume that F is a function given by (1.7.2). Then the following statements hold:

(F1) if $Sol_p(x^k - a) = \emptyset$ then F has no root in $\mathbb{Z}_p$;

(F2) if $Sol_p(x^k - a) \neq \emptyset$ then the followings are equivalent:

(a) F has a root in $\mathbb{Z}_p$;

(b) $a = a_0^{p^s} + o[p^s]$;

(c) F has exactly κ_p roots in $\mathbb{Z}_p$: $x_{\xi_i} \in B(\xi_i, 1)$, $\xi \in Sol_p(x^k - a)$, $i = \overline{1, \kappa_p}$.

Remark. We point out that the Hensel's Lemma (see [1]) reduces finding of roots (of polynomial equation) to finding roots of some iterative procedure in each step of which, one needs to solve some linear congruence equation. In the above given procedure, it has been used a nonlinear congruence equation in each step of iteration, which means we have implicitly used a generalized version of Hensel's Lemma with adoption to our equation.

REFERENCES

1. Yurova E., Khrennikov A., Generalization of Hensel's lemma: finding the root of p -adic Lipschitz functions. // *J. Number Theory*. 2016, **158**, pp.217–233.
2. Mukhamedov F., Saburov M., On equation $x^q = a$ over $\mathbb{Q}_p$. // *J. Number Theory*. 2013, **133**, pp.55–58.
3. Mukhamedov F., Khakimov O., p -Adic monomial equations and their perturbations. // *Izvestiya: Mathematics*, 2020, **84**, DOI:10.1070/IM8821.
4. Rosen K.H., Elementary Number Theory and Its Applications. // Pearson, 2011.

BIR QVAZI VOLTERRA OPERATORI HAQIDA

Parpiyeva Nozima Murodjon qizi

NamDU matematika fakulteti magistri

Umumiy holda $S^{n-1} = \{x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n: x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n, \sum_{i=1}^n x_i = 1\}$ simplersda aniqlangan $V: S^{n-1} \rightarrow S^{n-1}$ kvadratik stoxastik operator (k.s.o) quyidagi formula bilan beriladi:

$$(Vx)_k = x'_k = \sum_{i,j=1}^n p_{ij,k} x_i x_j, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Bu yerda $p_{ij,k} \geq 0$, $\sum_{k=1}^n p_{ij,k} = 1$, $p_{ij,k} = p_{ji,k}$, $i, j, k = \overline{1, n}$ lar.

Kvadratik stoxastik operator Volterra k.s.o deyiladi, agar barcha $k \notin \{i, j\}$ lar uchun $p_{ij,k} = 0$ shart bajarilsa.

Volterra (k.s.o) eng oddiy nochiziqli akslantirishlardan bo'lib juda ko'p holldarda yetarlicha o'rganilgan. Misol uchun, S^2 da aniqlangan Volterra k.s.o. uchun ergodiklikning zarur va yetarli shartlari topilgan [1]. Ergodiklik deganda barcha $x \in S^2$ lar uchun $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} V^i x$ limit mavjudligi tushuniladi. Bu yerda $x = x^{(0)} \in S^{n-1}$ nuqtaning $V^i x$ trayektoriyasi $x^{(n+1)} = Vx^{(n)}$ $n = 0, 1, 2, \dots$ itaratsiyalar ketma-ketligi sifatida aniqlanadi.

Ta'rif. S^{n-1} da aniqlangan Volterra kvadratik stoxastik operator kvazivolterra deyiladi, agar barcha $p_{ij,k}$, $k \notin \{i, j\}$ koeffisientlar orasida faqat bittasi noldan farqli bo'lsa, qolganlari esa nolga teng bo'lsa.

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Oddiylik uchun ushbu maqolada biz S^2 da aniqlangan kvazi k.s.o larni o'rganish bilan cheklanamiz. Quyidagi kvazi Volterra q.s.o. ni o'rganamiz:

$$\begin{cases} x'_1 = rx_1^2 + (1-r)x_1x_2 + (1-r)x_1x_3, \\ x'_2 = (1-r)x_1^2 + x_2^2 + (1+r)x_1x_2 + (1-r)x_2x_3, \\ x'_3 = x_3^2 + (1+r)x_1x_3 + (1+r)x_2x_3 \end{cases} \quad (2)$$

Quyidagi teorema isbotlangan.

Teorema 1. Har qanday $r \in [0,1)$ uchun (2) formula bilan aniqlangan k.s.o. regular va demak ergodik bo'ladi.

Endi (2) operatorning qo'zg'almas nuqtalarini qidiramiz.

Teorema 2. $r = 1$ bo'lganda (2) operator $M_1(1,0,0)$, $M_2(0,1,0)$ va $M_3(0,0,1)$ qo'zg'almas nuqtalar mavjud bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Ганиходжаев Н.Н., Занин Д.В. Об одном необходимом условии эргодичности квадратичных операторов определенных на двумерном симплексе// УМН.
2. Ганиходжаев Р.Н.// Квадратичные стохастические операторы, функция Ляпунова и турниры.// Матем. сб. 1992, Т. 183, No.8, с. 121-140/

ЛОКАЛЬНО НЕГАТИВНЫЕ ГРУППЫ

Кутлимуратова З.А., Йулдашева З.О.

НУУЗ

zkutlimuratova@gmail.com, Juldasevazamira@gmail.com

В данной работе изучены алгоритмические свойства нумерованных групп. Иногда некоторые связи алгебраических и алгоритмических свойств конкретных алгебр оказываются более сильными.

Основными понятиями и фактами можно ознакомиться в [1-3].

Всюду определенная функция из множества натуральных чисел ω в ω называется **вычислимой**, если существует вычисляющий ее алгоритм. Подмножество $\alpha \subseteq \omega$ называется **вычислимым (перечислимым, соответственно коперечислимым)**, если вычислима его характеристическая функция (α (соответственно $\omega \setminus \alpha$) – область значений некоторой вычислимой функции). Эти определения естественным образом переносятся на многоместные функции и отношения.

Пример: множество натуральных чисел, десятичная запись которых встречается в качестве подстроки в десятичной записи числа π , является перечислимым, но не вычислимым множеством.

Определение 1. Нумерованной алгеброй называется пара (A, ν) , где A – универсальная алгебра не более, чем счетной сигнатуры Σ , а ν – отображение ω на A со следующим свойством:

Если F – n -местная функция Σ -операция, действующая на A , то существует такая n -местная вычислимая функция f , что

$$F(\nu x_1, \dots, \nu x_n) = \nu f(x_1, \dots, x_n)$$

Причем существует алгоритм, который по имени каждой F «выдает» процедуру вычисления соответствующей f .

Ядром нумерации ν алгебры A будем называть нумерационную эквивалентность

$$\text{Ker}(\nu) = \{(x, y) \mid \nu x = \nu y\}, \text{ где } \nu - \text{нумерация.}$$

Для групп определение нумерованной алгебры конкретизируется следующим образом.

Нумерованной группой называется пара (G, ν) , где G группа с операцией $*$, $\nu: \omega \rightarrow G$ – отображение со следующим свойством:

Для $*$ бинарной операции существует такая вычислимая функция f , что $\nu n * \nu m = \nu(f(n, m))$.

Нумерованная группа, у которой ядро нумерации перечислимо (коперечислимо) на номерах, называется **позитивной (негативной)**.

Определение 2. Нумерация группы называется **локально позитивной (негативной)**, если хотя бы один смежный класс ядра этой нумерации является перечислимым (коперечислимым).

В работе [4] получены следующие результаты о локальных алгоритмических свойствах групп:

Предложение 1. Для всякой локально позитивной (локально негативной) группы любой смежный класс ее ядра перечислим (коперечислим).

Предложение 2. Всякая локально позитивная нумерация любой группы позитивна.

Из предложения 1 можно получить следующий результат:

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Предложение 3. Если нумерация группы является локально позитивной и локально негативной, то она вычислима.

Вопрос о негативности локально негативной группы остается открытым.

Пусть η – эквивалентность на множестве натуральных чисел ω . Множество $\alpha \subseteq \omega$ называется η -эквивалентные, т.е.

$$x \in \alpha \ \& \ x = y \pmod{\eta} \rightarrow y \in \alpha.$$

Определение 3. Эквивалентность η называется *вычислимо отделимой*, если всякая пара чисел (x, y) не эквивалентных по η отделяется подходящим η – замкнутым вычислимым множеством.

Нумерационная алгебра называется *вычислимо отделимой*, если ее нумерационная эквивалентность является вычислимо отделимой. В работе [3] дана характеристика вычислимо отделимых алгебр в терминах негативных алгебр.

Известно, что негативные нумерованные группы являются вычислимо отделимыми. Этот результат можно усилить следующим образом.

Теорема. Локально негативные группы вычислимо отделимы.

Дадим характеристику вычислимо отделимых групп в терминах локально негативных групп.

Теорема. Нумерованная группа *вычислимо отделима* тогда и только тогда, когда она локально негативна.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соар И. Р. Вычислимо перечислимые множества и степени. Казань: Казан. мат. о-во, 2000.
2. Гончаров С. С., Ершов Ю. Л. Конструктивные модели. Новосибирск: Науч. книга, 1999.
3. Касымов Н. Х. Рекурсивно отделимые нумерованные алгебры // Успехи мат. наук. 1996. Т.51, № 3. С. 145–176.
4. Н. Х. Касымов, Ф. Н. Ибрагимов, Отделимые нумерации тел и эффективная вложимость в них колец // Сиб. матем. журн., 2019, том 60, номер 1, 82–94

GROUND STATES FOR THE ISING MODEL WITH COMPETING INTERACTIONS AND A PERIODIC EXTERNAL FIELD ON THE CAYLEY TREE

Rahmatullayev M.M.

Institute of mathematics, Tashkent, Uzbekistan

Asqarov J.N.

Namangan state university, Namangan, Uzbekistan

Let $\tau^k = (V, L)$ be a Cayley tree of order k , i.e, an infinite tree such that exactly $k + 1$ edges are incident to each vertex. Here V is the set of vertices and L is the set of edges of τ^k . [1]

Let G_k denote the free product of $k + 1$ cyclic groups $\{e, a_i\}$ of order 2 with generators $a_1, a_2, \dots, a_{k+1}$, i.e., let $a_i^2 = e$.

There exists a one-to-one correspondence between the set V of vertices of the Cayley tree of order k and the group G_k . [1]

For each $x \in G_k$, let $S_1(x)$ denote the set of all neighbors of x , i.e., $S_1(x) = \{y \in G_k : \langle x, y \rangle\}$, where $\langle x, y \rangle$ means that the vertices x and y are nearest neighbors.

Assume that spin takes its values in the set $\Phi = \{-1, 1\}$. By a configuration σ on V we mean a function taking $\sigma: x \in V \rightarrow \sigma(x) \in \Phi$. The set of all configurations coincides with the set $\Omega = \Phi^V$.

Consider the quotient group $G_k / G_k^* = \{H_1, \dots, H_r\}$, where G_k^* is a normal subgroup of index r with $r \geq 1$.

Definition 1. A configuration $\sigma(x)$ is called to be G_k^* – periodic if $\sigma(x) = \sigma_i$ for all $x \in G_k$ with $x \in H_i$. A G_k – periodic configuration is called to be translation invariant.

By period of a periodic configuration we mean the index of the corresponding normal subgroup. Ising model with G_k^2 –periodic external field is defined according to the following Hamiltonian:

$$H(\sigma) = J_1 \sum_{\langle x, y \rangle} \sigma(x)\sigma(y) + J_2 \sum_{\substack{x, y \in V: \\ d(x, y) = 2}} \sigma(x)\sigma(y) + \sum_{x \in V} a_x \sigma(x) \quad (1)$$

where $J_1, J_2, a_x \in \mathbb{R}$ and

$$a_x = \begin{cases} a_0, & \text{if } x \in G_k^2, \\ a_1, & \text{if } x \in G_k \setminus G_k^2, \end{cases}$$

1-ШҶҶБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

where $a_0 \neq a_1$ and $G_k^2 = \{x \in G_k : |x| \text{ is even}\}$,

The energy of a configuration σ_b on b is defined by the formula

$$U(\sigma_b) = \frac{1}{2} J_1 \sum_{x \in S_1(\sigma_b)} \sigma(x) \sigma(c_b) + J_2 \sum_{\substack{x, y \in b: \\ d(x, y) = 2}} \sigma(x) \sigma(y) + a_{c_b} \sigma(c_b) \quad (2)$$

It is not difficult to prove the following lemma.

Lemma 1 We have

$$U(\sigma_b) \in \left\{ U_{+0}^{(0)}, U_{-0}^{(0)}, U_{+0}^{(1)}, U_{-0}^{(1)}, \dots, U_{+(k+1)}^{(0)}, U_{-(k+1)}^{(0)}, U_{+(k+1)}^{(1)}, U_{-(k+1)}^{(1)} \right\}$$

for all σ_b , where $U_{\pm i}^{(j)} = \left(\frac{k+1}{2} - i \right) J_1 + \left(\frac{k(k+1)}{2} + 2i(i - k - 1) \right) J_2 \pm a_j$, $i = \overline{0, k+1}$, $j = 0, 1$.

Definition 2. A configuration φ is called a ground state of the Hamiltonian (1), if

$$U(\varphi_b) = \min \{ U_{+0}^{(0)}, U_{-0}^{(0)}, U_{+0}^{(1)}, U_{-0}^{(1)}, \dots, U_{+(k+1)}^{(0)}, U_{-(k+1)}^{(0)}, U_{+(k+1)}^{(1)}, U_{-(k+1)}^{(1)} \}$$

for all $b \in M$.

For a mixed $m = +0, -0, +1, -1, \dots, +(k+1), -(k+1)$, $j = 0, 1$, we set

$$A_m^{(j)} = \{ (J_1, J_2, \alpha_0, \alpha_1) \in \mathbb{R}^4 : U_m^{(j)} = \min \{ U_{+0}^{(0)}, U_{-0}^{(0)}, \dots, U_{+(k+1)}^{(1)}, U_{-(k+1)}^{(1)} \} \}$$

Theorem . There is not any translation-invariant a ground state for the Ising model with G_k^2 -periodic external field.

REFERENCES

1. Rozikov U.A. Gibbs measures on Cayley trees. World scientific.2013.

ТРАНСЛЯЦИОННО-ИНВАРИАНТНЫЕ ОСНОВНЫЕ СОСТОЯНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИ ПОТТСА С ВНЕШНИМ ПОЛЕМ И СЧЕТНЫМ МНОЖЕСТВОМ ЗНАЧЕНИЙ СПИНА НА ДЕРЕВЕ КЭЛИ

Рахматуллаев Музаффар

Доктор физ.-мат.наук, Институт Математики АНРУз

Расулова Мухайё

Докторант (PhD), Наманганский государственный университет

Пусть $\tau^k = (V, L)$, $k \geq 1$ есть дерево Кэли порядка k , т.е. бесконечное дерево, из каждой вершины, которого выходит ровно $k+1$ ребер, где V – множество вершин, L – множество ребер τ^k . Пусть G_k – свободное произведение $k+1$ циклических групп второго порядка с образующими $a_1, a_2, \dots, a_{k+1}$, соответственно, т.е. $a_i^2 = e$. Существует взаимно-однозначное соответствие между множеством вершин V дерева Кэли порядка k и группой G_k (см. [1]).

Через $S_1(x)$ обозначим множество всех ближайших соседей точки $x \in G_k$, т.е. $S_1(x) = \{y \in G_k : \langle x, y \rangle\}$.

Мы рассматриваем модель, где спин принимает значения из множества $\Phi \equiv \mathbb{Z}$, где $\mathbb{Z}$ – множество целых чисел. Конфигурация σ на V определяется как функция $x \in V \rightarrow \sigma(x) \in \Phi$; множество всех конфигураций совпадает с $\Omega = \Phi^V$.

Определение 1. Конфигурация σ называется трансляционно-инвариантной, если $\sigma(x) = \sigma$ при $\forall x \in G_k$.

Гамильтониан модели Поттса с внешним полем имеет вид (см. [2])

$$H(\sigma) = J \sum_{\substack{\langle x, y \rangle: \\ x, y \in V}} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} + \alpha \sum_{x \in V} \delta_{0\sigma(x)},$$

где $J, \alpha \in \mathbb{R}$, α – внешнее поле и δ_{uv} – символ Кронекера, т.е.

$$\delta_{uv} = \begin{cases} 1, & \text{если } u = v, \\ 0, & \text{если } u \neq v. \end{cases}$$

Определим энергию конфигурации σ_b на шаре b следующим образом:

$$U(\sigma_b) \equiv U(J, \alpha) = \frac{1}{2} J \sum_{x \in S_1(c_b)} \delta_{\sigma(c_b)\sigma(x)} + \alpha \delta_{0\sigma(c_b)}.$$

Лемма 1. Для каждой конфигурации φ_b верно следующее:

$$U(\varphi_b) \in \{U_n : n = 1, 2k + 4\},$$

где

$$U_n = \frac{n-1}{2} \cdot J + \left(\alpha - \frac{k+2}{2} \cdot J \right) \cdot \left[\frac{n-1}{k+2} \right]$$

и $\left[\frac{n-1}{k+2} \right]$ – целая часть $\frac{n-1}{k+2}$.

Определение 2. Конфигурация φ называется *основным состоянием* для гамильтониана H , если

$$U(\varphi_b) = \min\{U_n : n = 1, 2, 3, \dots, 2k + 4\}$$

для любого $b \in M$.

Трансляционно-инвариантная конфигурация являющаяся основным состоянием далее назовем *трансляционно-инвариантным основным состоянием*.

Обозначим $A_{k+2} = \{(J, \alpha) \in \mathbb{R}^2 : J \leq 0, \alpha \geq 0\}$, $A_{2k+4} = \{(J, \alpha) \in \mathbb{R}^2 : J \leq 0, \alpha \leq 0\}$.

Следующая теорема описывает множества всех трансляционно-инвариантных основных состояний.

Теорема 1. Пусть $k \geq 2$. Тогда верны следующие утверждения:

а) на множестве A_{k+2} существует счетное количество трансляционно-инвариантных основных состояний, и они имеют следующий вид: $\varphi(x) = i, i \in \Phi \setminus \{0\}, \forall x \in V$;

б) на множестве A_{2k+4} существует одно трансляционно-инвариантное основное состояние, и оно имеет следующий вид: $\varphi(x) = 0, \forall x \in V$;

с) на множестве $\mathbb{R}^2 \setminus (A_{k+2} \cup A_{2k+4})$ не существует ни одного трансляционно-инвариантного основного состояния.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rozikov U.A. Gibbs measures on Cayley trees. *World scientific*. 2013.
2. Rozikov U.A., Ganikhodjaev N.N. The Potts Model with Countable Set of Spin Values on a Cayley Tree. *Letters in Mathematical Physics*. V. 75. P. 99-109. 2006.

LOCAL DERIVATIONS OF SOME SOLVABLE LIE ALGEBRAS WITH ABELIAN NILRADICAL

Rejamatov Xasan

National University of Uzbekistan

In the article [1], Gaybullayev R.K and others give the classification of solvable Leibniz algebras with an abelian nilradical. It is considered $k - 1$ dimensional extension of k -dimensional abelian algebras and classified all $2k - 1$ -dimensional solvable Leibniz algebras with an abelian nilradical of dimension k . We study local derivations of some of the solvable Lie algebras (with low dimensional) in this paper.

Let determine the following solvable Lie algebras [1]:

$$M_{1,t}: \begin{cases} [e_1, x_1] = e_1, \\ [e_2, x_1] = e_2, \\ [x_1, e_1] = -e_1, \\ [x_2, e_2] = -e_2, \end{cases} \text{ and } M_{2,t}: \begin{cases} [e_1, x_1] = e_1, \\ [e_2, x_1] = e_2, \\ [x_1, e_2] = -e_2, \\ [x_1, e_1] = -e_1. \end{cases}$$

Proposition 1. Any derivation of the algebras $M_{2,t}$ and $M_{1,t}$ has the following matrix form:

$$D(M_{1,t}) = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tau_4 & 0 & 0 \\ \gamma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_3 & \tau_4 \end{pmatrix} \text{ and } D(M_{2,t}) = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & 0 \\ \beta_1 & 0 & 0 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Theorem 1. Any local derivations of the algebras $M_{2,t}$ and $M_{1,t}$ are derivations of the algebras $M_{2,t}$ and $M_{1,t}$, respectively. Hence,

$$\text{LocDer}(M_{1,t}) = \text{Der}(M_{1,t}) \text{ and } \text{LocDer}(M_{2,t}) = \text{Der}(M_{2,t}).$$

BIBLIOGRAPHY

[1]. Gaybullaev, R. K.; Khudoyberdiyev, A. Kh.; Pohl, K. Classification of solvable Leibniz algebras with abelian nilradical and $(k-1)$ -dimensional extension.

Comm. Algebra 48 (2020), no. 7, 3061–3078. Elektron pochta: rezamatovhasan@gmail.com

A SET OF FIXED POINTS OF A COVID-19 SPREADING MODEL OF POPULATION WHO DO NOT OBEY TO LOCKDOWN RULES

U. A. Rozikov, S. K. Shoyimardonov

V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan

shoyimardonov@inbox.ru

Based on SIARD epidemic model [1] and SEIR model [2] we have constructed the following discrete-time SAIRVD model:

$$W = \begin{cases} S^{(1)} = S(1 - \nu_S) - (\beta_I \alpha I + \beta_A \alpha^2 A)S + \omega R + \rho V \\ A^{(1)} = A(1 - \mu - \gamma_A - d_A - \nu_A) + \beta_A \alpha^2 AS \\ I^{(1)} = I(1 - \gamma_I - d_I) + \beta_I \alpha IS + \mu A \\ R^{(1)} = R(1 - \omega - \nu_R) + \gamma_A A + \gamma_I I + \gamma_V V \\ V^{(1)} = V(1 - \rho - d_V - \gamma_V) + \nu_A A + \nu_S S + \nu_R R \\ D^{(1)} = D + d_A A + d_I I + d_V V \end{cases} \quad (1.1)$$

where S – is susceptible population, A – is asymptomatic infected population, I – is symptomatic infected population, R – is recovered population, V – is vaccinated population and D – is death population. This system also closed system as many other systems, so for simplicity we assume $S + A + I + R + V + D = 1$, hence, $S^{(n)} + A^{(n)} + I^{(n)} + R^{(n)} + V^{(n)} + D^{(n)} = 1$ for any $n \in N$. The coefficient α is the rate of susceptible and asymptomatic population who do not obey to lockdown rules, β_A (resp. β_I) is a contact rate of infected person which infects on average $\beta_A \alpha S$ (resp. $\beta_I \alpha S$) of susceptible population. We assume that COVID-19 epidemic immunity can be do not exist or very low, so recovered population becomes susceptible with a rate ω . Similarly, vaccinated population also can be susceptible with a rate ρ . In addition, $\gamma_A, \gamma_I, \gamma_V$ are recovery rates of asymptomatic, symptomatic, vaccinated population respectively. Moreover, ν_S, ν_A, ν_R are vaccination rates, d_A, d_I, d_V are death rates. The coefficient μ is a rate of asymptomatic people who become symptomatic. For epidemiological reasons [1], $d_A \leq d_I$, the symptomatic population die more than asymptomatic one, $\gamma_I \leq \gamma_A$, the asymptomatic population recovered more than the symptomatic. In addition, $0 < \mu + \gamma_A + d_A + \nu_A \leq 1$ and $0 < \gamma_I + d_I \leq 1$.

Remark-1. All coefficients of the operator (1.1) are from $[0,1]$ and they satisfy the conditions

$$d_A \leq d_I, \gamma_I \leq \gamma_A, 0 < \mu + \gamma_A + d_A + \nu_A \leq 1 \text{ and } 0 < \gamma_I + d_I \leq 1.$$

From this remark it is clear that for any $n \in N$ each compartment of $S^{(n)}, A^{(n)}, I^{(n)}, R^{(n)}, V^{(n)}, D^{(n)}$ is between 0 and 1.

Recall that fixed point of the operator F is a solution of equation $F(x) = x$.

Note that $\lambda_1 = (0; 0; 0; 0; 0; 1)$ is always the fixed point of the operator W .

Theorem-1. Let $Fix(W)$ be set of fixed points of the operator W . Moreover, $\alpha > 0$ and $d_I > 0, d_V > 0$. Then

$$Fix(W) = \left\{ \begin{array}{l} \lambda_2 = (s; 0; 0; 0; 0; 1-s), \text{ if } d_A > 0, v_S = 0, \omega + v_R > 0, \text{ where } s \in [0, 1], \\ \lambda_2 = (s; 0; 0; 0; 0; 1-s), \text{ if } d_A = 0, v_S = 0, \mu + v_A > 0, \omega + v_R > 0, \text{ where } s \in [0, 1], \\ \lambda_2 = (s; 0; 0; 0; 0; 1-s), \text{ if } d_A = 0, v_S = 0, \mu + v_A = 0, v_S = 0, v_R > 0, \text{ where } s \in [0, 1], \\ \lambda_3 = (0; 0; 0; r; 0; 1-r), \text{ if } v_S > 0, \omega + v_R = 0, d_A = 0, \mu + v_A > 0, \text{ where } r \in [0, 1], \\ \lambda_3 = (0; 0; 0; r; 0; 1-r), \text{ if } v_S > 0, \omega + v_R = 0, d_A > 0, \mu + v_A = 0, \text{ where } s \in [0, 1], \\ \lambda_4 = (s; 0; 0; r; 0; 1-s-r), \text{ if } v_S = 0, \omega + v_R = 0, \text{ where } s, r \in [0, 1] \text{ and } s + r \leq 1, \\ \lambda_5 = \left(\alpha^2 \frac{\gamma_A}{\beta_A}; \frac{\omega}{\gamma_A} r; 0; r; 0; \frac{\alpha^2 \beta_A \gamma_A - \gamma_A^2 - \alpha^2 \beta_A (\omega + \gamma_A) r}{\alpha^2 \beta_A \gamma_A} \right), \text{ if } d_A = \mu = v_A = v_S = v_R = 0, \omega > 0, \\ \text{where } r \in [0, 1]. \end{array} \right.$$

Theorem-2. Let $Fix(W)$ be the set of fixed points of the operator W . Moreover, $\alpha > 0$ and $d_A = 0, d_I = 0, d_V > 0$. Then

$$Fix(W) = \left\{ \begin{array}{l} \lambda_2 = (s; 0; 0; 0; 0; 1-s), \text{ if } v_S = 0, v_R > 0 \text{ or } v_S = 0, v_R = 0, v_A > 0, \omega > 0, \beta_I = 0, \text{ where } s \in [0, 1], \\ \lambda_3 = (0; 0; 0; r; 0; 1-r), \text{ if } v_S > 0, \omega + v_R = 0, \text{ where } r \in [0, 1], \\ \lambda_4 = (s; 0; 0; r; 0; 1-s-r), \text{ if } v_S = 0, \omega + v_R = 0, \text{ where } s, r \in [0, 1] \text{ and } s + r \leq 1, \\ \lambda_6 = \left(\frac{\gamma_I}{\alpha \beta_I}; 0; \frac{\omega r}{\gamma_I}; r; 0; \frac{(1-r) \alpha \beta_I \gamma_I - \gamma_I^2 - \alpha \beta_I \omega r}{\alpha \beta_I \gamma_I} \right), \text{ if } v_S = v_R = 0, \omega > 0, \beta_I > 0, v_A > 0, \\ \lambda_6 = \left(\frac{\gamma_I}{\alpha \beta_I}; 0; \frac{\omega r}{\gamma_I}; r; 0; \frac{(1-r) \alpha \beta_I \gamma_I - \gamma_I^2 - \alpha \beta_I \omega r}{\alpha \beta_I \gamma_I} \right), \text{ if } v_S = v_R = 0, \omega > 0, \beta_I > 0 \\ \text{and } v_A = \beta_A = 0, \text{ where } r \in [0, 1], \\ \lambda_7 = \left(\frac{\gamma_A}{\alpha^2 \beta_A}; \frac{\omega r}{\gamma_A}; 0; r; 0; \frac{(1-r) \alpha^2 \beta_A \gamma_A - \gamma_A^2 - \alpha^2 \beta_A \omega r}{\alpha^2 \beta_A \gamma_A} \right), \text{ if } v_S = v_R = v_A = \mu = \beta_I = 0 \\ \text{and } \omega > 0, \beta_A > 0, \text{ where } r \in [0, 1], \\ \lambda_8 = \left(\frac{\gamma_I}{\alpha \beta_I}; a; i; \frac{\gamma_I i + \gamma_A a}{\omega}; 0; \frac{(1-a-i) \alpha \beta_I \omega - \gamma_I \omega - (\gamma_I i + \gamma_A a) \alpha \beta_I}{\alpha \beta_I \omega} \right), \text{ if } v_S = v_R = v_A = \mu = 0, \\ \text{and } \omega > 0, \beta_I > 0, \beta_A > 0, \text{ where } a, i \in [0, 1] \text{ and } a + i < 1, \\ \lambda_9 = \left(\frac{\mu + \gamma_A}{\alpha^2 \beta_A}; \frac{\alpha \beta_A \gamma_I - \beta_I (\mu + \gamma_A)}{\alpha \beta_A \mu} i; i; \frac{(\mu + \gamma_A) (\alpha \beta_A \gamma_I - \beta_I \gamma_A)}{\alpha \beta_A \mu \omega} i; 0; d \right), \text{ if } v_S = v_R = v_A = 0, \\ \mu \omega \beta_A > 0, \text{ where } d = \frac{(\alpha^2 \beta_A - \mu - \gamma_A) \mu \omega - [\alpha (\mu + \gamma_A) (\alpha \beta_A \gamma_I - \beta_I \gamma_A - \beta_I \omega) + \alpha^2 \beta_A \omega (\mu + \gamma_A)] i}{\alpha^2 \beta_A \mu \omega}, \\ \text{where } i \in [0, 1]. \end{array} \right.$$

REFERENCES

- [1] M.A.Aziz-Alaoui, F.Najm, R.Yafia, *SIARD model and effect of lockdown on the dynamics of COVID-19 disease with non total immunity*. Math. Model. Nat. Phenom. 16 (2021) 31.
- [2] Rozikov U.A., Shoyimardonov S.K., *An application of discrete-time SEIR model to the COVID-19 spread*. Journal of Applied Nonlinear Dynamics, Accepted (24/11/2021).

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ DYNAMICS OF LINEAR OPERATORS OVER NON-ARCHIMEDEAN VECTOR SPACES

Salimov Jahongir
National University of Uzbekistan
G'oziyeva Sojida
Namangan State University
Khakimov Otabek
Institute of Mathematics

Let X and Y be topological vector spaces over non-Archimedean valued field $\mathbb{K}$. By $L(X, Y)$ we denote the set of all continuous linear operators from X to Y . If $X = Y$ then $L(X, Y)$ is denoted by $L(X)$. In what follows, we use the following terminology: T is a linear continuous operator on X means that $T \in L(X)$. The T -orbit of a vector $x \in X$, for some operator $T \in L(X)$, is the set

$$O(x, T) := \{T^n(x); n \in \mathbb{Z}_+\}.$$

An operator $T \in L(X)$ is called *hypercyclic* if there exists some vector $x \in X$ such that its T -orbit is dense in X . The corresponding vector x is called T -hypercyclic, and the set of all T -hypercyclic vectors is denoted by $HC(T)$. Similarly, T is called *supercyclic* if there exists a vector $x \in X$ such that whose projective orbit

$$\mathbb{K} \cdot O(x, T) := \{\lambda T^n(x); n \in \mathbb{Z}_+, \lambda \in \mathbb{K}\}$$

is dense in X . The vector $x \in X$ with a dense projective T -orbit, is called T -supercyclic vector and the set of all T -supercyclic vectors is denoted by $SC(T)$. Finally, we recall that T is called *cyclic* if there exists $x \in X$ such that

$$\mathbb{K}[T]x := \text{span } O(x, T) = \{P(T)(x); P \text{ polynomial}\}$$

is dense in X and such kind of vectors are called T -cyclic vectors. The set of all T -cyclic vectors is denoted by $CC(T)$.

For more details on dynamics of linear operators over real vector spaces see [1].

Remark 1. We stress that the notion of hypercyclicity makes sense only if the space X is separable. Note that one has $HC(T) \subset SC(T) \subset CC(T)$. Moreover, if T is a hypercyclic operator on a Banach space then $\|T\| > 1$.

We are going to study some basic properties of cyclic/supercyclic operators on c_0 space which have not an analogue for Archimedean case. In what follows, we always assume that c_0 is a separable space. Note that the separability of c_0 is equivalent to the separability of $\mathbb{K}$. For every integer n we denote by e_n is a unit vector such that only the n -th coordinate equals to one and others are zero. On dynamics and basic properties of linear operators over non-Archimedean vector spaces the reader can see in [2-4].

Proposition 1. Let T be a cyclic operator on c_0 . If $x \in c_0$ satisfies the following condition

$$\begin{cases} (T^n(x))_i = x_i, \\ (T^n(x))_j = x_j, \end{cases} \quad \text{for some } i \neq j, \quad \forall n \in \mathbb{N},$$

then $x \notin CC(T)$.

Proposition 2. Let T be a supercyclic operator on c_0 . Assume that for a given $x \in c_0$, there exists an integer $N \geq 0$ such that

$$\begin{cases} |(T^n(x))_i| = |(T^m(x))_i|, \\ |(T^n(x))_j| = |(T^m(x))_j|, \end{cases} \quad \text{for some } i \neq j, \quad \forall n, m \geq N,$$

then $x \notin SC(T)$.

Note that we have essentially used a non-Archimedean norm's property in the proofs of Proposition 1 and Proposition 2. For this reason, we can say that the assumptions of these Propositions are not hold in Archimedean case.

REFERENCES

1. **Bayart F., Matheron E.**, Dynamics of Linear Operators. // Cambridge University Press: Cambridge, UK, 2009.
2. **Mukhamedov F., Khakimov O.**, Dynamics of linear operators on non-Archimedean vector spaces. // *Bulletin of the Belgian Mathematical Society*, 2018, **25**, pp.85-105.
3. **Mukhamedov F., Khakimov O., Souissi A.**, Supercyclic and hypercyclic generalized weighted backward shifts over a non-archimedean $c_0(N)$ space. // *Mathematics*, 2021, **9**(22), 2986.
4. **Mukhamedov F., Khakimov O., Souissi A.**, A Few Remarks on Supercyclicity of Non-Archimedean Linear Operators on $c_0(N)$. *p-Adic Numbers, Ultrametric Analysis, and Applications*, 2022, **14**(1), pp.64-76.

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

NILRADIKALI MAKSIMAL UZUNLIKDAGI KVAZI-FILIFORM ALGEBRA BO'LGAN YECHILUVCHAN LEYBNITS ALGEBRASINING DIFFERENTIALLASHLARI FAZOSI

Satiboldiev Ibroximjon Raximjon o'g'li, Bozorboyev Alimuhammad Farxodjon o'g'li
Namangan davlat universiteti magistranti

Ta'rif 1. $\mathbb{F}$ maydon ustida aniqlangan L algebraning ixtiyoriy x, y, z elementlari uchun quyidagi Leybnits ayniyati bajarilsa,

$$[x, [y, z]] = [[x, y], z] - [[x, z], y],$$

L algebra Leybnits algebrasi deyiladi, bu yerda $[-, -]$ – L da aniqlangan ko'paytirish amali.

Ixtiyoriy L Leybnits algebrasi uchun quyidagi quyi markaziy va hosilaviy ketma-ketliklarni mos ravishda aniqlaymiz:

$$L^1 = L, \quad L^{k+1} = [L^k, L^1]; \quad L^{[1]} = L, \quad L^{[k+1]} = [L^{[k]}, L^{[k]}], \quad k \geq 1.$$

Ta'rif 2. L Leybnits algebrasi uchun shunday $s \in \mathbb{N}$ son mavjud bo'lib, $L^{[s]} = 0$ (mos ravishda, $L^s = 0$) bo'lsa, u holda L yechiluvchan (mos ravishda, nilpotent) Leybnits algebrasi deyiladi.

Ixtiyoriy Leybnits algebrasining maksimal nilpotent ideali uning nilradikali deyiladi.

Tabiiy usulda graduirlangan Leybnits algebrasi ta'rifini keltiramiz.

L chekli o'lchamli nilpotent Leybnits algebrasi bo'lsin.

$\text{gr}(L)_i := L^i / L^{i+1}$, $1 \leq i \leq s-1$ deb olamiz, bu yerda $s - L$ algebraning nilindeksi va $\text{gr}L = \text{gr}(L)_1 \oplus \text{gr}(L)_2 \oplus \dots \oplus \text{gr}(L)_{s-1}$ deb belgilab olamiz. $\text{gr}L$ da ko'paytma ni quyidagicha aniqlaymiz:

$$[x + L^i, y + L^j]_{\text{gr}L} = [x, y] + L^{i+j-1}, \quad \text{bu yerda } x \in L^{i-1}, y \in L^{j-1}.$$

U holda $[\text{gr}(L)_i, \text{gr}(L)_j]_{\text{gr}L} \subseteq \text{gr}(L)_{i+j}$ bo'ladi va biz $\text{gr}L$ graduirlangan algebrani hosil qilamiz.

Ta'rif 3. Yuqorida qurilgan graduirovkani *tabiiy graduirovka* deb ataymiz. Agar L Leybnits algebrasi $\text{gr}L$ algebra ga izomorf bo'lsa, u holda L *tabiiy usulda graduirlangan Leybnits algebrasi* deb ataladi.

Ta'rif 4. Aytaylik $L - n$ -o'lchamli Leybnits algebrasi bo'lsin. Agar uning nilindeksi $n-1$ ga teng bo'lsa, u holda L kvazi-filiform Leybnits algebrasi deyiladi.

Aytaylik $L - n$ olga teng bo'lmagan fazolarning chekli soni bilan Z -graduirlangan Leybnits algebrasi,

ya'ni $L = \bigoplus_{i \in Z} V_i$ bo'lsin, bu yerda har qanday $i, j \in Z$ lar uchun $[V_i, V_j] \subseteq V_{i+j}$.

L nilpotent Leybnits algebrasi, agar $L = V_{k_1} \oplus V_{k_2} \oplus \dots \oplus V_{k_t}$ bo'lsa, bu yerda barcha i ($k_1 \leq i \leq k_t$) lar uchun $V_i \neq 0$, bog'langan graduirovkani qabul qiladi deyimiz.

$\text{len}(\oplus L) = k_t - k_1 + 1$ soni *graduirovkaning uzunligi* deyiladi. Keyinchalik, $l(L) = \max\{\text{len}(\oplus L) = k_t - k_1 + 1 \mid L = V_{k_1} \oplus V_{k_2} \oplus \dots \oplus V_{k_t} \text{ bog'langan graduirovka}\}$ ni L *Leybnits algebrasining uzunligi* deb ataymiz.

Ta'rif 5. L Leybnits algebrasi, agar $l(L) = \dim L$ bo'lsa, *maksimal uzunlikdagi algebra* deyiladi.

Teorema[2]. Maksimal uzunlikdagi har qanday n -o'lchamli ($n \geq 6$) kvazi-filiform L bo'lmagan Leybnits algebrasi quyidagi o'zaro izomorf bo'lmagan algebra oilalaridan biriga izomorfdir:

$$M^{1,\delta} : \begin{cases} [e_1, e_1] = e_n, & [e_{n-1}, e_1] = e_2, [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 2 \leq i \leq n-3, \\ [e_{n-1}, e_{n-1}] = \delta e_4, \delta \in \{0, 1\}, & [e_i, e_{n-1}] = \delta e_{3+i}, & 2 \leq i \leq n-5; \end{cases}$$

$$M^{2,\lambda} : \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 1 \leq i \leq n-3, \\ [e_{n-1}, e_1] = e_n, \\ [e_i, e_{n-1}] = \lambda e_n, \quad \lambda \in C; \end{cases} \quad M^{3,\alpha} : \begin{cases} [e_1, e_1] = e_3, [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 3 \leq i \leq n-1, \\ [e_1, e_i] = -e_{i+1}, & 3 \leq i \leq n-1, \\ [e_3, e_3] = \alpha e_6, \alpha = 0, \text{ agar } n > 6, \alpha \in \{0, 1\}, \text{ agar } n = 6, \end{cases}$$

Bu yerda $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ algebraning bazisi

Ta'rif 6. Aytaylik $d - L$ Leybnits algebrasining chiziqli almashtirishi bo'lsin. Agar ixtiyoriy $x, y \in L$ lar uchun quyidagi tenglik bajrilsa

$$d([x, y]) = [d(x), y] + [x, d(y)],$$

u holda d chiziqli almashtirishga L Leybnits algebrasining differensiallashi deyiladi.

Teorema[1]. $R(M^{2,\lambda}, 2)$ oilasining ixtiyoriy algebrasi quyidagi algebralardan biriga izomorf:

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

$$R(M^{2,0}, 2): \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 1 \leq i \leq n-3, \\ [e_{n-1}, e_1] = e_n, \\ [e_i, x_1] = ie_i, & 1 \leq i \leq n-2, \\ [e_n, x_1] = e_n, \\ [x_1, e_1] = -e_1, \\ [e_{n-1}, x_2] = e_{n-1}, \\ [e_n, x_2] = e_n, \end{cases} \quad R(M^{2,-1}, 2): \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 1 \leq i \leq n-3, \\ [e_{n-1}, e_1] = e_n, \\ [e_1, e_{n-1}] = -e_n, \\ [e_i, x_1] = ie_i, & 1 \leq i \leq n-2, \\ [x_1, e_1] = -e_1, \\ [e_n, x_1] = -[x_1, e_n] = e_n, \\ [e_{n-1}, x_2] = -[x_2, e_{n-1}] = e_{n-1}, \\ [e_n, x_2] = -[x_2, e_n] = e_n \end{cases}$$

Biz $R(M^{2,-1}, 2)$ algebrani differensiallashini hisoblab quyidagi tasdiqni olishimiz mumkin.

Tasdiq. Quyidagi chiziqli almashtirishlar $R(M^{2,-1}, 2)$ algebraning differensiallashlari fazosining bazisini tashkil qiladi:

$$\begin{aligned} d_1(e_i) &= ie_i, & 1 \leq i \leq n-2, & \quad d_1(e_n) = e_n, & \quad d_2(x_1) = -e_1, \\ d_2(e_i) &= e_{i+1}, & 1 \leq i \leq n-3, & \quad d_2(e_{n-1}) = e_n, & \quad d_3(x_2) = e_{n-1}, \\ d_3(e_1) &= e_n, & \quad d_4(e_n) = e_n, & \quad d_4(e_{n-1}) = e_{n-1}, \\ d_5(x_1) &= e_n, & \quad d_5(x_2) = e_n. \end{aligned}$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

3. Abdurasulov Q.K., Adashev J.Q., Casas J.M., Omirov B.A. Solvable Leibniz algebras whose nilradical is quasi-filiform Leibniz algebra of maximum length // Communications in Algebra. – 2017. – Vol. 47(4). – P. 1578–1594.
4. Camacho L.M., Cañete E.M., Gómez J.R., Omirov B.A. Quasi-filiform Leibniz algebras of maximum length // Sib. Math. Journal. – 2011. – Vol.52(5). – P. 840–853.

STEREOMETRIYA MASALANI YECHISH YORDAMIDA O‘QUVCHILARNING FAZOVIIY FIKRLASH FAOLIYATINI RIVOJLANTIRISH

N.B.Shamsiddinov, *f.-m.f.n., TDTU akademik litseyi*

Q.Q. Tolibayeva, *ChDPI I bosqich magistranti*

Sh.Hamidullayeva, *ChDPI I bosqich magistranti*

Matematika olamni, dunyoni bilishning asosi bo‘lib, tevarak atrofimizdagi voqea va hodisalarning o‘ziga xos qonuniyatlarini ochib berishda juda katta ahamiyatga egaki, matematik bilimlarsiz ishlab chiqarish va fanning rivojlanishini tassavur qilib bo‘lmaydi. Shuning uchun ham matematik madaniyat— umuminsoniy madaniyatning tarkibiy qismi hisoblanadi.

Ma'lumki, matematika fani inson aqlini charxlaydi, diqqatini rivojlantiradi, ko‘zlangan maqsadga erishish uchun qat'iyat va irodani tarbiyalaydi, algoritmik tarzda tartib-intizomlilikka o‘rgatadi va eng muhimi mulohaza yuritishga chorlaydi hamda tafakkurni kengaytiradi. Shunday ekan o‘quvchilardagi ijodkorlik qobiliyatini maqsadga muvofiq ravishda asta sekin rivojlantirib borishga erishish lozim. Bunday muhim vazifani hal etishda matematika fanining imkoniyatlari cheksizdir, ya'ni matematika fanini ham nazariy ham amaliy jihatdan chuqur egallagan har bir o‘quvchining ilmiy dunyoqarashi kengayishi shubhasizdir.

Hisoblashga doir geometrik masalalarga berilgan geometrik shaklning yoki shakllar jamlanmasining bazi elementlari o‘lchamlari elementlar orasidagi nisbat agar shakllar ko‘p bo‘lsa shakllar orasidagi nisbat aniq bo‘lganda qaysidir elementini yoki elementlarning bir biriga bo‘lgan nisbatini topish kerak bo‘lgan masalalar kiradi. Masalani tahlil qilish asosida uning sxematik yozuvini, shu jumladan masala obyektini chizamiz. So‘ngra kerak bo‘lgan elementlarni yoki nisbatni topish uchun formulalarni yozamiz va ko‘ramizki bizga ma'lum narsalar orqali bu formulalar bilan kerakli elementlarni topish mumkinmi yoki yoqmi. Agar bo‘lmasa, biz masalani ba'zi segmentlarni yoki burchaklarni topishga harakat qilamiz. Bunday holda, ushbu qidirilayotgan elementlarning ma'lumotlar bilan bir xil shakllarga kirishini ta'minlash kerak. Agar bunday bo‘lmasa maqsadimizga yetishga yordam beradigan qo‘shimcha elementlarni va shakllarni kiritamiz.

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

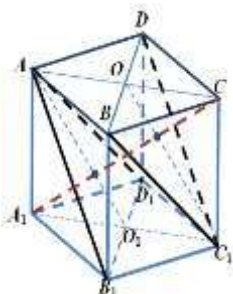
Masala. Qirradi a ga teng bo'lgan $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ kubda AB_1 va BC_1 to'g'ri chiziqlar orasidagi masofani toping.

Masalaning tahlili:

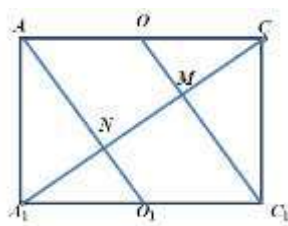
- 1) Masala obyektini bitta jism tashkil etadi: kub;
- 2) Berilgan elementlar: qirradi a ga teng;
- 3) Topish kerak: ikki yon yoqlari diagonallari orasidagi masofa;
- 4) Berilgan nisbat: kubning barcha qirralari teng.

Yechish: I usul. AB_1 va BC_1 diagonallar orasidagi masofani topish uchun bu diagonallar orqali o'tuvchi parallel $AB_1 D_1$ va BDC_1 tekisliklar orasidagi masofani topamiz (1-rasm).

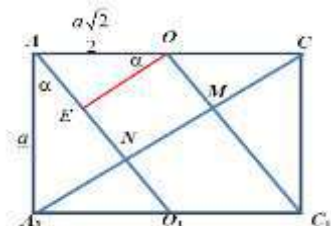
Bundan $AA_1 C_1 C$ diagonal kesimni ajratib olamiz (2-rasm). $C_1 O$ va AO_1 chiziqlar $A_1 C$ diagonalni uch qismga ajratadi. Fales teoremasiga ko'ra $C_1 O$ va AO_1 chiziqlar ACC_1 burchakning bir tomonida $AO=OC$ kecmalar ajratgani uchun ikkinchi tomonida ham $CM=MN$ teng kesmalar ajratadi. Shunga o'xshash $A_1 N=NM$ ekanligini ko'rsatish mumkin. Natijada $AB_1 D_1$ va BDC_1 parallel tekisliklar $A_1 C$ diagonalni teng uch qismga ajratadi.



1-rasm



2-rasm



3-rasm

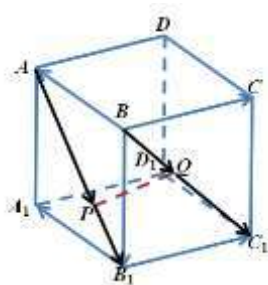
Uch perpendikulyar haqidagi teoreмага ko'ra $A_1 C$ diagonal $AB_1 D_1$ va BDC_1 tekisliklarga perpendikulyar va ular orasidagi masofa $NM = \frac{A_1 C}{3}$ bo'ladi. Bu tekisliklar orasidagi masofa AB_1 va BC_1 chiziqlar orasidagi masofaga teng. Kubning diagonal $A_1 C = a\sqrt{3}$ bo'lgani uchun, AB_1 va BC_1 chiziqlar orasidagi masofa $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ ga teng.

II usul. Bundan $AA_1 C_1 C$ diagonal kesimni ajratib olamiz (3-rasm). AEO to'g'ri burchakli uchburchakdan

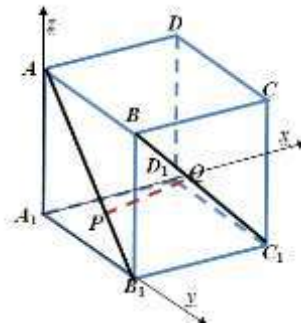
$$OE = AO \cdot \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}a}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}a}{3}.$$

III usul. Vektor usuli bilan umumiy perpendikulyar uzunligini hisoblaymiz. Vektorlar bazisini $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ ko'rinishda tanlaymiz: $\vec{a} = \overrightarrow{BA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$, $\vec{c} = \overrightarrow{BB_1}$ (4- rasm). Q va P nuqtalar mos ravishda AB_1 va BC_1 to'g'ri chiziqlardagi olinga bo'lsin. Vektorlarning kolinearligidan $\overrightarrow{BP} = x\overrightarrow{BC_1} = x(\vec{b} + \vec{c})$, $\overrightarrow{AQ} = y\overrightarrow{AB_1} = y(\vec{c} - \vec{a})$ ega bo'lamiz. U holda $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AQ} = -x(\vec{b} + \vec{c}) + \vec{a} + y(\vec{c} - \vec{a}) = (1-y)\vec{a} - x\vec{b} + (y-x)\vec{c}$. Shunday x va y sonlarni topish kerakki, vektor AB_1 va BC_1 vektorlarga ortogonal bo'lsin. Buning uchun quyidagi sistemani yechmiz:

$$\begin{cases} ((1-y)\vec{a} - x\vec{b} + (y-x)\vec{c}) \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = 0, \\ ((1-y)\vec{a} - x\vec{b} + (y-x)\vec{c}) \cdot (\vec{c} - \vec{a}) = 0. \end{cases}$$



4-rasm



5-rasm

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

IV usul. Fazoda berilgan ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi masofani topish formulasi yordamida hisoblaymiz.

Kub uchlarini Dekart koordinatalar sistemasida $A(0; 0; a)$, $A_1(0; 0; 0)$, $B(0; a; a)$, $B_1(0; a; 0)$, $D(a; 0; 0)$, $D_1(a; 0; a)$, $C(a; a; a)$, $C_1(a; a; 0)$ belgilasak (5- rasm):

AB_1 to'g'ri chiziq tenglamasi $\frac{x}{0} = \frac{y}{a} = \frac{z-a}{-a}$; BC_1 to'g'ri chiziq tenglamasi $\frac{x}{a} = \frac{y-a}{0} = \frac{z-a}{-a}$ bo'ladi.

$$d = \frac{\text{mod} \begin{vmatrix} 0-0 & a-0 & a-a \\ 0 & a & -a \\ a & 0 & -a \end{vmatrix}}{\sqrt{\begin{vmatrix} a & -a \\ 0 & -a \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} -a & 0 \\ -a & a \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} 0 & a \\ a & 0 \end{vmatrix}^2}} = \frac{a^3}{\sqrt{3(a^2)^2}} = \frac{a^3}{a^2\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Geometriyaga oid ijodiy masalalardan foydalanish o'quvchining biror sohadagi bilim darajasini aniqlashga, ya'ni o'quvchi tushunish, esda saqlash tanish bo'lgan vaziyatlarda ma'lum namuna yoki formula bo'yicha bilimlarni qo'llay bilish va nihoyat, yangi notanish vaziyatlarda bilimlarni qo'llay olish yoki qo'llay olmasligini aniqlash imkonini beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Л.М.Фридман Е.Н.Турецкий. "Как научиться решать задачи", Москва «Просвещение», 1989.
2. Хусанов Д.Х., Шамсиддинов Н.Б. "Ёшларнинг мустақил ижодий фикрлаш фаолиятини ривожлантиришда геометрик масалаларнинг ўрни". "Халқ таълими" илмий-методик журнал. 2020 йил. 5-сон.

О НЕКОТОРЫХ ИНВАРИАНТАХ ПОВЕРХНОСТЕЙ, ИЗОМЕТРИЧНЫХ ПО СЕЧЕНИЯМ

А. С. Шарипов, З.Ю.Усмонхужаев

Ташкент, Национальный Университет Узбекистана

«Геометрия в целом» является одним из направлений современной дифференциальной геометрии и топологии, которое исследует геометрические объекты на всем их протяжении. Одним из первых проблем «геометрия в целом» считается задача О. Коши, о равенстве многогранников с равносторонними гранями.

Многие задачи геометрии «в целом» связаны со существованием и единственностью поверхностей с заданными инвариантами относительно некоторых преобразований. Задачи нахождения инвариантов поверхностей определенного класса и решение задачи существования и единственности поверхности, имеющей заданные значения инвариантов, является актуальными [1], [2].

В данной работе исследуется вопрос об инвариантах поверхностей изометричных по сечениям, т.е. находим инварианты относительно преобразования, сохраняющий изометрию по сечениям.

В трехмерном евклидовом пространстве R^3 рассмотрим поверхность F и вектор $\vec{e}$. Поверхность F пересекаем всевозможными плоскостями π^j , перпендикулярными вектору $\vec{e}$. Множество точек сечения обозначим через γ^j . Класс поверхностей, для которых сечения γ^j гомеоморфны отрезку, прямой либо окружности обозначим через $W(\vec{e})$.

Определение [3]. Поверхности F_1 и F_2 называются изометричными по сечениям, если существуют направления $\vec{e}_1$ и $\vec{e}_2$, перпендикулярно которым проводятся сечения и гомеоморфизм f поверхностей F_1 и F_2 удовлетворяющий следующим условиям:

- а) точкам поверхностей F_1 , принадлежащим одному сечению, сопоставляются точки, принадлежащие одному сечению поверхности F_2 . Образы точек, лежащих на разных сечениях, лежат на разных сечениях;
- б) расстояния между плоскостями, содержащими кривые γ^1 и γ^2 , и плоскостями, содержащими кривые $f(\gamma^1)$ и $f(\gamma^2)$ равны;
- в) длина дуги кривой $\gamma^j \in \pi^j$ между двумя точками равна длине дуги кривой $f(\gamma^j)$ между соответствующими точками.

Понятие изометрии по сечениям, отличается от изометрии поверхностей. Из изометрии поверхностей не следует изометрия по сечениям, и наоборот. Рассмотрим пример поверхностей,

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

которые не изометричны но для них существуют направления по которым они являются изометричными по сечениям.

Пример. Рассмотрим эллипсоид $\frac{x^2}{\lambda^2 a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{\lambda^2 z^2}{a^2} = 1$ и сферу $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

Для них существуют два направления $\vec{e}_1(1; 0; \lambda)$ и $\vec{e}_2(1; 0; -\lambda)$, по которым они являются изометричны по сечениям, где $|\lambda| < 1$. Нетрудно показать, что эти поверхности не являются изометричными.

Теорема 1. Пусть поверхности $F_1, F_2 \in W\{\vec{e}\}$ заданы уравнениями

$$\vec{r}_1(u; v) = u\vec{i} + y(u, v)\vec{j} + z(u; v)\vec{k}$$

и

$$\vec{r}_2 = u\vec{i} + [\alpha u + y(u, v)\cos\varphi - z(u, v)\sin\varphi]\vec{j} + [\beta u + y(u, v)\sin\varphi + z(u, v)\cos\varphi]\vec{k},$$

соответственно, где $\vec{e}(1; 0; 0)$. Тогда они являются изометричными по сечениям, по направлению $\vec{e}$.

Замечание. Из теоремы 1 следует, что преобразования:

$$\begin{cases} \bar{x} = x + a \\ \bar{y} = \alpha x + y\cos\varphi - z\sin\varphi + b \\ \bar{z} = \beta x + y\sin\varphi + z\cos\varphi + c \end{cases} \quad (1)$$

сохраняет изометрию по сечениям, относительно вектора $\vec{e}(1; 0; 0)$. Следовательно, исследования инвариантов поверхностей относительно преобразования (1) являются актуальными.

Рассмотрим поверхности переноса, заданные уравнениями в виде:

$$\vec{r}_1(u; v) = u\vec{i} + v\vec{j} + [f(u) + g(v)]\vec{k}. \quad (2)$$

Теорема 2. Для поверхностей переноса, следующие выражения инвариантны относительно преобразование (1):

1) Длина проекции нормали поверхностей переноса на плоскость перпендикулярную вектору $\vec{e}(1; 0; 0)$ инвариантно;

2) Условная полная кривизна поверхности переноса $G = \frac{f''(u)g''(v)}{(1 + g'(v))^2}$, также инвариантно.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Артикбаев, Н. М. Ибодуллаева Задача восстановления поверхности по внешней кривизне и решения уравнения Монжа-Ампера, Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз. том 201, 2021, стр. 123–131.
2. A.S.Sharipov, F.F.Topvoldiyev On the invariants of surfaces with isometric on sections Mathematics and Statistics. 2022, v.10, No.2.
3. Sharipov A. S., Topvoldiyev F. F. On some properties of surfaces with isometric on sections. Bull. Inst. Math., 2021, Vol.4, No.1, pp. 11-15.

ESTIMATION OF CONFORMAL MODULUS

N.A.Shomurodov

National University of Uzbekistan, Nozimshoh007@gmail.com

A quasiconformal mapping $f: \square \rightarrow \square$ is a homeomorphism that is absolutely continuous on almost all horizontal and vertical lines, and whose partial derivatives satisfy

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} - \mu(z) \frac{\partial f}{\partial z} = 0, \quad \forall z \in \square$$

for some complex valued, measurable function μ with $\|\mu\|_\infty \leq k < 1$, called the dilatation of f . For the basic properties of quasiconformal maps, see Ahlfors' book [1].

1-ШҶҶБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

If $\mu = 0$ then f is a conformal homeomorphism of $\square$ to itself, and hence it is linear. If the dilatation μ is small, then we expect f to be close to linear. There are at least two reasonable senses in which we can ask μ to be small: that $\|\mu\|_\infty$ is small or that the set $\{z : \mu(z) \neq 0\}$ is small. In this note we consider the latter possibility.

If Γ is a collection of locally rectifiable curves in a planar domain D , then a non-negative Borel function ρ is called admissible for Γ if $\int_\gamma \rho(z)|dz| \geq 1$, for every curve $\gamma \in \Gamma$. The modulus of Γ , denoted $\text{mod}(\Gamma)$, is the infimum of $\iint_D \rho^2(z) dx dy$ over all admissible ρ . The reciprocal of the modulus is called

the extremal length of Γ . A quasiconformal map f of D with dilatation satisfying $\|\mu\|_\infty \leq k < 1$ has the property that it can change conformal modulus of a path family in D by at most a factor of

$$K = \frac{k+1}{k-1}.$$

If D is a topological annulus in the plane with boundary components γ_1, γ_2 that are closed Jordan curves, then $\text{mod}(D)$ refers to the modulus of the path family in D that separates the boundary components. This is the same as the extremal length of the path family that connects the boundary components (also called the extremal distance between the boundary components). If $U(r, R) := \{z \in \square : r < |z| < R\}$ then it is standard fact that $\text{mod}(U) = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{R}{r}$. Let

$$D_f = \frac{|f_z| - |f_{\bar{z}}|}{|f_z| + |f_{\bar{z}}|}, J_f = |f_z|^2 - |f_{\bar{z}}|^2$$

denote the distortion and Jacobian of f respectively. Note that $D_f \geq 1$ and f is conformal if and only if $D_f \equiv 1$. If $D_f \leq K$, then f can distort the modulus of an annulus by a factor of most K , and hence for a map between round annuli, the ratio of radii changes by at most a power K . In the rest of this section we show that better estimates are possible of $D_f \leq K$ everywhere, but $D_f \approx 1$ “most places”.

Theorem. Suppose f is a K -quasiconformal map from $U_m = U(1, q^m)$ to $U_M = U(1, q^M)$. Then

$$M = m + \frac{1}{2\pi \ln q} O \left(\iint_{1 \leq |z| \leq q^m} \frac{D_f(z) - 1}{|z|^2} dx dy \right),$$

where $q \in (1, +\infty)$.

A special case of this is:

Corollary. Suppose f is a K -quasiconformal map from $U_m = U(1, q^m)$ to $U_M = U(1, q^M)$. Suppose $D_f(z) \leq D$ on U_m . Suppose μ is the dilatation of f , that $E = \{z : \mu(z) \neq 0\}$ and that $E_k = E \cap \{q^{k-1} < |z| < q^k\}$. If we choose an integer n so that $m \leq 2n$, then

$$M = n + (D-1) \left(1 - \frac{1}{q^2} \right) O \left(\sum_{k=0}^n \frac{S(E_k)}{q^{2k}} \right),$$

Where $S(E_k)$ is area of E_k .

REFERENCES

1. L.V. Ahlfors. Lectures on quasiconformal mappings, volume 38 of University Lecture Series. American Mathematical Society, Providence, RI, second edition, 2006. With supplemental chapters by C. J. Earle, I. Kra, M. Shishikura and J. H. Hubbard.
2. Christopher J. Bishop. Models for the Speiser class 2017 Proceedings of the London Mathematical Society 114(5) DOI:10.1112/plms.12025

Yusupov B.B.¹, Mamadaliyev U.Kh.², Sobirob B.K.³

¹Institute of Mathematics of Uzbekistan

baxtiyor_yusupov_93@mail.ru

^{2,3}Namangan State University, Namangan, Uzbekistan

mamadaliyevuktamjon@mail.ru

The notions of local derivations were introduced in 1990 by R.V.Kadison [3] and D.R.Larson, A.R.Sourour [4]. Later in 1997, P.Šemrl introduced the notions of 2-local derivations and 2- local automorphisms on algebras [2]. The main problems concerning these notions are to find conditions under which all local (2-local) derivations become (global)derivations and to present examples of algebras with local (2-local) derivations that are not derivations.

Investigation of local derivations on Lie algebras was initiated in papers in [1]. Sh.A.Ayupov, K.K.Kudaybergenov and I.S.Rakhimov have proved that every 2-local derivation on semi-simple Lie algebras is a derivation and gave examples of nilpotent finite-dimensional Lie algebras with 2-local derivations which are not derivations. In this work we investigate 2-local derivations of some solvable Lie algebras.

Definition 1. An algebra L over a field K is called a Lie algebra if its multiplication (denoted by $(x, y) \rightarrow [x, y]$) satisfies the identities:

$$1 \quad [x, x] = 0,$$

$$2 \quad x, [y, z] + y, [z, x] + z, [x, y] = 0,$$

for all $x, y, z \in L$. Identity (2) is called the Jacobi identity.

Definition 2. A derivation on a Leibniz algebra L is a linear map $D: L \rightarrow L$ which satisfies the Leibniz rule:

$$D([x, y]) = [D(x), y] + [x, D(y)] \quad \text{for any } x, y \in L.$$

Definition 3. A map $\nabla: L \rightarrow L$ (not necessary linear) is called 2-local derivation if for any $x, y \in L$ there exists a derivation $D_{x,y} \in \text{Der}(L)$ such that

$$\nabla(x) = D_{x,y}(x), \quad \nabla(y) = D_{x,y}(y).$$

For a given Leibniz algebra L the lower central and derived series defined as follows:

$$L^1 = L, \quad L^{k+1} = [L^k, L], \quad k \geq 1, \quad L^{[1]} = L, \quad L^{[s+1]} = [L^{[s]}, L^{[s]}], \quad s \geq 1,$$

respectively.

Definition 4. A Leibniz algebra L is called nilpotent (respectively, solvable), if there exists $p \in \mathbb{N}$ ($q \in \mathbb{N}$) such that $L^p = 0$ (respectively, $L^{[q]} = 0$). The minimal number p (respectively, q) with such property is said to be the index of nilpotency (respectively, of solvability) of the algebra L .

Definition 5. An n -dimensional Leibniz algebra is called *quasi-filiform* if its index of nilpotency is equal to $n - 1$.

A Leibniz algebra L is $\mathbb{Z}$ -graded, if $L = L = \bigoplus_{i \in \mathbb{Z}} V_i$, where $[V_i, V_j] \subseteq V_{i+j}$ for any $i, j \in \mathbb{Z}$ with a finite number of non-null spaces V_i .

We say that nilpotent Leibniz algebra L admits the connected gradation $= V_{k_1} \oplus \dots \oplus V_{k_t}$, if $V_{k_i} \neq \{0\}$ for any i ($1 \leq i \leq t$).

Definition 6. The number $l(\bigoplus L) = l(V_{k_1} \oplus \dots \oplus V_{k_t}) = k_t - k_1 + 1$ is called the length of gradation. A gradation is called of maximum length, if $l(\bigoplus L) = \dim(L)$.

We denote by $l(L) = \max \{ l(\bigoplus L) \text{ such that } L = V_{k_1} \oplus \dots \oplus V_{k_t} \text{ is a connected gradation} \}$ the length of an algebra L .

Definition 7. A Leibniz algebra L is called of maximum length if $l(L) = \dim(L)$.

Theorem 1.[5] An arbitrary solvable Leibniz algebra whose nilradical is one of the following: $\mathfrak{g}_{(n,1)}^3$, with one-dimensional complemented space is isomorphic to the following corresponding algebras: Any element of $R(\mathfrak{g}_{(n,1)}^3, 1)$, is isomorphic to the following:

$$R(g^3_{(n,1)}, 1): \begin{cases} [e_1, e_i] = -[e_i, e_1] = e_{i+1}, & 2 \leq i \leq n-2 \\ [e_i, e_n] = -[e_n, e_i] = e_{i+2}, & 2 \leq i \leq n-3 \\ [e_2, e_i] = -[e_i, e_2] = e_{i+3}, & 3 \leq i \leq n-4, n \geq 7 \\ [e_1, x] = -[x, e_1] = e_1 \\ [e_i, x] = -[x, e_i] = (i+1)e_i & 2 \leq i \leq n-1 \\ [e_n, x] = -[x, e_n] = 2e_n \end{cases}$$

We calculated the derivation of solvable Lie algebra $R(g^3_{(n,1)}, 1)$. We will give the matrix of the derivation of solvable Lie algebra $R(g^3_{(n,1)}, 1)$.

$$\begin{pmatrix} \alpha_{1,1} & 0 & \alpha_{1,3} & \alpha_{1,4} & \alpha_{1,5} & \alpha_{1,6} & \alpha_{1,7} & \cdots & \alpha_{1,n-2} & \alpha_{1,n-1} & 0 & 0 \\ 0 & 3\alpha_{1,1} & \alpha_{2,3} & \alpha_{2,4} & 0 & \alpha_{1,4} & \alpha_{1,5} & \cdots & \alpha_{1,n-4} & \alpha_{1,n-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4\alpha_{1,1} & \alpha_{2,3} & \alpha_{2,4} & -\alpha_{1,3} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5\alpha_{1,1} & \alpha_{2,3} & \alpha_{2,4} & -\alpha_{1,3} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6\alpha_{1,1} & \alpha_{2,3} & \alpha_{2,4} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha_{2,3} & \alpha_{2,4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & (n-1)\alpha_{1,1} & \alpha_{2,3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & n\alpha_{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_{1,3} & -\alpha_{1,4} & -\alpha_{1,5} & -\alpha_{1,6} & \cdots & -\alpha_{1,n-3} & -\alpha_{1,n-2} & 2\alpha_{1,1} & 0 \\ \alpha_{2,3} & -3\alpha_{1,3} & -4\alpha_{1,4} & -5\alpha_{1,5} & -6\alpha_{1,6} & -7\alpha_{1,7} & -8\alpha_{1,8} & \cdots & -(n-1)\alpha_{1,n-1} & \beta_{n-1} & -2\alpha_{2,4} & 0 \end{pmatrix}$$

Now we will give the main result concerning 2-local derivation of solvable Lie algebra $R(g^3_{(n,1)}, 1)$.

Theorem 2. Any 2-local derivation on the algebra $R(g^3_{(n,1)}, 1)$, is a derivation.

REFERENCES

6. Ayupov Sh. A., Kudaybergenov K. K., Rakhimov I. S. 2-Local derivations on finite-dimensional Lie algebras // Linear Algebra and its Applications. 474 (2015), p. 1–11.
7. Šemrl P., Local automorphisms and derivations on $B(H)$, // Proceedings of the American Mathematical Society. **125**, 2677–2680 (1997).
8. Kadison R.V., Local derivations, // Journal of Algebra. Vol. **130**, p. 494–509 (1990).
9. Larson D.R., Sourour A.R., Local derivations and local automorphisms of $B(X)$, // Proceedings of Symposia in Pure Mathematics. **51** Part 2, Providence, Rhode Island, p. 187– 194 (1990).
10. Muratova Kh. A., Ladra M., Omirov B. A., Sattarov A. M., Solvable Leibniz algebras with quasi-filiform Lie algebras of maximum length nilradicals, // Communications in Algebra, **48**, pp. 3525–3542 (2020).

ПОСТРОЕНИЕ p -АДИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

З.Т.Тугёнов

Несколько примеров p -адических распределений хорошо известны: это распределения Хаара, Мазура, Бернулли и т. д. [1]. Основываясь на двух известных p -адических распределениях μ_1 и μ_2 , $\mu_1 \neq \mu_2$, заданных на $\mathbb{Z}_p$, можно построить новое распределение

$$\mu = \mu(\mu_1, \mu_2)$$

определенное на $\mathbb{Z}_p$.

Выберем на дереве Γ_0^p произвольный (конечный или бесконечный) путь $x^0 = x_0 < x_1 < x_2 < \dots$, начинающийся из точки x^0 . Можно представить этот путь через последовательность $i_0 i_1 i_2 \dots$, где $i_n = 0, 1, \dots, p-1$. Пусть $\pi = \{x^0 = x_0 < x_1 < \dots\}$ – бесконечный путь, представленный последовательностью $i_0 i_1 i_2 \dots$. Сопоставим этому пути π p -адическое число

$$t = t(\pi) = \sum_{n=0}^{\infty} i_n p^n, \quad t \in \mathbb{Z}_p.$$

Это соответствие является взаимно однозначным. Более того, частичную упорядоченность $<$ на множестве путей можно использовать для того, чтобы ввести частичную упорядоченность на $\mathbb{Z}_p$: а именно, для чисел $t_1, t_2 \in \mathbb{Z}_p$ будем говорить, что $t_1 < t_2$, если и только если они соответствуют путям π_1, π_2 таким, что $\pi_1 < \pi_2$.

Зафиксируем путь π с представлением $\pi = i_0 i_1 \dots$. Выберем $a \in \mathbb{Z}_p$. Если существует $m \geq 0$ такое, что a имеет представление

$$a = i_0 + i_1 p + \dots + i_m p^m + a_{m+1} p^{m+1} + \dots, \quad a_{m+1} \neq i_{m+1}$$

тогда обозначим m через $m(a, \pi)$. Будем говорить, что два пути, начинающиеся из вершины x^0 , имеют непустое пересечение, если у них есть по крайней мере одно общее ребро.

Имеет место следующая теорема.

Теорема. Пусть $\pi = \{x^0 = x_0 < x_1 < \dots\}$ – бесконечный путь, представленный последовательностью $i_0 i_1 i_2 \dots$ и μ_1, μ_2 – заданные распределения на $\mathbb{Z}_p$ такие, что $\mu_1 \neq \mu_2$,

$\mu_1(a + (p^n)) = \mu_2(a + (p^n))$, при всех $n \leq m(a, \pi) + 1$;

тогда на $\mathbb{Z}_p$ существует новое распределение μ , которое отлично от μ_1 и μ_2 и построится с помощью этих мер.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Коблиц. p -адические числа, p -адический анализ и дзета-функции. - М.: “Мир”, 1982. –192 с;
2. А.Ю.Хренников. Неархимедов анализ и его приложения. - М.: “Физматлит”, 2003. –216 с;
3. Bleher P.M., Ganikhodjaev N.N. On pure phases of the Ising model on the Bethe lattice. // Theor. Probab. Appl. (1990), 216-227;
4. U.A.Rozikov, Z.T.Tugyonov. Construction of a set of p -adic distributions. // Theoretical and Mathematical Physics, (2017) 193:2, 1694–1702.

ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ НУМЕРОВАННОЙ ГРУПП.

Усубжонов Адхамжон Ахаджон ўгли, НамГУ, Учитель.

Шарипов Фарход Муродуллаевич, НамГУ, Учитель.

Аннотация. На этом тезисе рассмотрена, что в каких случаях группы называется вычислимо отделимых групп.

Ключевые слова: вычислимость, негативность, нумерованной группой, локально негативной, локально позитивной, вычислимо отделимой

В работе [3] развит теория вычислимо отделимых нумерованных алгебр. Модели являются естественным обобщением алгебр. В [4] дана структурная характеристика вычислимо отделимых моделей. Очень важно изучать эффективные свойства нумерованных алгебраических классических систем, таких как группы и кольца. В данной работе рассматривается равномерно вычислимо отделимые группы и получены аналогичные результаты для конкретных алгебр, а именно для нумерованных групп.

Все неопределяемые понятия можно найти в [1–4].

Если в определении вычислимой отделимости модели потребовать наличие эффективного процесса построения для отделяющего множества по элементу $\bar{x} \in \omega^{\mu(P)}$ и по номеру предикатного символа P , то получим понятие равномерно вычислимо отделимой модели.

Для групп формально дадим следующее определение.

Определение 1. Нумерованной группой называется пара (G, ν) , где G группа с операцией “ $*$ ”, $\nu: G \rightarrow \omega$ – отображение со следующим свойством:

Для “ $*$ ” бинарной операции существует такая вычислимая функция f на множестве натуральных чисел ω , что $\nu n * \nu m = \nu \left(f \left(n, m \right) \right)$.

Если нумерация ν вычислимом (позитивном, негативном), то нумерованная группа (G, ν) называется вычислимом (позитивном, негативном). Нумерация ν назовем позитивной (негативной),

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

если $\eta_V (\omega^2 \setminus \eta_V)$ вычислимо перечислимо. Нумерация ν назовем вычислимой, если отношение η_V вычислимо. Нумерационная эквивалентность $\eta_V = \{ \langle x, y \rangle / \nu x = \nu y \}$.

Определение 2. Нумерованная группа называется вычислимо отделимой, если таковой является её нумерационная эквивалентность.

Следующая теорема показывает, что негативные группы являются важными неочевидными примерами вычислимо отделимых группой.

Теорема 1. Всякая негативная группа (G, ν) является вычислимо отделимой нумерованной группой.

Доказательство. Обозначим через $[]_\nu$, оператор ν – замыкания нумерационной эквивалентности η_V , т.е. $[a]_\nu$ есть наименьшее ν – замкнутое множество, содержащее a . Будем говорить, что натуральное число Z отвергается множеством a , если $Z \notin [a]_\nu$, т.е. $\nu Z \neq \nu a$, произвольное $a \in a$.

Пусть $\nu a \neq \nu b$, ν – замкнутое, вычислимое множество a отделяющее a от b построим следующим образом:

Шаг 0: $\alpha^0 = \{a\}$, $\beta^0 = \{b\}$

Шаг 1: $\nu 0 \neq \nu a$ $\beta^1 = \beta^0 \cup \{0\}$, $\alpha^1 = \alpha^0$;

$\nu 0 \neq \nu b$ $\alpha^1 = \alpha^0 \cup \{0\}$, $\beta^1 = \beta^0$.

Шаг $e + 1$: Выбираем первую встречающуюся $z \in \omega$, не принадлежащую $\alpha^e \cup \beta^e$ начинаем проверять « Z на предмет отвержения каждым из этих множеств». Если Z отвергается α^e , то полагаем $\alpha^{e+1} = \alpha^e$, $\beta^{e+1} = \beta^e \cup \{z\}$.

Если Z отвергается β^e $\alpha^{e+1} = \alpha^e \cup \{z\}$ если не так, то когда-нибудь Z отвергается α^e и $\alpha^{e+1} = \alpha^e$, $\beta^{e+1} = \beta^e \cup \{z\}$. Потому что в силу негативности ν отношение « Z отвергается множеством α^e (или β^e)» является вычислимо перечислимым.

Положим $\alpha = \bigcup_{e \geq 0} \alpha^e$, $\beta = \bigcup_{e \geq 0} \beta^e$.

Если дополнение вычислимо перечислимо множество является вычислимо перечислимо, тогда эти множество вычислимо. Отсюда вытекает, что $\alpha \cup \beta = \omega$, α вычислимо перечислимо, и β тоже является вычислимо перечислимо, тогда эти множества будет вычислимо. Теперь проверим, что α является ν – замкнутым. Пусть $u \in \alpha$ и $\nu u = \nu v$, если $u < v$, то для некоторого e имеем $u \in \alpha^e$, $v \notin \alpha^e \cup \beta^e$. Тогда v не отвергается множеством α ни на каком шаге, а значит ν отвергается на некотором шаге $e^1 > e$ множеством β^e , $v \in \alpha$. Если $v < u$, то $v \in \alpha$. Так как в противном случае и не отвергается α^e , но тогда $u \notin \alpha^e$. Противоречие. Следовательно, α суть ν – замкнутое вычислимое множество. Теорема доказано.

Следующая теорема характеризует вычислимо отделимые группы.

Теорема 2. Нумерованная группа вычислимо отделима тогда и только тогда, когда она аппроксимируется негативными группами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мальцев А. И. Конструктивные алгебры. I. // УМН. – 1961. – Т. 16. – №3 С. 3–60.
2. Роджер Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. – М.: Мир, 1972. – 624 с.
3. Казымов Н.Х. Рекурсивно отделимые нумерованные алгебры // УМН. - 1996. – Т.51. – №3 – С. 145–176.
4. Ибрагимов Ф.Н. К теории рекурсивно отделимых моделей. // Вестник НУ Уз. – 2006. – №2. – С. 23 – 27.

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

ПОЗИТИВНЫЕ И НЕГАТИВНЫЕ ГРУППЫ

Усубжонов Адхамжон Ахаджон ўгли, НамГУ, Учитель.
Сайдалиев Абдулбори Абдувохид ўгли, НамГУ, Учитель.

Аннотация. Данной работе анонсируется некоторая связь между локальными и глобальными алгоритмическими свойствами представлений групп.

Ключевые слова: вычислимость, негативность, нумерованной группой, локально негативной, локально позитивной.

Базовые понятия, используемые в работе, содержатся в [1–4]. Напомним, что всюду определенная функция из множества натуральных чисел ω в ω называется *вычислимой*, если существует вычисляющий ее алгоритм [1]. Подмножество $\alpha \subseteq \omega$ называется *вычислимым* (*перечислимым*, соответственно *коперечислимым*), если вычислима его характеристическая функция (α (соответственно $\omega \setminus \alpha$) – область значений некоторой вычислимой функции). Эти определения естественным образом переносятся на многоместные функции и отношения.

Следуя Ю.Л.Ершову и С.С.Гончарову [2–4], приведем ряд основных определений. Если $\langle A; \Sigma \rangle$ – счетная универсальная алгебра эффективной сигнатуры Σ , то ее *нумерацией* будем называть всякое отображение V множества натуральных чисел ω на основное множество алгебры A , для которого существует эффективное семейство A вычислимых функций, представляющих Σ – операции алгебры A в нумерации v , т. е. всякая операция $\sigma \in \Sigma$ представляется соответствующей ей такой вычислимой функцией $f \in F$, что $\forall x (\sigma v x = v f x)$. Если η – эквивалентность на ω , то алгебру $\langle A; \Sigma \rangle$ будем называть *представимой* над η , если существует нумерация этой алгебры с нумерационной эквивалентностью, равной η , т. е. найдется такое эффективное семейство F вычислимых функций, согласованных с эквивалентностью η , (из η – эквивалентности аргументов следует η – эквивалентность значений функций на этих аргументах), что $\langle A; \Sigma \rangle$ изоморфна фактор-алгебре вычислимой алгебры $\langle \omega; F \rangle$ по конгруэнции η .

Фундаментальные алгебраические понятия группы являются классическим объектом математической логики, которая, в частности занимается описанием алгоритмических свойств групп, заданных теми или иными представлениями. Важнейшими среди алгоритмических представлений этих объектов являются вычислимые, т.е. такие, которые изоморфны группам, носителями которых являются вычислимые подмножества множества натуральных чисел, бинарная операция группы представлена подходящей вычислимой операцией.

Определение 1. Нумерованной группой называется пара (G, v) , где G группа с операцией “ $*$ ”, $v: G \rightarrow \omega$ – отображение со следующим свойством:

Для “ $*$ ” бинарной операции существует такая рекурсивная функция f , что $v n * v m = v (f(n, m))$.

В [5] введены следующие понятия:

Определение 2. Нумерация алгебры называется локально позитивной (негативной), если хотя бы один смежный класс ядра этой нумерации является перечислимым (коперечислимым).

Отметим, что, в то время как позитивность и негативность являются “глобальными” понятиями, подразумевающими наличие единообразной эффективной процедуры порождения нумерационной эквивалентности или соответственно ее дополнения, “локальность”, вообще говоря, означает отсутствие такой процедуры. При этом, к примеру, число локально позитивных (негативных) эквивалентностей даже с не более чем двухэлементными смежными классами есть континуум, тогда как число позитивных (негативных) эквивалентностей счетно. Очевидно, что всякая эквивалентность с конечными смежными классами является как локально позитивной, так и локально негативной, однако ее алгоритмическая сложность может быть какой угодно. Тем не менее свойства симметрии в группах и полях позволяют равномерно эффективно переходить от локальной позитивности (негативности) их представлений к глобальной, т. е.

алгоритмы позитивности (негативности) оказываются изначально присутствующими в структурах самих этих систем, что проявляется и в свойствах их алгоритмических представлений. В [5] доказан следующий результат.

1-ШҮҮБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Предложение 1. Для всякой локально позитивной (локально негативной) группы любой смежный класс ее ядра перечислим (коперечислим).

Теорема 1. Если нумерация группы G является локально позитивной и локально негативной, то она вычислима.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соар И. Р. Вычислимо перечислимые множества и степени. Казань: Казанское мат. общество, 2000.
2. Ершов Ю. Л. Теория нумераций. М.: Наука, 1977.
3. Ершов Ю. Л. Проблемы разрешимости и конструктивные модели. М.: Наука, 1980.
4. Гончаров С. С., Ершов Ю. Л. Конструктивные модели. Новосибирск: Науч. книга, 1999.
5. Н. Х. Касымов, Ф. Н. Ибрагимов, Отделимые нумерации тел и эффективная вложимость в них колец, Сиб. матем. журн., 2019, том 60, №1, С.82–94

НЕКРАЙНОСТЬ ЕДИНСТВЕННОЙ ТРАНСЛЯЦИОННО-ИНВАРИАНТНОЙ МЕРЫ ГИББСА ДЛЯ МОДЕЛИ ИС-БЛЮМА-КАПЕЛЯ В СЛУЧАЕ “ЦИКЛ” НА ДЕРЕВЕ КЭЛИ

Хатамов Н.М.

Институт Математики АН РУз, НамГУ, e-mail: nxatamov@mail.ru,

Эргашев Бахтиёр (магистр НамГУ, 2-курс)

Мирзаакбаров Абдурасул (магистр НамГУ, 1-курс)

Определение меры Гиббса и других понятий, связанных с теорией мер Гиббса, можно найти, например, в работах [1]–[5]. Настоящая статья посвящена еще малоизученной динамической модели Блюма-Капеля на дереве Кэли.

Дерево Кэли $\Gamma^k = (V, L)$ порядка $k \geq 1$ – бесконечное дерево, из каждой вершины которого выходит ровно $k+1$ ребро, где V есть множество вершин Γ^k , L – его множество ребер. Пусть i – функция инцидентности, сопоставляющая каждому ребру $l \in L$ его концевые точки $x, y \in V$. Если $i(l) = \{x, y\}$, то вершины x и y называются *ближайшими соседями* и обозначаются через $\langle x, y \rangle$. Пусть $d(x, y)$, $x, y \in V$ есть расстояние между вершинами x, y , т.е. количество ребер кратчайший пути, соединяющей x и y .

Рассмотрим модель, где спин принимает значения из множества $\Phi = \{-1, 0, 1\}$. Тогда конфигурация σ на V определяется как функция $x \in V \rightarrow \sigma(x) \in \Phi$; множество всех конфигураций совпадает с $\Omega = \Phi^V$. Пусть $A \subset V$. Обозначим через Ω_A пространство конфигураций, определенных на множестве A .

Рассмотрим граф с тремя вершинами $-1, 0, 1$ (на множестве значений $\sigma(x)$), который имеет следующий вид (см.[4]):

$$\text{цикл: } \{0, -1\}, \{0, 1\}, \{-1, 1\}.$$

Гамильтониан модели Блюма-Капеля определяется следующим образом:

$$H(\sigma) = J \sum_{\langle x, y \rangle, x, y \in V} (\sigma(x) - \sigma(y))^2, \quad (1)$$

где $J \in \mathbb{R}$.

Пусть $x^0 \in V$ – фиксированная точка. Будем писать $x \prec y$, если путь от x^0 до y проходит через x .

Обозначим:

$$W_n = \{x \in V : d(x^0, x) = n\}, \quad V_n = \{x \in V : d(x^0, x) \leq n\}.$$

Точка y называется “*прямым потомком*” точки x , если $x \prec y$ и $d(x, y) = 1$.

Обозначим через $S(x)$ – множество “*прямым потомком*” точки $x \in V$.

Пусть $O = \{\text{цикл}\}$, $G \in O$. Конфигурация $\sigma(x)$ называется G –допустимой конфигурацией на дереве Кэли (в V_n или W_n), если $\{\sigma(x), \sigma(y)\} = G$ для любой ближайшей пары соседей x, y из V (из V_n). Обозначим множество G –допустимых конфигураций через $\Omega^G(\Omega_{V_n}^G)$.

1-ШҮҮБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Пусть $h: x \mapsto h_x = (h_{-1,x}, h_{0,x}, h_{1,x}) \in R^3$ – вещественная векторнозначная функция относительно переменной $x \in V \setminus \{x^0\}$. Рассмотрим вероятностное распределение $\mu^{(n)}$ на $\Omega_{V_n}^G$:

$$\mu^{(n)}(\sigma_n) = Z_n^{-1} \exp \left\{ -\beta H(\sigma_n) + \sum_{x \in W_n} \tilde{h}_{\sigma(x),x} \right\}, \quad (2)$$

где $\sigma_n \in \Omega_{V_n}^G$, $Z_n = \sum_{\bar{\sigma}_n \in \Omega_{V_n}^G} \exp \left\{ -\beta H(\bar{\sigma}_n) + \sum_{x \in W_n} h_{\bar{\sigma}(x),x} \right\}$ и $h_{\bar{\sigma},x} \in R$.

Говорят, что вероятностное распределение $\mu^{(n)}$, $(\forall n \geq 1)$ согласованно, если

$$\sum_{\sigma^{(n)}} \mu^{(n)}(\sigma_{n-1}, \sigma^{(n)}) = \mu^{(n-1)}(\sigma_{n-1}) \quad (3)$$

для всех $n \geq 1$ и $\sigma_{n-1} \in \Omega_{V_{n-1}}^G$.

В этом случае существует единственная мера μ на Ω_V^G , такая, что

$$\mu(\{\sigma|_{V_n} = \sigma_n\}) = \mu^{(n)}(\sigma_n),$$

для всех $n \geq 1$ и $\sigma_n \in \Omega_{V_n}^G$.

Пусть $L(G)$ – множество ребер графа G , обозначим через $A \equiv A^G = a_{ij}$ ($i, j = -1, 0, 1$) матрицу смежности G , т.е.

$$a_{ij} \equiv a_{ij}^G = \begin{cases} 1, & \text{если } \{i, j\} \in L(G), \\ 0, & \text{если } \{i, j\} \notin L(G). \end{cases}$$

Следующее утверждение описывает условие на $\tilde{h}_x$, обеспечивающее согласованность $\mu^{(n)}(\sigma_n)$ для модели Блюма-Капеля.

Теорема 1. Пусть $k \geq 2$. Вероятностное распределение $\mu^{(n)}(\sigma_n)$, $n = 1, 2, \dots$ в (2) согласованно тогда и только тогда, когда для любого $x \in V$ имеют место следующие:

$$\begin{cases} z_{1,x} = \prod_{y \in S(x)} \frac{a_{1,-1}\theta^4 z_{-1,y} + a_{1,0}\theta + a_{1,1}z_{1,y}}{a_{0,-1}\theta z_{-1,y} + a_{0,0} + a_{0,1}z_{1,y}}, \\ z_{-1,x} = \prod_{y \in S(x)} \frac{a_{-1,-1}z_{-1,y} + a_{-1,0}\theta + a_{-1,1}\theta^4 z_{1,y}}{a_{0,-1}\theta z_{-1,y} + a_{0,0} + a_{0,1}z_{1,y}}, \end{cases} \quad (4)$$

где $\theta = \exp\{-J\beta\}$, $\beta = 1/T$, $z_{i,x} = \exp(\tilde{h}_{i,x} - \tilde{h}_{0,x})$, $i = 1, -1$.

Трансляционно-инвариантные меры Гиббса соответствуют решениям (4) с $z_{i,x} = z_i > 0$ при всех $x \in V$ и $i = -1, 1$. Для удобства обозначим $z_{-1} = z_2$. Тогда (4) имеет вид

$$\begin{cases} z_1 = \left(\frac{1 + \theta^3 z_2}{z_1 + z_2} \right)^k, \\ z_2 = \left(\frac{1 + \theta^3 z_1}{z_1 + z_2} \right)^k, \end{cases} \quad (5)$$

Рассмотрим случай $z_1 = z_2 = z$. В этом случае из (5) получим

$$z = \left(\frac{1 + \theta^3 z}{2z} \right)^k. \quad (6)$$

Для решений последнего уравнения верно.

Теорема 2. При $k \geq 2$ и для любого значения $\theta > 0$ уравнение (6) имеет единственное положительное решение.

Тогда из теоремы 1 получим

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Теорема 3. Пусть $k \geq 2$. Тогда для модели НС-Блюма-Капеля в случае "цикл" при $\theta > 0$ существует только одна трансляционно-инвариантная мера Гиббса μ_0 .

Тогда верна следующая теорема.

Теорема 4. Пусть $k = 2$. Тогда для модели НС-Блюма-Капеля в случае "цикл" мера μ_0 не является крайней при $\theta \in (\theta_1; 1) \cup (\theta_2; +\infty)$, где $\theta_1 \approx 0.8051112259$ и $\theta_2 \approx 1.191182787$.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Георги Х.-О. Гиббсовские меры и фазовые переходы. Москва. "Мир" 1992. с. 624.
- [2] Preston C.J. Gibbs States on Countable Sets. - Cambridge Tracts Math., 68, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1974.
- [3] Синай Я. Г. Теория фазовых переходов. Строгие результаты. - М.: Наука, 1980.
- [4] U.A. Rozikov. Gibbs measures on Cayley trees. World Scientific.-2013.
- [5] N.M.Khatamov. Translation-invariant extreme Gibbs measures for the Blume–Capel model with a wand on a Cayley tree. Ukrainian Mathematical Journal, Vol 72, No. 4(2020), p.540-556.

СУЩЕСТВОВАНИЕ НОВЫХ ТРАНСЛЯЦИОННО-ИНВАРИАНТНЫХ МЕР ГИББСА В МОДЕЛИ БЛЮМА-КАПЕЛЯ МОЛЕКУЛЫ ДНК НА ДЕРЕВЕ КЭЛИ

Хатамов Н.М.

Институт Математики АН РУз, НамГУ, e-mail: nxatamov@mail.ru,

Ибрагимов Ислон (магистр НамГУ, 2-курс)

Адашев Кахрамон (магистр НамГУ, 1-курс)

Как известно, каждая молекула ДНК представляет собой двойную спираль, образованную двумя комплементарными нитями нуклеотидов, которые удерживаются вместе водородными связями между парами оснований $C + G$ (цитозин-гуанин) и $A + T$ (аденин-тимин). Молекула ДНК рассматривается как конфигурация модели Блюма-Капеля на путях дерева Кэли.

Дерево Кэли $\mathfrak{Z}^k = (V, L)$ порядка $k \geq 1$ – бесконечное дерево, из каждой вершины которого выходит ровно $k + 1$ ребро, где V есть множество вершин $\mathfrak{Z}^k$, L – его множество ребер. Пусть i – функция инцидентности, сопоставляющая каждому ребру $l \in L$ его концевые точки $x, y \in V$. Если $i(l) = \{x, y\}$, то вершины x и y называются *ближайшими соседями* и обозначаются через $\langle x, y \rangle$. Пусть $d(x, y), x, y \in V$ есть расстояние между вершинами x, y , т.е. количество ребер кратчайший путь, соединяющей x и y .

Пусть $\square = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$. В работе [3] было доказано, что все вершины дерева Кэли можно разбить на классы эквивалентности, пронумерованные целыми числами, и через каждую вершину, принадлежащую m – му классу эквивалентности, проходит единственный путь, такой что номера классов эквивалентности, которым принадлежат последовательные вершины этого пути, образуют бесконечную в обе стороны последовательность $\dots, m - 2, m - 1, m, m + 1, m + 2, \dots$ целых чисел. Он называется $\square$ – *путь*.

Рассмотрим функцию σ , которая присваивает каждому ребру $l \in L$ значение $\sigma(l) \in \{-1, 0, 1\}$ так, что $-1 = A + T$ и $1 = C + G$, а $\sigma(l) = 0$ означает, что ребро "свободно". Функция $\sigma = \{\sigma(l), l \in L\}$ называется конфигурацией. Конфигурация $\sigma = \{\sigma(l), l \in L\}$ называется *допустимой*, если $\sigma(l) \neq 0$ для всех $l \in \square$ – *путь*. Ограничение допустимой конфигурации на $\square$ – *путь* называется ДНК.

Мы рассматриваем следующую модель Блюма-Капеля энергии конфигурации σ на множестве ДНК [4]:

$$H(\sigma) = J \sum_{\langle l, t \rangle \in L \times L} (\sigma(l) - \sigma(t))^2, \quad (1)$$

где $J \in \mathbb{R}$ – константа связи, $\sigma(l) \in \{-1, 0, 1\}$ и $\langle l, t \rangle$ ребра ближайшими соседями.

Стандартным образом (см. работы [1], [2], [4]) можно свести задачу изучения мер Гиббса в модели Блюма-Капеля к решению следующей системы функциональных уравнений:

1-ШҰҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

$$\begin{aligned} z_{0,l} &= \frac{\lambda z_{l_0} + \lambda}{\lambda^4 z_{l_0} + 1} \cdot \frac{\lambda z_{l_1} + \lambda}{\lambda^4 z_{l_1} + 1} \cdot \prod_{t \in S_0(l)} \frac{\lambda z_{1,t} + \lambda + z_{0,t}}{\lambda^4 z_{1,t} + 1 + \lambda z_{0,t}}, \quad l \notin \square - \text{нұт}, \\ z_{1,l} &= \frac{z_{l_0} + \lambda^4}{\lambda^4 z_{l_0} + 1} \cdot \frac{z_{l_1} + \lambda^4}{\lambda^4 z_{l_1} + 1} \cdot \prod_{t \in S_0(l)} \frac{z_{1,t} + \lambda^4 + \lambda z_{0,t}}{\lambda^4 z_{1,t} + 1 + \lambda z_{0,t}}, \quad l \notin \square - \text{нұт}, \\ z_l &= \frac{z_l + \lambda^4}{\lambda^4 z_l + 1} \cdot \prod_{t \in S_1(l)} \frac{z_{1,t} + \lambda^4 + z_{0,t}}{\lambda^4 z_{1,t} + 1 + \lambda z_{0,t}}, \quad l \in \square - \text{нұт}. \end{aligned} \quad (2)$$

Трансляционно-инвариантные меры Гиббса отвечают не зависящим от l, t решениям $\vec{z} = (z_{0,l}, z_{1,l}, z_t)$, где $l \notin \square$ – нұт, $t \in \square$ – нұт:

$$z_{0,l} = u, \quad z_{1,l} = v, \quad \forall l \notin \square - \text{нұт}; \quad z_t = w, \quad t \in \square - \text{нұт}, \quad (3)$$

Здесь величины u, v, w положительны в силу уравнений (2) и удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} u &= \left(\frac{\lambda v + \lambda + u}{\lambda^4 v + 1 + \lambda u} \right)^{k-2} \left(\frac{\lambda w + \lambda}{\lambda^4 w + 1} \right)^2, \\ v &= \left(\frac{v + \lambda^4 + \lambda u}{\lambda^4 v + 1 + \lambda u} \right)^{k-2} \left(\frac{w + \lambda^4}{\lambda^4 w + 1} \right)^2, \\ w &= \left(\frac{v + \lambda^4 + \lambda u}{\lambda^4 v + 1 + \lambda u} \right)^{k-1} \left(\frac{w + \lambda^4}{\lambda^4 w + 1} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Ясно, что $v = w = 1$ удовлетворяют данной системе уравнений для любого $k \geq 2$ и $\lambda > 0$, тогда из первого уравнения системы мы получаем

$$u = \left(\frac{2\lambda + u}{\lambda^4 + \lambda u + 1} \right)^{k-2} \left(\frac{2\lambda}{\lambda^4 + 1} \right)^2. \quad (5)$$

Здесь введем обозначения:

$$x = \frac{u}{2\lambda}, \quad b = \frac{\lambda^4 + 1}{2\lambda^2}, \quad a = \lambda^{k-3} (\lambda^4 + 1)^2. \quad (6)$$

Тогда уравнение (5) примет вид

$$ax = \left(\frac{1+x}{b+x} \right)^{k-2}. \quad (7)$$

Тогда верна следующая теорема.

Теорема. Уравнение (7) имеет одно решение, если или $k=3$, или $b \leq \left(\frac{k-1}{k-3} \right)^2$. Если $k > 3$ и $b > \left(\frac{k-1}{k-3} \right)^2$, то существуют числа $\eta_1(b, k), \eta_2(b, k)$ с $0 < \eta_1(b, k) < \eta_2(b, k)$, такие, что уравнение имеет три решения, если $\eta_1(b, k) < a < \eta_2(b, k)$, и имеет два решения, если либо $a = \eta_1(b, k)$, либо $a = \eta_2(b, k)$. Числа η_i находятся из формулы

$$\eta_i(b, k) = \frac{1}{x_i} \left(\frac{1+x_i}{b+x_i} \right)^{k-2},$$

где x_1, x_2 являются решениями уравнения

$$x^2 + [2 - (b-1)(k-3)]x + b = 0.$$

Трансляционно-инвариантные меры Гиббса, соответствующие этим решениям, являются новыми.

ЛИТЕРАТУРА

1. U.A. Rozikov. Gibbs measures on Cayley trees. World Scientific.-2013.

1-ШҶҶБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

2. U.A. Rozikov. Tree-hierarchy of DNA and distribution of Holliday junctions. J.Math.Biol. 75:1715-1733. 2017.
3. U.A. Rozikov, F.T. Ishankulov. Description of periodic p-harmonic functions on Cayley trees. Nonlinear Diff Equ Appl 17(2):153-160, 2010.
4. Н.М.Хатамов. Структуры Холлидея в модели Блюма-Капеля молекулы ДНК. Теоретическая и математическая физика. Т. 206, N 3, с. 439-447, 2021.

УДК 517.98

УСЛОВИЯ СОГЛАСОВАННОСТИ ДЛЯ МОДЕЛИ БЛЮМА-КАПЕЛЯ С ХИМИЧЕСКИМ ПОТЕНЦИАЛОМ НА ДЕРЕВЕ КЭЛИ

Хатамов Н.М.

Институт Математики АН РУз, НамГУ, e-mail: nxatamov@mail.ru,

З.Эркабоева (магистр НамГУ, 1-курс)

Модель Блюма-Капеля-эта двумерная спиновая система, где спин может принимать три значения: $-1, 0, 1$. Первоначально он был введен для изучения $He^3 - He^4$ фазового перехода (см.[3]).

Можно думать о ней как о системе частиц со спином. Значение $\sigma(x) = 0$ спина на узле решетки (или на узле дерева) x будет соответствовать отсутствию частиц (вакансия), в то время как значения $\sigma(x) = -1, 1$ будут соответствовать присутствию на узле x частицы со спином $-1, 1$, соответственно. По поводу других результатов по модели Блюма-Капеля смотрите, например [4]-[7].

Дерево Кэли $\mathfrak{T}^k = (V, L)$ порядка $k \geq 1$ - это бесконечное дерево, т.е. граф без циклов, из каждой вершины которого выходит ровно $k + 1$ ребер, где V есть множество вершин $\mathfrak{T}^k$, L - его множество ребер. Пусть i - функция инцидентности, сопоставляющая каждому ребру $l \in L$ его концевые точки $x, y \in V$. Если $i(l) = \{x, y\}$, то вершины x и y называются *ближайшими соседями* и обозначаются через $\langle x, y \rangle$. Пусть $d(x, y), x, y \in V$ есть расстояние между вершинами x, y , т.е. количество ребер кратчайший пути, соединяющей x и y ([1],[2]).

Рассмотрим модель, где спин принимает значения из множества $\Phi = \{-1, 0, +1\}$. Тогда конфигурация σ на V определяется как функция $x \in V \rightarrow \sigma(x) \in \Phi$; множество всех конфигураций совпадает с $\Omega = \Phi^V$. Пусть $A \subset V$. Обозначим через Ω_A пространство конфигураций, определенных на множестве A .

Гамильтониан модели Блюма-Капеля с химическим потенциалом определяется следующим образом:

$$H(\sigma) = J \sum_{\langle x, y \rangle, x, y \in V} (\sigma(x) - \sigma(y))^2 + \alpha \sum_{x \in V} \sigma^2(x), \quad (1)$$

где $J \in R$, $\alpha \in R$ - химический потенциал.

Пусть $x^0 \in V$ - фиксированная точка. Будем писать $x \prec y$, если путь от x^0 до y проходит через x .

Обозначим:

$$W_n = \{x \in V : d(x^0, x) = n\}, \quad V_n = \{x \in V : d(x^0, x) \leq n\}.$$

Точка y называется "прямым потомком" точки x , если $x \prec y$ и $d(x, y) = 1$.

Для $x \in G_k$ обозначим через $S(x)$ - множество "прямых потомков" точки $x \in V$.

Конфигурация σ называется G - допустимой конфигурацией на дереве Кэли (в V_n или W_n), если $\{\sigma(x), \sigma(y)\} \in G$ для любой ближайшей пары соседей x, y из V (из V_n). Обозначим множество G - допустимой конфигураций через $\Omega^G (\Omega_{V_n}^G)$.

1-ШҮҮБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

Пусть $h: x \rightarrow h_x = (h_{-1,x}, h_{0,x}, h_{+1,x})$ – вектор функции от $x \in V \setminus \{x^0\}$. Рассмотрим вероятностное распределение $\mu^{(n)}$ на Ω_{V_n} :

$$\mu^{(n)}(\sigma_n) = Z_n^{-1} \exp \left\{ -\beta H(\sigma_n) + \sum_{x \in W_n} h_{\sigma(x), x} \right\}, \quad (2)$$

где $\sigma_n \in \Omega_{V_n}$, $Z_n = \sum_{\bar{\sigma}_n \in \Omega_{V_n}} \exp \left\{ -\beta H(\bar{\sigma}_n) + \sum_{x \in W_n} h_{\bar{\sigma}(x), x} \right\}$ и $h_{\bar{\sigma}, x} \in R$.

Говорят, что вероятностное распределение $\mu^{(n)}$, $(\forall n \geq 1)$ согласованно, если

$$\sum_{\sigma^{(n)}} \mu^{(n)}(\sigma_{n-1}, \sigma^{(n)}) = \mu^{(n-1)}(\sigma_{n-1}) \quad (3)$$

для всех $n \geq 1$ и $\sigma_{n-1} \in \Omega_{V_{n-1}}$.

В этом случае существует единственная мера μ на Ω_V , такая, что

$$\mu \left(\left\{ \sigma|_{V_n} = \sigma_n \right\} \right) = \mu^{(n)}(\sigma_n),$$

для всех $n \geq 1$ и $\sigma_n \in \Omega_{V_n}^G$ ([1], [2]).

Пусть $L(G)$ – множество ребер графа G , обозначим через $A \equiv A^G = (a_{ij})_{ij=-1,0,+1}$ матрицу смежности G , т.е.

$$a_{ij} \equiv a_{ij}^G = \begin{cases} 1, & \text{если } \{i, j\} \in L(G), \\ 0, & \text{если } \{i, j\} \notin L(G). \end{cases}$$

Следующие теоремы дают необходимые и достаточные условия на $h_{i,x}$ при которых выполняется (3).

ТЕОРЕМА. Пусть $k \geq 2$. Вероятностное распределение $\mu^{(n)}(\sigma_n)$, $n=1,2,\dots$ в (2) – согласованное тогда и только тогда, когда для любого $x \in V$ имеют место следующие:

$$\begin{cases} z_{1,x} = \prod_{y \in S(x)} \frac{a_{1,-1} \theta^4 \eta z_{-1,y} + a_{1,0} \theta + a_{1,1} \eta z_{1,y}}{a_{0,-1} \theta \eta z_{-1,y} + a_{0,0} + a_{0,1} \theta \eta z_{1,y}}, \\ z_{-1,x} = \prod_{y \in S(x)} \frac{a_{-1,-1} \eta z_{-1,y} + a_{-1,0} \theta + a_{-1,1} \theta^4 \eta z_{1,y}}{a_{0,-1} \theta \eta z_{-1,y} + a_{0,0} + a_{0,1} \theta \eta z_{1,y}}, \end{cases} \quad (4)$$

где $\theta = \exp \{-J\beta\}$, $\eta = \exp \{\alpha\beta\}$, $\beta = 1/T$, $z_{i,x} = \exp(h_{i,x} - h_{0,x})$, $i = -1, 1$.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Georgii H.O. Gibbs measures and phase transitions. Berlin: de Gruyter studies in Math, 1988.
- [2] Rozikov U.A. Gibbs measures on Cayley trees. World Scientific. 2013.
- [3] Kim S. Metastability of Blume-Capel model with zero chemical potential and zero external field. Journal of Statistical Physics, 33(184), 2021.
- [4] N.Khatamov, R.Khakimov. Translation-invariant Gibbs measures for the Blume-Capel model on a Cayley tree. JMPAG. 2019, Vol.15, No. 2, pp.239-255.
- [5] N.M.Khatamov. Translation-invariant extreme Gibbs measures for the Blume–Capel model with a wand on a Cayley tree. Ukrainian Mathematical Journal, Vol 72, No. 4(2020), p.540-556.
- [6] Н.М.Хатамов. Структуры Холлидея в модели Блюма-Капелья молекулы ДНК. ТМФ, 206:3 (2021), 439-447.
- [7] N.M.Khatamov. Holliday junctions in the HC Blume-Capel model in "one case" on DNA. Nanosystems: physics, chemistry, mathematics, 12:5 (2021), 563-568.

1-ШҶҶБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ IT IS ABOUT SUBRINGS OF THE FIELD OF RATIONAL NUMBERS

Kholmukhammadov Mukhammadiyusuf (first grade master student) (NUU)

(xolmuhammedovmukhammadiyusuf@gmail.com)

Khaydarova Sayyora (first grade master student) (NUU) (xaydarovasayyoraxon39@gmail.com)

It is a bit more difficult task to find out all subrings of the rational numbers as it is open-ended. In general, we will face some questions such as “Is there any reasonable way to describe each of subrings?”, “How many subrings are there anyway?”

As we know, there are two obvious subrings. The ring of integers Z , and the whole ring of rational numbers Q . Since 0 and 1 must belong to each subring and each subring must be closed under “+”, “ $\cdot$ ” and “-”, it is pretty clear that every integer is in each of subrings that we are going to figure out. So the ring of integers Z is a subring of every subring of rational numbers Q . Thus, we can say that Z is the smallest subring, likewise Q is the largest. Then we should find the subrings between Z and Q .

One of the things that makes Q different from Z is that every nonzero rational has a multiplicative inverse that belongs to Q itself, whereas in Z the only elements that have multiplicative inverses belonging to Z itself are 1 and -1 . We could expect that a subring R of Q that we are seeking might have more invertible elements than are available in Z . Perhaps it possible to get a better understanding of the subring R by considering its invertible elements.

To begin with the simplest case, suppose for a certain integer $b \in R$ $b > 0$, ($b \neq \pm 1$) $\frac{1}{b} \in R$. Just by using the fact that R is closed under multiplication we see that $\frac{1}{b^2} \in R, \frac{1}{b^3} \in R, \dots, \frac{1}{b^n} \in R$ ($n \in N$) is correct. What else must be in R ? Suppose d is an integer that divides b . Then $\exists q \in Z, b = d \cdot q$ relation is correct. Thus, $\frac{1}{d} = q \cdot \frac{1}{b}$, since $q \in R$ and $\frac{1}{b} \in R$ and R is closed under multiplication. So $\frac{1}{d} \in R$ for every every factor d of b . In particular, this means that $\frac{1}{p} \in R$ for every prime factor p of b . We can also say that if $\frac{1}{p} \in R$ for $\forall p$ p is a prime factor of b , then $\frac{1}{b} \in R$. This suggests that we should consider the set $\{p \mid \frac{1}{p} \in R, p \text{ is prime}\}$. Let us call this set $P(R)$, it is the set of primes whose multiplicative inverses lie in the subring R . We can realize that there is a function from the set of all subrings into the collection of the subsets of prime numbers, let us call this function P , $P: R \rightarrow P(R)$. We say that this function is bijective and it will be a pretty good description of what the subrings are. We can say that $P: R \rightarrow P(R)$ is both injective and surjective according to the following two prepositions.

Proposition 1: If R and S are subrings of Q and $P(R) = P(S)$, then $R = S$

This preposition asserts that P is injective.

Proposition 2: If T is any set of primes, then there is a subring R of the ring of rational numbers, so that $P(R) = T$.

This preposition asserts that the function is surjective.

Let us see the following set

$$\left\{\frac{1}{p} \mid p \in T\right\}$$

by repeatedly using the operations “+”, “ $\cdot$ ” and “-”, this produces the set

$$R = \left\{\frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b > 0, \forall p \mid b \in T\right\}$$

and this set is closed under “+”, “ $\cdot$ ”. We denote this ring $R(T)$ that was made from the set T of primes.

Theorem: For any subset of the set of primes, there is a subring of the field of rational numbers which contains the ring of integers and it is in the form of $R(T)$.

CONCEPTS WITHOUT DEFINITIONS CAN BE FOUND IN THE FOLLOWING LITERATURES:

- [1] Fundamentals of abstract algebra / D.S. Malik, John N. Morderson, M.K. Sen QA162.M346 1997
- [2] Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть I. Основы алгебры. 2000. – 272 с.
- [3] Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть II. Линейная алгебра. 2000. – 368 с.

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ LOCAL DERIVATIONS OF METABELIAN FILIFORM LIE ALGEBRAS

I.G.Yuldashev

Department of Mathematics Nukus state pedagogical institute, Nukus, Uzbekistan
i.yuldashev1990@mail.ru

Let $\mathcal{A}$ be an algebra (not necessary associative). Recall that a linear mapping $D: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$ is said to be a derivation, if $D(xy) = D(x)y + xD(y)$ for all $x, y \in \mathcal{A}$. A linear mapping Δ is said to be a local derivation, if for every $x \in \mathcal{A}$ there exists a derivation D_x on $\mathcal{A}$ (depending on x) such that $\Delta(x) = D_x(x)$.

This notion was introduced and investigated independently by R.V. Kadison [1] and D.R. Larson and A.R. Sourour [2]. The above papers gave rise to a series of works devoted to the description of mappings which are close to automorphisms and derivations of C^* -algebras and operator algebras. R.V. Kadison set out a program of study for local maps in [1], suggesting that local derivations could prove useful in building derivations with particular properties. R.V. Kadison proved in [1, Theorem A] that each continuous local derivation of a von Neumann algebra M into a dual Banach M -bimodule is a derivation. This theorem gave way to studies on derivations on C^* -algebras, culminating with a result due to B.E. Johnson, which asserts that every local derivation of a C^* -algebra A into a Banach A -bimodule is automatically continuous, and hence is a derivation [3, Theorem 5.3].

Lie algebras with filiform nilradical, namely with a so-called metabelian filiform Lie radical.

A non-abelian Lie algebra $\mathcal{L}$ is called a metabelian, if $[\mathcal{L}, \mathcal{L}]$ is abelian, that is, $\mathcal{L}^{(2)} = 0$.

We shall consider a metabelian filiform Lie algebra $\mathcal{L}$ of dimension $n \geq 7$ with a basis $\{e_1, \dots, e_n\}$ such that

$$\begin{aligned} [e_1, e_i] &= e_{i+1}, & 2 \leq i \leq n-1, \\ [e_2, e_i] &= e_{i+2} + e_{i+3}, & 3 \leq i \leq n-3, \\ [e_2, e_{n-2}] &= e_n \end{aligned}$$

By [4, Proposition 3.2.5], any derivation D on $\mathcal{L}$ has the strictly lower triangular matrix $(d_{i,j})$ such that:

$$\begin{aligned} d_{2,1} &= 0, \\ d_{i+1,i} &= d_{3,2}, & 3 \leq i < n \\ d_{ij} &= d_{i-j+2,2} - d_{i-j+1,1} - d_{i-j,1} & 3 \leq j < i-1 < n \end{aligned}$$

Note that the numbers $d_{i,j}$ ($3 \leq i, j \leq n$) completely determined by $d_{k,1}, d_{k,2}$ ($k = 3, \dots, n$) and the space of all derivations $\text{Der}(\mathcal{L})$ has the dimension $2n-4$.

Theorem. A linear mapping Δ on $\mathcal{L}$ is a local derivation if and only if it has a strictly lower triangular matrix $(\delta_{i,j})$ with $\delta_{2,1} = 0$.

REFERENCES

- [1]. R.V. Kadison, Local derivations, J. Algebra, 130 (1990) 494-509.
- [2]. D. R. Larson, A. R. Sourour, Local derivations and $B(X)$, Proc. Sympos. Pure Math., 51 (1990) 187-194.
- [3]. B.E. Johnson, Local derivations on C^* -algebras are derivations, Transactions of the American Mathematical Society, 353 (2001) 313-325.
- [4]. B. Verbeke, Almost-inner derivations of Lie algebras, Master dissertation, KU Leuven Faculty of Science, 2016.

ЛОКАЛЬНО НЕГАТИВНЫЕ ГРУППЫ С КРУЧЕНИЕМ

Йулдашева Замира Одил кизи (juldasevazamira@gmail.com)
Шарофбоева Шахзода (Shahzodasharofboyeva@gmail.com)

В данной работе изучены алгоритмические свойства нумерованных групп. Иногда некоторые связи алгебраических и алгоритмических свойств конкретных алгебр оказываются более сильными.

Основными понятиями и фактами можно ознакомиться в [1-3].

Всюду определенная функция из множества натуральных чисел ω в ω называется **вычислимой**, если существует вычисляющий ее алгоритм. Подмножество $\alpha \subseteq \omega$ называется **вычислимым**

1-ШҶҒБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

(перечислимым, соответственно коперечислимым), если вычислима его характеристическая функция (α (соответственно $\omega \setminus \alpha$) – область значений некоторой вычислимой функции). Эти определения естественным образом переносятся на многоместные функции и отношения.

Пример: множество натуральных чисел, десятичная запись которых встречается в качестве подстроки в десятичной записи числа π , является перечислимым, но не вычислимым множеством.

Определение 1. Нумерованной алгеброй называется пара (A, ν) , где A – универсальная алгебра не более, чем счетной сигнатуры Σ , а ν – отображение ω на A со следующим свойством:

Если F – n -местная функция Σ -операция, действующая на A , то существует такая n -местная вычислимая функция f , что

$$F(\nu x_1, \dots, \nu x_n) = \nu f(x_1, \dots, x_n)$$

Причем существует алгоритм, который по имени каждой F «выдает» процедуру вычисления соответствующей f .

Ядром нумерации ν алгебры A будем называть нумерационную эквивалентность

$$\text{Ker}(\nu) = \{(x, y) \mid \nu x = \nu y\}, \text{ где } \nu \text{ – нумерация.}$$

Для групп определение нумерованной алгебры конкретизируется следующим образом.

Нумерованной группой называется пара (G, ν) , где G группа с операцией “ $*$ ”, $\nu: \omega \rightarrow G$ – отображение со следующим свойством:

Для “ $*$ ” бинарной операции существует такая вычислимая функция f , что $\nu n * \nu m = \nu(f(n, m))$.

Нумерованная группа, у которой ядро нумерации перечислимо (коперечислимо) на номерах, называется **позитивной (негативной)**.

Определение 2. Нумерация группы называется **локально позитивной (негативной)**, если хотя бы один смежный класс ядра этой нумерации является перечислимым (коперечислимым).

В работе [4] получены следующие результаты о локальных алгоритмических свойствах групп:

Предложение 1. Для всякой локально позитивной (локально негативной) группы любой смежный класс ее ядра перечислим (коперечислим).

Предложение 2. Всякая локально позитивная нумерация любой группы позитивна. Из предложения 1 можно получить следующий результат:

Предложение 3. Если нумерация группы является локально позитивной и локально негативной, то она вычислима.

Вопрос о негативности локально негативной группы остается открытым. Но для групп с кручением вопрос решается следующим образом.

Теорема. Локально негативные группы с кручением являются негативными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соар И. Р. Вычислимо перечислимые множества и степени. Казань: Казан. мат. о-во, 2000.
2. Гончаров С. С., Ершов Ю. Л. Конструктивные модели. Новосибирск: Науч. книга, 1999.
3. Касымов Н. Х. Рекурсивно отделимые нумерованные алгебры // Успехи мат. наук. 1996. Т.51, № 3. С. 145–176.
4. Н. Х. Касымов, Ф. Н. Ибрагимов, Отделимые нумерации тел и эффективная вложимость в них колец // Сиб. матем. журн., 2019, том 60, номер 1, 82–94

KÄHLER MONIFOLDS

Yuldosheva Nilufar Sirojiddin qizi

National University of Uzbekistan

Definition 1. Any function $\psi: D \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ satisfying the two conditions:

a) Linearity in each of its two column-vector variables:

$$\psi(x; au + bv, w) = a\psi(x; u, w) + b\psi(x; v, w)$$

$$\psi(x; u, au + bw) = a\psi(x; u, v) + b\psi(x; u, w)$$

b) Antisymmetry:

$$\psi(x; u, au + bw) = a\psi(x; u, v) + b\psi(x; u, w)$$

(u, v and w being column-vectors and a and b being scalars).

will be called differential two-form on a set $D \subseteq \mathbb{R}^m$. By contrast differential forms of LI will be called from now on differential one-forms.

Definition 2. A closed two-form ω on a complex manifold M which is also the negative imaginary part of a Hermitian metric $h = g - i\omega$ is called a Kähler form.

Let M be a smooth manifold, and $\omega \in \Omega^2(M)$ a smooth two-form on M . Recall that by definition this means

that for any $p \in M$,

$$\omega_p: T_p M \times T_p M \rightarrow \mathbb{R}$$

Is a skew-symmetric bilinear map, and ω_p depends smoothly on p .

Definition 3. We call ω a symplectic form on M if

- (1) (closeness) ω is a closed two-form i.e $d\omega = 0$
- (2) (non-degeneracy) for $\forall p \in M$, ω_p is a linear symplectic form on $T_p M$.

We will call the pair (M, ω) a symplectic manifold.

Definition 4. A Hermitian structure on a manifold M is said to be a Kähler metric if and only if the two-form ω is closed. We will say that a complex manifold is Kähler if and only if it admits a Kähler structure and refer to ω as a Kähler form.

Proposition 1. Every Kähler manifold is symplectic.

Definition 5. $\pi: M \rightarrow B$ is a Kähler submersion if M, B are Kähler manifolds, and π holomorphic with $\pi: M \rightarrow B$ a Riemannian submersion.

Theorem 1. Let $\pi: (M, J, g) \rightarrow (M', J', g')$ be an (almost) Kähler submersion. Then: π preserves the horizontal holomorphic sectional curvatures.

LIST OF USED LITERATURE:

1. Andrei Moroianu. Lectures on Kähler geometry volume 69 of London Mathematical Society Student Texts. Cambridge University Press, Cambridge, 2007.
2. E. Cattani. Introduction to Kähler manifolds. University of Massachusetts at Amherst Amherst MA, 2010.
3. Maria Falcitelli, Stere Ianus, Anna Maria Pastore. RIEMANNIAN SUBMERSIONS AND RELATED TOPICS. World Scientific. 2004.

2-LOCAL DERIVATIONS ON MAXIMAL SOLVABLE LIE ALGEBRAS WHOSE NILRADICAL IS A FILIFORM LIE ALGEBRAS

Yusupov B. B.^{1,2}, Yusupov F.A.², Nurullayeva M.M.²

¹ V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences,
81, Mirzo Ulughbek street, 100170, Tashkent, Uzbekistan,
baxtiyor_yusupov_93@mail.ru;

² Department of Physics and Mathematics, Urgench State University, H. Alimdjani street, 14, Urgench
220100, Uzbekistan

Investigation of 2-local derivations on Lie algebras was initiated in paper in [1]. Sh.A. Ayupov and K.K. Kudaybergenov have proved that every 2-local derivation on semi-simple Lie algebras is a derivation and gave examples of nilpotent finite-dimensional Lie algebras with 2-local derivations which are not derivations. In [2] 2-local derivations and 2-automorphism of complex finite-dimensional simple Leibniz algebras are investigated, and it is proved that all 2-local derivations on a finite-dimensional complex simple Leibniz algebras are automatically derivations and it is shown that nilpotent Leibniz algebras admit 2-local derivations which are not derivations.

Definition 1. An algebra $(L, [-, -])$ over a field $\mathbb{F}$ is called Lie algebra if for any $x, y, z \in L$ the following identities

$$[x, [y, z]] + [y, [z, x]] + [z, [x, y]] = 0$$

$$[x, x] = 0$$

hold.

A derivation on a Leibniz algebra $\mathcal{L}$ is a linear map $D: \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$ which satisfies the Leibniz rule:

$$D([x, y]) = [D(x), y] + [x, D(y)] \quad \text{for any } x, y \in \mathcal{L}.$$

Definition 2. A map $\nabla: L \rightarrow L$ (not necessary linear) is called 2-local derivation if for any $x, y \in L$ there exists a derivation $D_{x,y} \in \text{Der}(L)$ such that

$$\nabla(x) = D_{x,y}(x), \quad \nabla(y) = D_{x,y}(y).$$

For an arbitrary Lie algebra L we define the *derived* and *central series* as follows:

$$L^{[1]} = L, \quad L^{[s+1]} = [L^{[s]}, L^{[s]}], \quad s \geq 1,$$

$$L^1 = L, \quad L^{k+1} = [L^k, L], \quad k \geq 1.$$

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

An n -dimensional Lie algebra L is called *solvable* (*nilpotent*) if there exists $s \in \mathbb{N}$ ($k \in \mathbb{N}$) such that $L^{[s]} = 0$ ($L^k = 0$). Such minimal number is called *index of solvability* (*nilpotency*).

The maximal nilpotent ideal of a Lie algebra is said to be the nilradical of the algebra.

An n -dimensional Lie algebra L is said to be *filiform* if $\dim L^i = n - i$, for $2 \leq i \leq n$.

It is well known that there are two types of naturally graded filiform Lie algebras. In fact, the second type will appear only in the case when the dimension of the algebra is even.

Any naturally graded filiform Lie algebra is isomorphic to one of the following non isomorphic algebras:

$$n_{n,1} : \{ [e_i, e_1] = -[e_1, e_i] = e_{i+1}, \quad 2 \leq i \leq n-1. \\ Q_{2n} : \begin{cases} [e_i, e_1] = -[e_1, e_i] = e_{i+1}, & 2 \leq i \leq 2n-2, \\ [e_i, e_{2n+1-i}] = -[e_{2n+1-i}, e_i] = (-1)^i e_{2n}, & 2 \leq i \leq n. \end{cases}$$

All solvable Lie algebras whose nilradical is the naturally graded filiform Lie algebra $n_{n,1}$ are classified in [4]. Further solvable Lie algebras whose nilradical is the naturally graded filiform Lie algebra Q_{2n} are classified in [3]. It is proved that the dimension of a solvable Lie algebra whose nilradical is isomorphic to an n -dimensional naturally graded filiform Lie algebra is not greater than $n+2$. Here we give the list of such solvable Lie algebras. We denote by $\mathfrak{s}_{n,2}$ solvable Lie algebras with nilradical $n_{n,1}$ and codimension two. Similarly, for the solvable Lie algebras with nilradical Q_{2n} we use notations $\tau_{2n,2}$:

$$\mathfrak{s}_{n,2} : \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 2 \leq i \leq n-1, \\ [e_1, x] = e_1, \\ [e_i, x] = (i-2)e_i, & 3 \leq i \leq n, \\ [e_i, y] = e_i, & 2 \leq i \leq n. \end{cases} \quad \tau_{2n,2} : \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 2 \leq i \leq 2n-2, \\ [e_i, e_{2n+1-i}] = (-1)^i e_{2n}, & 2 \leq i \leq n, \\ [e_i, x] = ie_i, & 1 \leq i \leq 2n-1, \\ [e_{2n}, x] = (2n+1)e_{2n}, \\ [e_i, y] = e_i, & 1 \leq i \leq 2n-1, \\ [e_{2n}, y] = -[y, e_{2n}] = 2e_{2n}. \end{cases}$$

The following theorem is the main result of this note.

Theorem 1. Let $\mathfrak{s}_{n,2}$ and $\tau_{2n,2}$ be solvable Lie algebras. Then any 2-local derivation of $\mathfrak{s}_{n,2}$ and $\tau_{2n,2}$ is a derivation.

REFERENCES

1. Ayupov Sh.A., Kudaybergenov K.K., Rakhimov I.S. 2-Local derivations on finite-dimensional Lie algebras // Linear Algebra and its Applications. 474 (2015), p. 1–11.
2. Ayupov Sh. A., Kudaybergenov K. K., Omirov B. A., Local and 2-local derivations and automorphisms on simple Leibniz algebras. // Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, 43, 2020, pp.2199–2234.
3. Ancochea Bermúdez J. M., Campoamor-Stursberg R., Garca Vergnolle L. Solvable Lie algebras with naturally graded nilradicals and their invariants, J. Phys. A, 39(6) (2006), 1339–1355.
4. Šnobl L. Winternitz P., A class of solvable Lie algebras and their Casimir invariants, Journal of Physics A, 38 (2005), 2687–2700.

LOCAL DERIVATIONS ON MAXIMAL SOLVABLE LIE ALGEBRAS WHOSE NILRADICAL IS A FILIFORM LIE ALGEBRAS

Yusupov B. B.^{1,2}, Nurullayeva M.M.²

¹ V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences,
81, Mirzo Ulughbek street, 100170, Tashkent, Uzbekistan,
baxtiyor_yusupov_93@mail.ru;

² Department of Physics and Mathematics, Urgench State University, H. Alimdjan street, 14, Urgench
220100, Uzbekistan

Investigation of local derivations on Lie algebras was initiated in paper in [1]. Sh.A.Ayupov and K.K.Kudaybergenov have proved that every local derivation on semi-simple Lie algebras is a derivation and

1-ШҮҮБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

gave examples of nilpotent finite-dimensional Lie algebras with local derivations which are not derivations. In [2] local derivations and automorphism of complex finite-dimensional simple Leibniz algebras are investigated, and it is proved that all local derivations on a finite-dimensional complex simple Leibniz algebras are automatically derivations and it is shown that filiform Leibniz algebras admit local derivations which are not derivations.

Definition 1. An algebra $(L, [-, -])$ over a field $\mathbb{F}$ is called Lie algebra if for any $x, y, z \in L$ the following identities

$$[x, [y, z]] + [y, [z, x]] + [z, [x, y]] = 0$$

$$[x, x] = 0$$

hold.

A derivation on a Leibniz algebra $\mathcal{L}$ is a linear map $D: \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$ which satisfies the Leibniz rule:

$$D([x, y]) = [D(x), y] + [x, D(y)] \quad \text{for any } x, y \in \mathcal{L}.$$

Definition 2. A linear operator Δ is called a local derivation if for any $x \in \mathcal{L}$, there exists a derivation $D_x: \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$ (depending on x) such that $\Delta(x) = D_x(x)$.

For an arbitrary Lie algebra L we define the *derived* and *central series* as follows:

$$L^{[1]} = L, \quad L^{[s+1]} = [L^{[s]}, L^{[s]}], \quad s \geq 1,$$

$$L^1 = L, \quad L^{k+1} = [L^k, L], \quad k \geq 1.$$

An n -dimensional Lie algebra L is called *solvable* (*nilpotent*) if there exists $s \in \mathbb{N}$ ($k \in \mathbb{N}$) such that $L^{[s]} = 0$ ($L^k = 0$). Such minimal number is called *index of solvability* (*nilpotency*).

The maximal nilpotent ideal of a Lie algebra is said to be the nilradical of the algebra.

An n -dimensional Lie algebra L is said to be *filiform* if $\dim L^i = n - i$, for $2 \leq i \leq n$.

It is well known that there are two types of naturally graded filiform Lie algebras. In fact, the second type will appear only in the case when the dimension of the algebra is even.

Any naturally graded filiform Lie algebra is isomorphic to one of the following non isomorphic algebras:

$$n_{n,1} : \{ [e_i, e_1] = -[e_1, e_i] = e_{i+1}, \quad 2 \leq i \leq n-1. \}$$

$$Q_{2n} : \begin{cases} [e_i, e_1] = -[e_1, e_i] = e_{i+1}, & 2 \leq i \leq 2n-2, \\ [e_i, e_{2n+1-i}] = -[e_{2n+1-i}, e_i] = (-1)^i e_{2n}, & 2 \leq i \leq n. \end{cases}$$

All solvable Lie algebras whose nilradical is the naturally graded filiform Lie algebra $n_{n,1}$ are classified in [4]. Further solvable Lie algebras whose nilradical is the naturally graded filiform Lie algebra Q_{2n} are classified in [3]. It is proved that the dimension of a solvable Lie algebra whose nilradical is isomorphic to an n -dimensional naturally graded filiform Lie algebra is not greater than $n+2$. Here we give the list of such solvable Lie algebras. We denote by $\mathfrak{s}_{n,2}$ solvable Lie algebras with nilradical $n_{n,1}$ and codimension two. Similarly, for the solvable Lie algebras with nilradical Q_{2n} we use notations $\tau_{2n,2}$:

$$\mathfrak{s}_{n,2} : \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 2 \leq i \leq n-1, \\ [e_1, x] = e_1, \\ [e_i, x] = (i-2)e_i, & 3 \leq i \leq n, \\ [e_i, y] = e_i, & 2 \leq i \leq n. \end{cases} \quad \tau_{2n,2} : \begin{cases} [e_i, e_1] = e_{i+1}, & 2 \leq i \leq 2n-2, \\ [e_i, e_{2n+1-i}] = (-1)^i e_{2n}, & 2 \leq i \leq n, \\ [e_i, x] = ie_i, & 1 \leq i \leq 2n-1, \\ [e_{2n}, x] = (2n+1)e_{2n}, \\ [e_i, y] = e_i, & 1 \leq i \leq 2n-1, \\ [e_{2n}, y] = -[y, e_{2n}] = 2e_{2n}. \end{cases}$$

The following theorem is the main result of this note.

Theorem 1. Let $\mathfrak{s}_{n,2}$ and $\tau_{2n,2}$ be solvable Lie algebras. Then any local derivation of $\mathfrak{s}_{n,2}$ and $\tau_{2n,2}$ is a derivation.

REFERENCES

1. Ayupov Sh.A., Kudaybergenov K.K., Local derivations on finite-dimensional Lie algebras. // Linear and Multilinear Algebra, 2016, Vol.493, p. 381–388.

1-ШЎБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

2. Ayupov Sh. A., Kudaybergenov K. K., Omirov B. A., Local and 2-local derivations and automorphisms on simple Leibniz algebras. // Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, 43, 2020, pp.2199–2234.

3. Ancochea Bermúdez J. M., Campoamor-Stursberg R., Garca Vergnolle L. *Solvable Lie algebras with naturally graded nilradicals and their invariants*, J. Phys. A, 39(6) (2006), 1339–1355.

4. Šnobl L. Winternitz P., *A class of solvable Lie algebras and their Casimir invariants*, Journal of Physics A, 38 (2005), 2687–2700.

МАТЕМАТИКА ВА ИНТЕГРАТСИЯ

Yusupova Yashnar Feruz qizi, NamDU o'qituvchisi
Dadajonova Zarnigor Abduvohid qizi, NamDU talabasi

Integratsiya asosida tashkillangan dars zamonaviy pedagogik texnologiyalarning yangiliklaridan biridir. Ushbu texnologiya maktab dasturidagi barcha fanlarni o'zaro birlashtiradi va bir qarashda mos kelmaydigan narsalarni bog'laydi. Integratsiyalashgan ta'limga murojaat qilish zarurati o'rta maktabda ishlash jarayonida aniqlangan bir qator ob'ektiv sabablarga bog'liq.

Integratsiya- bu bir-biridan ajralib turadigan qismlarga muayyan sohada umumlashtirilgan bilimlarning bir o'quv materialida birlashishi.

Darsda integratsiyadan foydalanishning afzalliklari:

- bolalarni o'rab turgan dunyoni xilma-xillik va birlikda o'rganadi va ko'pincha bu birlikning ayrim hodisalarini o'rganishga qaratilgan maktab siklining ob'ektlari butun hodisani tushunmaydi, uni tarqoq qismlarga aylantiradi.

- integral darslar o'quvchilarning salohiyatini rivojlantiradi, atrofdagi haqiqatni faol bilishga, sabab-ta'sir munosabatlarini tushunish va topishga, mantiq, fikrlash, muloqot qobiliyatlarini rivojlantirishga yordam beradi. Odatdagidan ko'ra ko'proq, ular nutqni rivojlantirishga, solishtirish, umumlashtirish, xulosa chiqarish qobiliyatini shakllantirishga yordam beradi.

- integratsiyalashgan darslarning o'tkazish shakli nostandart, qiziqarli.

- integratsiya o'z-o'zini anglash, o'z-o'zini ifodalash, o'qituvchining ijodkorligi uchun imkon beradi, o'quvchilarning qobiliyatlarini oshkor qilishga yordam beradi. Integratsiya-muayyan topilmalarni tasdiqlash yoki chuqurlashtiradigan yangi faktlarni topish manbai.

- integral darslar o'quvchiga o'zi yashayotgan dunyo, o'zaro yordam, moddiy va badiiy madaniyatning turli dunyosining mavjudligi haqida juda keng va yorqin tasavvur beradi.

Integratsiyalashgan darsning asosiy yo'nalishi hodisalar va ob'ektlarning o'zaro bog'liqligi haqidagi bilimlarni o'rganish emas, balki majoziy fikrlashning rivojlanishi bilan bog'liq. Integral darslar, shuningdek, talabalarining ijodiy faolligini majburiy rivojlantirishni nazarda tutadi. Bu barcha o'quv mavzularining mazmunini ishlatish, ilm-fan, madaniyat, san'atning turli sohalaridan ma'lumotlarni jalb qilish, atrofdagi hodisalar va voqealarga murojaat qilish imkonini beradi.

Matematika darslarini tarix, astronomiya, geografiya, iqtisod, musiqa, biologiya, fizika va boshqa o'quv fanlari bilan integratsiya qilish ko'plab muhim hodisalarni ko'rib chiqish, matematika darslarini hayot bilan bog'lash, atrofdagi dunyoning boyligi va murakkabligini ko'rsatish, bolalarga qiziqish, ijodiy energiya beradi. Bolalar nafaqat dunyoning o'z modelini yaratish, balki u bilan muloqot qilish usulini ishlab chiqish imkoniyatiga ega. Shuningdek, sub'ektlarning integratsiyasi bolalarni bilish yo'lidagi qiyinchiliklarni maqsadli yengish istagini tarbiyalashga imkon beradi. O'qituvchining yangi funksiyalari, asosan, har bir bosqichda rejaning paydo bo'lishidan tortib to to'liq amalga oshirilishiga qadar o'quv faoliyatining tuzilishini va ularning harakatlarini aniq ifodalash zarurati bilan belgilanadi. Shu munosabat bilan o'qituvchining uchta asosiy vazifasi mavjud:

- talabalarni mustaqil bilim faoliyatiga jalb qilish

- hissiy qo'llab - quvvatlashni ta'minlash, har bir talabaga individual baholash mezonlarini qo'llash asosida muvaffaqiyatli vaziyatni yaratish;

- olingan natijani, ham o'qituvchi, ham talabani tekshirish.

Integratsiyalashgan kurslarning maqsadlari-dunyodagi yaxlit va uyg'un tushuncha va in'ikosni shakllantirishdir. Ushbu maqsadga erishish uchun integratsiyalashgan kursning keng qamrovli dasturi yaratiladi, buning uchun tarkibni tanlash va uni loyihalash prinsipi juda muhimdir.

Boshqa mavzular bilan integratsiyalangan matematika saboqlari aniq qo'llaniladigan yo'nalishga ega va talabalarining shubhasiz bilimli qiziqishlariga sabab bo'ladi.

Shunday qilib, dastur va darsliklarda fizika, kimyo, geografiya kurslari matematikasi kuchaytiriladi. Vektor tushunchasi maqsadli ravishda qo'llaniladi va rivojlanadi. Misol uchun, fizikada mexanikani

1-ШҶЪБА. АЛГЕБРА, ФУНКЦИОНАЛ АНАЛИЗ, ГЕОМЕТРИЯ

o'rganishda birinchi kinematik qiymat tushunchasi – harakat va harakat vektori kiritilgandan so'ng – va vektorlar va ularning proeksiyalari ustidan harakatlarni assimilyatsiya qilish ikkinchi kinematik qiymatni shakllantirishga kirishadi – tezlik. To'g'ri chiziqli tekis harakatning tezligi vektor qiymati sifatida qaraladi va vaqtning koordinatalarini bir vaqtning o'zida o'zgartirishga teng, va tezlanish uchinchi kinematik miqdor-vektor miqdori va vaqtning o'zida tezlikni o'zgarishiga teng.

Matematik kontseptsiyalarga tayanish fizik, kimyoviy, biologik bilimlarning yangi jihatlarini ochib beradi, ayni paytda matematik bilimlar umumlashtirilgan ma'noga ega. Ular: "matematika – fan shohi", deyishadi matematika boshqa fanlarni o'rganish usullarini beradi. Fizika, kimyo, geografiya kurslarida matematik usullarni qo'llash o'quvchilarda umumlashtirilgan o'lchash-hisoblash, grafik qobiliyatlarni shakllantiradi. Bunga matematikaning istiqbolli o'zaro aloqalari yordam berishi mumkin, bu funksiyalarni, to'g'ridan-to'g'ri va teskari proporsional bog'liqliklarini, ularning grafikalarini va grafik xususiyatlarini, vektor miqdorlarini va boshqalarni qo'llashning mumkin bo'lgan sohalarini ko'rsatadi. Matematik tushunchalarni shakllantirishda boshqa mavzular bilan integratsiyani kuchaytirish kerak. Shunday qilib, "vektorlar" mavzusini o'rganishda geometriya kursida talabalar tomonidan Fizika kursida olingan ma'lumotlardan "kuch – vektor kattaligi", "to'g'ri chiziqli tekis harakatda ikkita kuchni qo'shish" masalalarini ko'rib chiqishda foydalanish tavsiya etiladi. Ba'zi mavzularni o'rganish "er yuzidagi masofani o'lchash", "yo'nalish va chizilgan masofalarning tasviri", "Polar tortirish usuli bilan er uchastkasining sxematik rejasini tuzish" mavzularida talabalar tomonidan olingan geografiya kursidan olingan ma'lumotlarga tayanishga imkon beradi. Bunday aloqalar yangi matematik tushunchalarni, teoremlarning dalillarini, shuningdek, geografik ahamiyatga ega bo'lgan o'lchov qobiliyatidagi matematik xatti-harakatlarni tushunishga yordam beradi.

Kimyo dasturlarida matematik usullarni qo'llab-quvvatlash kimyoviy jarayonlarning qonunlarini miqdoriy baholash, individual qonunlar va nazariyalarni mantiqiy asoslash imkonini beradi. Katta kognitiv qiymat, masalan, qaramlikni aks ettiruvchi grafikalar qurishdir: eritmaning ma'lum bir massa eritmasining eritmadagi konsentratsiyasi, hosil bo'lgan moddaning massasidan reaksiyaning termal ta'siri, moddalarning harorat sharoitlaridan oksidlanish to'liqligi, modda eritmasining konsentratsiyasidan ajralib chiqish darajasi va boshqalar. Bunday grafikalar o'quvchilarning grafika va ularning xususiyatlari haqidagi bilimlarini rivojlantirish va aniqlashtirish uchun muhimdir. Ular kimyoviy jarayonlarning miqdoriy bog'liqligini vizual va umumlashtirilgan shaklda ifodalaydi. Kimyo bo'yicha ko'plab muammolarni hal qilish nisbatlarni hal qilish, hisob-kitoblarni qisqartirish va to'g'ri hisoblash qobiliyatini, shuningdek raqamlarni yaxlitlashni talab qiladi. Shu bilan birga, talabalarning matematik va kimyoviy bilimlari va ko'nikmalarini umumlashtiradi.

Statistik naqshlarni o'rganishda o'quv dasturlari talabalarni biostatistika texnikasi bilan tanishtirish imkonini beradi. O'zgaruvchan belgining o'rtacha arifmetik qiymatini hisoblash, o'zgaruvchan qatorni qurish va variatsion qatorlar va boshqalar. Ular ehtimollik nazariyasi bilan tushuntiriladi va talabalarga turli xil turmush sharoitlari ta'siri ostida bir xil irsiy asosga ega bo'lgan organizmlarda yuzaga keladigan o'zgaruvchanlik qonunlarini ochib berishga imkon beradi. Turli xil tabiiy iqlimiy hududlarda ishlab chiqarilganda bir xil turdagi, bir xil jins yoki turdagi shaxslarning miqdoriy xususiyatlarini, shuningdek, sistematika, genetika, seleksiya, tibbiyotda Biostatistikadan foydalanishning ahamiyatini matematik ifodalash amaliy ahamiyatini ta'kidlash muhimdir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YHATI:

1. Орехова Алина Владимировна, “Интеграция математики с другими предметами”
2. Yusupova Y. “ Matematika fani vositasida nazariya va amaliyot birligiga erishish”
3. <https://repo.journalnx.com/index.php/nx/article/view/3671>

2-ШҶҶБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ SOS MODEL ON CAYLEY TREE: A NEW CLASSES OF GIBBS MEASURES

Abraev Bunyod

Chirchiq state pedagogical Institute of Tashkent region,

abrayev89@mail.ru

In this work, for the SOS model on Cayley trees we give a very wide class of new Gibbs measures.

In [2] for the Ising model on Cayley trees the existence of a very wide class of Gibbs measures is proved. It is also shown that these new measures are extreme under some conditions on the temperature.

Let $\Gamma^k = (V, L)$ be the uniform Cayley tree, where each vertex has $k+1$ neighbors with V being the set of vertices and L the set of edges (see [1]).

Let $\Phi := \{0, 1, 2, \dots, m\}$, $m \geq 1$, and the configuration $\sigma \in \Phi^V$, i.e., $\sigma = \{\sigma(x) \in \Phi : x \in V\}$.

The Hamiltonian of SOS model is defined by

$$H(\sigma) = -J \sum_{\langle x, y \rangle \in L} |\sigma(x) - \sigma(y)|, \quad (1)$$

where $J \in \mathbb{R}$ and $\langle x, y \rangle$ stands for nearest neighbor vertices.

Fix $x^0 \in V$. For $x, y \in V$ we will write $x < y$ if the path from x^0 to y passes through x . A vertex y is called a direct successor of x if $y > x$ and x, y are neighbors. Note that in Γ^k every vertex $x \neq x^0$ has k direct descendants, and x^0 has $k+1$ descendants.

Let $h : x \mapsto h_x = (h_{0,x}, h_{1,x}, \dots, h_{m,x}) \in \mathbb{R}^{m+1}$ be a vector function of $x \in V \setminus \{x^0\}$. Consider a probability distribution $\mu^{(n)}$ on Ω_{V_n} :

$$\mu^n(\sigma_n) = Z_n^{-1} \exp(-\beta H(\sigma_n) + \sum_{x \in W_n} h_{\sigma(x), x}), \quad (2)$$

where $\sigma_n \in \Omega_{V_n}$ and $Z_n = \sum_{\tilde{\sigma}_n \in \Omega_{V_n}} \exp(-\beta H(\tilde{\sigma}_n) + \sum_{x \in W_n} h_{\tilde{\sigma}(x), x})$.

A probability distribution $\mu^{(n)}$ is said to be compatible if for any $n \geq 1$ and $\sigma_{n-1} \in \Omega_{V_{n-1}}$, we have

$$\sum_{\omega_n \in \Omega_{W_n}} \mu^{(n)}(\sigma_{n-1} \vee \omega_n) = \mu^{(n-1)}(\sigma_{n-1}), \quad (3)$$

where $\sigma_{n-1} \vee \omega_n \in \Omega_{V_n}$.

In this case, there is a unique measure μ on Ω such that

$$\mu(\{\sigma_{V_n} = \sigma_n\}) = \mu^{(n)}(\sigma_n)$$

for all n and $\sigma_n \in \Omega_{V_n}$. Such a measure is called an SGM corresponding to the Hamiltonian H and to the function $x \mapsto h_x$, $x \neq x_0$. The following statement gives a condition on h_x guaranteeing that the distribution of $\mu^{(n)}(\sigma_n)$ is compatible.

Theorem 1. [3] *The probability distributions $\mu^{(n)}(\sigma_n)$, $n = 1, 2, \dots$ determined by the formula (2) are compatible iff for any $x \in V \setminus \{x^0\}$ the following equation holds,*

$$h_x^* = \sum_{y \in S(x)} F(h_y^*, m, \theta), \quad (4)$$

where $\theta = e^{J\beta}$, $\beta = \frac{1}{T}$. Here $h_x^* = (h_{0,x} - h_{m,x}, h_{1,x} - h_{m,x}, \dots, h_{m-1,x} - h_{m,x})$ and $F(\bullet, m, \theta) : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ is a vector function, i.e. $F(h, m, \theta) = (F_0((h, m, \theta)), \dots, F_{m-1}(h, m, \theta))$, $h = (h_0, h_1, \dots, h_{m-1})$, such that

$$F_i(h, m, \theta) = \ln \frac{\sum_{j=0}^{m-1} \theta^{i-j} e^{h_j} + \theta^{m-i}}{\sum_{j=0}^{m-1} \theta^{m-j} e^{h_j} + 1}, \quad i = 0, \dots, m-1. \quad (5)$$

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

The set of vertices of a Cayley tree of order k is denoted by V^k . For $x \in V$ by $S_{k_0}(x)$ we denote arbitrary k_0 vertices of the set $S(x)$. If on the vertex x we have $h_x = \bar{h}$, then to the vertex $S_a(x)$ we put the value $h_x = \bar{h}$, to the other vertices of $S_b(x)$ we put the value $h_x = \bar{l}$. If on the vertex x we have $h_x = \bar{l}$, then on the vertex $S_c(x)$ we put the value $h_x = \bar{h}$, on the remaining vertices of $S_s(x)$ we put $h_x = \bar{l}$. Note that $a + b = k$, $c + s = k$. Using this construction, for $\bar{h} = (0, h_2)$ and $\bar{l} = (0, l_2)$ due to Theorem 1 we have

$$\begin{cases} h_2 = af(h_2) + bf(l_2) \\ l_2 = cf(h_2) + sf(l_2) \end{cases} \quad (6)$$

where $f(x) = \ln \frac{\exp(x) + 2\theta}{\theta^2 + \theta \exp(x) + 1}$.

Let $b \neq 0$, $\varphi(x) = \frac{1}{b}((bc - as)f_\theta(x) + sx)$ and $\psi(x) = af_\theta(x) + bf_\theta\left(\frac{1}{b}((bc - as)f_\theta(x) + sx)\right)$.

Note that the function $\psi(x)$ is continuous and bounded. This implies that it has at least a fixed point, say, x^* .

Theorem 2. Let $b \neq 0$. If the condition $|\psi'(x^*)| > 1$ is satisfied, then for the SOS model there exist at least three Gibbs measures, which correspond to the solutions of the system of equation (6).

REFERENCES

- [1] U.A. Rozikov, *Gibbs Measures on Cayley Trees*, World Scientific, Singapore, 2013.
- [2] M.M. Rahmatullaev, U.A. Rozikov, Ising model on Cayley trees: a new class of Gibbs measures and their comparison with known ones. *J.Stat.Mech.* 2017, pp.2-15.
- [3] Rozikov U.A. Suhov Y.M. Gibbs measures for SOS model on a Cayley tree. *Inf.Dim.An.,Quant.Prob. and Related Topics.* 2006, V9, N3, 471-488.

TEKISLIKLARDA SILLIQ BO'LMAGAN ANALIZ

Amirova Dilnoza, Qurbonova Gulbahor

Milliy universitet 1-kurs magistrantlari

1. Klassik matematik analiz.

$z = [x, y]$ -barcha nuqtalar to'plami (x, y) haqiqiy sonlar.)-2 o'lchovli fazo (yoki 2 o'lchovli tekislik) deb ataladi va R^2 bilan belgilanadi. R^2 tekislikdagi nuqtalar vektorlar deb ham ataladi. R^2 da $f(x, y) = f(z)$ haqiqiy qiymatlar qabul qiluvchi funksiya berilgan bo'lsin. Klassik matematik tahlil differensiallanuvchi funksiyalar bilan shug'ullanadi.

Ta'rif: f funksiya $z_0 = [x, y]$ nuqtada differensiallanuvchi deyiladi, agar $A = (a_1, a_2)$ vektorni quyidagicha bo'laklash mumkin bo'lsa.

$$f(z) = f(x, y) = f(z_0) + (A, z - z_0) + o(\|z - z_0\|) \quad (1)$$

Bu yerda

$$\frac{o(\|z - z_0\|)}{\|z - z_0\|} \xrightarrow{\|z - z_0\| \rightarrow 0} 0 \quad (2)$$

(A, B) vektorlarning skalyar ko'paytmasi.

A va B ($A = [a_1, a_2]$ $B = [b_1, b_2]$) $(A, B) = a_1b_1 + a_2b_2$

$\|z\|$ - z vektorning yevklid normasi ($z = [x, y]$ bo'lsa $\|z\| = \sqrt{x^2 + y^2}$)

Agar (1) tenglik o'rinli bo'lsa u holda

$$a_1 = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \alpha, y_0) - f(x_0, y_0)}{\alpha} \equiv f'_x(x_0, y_0) \quad (3)$$

$$a_2 = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{f(x_0, y_0 + \alpha) - f(x_0, y_0)}{\alpha} \equiv f'_y(x_0, y_0) \quad (4)$$

a_1 - f funksiyaning z_0 nuqtadagi x bo'yicha xususiy hosilasi

a_2 - f funksiyaning z_0 nuqtadagi y bo'yicha xususiy hosilasi

Shunday qilib, agar f funksiya z_0 nuqtada differensiallanuvchi bo'lsa u holda x va y o'zgaruvchilar har biri bo'yicha differensiallanuvchi. Xususiy hosilalarning mavjudligi bilan biz funksiyaning deya olmaymiz $A =$

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

$[f'_x(x_0, y_0), f'_y(x_0, y_0)]$ funksiyaning z_0 nuqtasidagi *gradienti* deyiladi va $f'_z(z_0)$ yoki $f'(z_0)$ kabi belgilanadi.

Agar $g = [g_1, g_2] \in R^2$ bo'lsin. f funksiya z_0 nuqtada *g* yo'nalish bo'yicha differensiallanuvchi deyiladi, agar chekli limit mavjud bo'lsa

$$f'(z_0, g) = \lim_{\alpha \downarrow 0} \frac{f(z_0 + \alpha g) - f(z_0)}{\alpha} = \lim_{\alpha \downarrow 0} \frac{f(x_0 + \alpha g_1, y_0 + \alpha g_2) - f(x_0, y_0)}{\alpha}$$

$\alpha \downarrow 0$ Bu yerda $\alpha > 0$ va $\alpha \rightarrow 0$ ma'nosini beradi. $f'(z_0, g)$ f funksiyaning z_0 nuqtadagi g yo'nalish bo'yicha hosilasi deyiladi.

$S_1 = \{g \in R^2 \mid \|g\| = 1\}$ bo'lsin bu birlik aylana. Funksiya barcha yo'nalishlarda differensiallanuvchi bo'lsin. $g_0 \in S_1$ yo'nalish f funksiyaning z_0 nuqtada *eng tik tushish yo'nalishi* deb ataladi va

$$f'(z_0, g_0) = \min_{\|g\|=1} f'(z_0, g)$$

Xuddi shunday $g_0 \in S_1$ yo'nalish f funksiyaning z_0 nuqtada *eng tik ko'tarilish yo'nalishi* deb ataladi va

$$f'(z_0, g_0) = \max_{\|g\|=1} f'(z_0, g)$$

Endi faqat gradient yordami hal qilinadigan ba'zi muammolarni ko'rib chiqamiz

1. f funksiyaning z_0 nuqtada ixtiyoriy g yo'nalish bo'yicha hosilasini topish

$$f'(z_0, g) = (f'(z_0), g); \quad (6)$$

2. f funksiyaning z_0 nuqtada yaqinlashishini ko'rsatish

$$f(z) = f(z_0) + (f'(z_0), z - z_0) + o(\|z - z_0\|); \quad (7)$$

3. Minimum va maksimal uchun shartlarni tuzish: f funksiya z^* nuqtada minimal qiymatiga yetishi uchun quyidagilar zarur

$$f(z^*) = [0, 0] = 0_2 \quad (8)$$

f funksiya z^{**} nuqtada maksimal qiymatiga yetishi uchun quyidagilar zarur.

$$f(z^{**}) = 0_2 \quad (9)$$

Bu yerda $0_2 = [0, 0]$ e'tibor bersak, maksimal va minimal uchun zaruriy shartlar mos keladi.

(8) va (9) shartlar maksimal va minimal nuqtada funksiyaning xususiy hosilalari nolga teng bo'ladi. Agar z_0 nuqtada $f'(z_0) = 0_2$ bo'lsa u holda z_0 nuqtada f funksiyaning statsional nuqtasi deyiladi.

4. Agar z_0 statsional nuqta bo'lmasa (ya'ni $f'(z_0) \neq 0$) u holda eng keskin tushish va ko'tarilish yo'nalishlarini topish mumkin;

$$g_0 = -\frac{f'(z_0)}{\|f'(z_0)\|} \quad g^0 = \frac{f'(z_0)}{\|f'(z_0)\|}$$

Bu yerda e'tibor bersak eng keskin tushish yo'nalishi eng tez ko'tarilish yo'nalishiga qarama qarshi bo'lib ko'tarilish deyiladi $g_0 = -g^0$ Shunday qilib eng tik tushishning yagona yo'nalishi va eng tik ko'tarilishning yagona yo'nalishi mavjud. Ushbu yo'nalishlardan foydalanib minimum va maksimum topishning raqamli usullarini qurish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Demyanov V.F. Umumlashgan silliq bo'lmagan analiz // Soros Educational Journal .1996. №5. C.121-127
2. Demyanov V.F., Malozemov V.N. Minimum va maksimum bilan tanishish M.: Nauka, 1972. 368b
3. Rokafellar R. Qavariq Analiz. M.: Mir, 1973. 472 b
4. Pshenichniy B.N. Qavariq analiz va ekstremal muammolar. M.: Nauka, 1980. 320 b

ЛЕММА ШВАРЦА ДЛЯ ГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Ахмадгуллаева Дилафруз Обиджон кизи

dilafruzalimova42@gmail.com

Национальный Университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека

Теорема. (классическая лемма Шварца для единичного круга). Предположим, что $f: D \rightarrow D$ — аналитическое отображение $\{D: |z| < 1\}$ и $f(0) = 0$. Классическая лемма Шварца утверждает: $|f(z)| \leq |z|$ и $|f'(0)| \leq 1$.

Приведём лемму Шварца для гармонических функций.

Пусть $S = S_0 = \{w: |Re w| < 1\}$ и $S_1 = \{w: |Re w| < \pi/4\}$. tg отображает S_1 на D . Пусть $B(w) = \frac{\pi}{4}w$ и $f_0 = tg(\frac{\pi}{4}w)$. Затем f_0 отображает S_0 на D .

2-ШҶҶБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

Пусть $r < 1$, $A_0(z) = \frac{1+z}{1-z}$, и $\varphi = i \frac{2}{\pi} \ln A_0$, т.е. $\varphi = \varphi_0 \circ A_0$, где $\varphi_0 = i \frac{2}{\pi} \ln$. Пусть $\hat{\varphi}$ определено как $\hat{\varphi}(z) = -\varphi(iz)$. Напомним, что $\hat{\varphi} = \frac{4}{\pi} \operatorname{arctg}$ это обратное значение f_0 . Следовательно $\hat{\varphi}'(0) = \frac{4}{\pi}$ и если f – конформное отображение D на $\mathbb{S}_0$ и $f(0) = 0$, тогда $|f'(0)| = \frac{4}{\pi}$.

По принципу подчинения,

(II) Если f – аналитическое отображение D на $\mathbb{S}_0$ и $f(0) = 0$, тогда $|f'(0)| \leq \frac{4}{\pi}$.

Аналогия классической леммы Шварца для гармонических отображений.

Лемма ([4]). Пусть $h: D \rightarrow \mathbb{S}_0$ гармоническое отображение и $h(0) = 0$. Тогда $Re h(z) \leq \frac{4}{\pi} \tan^{-1}|z|$ и это неравенство будет точным для каждой точки $z \in D$.

Пример. Пусть $f_a(z) = Re \hat{\varphi}(z) + ia u$ и $g_a(z) = Re \hat{\varphi}(z) + ia Im \hat{\varphi}(z)$. Для $a \in \mathbb{R}$, f_a и g_a являются гармоническими отображениями D на $\mathbb{S}_0$ и $f_a(0) = g_a(0) = 0$. Поскольку $|f'_a(0)| \geq |a|$ и $L_{g_a}(0) = |a| \frac{4}{\pi}$, нет разумной оценки искажения гармонических функций, отображающих единичный круг в полосу.

Интересно отметить, что лемма показывает, что мы можем контролировать рост действительной части гармонического отображения, которое отображает D на $\mathbb{S}_0$ и сохраняет фиксированное начало координат.

Пусть λ_0 - гиперболическая плотность на $\mathbb{S}_0$. Тогда

$$\lambda_0(w) = \operatorname{Hyp}_{\mathbb{S}_0}(z) = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\cos(\frac{\pi}{2}u)}.$$

Если F – голоморфное отображение из D в $\mathbb{S}_0$, то по лемме Альфорса-Шварца

$$\lambda_0(F(z))|F'(z)| \leq 2(1 - |z|^2)^{-1}, \quad z \in D.$$

Используя то, что $1 - \cos(\frac{\pi}{2}x) = 2 \sin^2(\frac{\pi}{4}x)$ и неравенство $\frac{4}{\pi}t \leq \sqrt{2} \sin t$, $0 \leq t \leq \frac{4}{\pi}$, докажем что $\cos(\frac{\pi}{2}x) \leq 1 - x^2$, $|x| \leq 1$, и поэтому мы получаем $(A1) \frac{\pi}{2}(1 - u^2)^{-1} \leq \lambda_0(w)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Шабат Б.В.** Введение в комплексный анализ, Москва. 1969.
2. **Tishabaev Zh.K., Otayboyev T.U., Khursanov Sh.Y.**, Residues and argument principle for $A(z)$ –analytic functions // Journal of mathematical sciences. 2020, Vol 245. No.3. pp. 350-358
3. **Khursanov Sh.Y.**, Geometric properties of A –harmonic functions. // Bulletin of NUUZ: Mathematics and Natural Sciences. 2020, Vol.3: Iss.
4. **M.Matelyevich**, Schwarz lemma and Kobayashi metrics for holomorphic and pluriharmonic functions. arXiv:1704.06720v1 [math.CV] 21 Apr 2017

TRANSLATION-INVARIANT GIBBS MEASURES FOR POTTS MODEL WITH COUNTABLE SET OF SPIN VALUES ON THE CAYLEY TREE

G.I.Botirov, Z.E.Mustafojeva

Institute of Mathematics

In this talk we consider of an infinite system of functional equations for the Potts model with competing interactions of radius $r = 2$ and countable spin values $0, 1, \dots$ on a Cayley tree of order two. We describe conditions on h_x guaranteeing compatibility of distributions $\mu^{(n)}(\sigma_n)$. Also we give a description of the class of measures ν on Φ .

Let $\Gamma^k = (V, L)$ be a Cayley tree of order $k \geq 1$. We consider a Potts model with competing nearest-neighbor and prolonged next-nearest-neighbor interactions on a Cayley tree where the spin takes values in the set $\Phi := \{0, 1, 2, \dots\}$. A configuration σ on V is then defined as a function $x \in V \rightarrow \sigma(x) \in \Phi$; the set of all configurations is Φ^V .

The Hamiltonian of the Potts model with competing interactions has the form

$$H(\sigma) = -J \sum_{x,y \in V} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} - J_1 \sum_{x,y \in V} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} \quad (1)$$

where $J, J_1 \in \mathbb{R}$ are coupling constants and δ is the Kronecker's symbol. As usually, $\langle x, y \rangle$ stands for nearest neighbor vertices.

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

The vertices x and y are called *next-nearest-neighbor* (NNN) which is denoted by $> x, y <$, if there exists a vertex $z \in V$ such that x, z and y, z are nearest-neighbor. We consider $\text{NNN} > x, y <$, for which there exist n such that $x \in W_n$ and $y \in W_{n+2}$, this kind of NNN is considered with the three states Potts model.

For $A \subset V$ denote by Φ^A the configuration space on A . Let $h: x \mapsto h_x = (h_{0,x}, h_{1,x}, \dots) \in R^\infty$ be a real sequence-valued function of $x \in V \setminus \{x^0\}$.

Fix a probability measure $\nu = \{\nu(i) > 0, i \in \Phi\}$.

Given $n = 1, 2, \dots$ consider the probability distribution μ_n on Φ^{V_n} defined by

$$\mu^{(n)}(\sigma_n) = Z_n^{-1} \exp(-\beta H(\sigma_n) + \sum_{x \in W_n} h_{\sigma(x), x}) \prod_{x \in V_n} \nu(\sigma(x)). \quad (2)$$

Here, $\sigma_n: x \in V_n \mapsto \sigma(x)$ and Z_n is the corresponding partition function:

$$Z_n = \sum_{\tilde{\sigma}_n \in \Phi^{V_n}} \exp(-\beta H(\tilde{\sigma}_n) + \sum_{x \in W_n} h_{\tilde{\sigma}(x), x}) \prod_{x \in V_n} \nu(\tilde{\sigma}(x)).$$

Theorem 1. Probability distributions $\mu^{(n)}(\sigma_n)$, $n = 1, 2, \dots$, in (2), for a Cayley tree of order two, are compatible iff for any $x \in V \setminus \{x^0\}$ the following equation holds:

$$h_{i,x}^* = F_i(h_y^*, h_z^*, \beta, J), i = 1, 2, \dots, \quad (3)$$

where $S(x) = \{y, z\}$, $h_x^* = (h_{1,x} - h_{0,x} + \ln \frac{\nu(1)}{\nu(0)}, h_{2,x} - h_{0,x} + \ln \frac{\nu(2)}{\nu(0)}, \dots)$ and

$$F_i(h_y^*, h_z^*, \beta, J) = \ln \frac{1 + \sum_{p,q=0}^{\infty} \exp\{\beta J(\delta_{ip} + \delta_{iq}) + J_1 \beta \delta_{pq} + h_{p,y}^* + h_{q,z}^*\}}{1 + \sum_{p,q=0}^{\infty} \exp\{\beta J(\delta_{0p} + \delta_{0q}) + J_1 \beta \delta_{pq} + h_{p,y}^* + h_{q,z}^*\}}.$$

Let, $h_x = h = (h_1, h_2, \dots)$ for any $x \in V$. Now, we will rewrite (3) following form:

$$h_i = \ln \frac{\nu(i)}{\nu(0)} + \ln \frac{1 + \sum_{p,q=0}^{\infty} \exp\{\beta J(\delta_{ip} + \delta_{iq}) + J_1 \beta \delta_{pq} + h_p^* + h_q^*\}}{1 + \sum_{p,q=0}^{\infty} \exp\{\beta J(\delta_{0p} + \delta_{0q}) + J_1 \beta \delta_{pq} + h_p^* + h_q^*\}}.$$

From following determine $u_i = \exp(h_i)$, $i = 1, 2, \dots$ we have

$$u_i = \frac{\nu(i)}{\nu(0)} \cdot \frac{1 + \sum_{p,q=0}^{\infty} \exp\{\beta J(\delta_{ip} + \delta_{iq}) + J_1 \beta \delta_{pq}\} u_p u_q}{1 + \sum_{p,q=0}^{\infty} \exp\{\beta J(\delta_{0p} + \delta_{0q}) + J_1 \beta \delta_{pq}\} u_p u_q}, i \in N. \quad (4)$$

We describe solutions of (4) such that $u_i = a^i$ for some $a \in (0, 1)$ and the corresponding measure ν . In this case $\sum_{i=1}^{\infty} u_i = A = \frac{a}{1-a}$. From (4) we have

$$\nu(i) \equiv \nu(i, a) = \nu(0) a^i \cdot \frac{1 + \sum_{p,q=0}^{\infty} e^{\beta J(\delta_{0p} + \delta_{0q}) + J_1 \beta \delta_{pq}} a^{p+q}}{1 + \sum_{p,q=0}^{\infty} e^{\beta J(\delta_{ip} + \delta_{iq}) + J_1 \beta \delta_{pq}} a^{p+q}}.$$

Theorem 2. If $\theta_1 \theta + \theta_1 - 2 = 0$ (resp. $\theta = 1$) then for any $a \in (0, 1)$ or $a \in (0; a^*)$ (resp. $a \in (0; a^{**})$) and $\nu(i) \equiv \nu(i, a)$ there exists unique translation-invariant Gibbs measure μ_a which corresponds to solution $\{u_i = a^i\}$ of (4), where $\theta = \exp(J\beta)$, $\theta_1 = \exp(J_1 \beta)$ and

$$a^* = \frac{(-107\theta^3 - 201\theta^2 - 105\theta - 19 + 3\sqrt{3}\sqrt{43\theta^4 + 136\theta^3 + 146\theta^2 + 64\theta + 11}(3\theta + 1))^{\frac{1}{3}}}{9\theta + 3} + \frac{\theta - 1}{9\theta + 3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{(3\theta + 1) \cdot (-107\theta^3 - 201\theta^2 - 105\theta - 19 + 3\sqrt{3}\sqrt{43\theta^4 + 136\theta^3 + 146\theta^2 + 64\theta + 11}(3\theta + 1))^{\frac{1}{3}}},$$

$$a^{**} = \frac{(\theta_1^3 + 6\theta_1^2 - 60\theta_1 + 107 + 3\sqrt{3}\sqrt{\theta_1^5 - 7\theta_1^4 - 3\theta_1^3 + 142\theta_1^2 - 420\theta_1 + 387})^{\frac{1}{3}}}{9\theta_1 - 3} + \frac{\theta - 1}{9\theta_1 - 3} + \frac{\theta_1^2 - 5\theta_1 + 10}{(9\theta_1 - 3)(\theta_1^3 + 6\theta_1^2 - 60\theta_1 + 107 + 3\sqrt{3}\sqrt{\theta_1^5 - 7\theta_1^4 - 3\theta_1^3 + 142\theta_1^2 - 420\theta_1 + 387})^{\frac{1}{3}}};$$

If $\theta_1 = 1$ then for any $a \in (0, 1)$, $\theta > 1$ (resp. $\theta < 1$) and $\nu(i) \equiv \nu(i, a)$ there exists unique translation-invariant Gibbs measure μ_a ;

If $\theta \leq 1$ and $\theta_1 \geq 2$ then for any $a \in (0, 1)$ and $\nu(i) \equiv \nu(i, a)$ there exists unique translation-invariant Gibbs measure μ_a .

REFERENCES

1. Ganikhodjayev N., The Potts model on Z^d with countable set of spin values// J.Math.Phys., 2004, 45, pp.1121-1127.
2. Ganikhodjayev N., Rozikov U., The Potts model with countable set of spin values on a Cayley tree//Letters in Math.Phys., 2006, 75, pp.99-109.
3. Rozikov U.A., Gibbs measus on Cayley trees/World Scientific, 2013, 384 p.

2-ШЎБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

COORDINATE CONSTANT TRANSLATION – INVARIANT GRADIENT GIBBS MEASURE FOR FISHER MODEL ON A CAYLEY TREE

G.I.Botirov, M.A.Nazirov

Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan.

In this paper, we consider Fisher model (information) on Cayley tree of $k \geq 2$ (see [1]).

The Cayley tree Γ^k of order $k \geq 1$ is an infinite tree, i.e., a graph without cycles, such that exactly $k + 1$ edges originate from each vertex. Let $\Gamma^k = (V, L)$ where V is the set of vertices and L is a symmetric subset of $V \times V$, called the edge set. The word "symmetric" means that $(x, y) \in L$ iff $(y, x) \in L$. Here, x and y are called the endpoints of the edge $\langle x, y \rangle$. Two vertices x and y are called nearest neighbors if there exists an edge $l \in L$ connecting them and we denote $l = \langle x, y \rangle$ (see [3]).

For any height configuration $\sigma = (\sigma(x))_{x \in V} \in \mathbb{Z}^V$ and $b = \langle x, y \rangle \in \vec{L}$ the height difference along the edge b is given by $\nabla \sigma_b = \sigma_y - \sigma_x$ and we also call $\nabla \sigma$ the gradient field of σ . The gradient spin variables are now defined by $\eta_{\langle x, y \rangle} = \sigma_y - \sigma_x$ for each $\langle x, y \rangle \in \vec{L}$. Let us denote the space of gradient configurations by $\Omega^\nabla = \mathbb{Z}^{\vec{L}}$ (see [2]).

We consider Fisher information as a model (see [1]).

$$H(\sigma) = \sum_{\langle x, y \rangle} \omega_{\sigma(x)\sigma(y)} \cdot (\ln \sigma(x) - \ln \sigma(y))^2 \cdot \frac{\sigma(x) + \sigma(y)}{2}, \sigma(x), \sigma(y) \in \mathbb{N}, \quad (1)$$

where $\omega_{\sigma(x)\sigma(y)}$ – the weight of edge $\langle x, y \rangle \in L$.

From [2] we get normalisable the boundary law equation

$$z_i = \left(\frac{e^{-\beta \omega_{11}(\ln i)^2 \cdot \frac{i+1}{2}} \cdot z_1 + \sum_{j \in \mathbb{N} \setminus \{1\}} \exp\{-\beta \omega_{ij}(\ln i - \ln j)^2 \cdot \frac{i+j}{2}\} \cdot z_j}{z_1 + \sum_{j \in \mathbb{N} \setminus \{1\}} \exp\{-\beta \omega_{1j}(\ln j)^2 \cdot \frac{1+j}{2}\} \cdot z_j} \right)^k. \quad (2)$$

We set

$$u_i = \frac{z_i}{z_1}, \quad \theta_i = e^{-\beta \omega_{11}(\ln i)^2 \cdot \frac{i+1}{2}}, \quad \theta_{ij} = \exp\{-\beta \omega_{ij}(\ln i - \ln j)^2 \cdot \frac{i+j}{2}\}, \quad \theta_{1j} = \exp\{-\beta \omega_{1j}(\ln j)^2 \cdot \frac{1+j}{2}\}.$$

From (2), we obtain

$$u_i = \left(\frac{\theta_i + \sum_{j \in \mathbb{N} \setminus \{1\}} \theta_{ij} \cdot u_j}{1 + \sum_{j \in \mathbb{N} \setminus \{1\}} \theta_{1j} \cdot u_j} \right)^k. \quad (3)$$

Assume $u_j = u$, $\theta_i = \theta$, $\sum_{j=2}^{\infty} \theta_{ij} = \begin{cases} B, & i \neq 1, \\ A, & i = 1. \end{cases}$ Then from (3) it is easy to become following

equation

$$a \cdot x = \left(\frac{1+x}{b+x} \right)^k, \quad (4)$$

where

$$a = \frac{A^k \cdot \theta}{B^{k+1}}, \quad b = \frac{B}{\theta A}. \quad (5)$$

Lemma 1. Equation (4) with $x > 0$, $k \geq 1$, $a, b \geq 0$ has a unique solutions if either $k = 1$ or $b \leq \left(\frac{k+1}{k-1}\right)^2$. If $k > 1$ and $b > \left(\frac{k+1}{k-1}\right)^2$ then there exists $v_1(b, k)$, $v_2(b, k)$, with $0 < v_1(b, k) < v_2(b, k)$, such that the equation has three solutions if $v_1(b, k) < a < v_2(b, k)$ and has two either $a = v_1(b, k)$ or $a = v_2(b, k)$. In fact:

$$v_1(b, k) = \frac{1}{x_1} \left(\frac{1+x_1}{b+x_1} \right)^k,$$

where x_1, x_2 are the solutions of

$$x^2 + [2 - (b-1)(k-1)]x + b = 0.$$

The translation-invariant Gradient Gibbs measure corresponding to $u_j = u, \forall j \in \mathbb{Z}_0$ is called a coordinate constant translation-invariant Gradient Gibbs measure (CCTIGGM).

Theorem 2. For the Fisher information model the following assertion hold

- 1) if $k \geq 1, b \leq \left(\frac{k+1}{k-1}\right)^2$ then there is a unique CCTIGGM;
- 2) if $k \geq 2, b \geq \left(\frac{k+1}{k-1}\right)^2$ and $a = v_1(b, k)$ or $a = v_2(b, k)$ then there are two CCTIGGM;
- 3) if $k \geq 2, b \geq \left(\frac{k+1}{k-1}\right)^2$ and $v_1(b, k) < a < v_2(b, k)$ then there are three CCTIGGM, where parameters a, b, v_1, v_2 are defined in (5) and Lemma1.

REFERENCES

- [1] Alexander Ly, Maarten Marsman, Josine Verhagen, Raoul P.P.P. Grasman, Eric-Jan Wagenmakers, "A Tutorial on Fisher information". Journal of Mathematical Psychology Volume 80, October 2017, Pages 40-55
- [2] Florian Henning, Christof Kulske, Arnaud Le Ny, Utkir A.Rozikov.: "Gradient Gibbs measures for the SOS model with countable values on a Cayley tree." Electron. J. Probab. 24 1 - 23, 2019. <https://doi.org/10.1214/19-EJP364>
- [3] Rozikov, U.: Gibbs measures of Potts model on Cayley trees// World Scientific 2013, 384pp.

О СЛАБО ПЕРИОДИЧЕСКИХ ГИББСОВСКИХ МЕР ДЛЯ ОДНОЙ МОДЕЛИ

Ж.Д. Дехконов

Андижанский государственный университет, Андижан, Узбекистан, dehqonovjasur@bk.ru

Пусть $\tau^k = (V, L), k \geq 1$ есть дерево Кэли порядка k , т.е. бесконечное дерево, из каждой вершины которого выходит равно $k+1$ ребер, где V - множество вершин, L - множество ребер τ^k .

Известно, что τ^k можно представить как G_k - свободное произведение $k+1$ циклических групп второго порядка.

Для произвольной точки $x^0 \in V$ положим $W_n = \{x \in V \mid d(x^0, x) = n\}$, $V_n = \bigcup_{m=0}^n W_m$, $L_n = \{< x, y > \in L \mid x, y \in V_n\}$, где $d(x, y)$ - расстояние между x и y на дереве Кэли, т.е. число ребер пути, соединяющее x и y .

Пусть $\Phi = \{-1, 1\}$ и $\sigma \in \Omega = \Phi^V$ конфигурация, то есть $\sigma = \{\sigma(x) \in \Phi : x \in V\}$.

Рассмотрим гамильтониан модели Изинга

$$H(\sigma) = -J \sum_{<x,y> \in L} \sigma(x)\sigma(y), \quad (1)$$

где $J \in \mathbb{R}, <x, y>$ - ближайшие соседи.

Известно [1], что каждой меры Гиббса модели Изинга соответствует совокупность величин $h = \{h_x, x \in G_k\}$ удовлетворяющие

$$h_x = \sum_{y \in S(x)} f(h_y, \theta), \quad (2)$$

где $S(x)$ - множество "прямых потомков" точки $x \in V$ и $f(x, \theta) = \text{arcth}(\theta h_x)$,

$$\theta = th(J\beta), \quad \beta = \frac{1}{T}, T > 0 \text{ температура (см.[1]-[5])}.$$

В работах [3]-[5] доказано, что на дереве Кэли порядка два относительно нормального делителя индекса два не существует слабо-периодическая мера Гиббса. В этой работе доказано, что относительно нормального делителя индекса четыре доказывається существование новых слабо-периодических мер Гиббса на дереве Кэли порядка два.

Пусть $G_k/\bar{G}_k = \{H_1, \dots, H_r\}$ - фактор группа, где $\bar{G}_k$ - нормальный делитель индекса $r \geq 1$.

Определение 1. Совокупность величин $h = \{h_x, x \in G_k\}$ называется $\bar{G}_k$ -периодической, если $h_{yx} = h_x$ для $\forall x \in G_k, y \in \bar{G}_k$. G_k -периодическая мера называется трансляционно – инвариантной.

2-ШҮҮБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

Для $x \in G_k$ обозначим через $x_\downarrow = \{y \in G_k : \langle x, y \rangle \in S(x)\}$.

Определение 2. Совокупность величин $h = \{h_x, x \in G_k\}$ называется $\overline{G}_k$ - слабо периодической, если $h_x = h_{x_j}$, при $x \in H_i, x_\downarrow \in H_j$ для $\forall x \in G_k$.

Определение 3. Мера μ называется $\overline{G}_k$ -(слабо) периодической, если она соответствует $\overline{G}_k$ - (слабо) периодической совокупности величин h .

Пусть $A \subset \{1, 2, \dots, k+1\}$ и $H_A = \{x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{четно}\}$, где $w_x(a_i)$ – число буквы a_i в слове $x \in G_k$, $G_k^{(2)} = \{x \in G_k : |x| - \text{четно}\}$ и $G_k^{(4)} = H_A \cap G_k^{(2)}$ - соответствующий ему нормальный делитель индекса 4.

Рассмотрим фактор группу $G_k/G_k^{(4)} = \{H_0, H_1, H_2, H_3\}$, где
 $H_0 = \{x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{четно}, |x| - \text{четно}\}$, $H_1 = \{x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{нечетно}, |x| - \text{четно}\}$,
 $H_2 = \{x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{четно}, |x| - \text{нечетно}\}$, $H_3 = \{x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{нечетно}, |x| - \text{нечетно}\}$.

Для $G_k^{(4)}$ -слабо периодическая мер Гиббса при некоторых условиях с помощью (2) получено следующие система уравнения

$$\begin{cases} h_1 = (k-1)f(h_2, \theta) + f(kf(h_7, \theta), \theta) \\ h_2 = (k-1)f(h_1, \theta) + f(kf(h_8, \theta), \theta) \\ h_7 = (k-1)f(h_8, \theta) + f(kf(h_1, \theta), \theta) \\ h_8 = (k-1)f(h_7, \theta) + f(kf(h_2, \theta), \theta) \end{cases} \quad (3)$$

где $f(h, \theta) = \frac{1}{2} \ln \frac{(1+\theta)e^h + (1-\theta)}{(1-\theta)e^h + (1+\theta)}$.

Рассмотрим отображение $W : R^4 \rightarrow R^4$ определяется правой частью (3).

Лемма. Отображение W имеет следующие инвариантные множества

$$I_1 = \{h \in R^4 : h_1 = h_7 = -h_2 = -h_8\}, \quad I_2 = \{h \in R^4 : h_1 = h_7; \quad h_2 = h_8\}$$

Анализируем систему (3) на инвариантных множествах I_j , $j=1, 2$ доказано следующая.

Теорема. Пусть $k=2$. Тогда при $\alpha \leq 3$ не существует $G_k^{(4)}$ -слабо периодические (не трансляционно-инвариантные) меры Гиббса; при $\alpha > 3$, тогда существует не менее четырёх $G_k^{(4)}$ -слабо периодические (не трансляционно-инвариантные) меры Гиббса для модели Изинга.

Замечание: Отметим, что для модели Изинга при условиях теоремы могут существовать и другие слабо периодические меры Гиббса.

ЛИТЕРАТУРА

1. U.A.Rozikov *Gibbs measures on Cayley trees* (World Scientific, 2013).
2. П.М.Блехер, Н.Н.Ганиходжаев *ТВП*, 35:2 (1990), 220-230.
3. М.М.Рахматуллаев *Известия вузов. Математика*. 11, (2015), 54-63.
4. М.М.Рахматуллаев *ТМФ*, 183:3 (2015), 434-440.
5. М.М.Рахматуллаев, Ж.Д.Дехконов *ТМФ*, 206:2 (2021), 210-224.

СЛАБО ПЕРИОДИЧЕСКОЙ МЕРЫ ГИББСА ДЛЯ МОДЕЛИ ПОТТСА ОТНОСИТЕЛЬНО ПОРЯДКА ДЕЛИТЕЛЯ ИНДЕКСА ЧЕТЫРЕ

Ж.К. Дехконова

Наманганский государственный университет, магистрант

Дерево Кэли T^k порядка $k \geq 1$ – бесконечное дерево, т.е. граф без циклов, из каждой вершины которого выходит ровно $k+1$ ребер. Пусть $T^k = (V, L, i)$, где V – есть множество вершин T^k , L – его множество ребер, и i – функция инцидентности, сопоставляющая каждому ребру $l \in L$ его

2-ШҮҮБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

концевые точки $x, y \in V$. Если $i(l) = \{x, y\}$, то x и y называются *ближайшими соседями вершин* и обозначается $l = \langle x, y \rangle$.

Расстояние $d(x, y), x, y \in V$ на дереве Кэли определяется формулой $d(x, y) = \min \{d \mid \exists x = x_0, x_1, \dots, x_{d-1}, x_d = y \in V \text{ такой, что } \langle x_0, x_1 \rangle, \dots, \langle x_{d-1}, x_d \rangle\}$.

Для фиксированного $x^0 \in V$ обозначим $W_n = \{x \in V \mid d(x, x^0) = n\}$,

$$V_n = \{x \in V \mid d(x, x^0) \leq n\}, L_n = \{l = \langle x, y \rangle \in L \mid x, y \in V_n\}.$$

Для $x \in W_n$ положим $S(x) = \{y \in W_{n+1} : d(x, y) = 1\}$.

Известно, что существует взаимно однозначное соответствие между множеством V вершин дерева Кэли порядка $k \geq 1$ и группой G_k , являющейся свободным произведением $k+1$ циклических групп второго порядка с образующими $a_1, a_2, \dots, a_{k+1}$, соответственно (см. [1]).

Мы рассмотрим модель, где спинные переменные принимают значения из множества $\Phi = \{1, 2, \dots, q\}$, $q \geq 2$ и расположены на вершинах дерева. Тогда *конфигурация* σ на V определяется как функция $x \in V \rightarrow \sigma(x) \in \Phi$; множество всех конфигураций совпадает с $\Omega = \Phi^V$.

Гамильтониан модели Поттса определяется как

$$H(\sigma) = -J \sum_{\langle x, y \rangle \in L} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)}, \quad (1)$$

где $J \in \mathbb{R}$, x, y – ближайшие соседи и δ_{ij} – символ Кронекера.

Известно [1], что каждой мере Гиббса для модели Поттса на дереве Кэли порядка $k \geq 1$ можно сопоставить совокупность векторов

$$h^*_x = (h_{1,x}, \dots, h_{q-1,x})$$

удовлетворяющих уравнениям

$$h^*_x = \sum_{y \in S(x)} F(h^*_y, \theta), \quad (3)$$

где $\theta = e^{J\beta}$, $\beta = \frac{1}{T}$, $T > 0$, и функция $F(\cdot, \theta) : \mathbb{R}^{q-1} \rightarrow \mathbb{R}^{q-1}$ определена следующим образом:

$F(h, \theta) = (F_1(h, \theta), \dots, F_{q-1}(h, \theta))$ с

$$F_i = \ln \left(\frac{(\theta - 1) \exp^{h_i} + \sum_{j=1}^{q-1} \exp^{h_j} + 1}{\theta + \sum_{j=1}^{q-1} \exp^{h_j}} \right),$$

где $h_x = (h_1, \dots, h_{q-1})$, $i = 1, 2, \dots, q-1$.

Пусть $G_k / \bar{G}_k = \{H_1, \dots, H_r\}$ – фактор группа, где $\bar{G}_k$ – нормальный делитель индекса $r \geq 1$.

Определение 1. Совокупность величин $h = \{h_x, x \in G_k\}$ называется $\bar{G}_k$ -периодической, если $h_{yx} = h_x$ для $\forall x \in G_k, y \in \bar{G}_k$. G_k -периодическая мера называется *трансляционно – инвариантной*.

Для $x \in G_k$ обозначим через $(x_\downarrow) = \{y \in G_k : \langle x, y \rangle\} \setminus S(x)$.

Определение 2. Совокупность величин $h = \{h_x, x \in G_k\}$ называется $\bar{G}_k$ – слабо периодической, если $h_x = h_{x_\downarrow}$, при $x \in H_i, x_\downarrow \in H_j$ для $\forall x \in G_k$.

Определение 3. Мера μ называется $\bar{G}_k$ -(слабо) периодической, если она соответствует $\bar{G}_k$ -(слабо) периодической совокупности величин h .

Пусть $A \subset \{1, 2, \dots, k+1\}$ и $H_A = \{x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) - \text{четно}\}$, где $w_x(a_i)$ – число буквы a_i в слове $x \in G_k$, $G_k^{(2)} = \{x \in G_k : |x| - \text{четно}\}$ и $G_k^{(4)} = H_A \cap G_k^{(2)}$ – соответствующий ему нормальный делитель индекса 4.

2-ШЎБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

Рассмотрим фактор группы $G_k/G_k^{(4)} = \{H_0, H_1, H_2, H_3\}$, где

$$H_0 = \{x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) \text{ -четно, } |x| \text{ -четно}\}, H_1 = \{x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) \text{ -нечетно, } |x| \text{ -четно}\},$$

$$H_2 = \{x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) \text{ -четно, } |x| \text{ -нечетно}\}, H_3 = \{x \in G_k : \sum_{i \in A} w_x(a_i) \text{ -нечетно, } |x| \text{ -нечетно}\}.$$

Для $G_k^{(4)}$ -слабо периодическая мер Гиббса при некоторых условиях с помощью (3) получено следующие система уравнения

$$\begin{cases} z_1 = f(f^k(z_7)) \cdot f^{k-i}(z_2), \\ z_2 = f(f^k(z_8)) \cdot f^{k-i}(z_1), \\ z_7 = f(f^k(z_1)) \cdot f^{k-i}(z_8), \\ z_8 = f(f^k(z_2)) \cdot f^{k-i}(z_7). \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{где } f(z, \theta) = \frac{1}{2} \ln \frac{(\theta + q - 2) \cdot z + 1}{(q - 1) \cdot z + \theta}.$$

Анализ систему уравнения (4) дает следующая.

Теорема. Пусть $k = 2, q = 3$. Для модели Поттса все $G_k^{(4)}$ -слабо периодические меры Гиббса являются трансляционно-инвариантными.

ЛИТЕРАТУРА

1. U.A.Rozikov *Gibbs measures on Cayley trees* (World Scientific.,2013).
2. M.M.Rahmatullaev. *ТМФ*, 180:3 (2014), 307–317.
3. M.M.Rahmatullaev. *ТМФ*, 176:3 (2013), 477–493.

EXAMPLE OF QUADRATIC STOCHASTIC PROCESSES OF TYPE (13|a).

O. Ismanjanov

Namangan State University, Namangan, Uzbekistan,
olimjon2300032@gmail.com

The Kolmogorov-Chapman equation (KChE) gives a fundamental connection between probabilistic transitions. Namely, it is known that (see, for example, [1]) if each element of a family of matrices satisfying KChE is stochastic, then it generates a Markov process. In [2], the authors study the Markov process of cubic matrices, which is a two-parameter family of cubic stochastic matrices satisfying the KChE. They fix the stochasticity of cubic matrices and fix the rule for multiplying cubic matrices. The main issue of this study is to describe the dynamics of the process given by cubic matrices. This question is very important in the theory of dynamical systems in order to know the future evolution of the system.

Denote $I = \{0, 1, 2, 3, \dots, n-1\}$. Let Υ be the set of all n^3 -dimensional cubic matrices over the field of real numbers. Denote by E_{ijk} , $i, j, k \in I$ the basis cubic matrices in Υ . In [3], define the following multiplications for basis matrices E_{ijk} :

$$E_{ijk} *_a E_{lmr} = \delta_{kl} E_{ia(j,m)r}, \quad (1)$$

where δ_{kl} is the Kronecker symbol, $a: I \times I \rightarrow I$ is an arbitrary associative binary operation.

Denote by $\mathcal{P}_n$ the set of all associative binary operations on I .

Then for any two cubic matrices $A = (a_{ijk})$, $B = (b_{ijk}) \in \Upsilon$ the matrix $A *_a B = (c_{ijk})$ is defined by

$$c_{ijr} = \sum_{lm: a(l,m)=j} \sum_k a_{ilk} b_{kmr}. \quad (2)$$

Note that $c_{ijr} = 0$ for j such that $\{l, m: a(l, m) = j\} = \emptyset$.

A cubic matrix $P = (p_{ijk})_{i,j,k=0}^{n-1}$ is called (1,3)-stochastic if $p_{ijk} \geq 0$ and $\sum_{i,k=0}^{n-1} p_{ijk} = 1$ for all j .

Let parameters $s \geq 0, t \geq 0$ are considered as time. Denote by $M^{[s,t]} = (p_{ijk}^{[s,t]})_{i,j,k=0}^{n-1}$ a cubic matrix with two parameters.

Definition 1 ([4]). A family $\{M^{[s,t]} : s \geq 0, t \geq 0\}$ is called a Markov process of cubic matrices (or a quadratic stochastic process (QSP)) of type (13|a) if for each time s and t the cubic matrix $M^{[s,t]}$ is (1,3)-stochastic and satisfies the Kolmogorov-Chapman equation:

$$M^{[s,t]} = M^{[s,\tau]} *_a M^{[\tau,t]}, \text{ for all } 0 \leq s < \tau < t. \quad (3)$$

The equation (3) has the following form

$$p_{ijr}^{[s,t]} = \sum_{lm:a(l,m)=j} \sum_k p_{ilk}^{[s,\tau]} p_{kmr}^{[\tau,t]}, \quad \forall i, j, r \in I \quad (4)$$

Denote $q_{ir}^{[s,t]} = \sum_{j=0}^{n-1} p_{ijr}^{[s,t]}$, $\square^{[s,t]} = (q_{ir}^{[s,t]})_{i,r=0}^{n-1}$. The following lemma gives a connection between stochastic matrices.

Lemma 1. The matrix $M^{[s,t]} = (p_{ijk}^{[s,t]})$, with $p_{ijk}^{[s,t]} \geq 0$, is (1,3)-stochastic if and only if the corresponding matrix $\square^{[s,t]}$ satisfies $\sum_{i,r=0}^{n-1} q_{ir}^{[s,t]} \equiv n$.

For convenience of the writing of cubic matrix $M^{[s,t]} = (p_{ijk}^{[s,t]})_{i,j,k=0}^{n-1}$ we introduce square matrix $M_i^{[s,t]} = (p_{ijk}^{[s,t]})_{j,k=0}^{n-1}$, $i = 0, 1, \dots, n-1$.

For simplicity let us consider the case $n = 2$. Write a cubic matrix $M^{[s,t]}$ in the following convenient form:

$$M^{[s,t]} = \left(\begin{array}{cc|cc} p_{000}^{[s,t]} & p_{001}^{[s,t]} & p_{100}^{[s,t]} & p_{101}^{[s,t]} \\ p_{010}^{[s,t]} & p_{011}^{[s,t]} & p_{110}^{[s,t]} & p_{111}^{[s,t]} \end{array} \right) \quad (5)$$

This matrix generates QSP of type (13|a) if and only if

$$\begin{aligned} p_{000}^{[s,t]} + p_{001}^{[s,t]} + p_{100}^{[s,t]} + p_{101}^{[s,t]} &= 1, \\ p_{010}^{[s,t]} + p_{011}^{[s,t]} + p_{110}^{[s,t]} + p_{111}^{[s,t]} &= 1, \\ p_{i0j}^{[s,t]} + p_{i1j}^{[s,t]} &= q_{ij}^{[s,t]}, \quad i, j = 0, 1. \end{aligned} \quad (6)$$

Let ϕ is an arbitrary function with $\phi(s) \neq 0$ and $f(s, t) = \frac{1}{4} \left(\frac{\phi(t)}{\phi(s)} + 1 \right)$.

Theorem. The matrices

$$M^{[s,t]} = \left(\begin{array}{cc|cc} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array} \right)$$

generate a QSP of type (13|a). The matrices

$$M^{[n,m]} = \begin{pmatrix} f(s,t) & f(s,t) & f(s,t) & 1-3f(s,t) \\ \frac{1}{2}-f(s,t) & \frac{1}{2}-f(s,t) & \frac{1}{2}-f(s,t) & 3f(s,t)-\frac{1}{2} \end{pmatrix}, n, m \in \mathbb{N}, n < m,$$

generate a discrete-time QSP of type $(13|a)$.

REFERENCE

1. Y. Suhov, M. Kelbert, *Probability and statistics by example, vol. II, Markov chains: a primer in random processes and their applications*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2008.
2. B.J. Mamurov, U. A. Rozikov, S.S. Xudayarov. Quadratic Stochastic Processes of type $(\sigma | \mu)$. **Markov Processes and Related Fields**, V. 26, (2020) pp. 915-933.
3. V.M. Maksimov, Cubic stochastic matrices and their probability interpretations, **Theory Probab. Appl.** 41(1), (1996), pp. 55–69.
4. M. Ladra, U.A. Rozikov, Flow of finite-dimensional algebras. **J. Algebra.** 470, (2017), pp. 263–288.

ON DYNAMICS OF A NON VOLTERRA QUADRATIC STOCHASTIC OPERATOR

U.U. Jamilov, S.M. Rajabov

V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics;

e-mail: jamilovu@yandex.ru, e-mail: rajabovs90@mail.ru

Let

$$S^{m-1} = \left\{ x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in R^m : x_i \geq 0, \text{ for any } i \text{ and } \sum_{i=1}^m x_i = 1 \right\}$$

$(m-1)$ -dimensional simplex. A map V of S^{m-1} into itself is called a *quadratic stochastic operator* (QSO) if

$$(Vx)_k = \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} x_i x_j \quad (1)$$

for any $x \in S^{m-1}$ and for all $k = 1, \dots, m$ where

$$p_{ij,k} \geq 0, p_{ij,k} = p_{ji,k}, \sum_{k=1}^m p_{ij,k} = 1. \quad (2)$$

The trajectory $\{x^{(n)}\}_{n=0}^{\infty}$ of an operator V for a point $x \in S^{m-1}$ is defined by $x^{(n+1)} = V(x^{(n)})$ for all $n = 0, 1, 2, \dots$. Denote by $\omega_V(x^{(0)})$ the set of limit points of the trajectory $\{x^{(n)}\}_{n=0}^{\infty}$.

Definition 1. A point $x \in S^{m-1}$ is called a *periodic point* of V if there exists an n so that $V^n(x) = x$. The smallest positive integer n satisfying the above is called the prime period or least period of the point x . A period-one point is called a *fixed point* of V , denote the set of all fixed points by $Fix(V)$. Let $D(V(x^*)) = (\partial V_i / \partial x_j)(x^*)$ be a Jacobian of V at the point x^* .

Definition 2. A fixed point x^* is called hyperbolic if its Jacobian $D(V(x^*))$ has no eigenvalues on the unit circle. A hyperbolic fixed point x^* is called:

- i) *attracting*, if all the eigenvalues of the Jacobian $D(V(x^*))$ are less than 1 in absolute value;
- ii) *repelling*, if all the eigenvalues of the Jacobian $D(V(x^*))$ are greater than 1 in absolute value;
- iii) a *saddle*, otherwise.

Let us consider a non-Volterra QSO defined on the two-dimensional simplex which has the form

$$V : \begin{cases} x_1' = 0, 5x_2^2 + 0, 5x_3^2 + x_1x_2 + x_2x_3, \\ x_2' = 0, 5x_1^2 + 0, 5x_3^2 + x_1x_3 + x_2x_3, \\ x_3' = 0, 5x_1^2 + 0, 5x_2^2 + x_1x_2 + x_1x_3. \end{cases} \quad (3)$$

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

Theorem 1. For the QSO (3) the following statements are true:

- i) $Fix(V) = \left\{ c = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right) \right\}$
- ii) The fixed point c is an attracting ;
- iii) $\omega(x^{(0)}) = \{c\}$ for any initial point $x^{(0)} \in S^{m-1}$.

REFERENCES

1. **R. N. Ganikhodzhaev.** Quadratic stochastic operators, Lyapunov functions and tournaments. *Sb. Math.* **76** (2) (1993), pp. 489 – 506.
2. **U. U. Jamilov.** On a family of strictly non-Volterra quadratic stochastic operators. *Jour. Phys. Conf. Ser.* **697** (2016), 012013.
3. **U. U. Zhamilov, U. A. Rozikov.** On the dynamics of strictly non-Volterra quadratic stochastic operators on a two-dimensional simplex. *Sb. Mat.* **200** (9) (2009), pp. 1339 – 1351.

DYNAMICS OF QUADRATIC OPERATORS DEFINED ON A TWO DIMENSIONAL SIMPLEX OF IDEMPOTENT MEASURES

Juraev I.T.

V.I.Romanovskii Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences

Theorem. [1] A quadratic operator $P = (p_{ij,k})_{i,j,k=1}^n$ with $p_{ij,k} \leq 0$ maps I_n to itself, if and only if it satisfies one of following conditions:

i) Each k -th matrix contains exactly one non-zero row and exactly one non-zero column: In each k -th matrix all of elements except i_k -th row and i_k -th column are zeroes. Where $i_j \neq i_m$ if $j \neq m$ ($i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, n}$, $m = \overline{1, n}$ $k = \overline{1, n}$);

ii) P has at least one zero matrix ($\exists m \leq n$ such that all of elements of m -th $P_m = (p_{ij,m})_{i,j=1}^n$ matrix consists of only zeroes).

Definition. ([2]). Recall that fixed points of $P : I_n \rightarrow I_n$ are solutions to $P(x) = x$.

Denote by $Fix(P)$ the set of all fixed point of P . Let's find fixed points of quadratic operator $P : I_2 \rightarrow I_2$.

Proposition. [1] If $n = 2$ and condition (i) of the theorem is satisfied, then the set of the solutions of the equation $P(x) = x$ will have the following form:

$$Fix(P) = \begin{cases} \left(\frac{1}{p_{11,1}}, 0 \right) & \text{if } p_{11,1} \neq 0; \\ \left(0, \frac{1}{p_{22,2}} \right) & \text{if } p_{22,2} \neq 0; \\ (0, 0) & \text{for all other cases} \end{cases} \quad (1)$$

When we map the non-fixed points by using quadratic maps they will change their coordinates. In this paper our aim is to find the trajectory of non-fixed points if we use quadratic maps to them so many times. In other words, we should find the solution of the following limiting:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} P^m(x) = \lim_{m \rightarrow \infty} P(P(P(\dots(P(x))\dots))) \quad (2)$$

Let's see the case $n = 2$. For getting the trajectories of quadratic maps which map I_2 to itself we use results of the theorem 2. There are three fixed points: $\left(\frac{1}{p_{11,1}}, 0 \right)$, $\left(0, \frac{1}{p_{22,2}} \right)$ and $(0, 0)$. These results are found by using quadratic operator $P_{(2;1,2)}$.

2-ШҶҶБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

Definition. [2] Suppose x_0 is a fixed point for $F(x)$. Then x_0 is an *attracting fixed point* if $|F'(x_0)| < 1$. The fixed point x_0 is a *repelling fixed point* if $|F'(x_0)| > 1$. Finally, if $|F'(x_0)| = 1$, the fixed point called *neutral* or *indifferent*.

We are going to describe dynamical system of the quadratic operator in case $n=2$. We have got following system for the quadratic operator $P_{(2;1,2)}$:

$$P_{(2;1,2)}(x) = x \Rightarrow \begin{cases} x_1 = p_{11,1}x_1^2 + (p_{12,1} + p_{11,2})x_1x_2 \\ x_2 = p_{22,2}x_2^2 + (p_{22,1} + p_{21,2})x_1x_2 \end{cases}$$

We know that, at least one of these elements is zero. Following cases are possible:

Case 1. Let's $x_1 \leq 0$, $x_2 = 0$. So, we get one dimensional function as: $P(x) = p_{11,1}x_1^2$. Solutions of the equation $P(x) = x$ are $x_1 = 0$ and $x_1 = \frac{1}{p_{11,1}}$ ($p_{11,1} \neq 0$), hence the fixed points are $(0, 0)$ and $(\frac{1}{p_{11,1}}, 0)$.

We should to find derivative of this function. So we'll get following: $P'(x) = 2p_{11,1}x_1$.

1.1) The fixed point $x_1 = \frac{1}{p_{11,1}}$ ($p_{11,1} \neq 0$) is a repelling fixed point for the function $P(x_1) = p_{11,1}x_1^2$

because from the definition we get $|P'(x_1)| = |2 \cdot p_{11,1}x_1| = \left| 2 \cdot p_{11,1} \cdot \frac{1}{p_{11,1}} \right| = 2 > 1$. So, the fixed point $(\frac{1}{p_{11,1}}, 0)$ is a repelling fixed point.

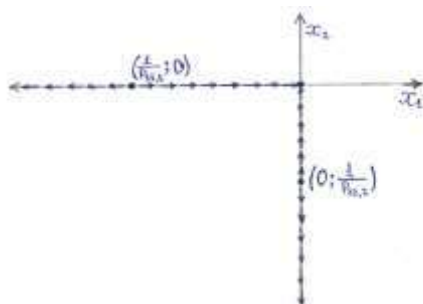
1.2) The fixed point $x_1 = 0$ is an attracting fixed point for function the $P(x_2) = p_{11,1}x_1^2$ because from the definition we get $|P'(x_1)| = |2 \cdot p_{11,1}x_1| = |2 \cdot p_{11,1} \cdot 0| = 0 < 1$. So, the fixed point $(0, 0)$ is an attracting fixed point.

Case 2. In case $x_1 = 0$, $x_2 \leq 0$. So, we'll get one dimensional function as: $P(x) = p_{22,2}x_2^2$. Let's find derivative of this function: $P'(x) = 2p_{22,2}x_2$.

2.1) The fixed point $x_2 = \frac{1}{p_{22,2}}$ ($p_{22,2} \neq 0$) is a repelling fixed point for the function $P(x) = p_{22,2}x_2^2$

because from the definition we get $|P'(x_2)| = |2 \cdot p_{22,2}x_2| = \left| 2 \cdot p_{22,2} \cdot \frac{1}{p_{22,2}} \right| = 2 > 1$. So, the fixed point $(0, \frac{1}{p_{22,2}})$ is a repelling fixed point.

2.2) The fixed point $x_2 = 0$ is an attracting fixed point for function $P(x) = p_{22,2}x_2^2$ because from the definition we get $|P'(x_2)| = |2 \cdot p_{22,2}x_2| = |2 \cdot p_{22,2} \cdot 0| = 0 < 1$. So, the fixed point $(0, 0)$ is an attracting fixed point.



In case when we use quadratic operator $P_{(2;2,1)}$, if we use this operator only one time all of the points in I_2 become fixed point as $(0, 0)$. That's why, we don't need to research them.

REFERENCES

[1] I.T.Juraev and M.M.Karimov, *Quadratic Operators Defined on a Finite-dimensional Simplex of Idempotent Measures*, Journal of Discontinuity, Nonlinearity, and Complexity, **8**(3), 279-286 (2019).

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

- [2] R.L.Devaney, *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems. 2-nd Edition* (Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Redwood City, California, 1989).
- [3] U.A.Rozikov and M.M.Karimov, *Dinamics of linear maps of idempotent measures*, Lobachevskii Journal of Mathematics, **34**(1), 20-28 (2013).
- [4] I.T. Juraev, *Trajectories of Quadratic Operators which Map I_2 to Itself*, Scientific Bulletin of Namangan State University, **1**(11), 10-18 (2019).

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ КАМПЕ ДЕ ФЕРИЕТ $F_{1;1;1}^{2;1;1}[x, y]$

Комилов А.

Ферганский гос. университет, Наманган, Узбекистан,
komilov040498@mail.ru

Большой интерес к теории гипергеометрических функций связано в основном тем, что решение многих прикладных задач, включая задачи теплопроводности и газовой динамики, электромагнитные колебания, квантовой механики и теория потенциала можно получить с помощью гипергеометрических (высших и специальных или трансцендентных) функций. Такие функции часто называют специальными функциями математической физики.

В этом докладе доказываются интегральные представления для гипергеометрической функции двух переменных $F_{1;1;1}^{2;1;1}[x, y]$ третьего порядка, то есть рассматривается функция из класса гипергеометрических функций Кампе де Фериет двух переменных (см. [1, 19]):

$$F_{l;m;n}^{p;q;k} \left[\begin{matrix} (a_p); (b_q); (c_k); \\ (e_l); (f_m); (g_n); \end{matrix} ; x, y \right] = \sum_{r,s=0}^{\infty} \frac{\prod_{j=1}^p (a_j)_{r+s} \prod_{j=1}^q (b_j)_r \prod_{j=1}^k (c_j)_s}{\prod_{j=1}^l (\alpha_j)_{r+s} \prod_{j=1}^m (\beta_j)_r \prod_{j=1}^n (\gamma_j)_s r! s!} x^r y^s, \quad (1)$$

область сходимости ряда (1.1) определяется следующим образом:

если $p+q < l+m+1$, $p+k < l+n+1$, то $|x| < \infty$, $|y| < \infty$,

если же $p+q = l+m+1$, $p+k = l+n+1$, то $|x|^{\frac{1}{p-l}} + |y|^{\frac{1}{p-l}} < 1$, при $p > l$,

и $\max\{|x|, |y|\} < 1$, при $p \leq l$, и $\prod_{j=1}^p (a_j)_{m+n} = (a_1)_{m+n} (a_2)_{m+n} \cdots (a_p)_{m+n}$.

Отметим, что функции Римана и фундаментальные решения вырождающихся дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка выражаются с помощью гипергеометрических функций многих переменных. Поэтому при исследовании краевых задач для уравнений в частных производных нам необходимо изучить решение системы гипергеометрических функций и найти явные линейно независимые решения. Функция $F_{l;m;n}^{p;q;k}$ содержит большое количество функций типа Аппеля. Здесь мы выбираем функции $F_{1;1;1}^{2;1;1}[x, y]$ определяемый следующим двойным рядом (см. [1, 3]):

$$F_{1;1;1}^{2;1;1} \left[\begin{matrix} a_1, a_2; b; c; \\ d; e; f; \end{matrix} ; x, y \right] = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n} (a_2)_{m+n} (b)_m (c)_n}{(d)_{m+n} (e)_m (f)_n m! n!} x^m y^n \quad (2)$$

где $a_1, a_2, b, c, d, e, f \in \mathbb{C}$ постоянные числа, причем d, e, f не являются отрицательными целыми числами а $(a)_r = a(a+1)(a+2)\cdots(a+r-1)$, $(a)_0 = 1$, $(a)_r = \Gamma(a+r)/\Gamma(a)$ обозначение Похгаммера (Leo Pochhammer) [2], $\Gamma(a)$ - гамма функция Эйлера.

Теорема 1. Если выполняются неравенства $\operatorname{Re} e_1 > \operatorname{Re} b_1 > 0$, $\operatorname{Re} f_1 > \operatorname{Re} c_1 > 0$, то имеет место интегральное представление

$$F_{1;1;1}^{2;1;1} \left[\begin{matrix} a_1, a_2; b; c; \\ d; e; f; \end{matrix} x, y \right] = \frac{\Gamma(e)\Gamma(f)}{\Gamma(b)\Gamma(c)\Gamma(e-b)\Gamma(f-c)} \times \int_0^1 \int_0^1 \xi^{b-1} \eta^{c-1} (1-\xi)^{e-b-1} (1-\eta)^{f-c-1} F(a_1, a_2; d; x\xi + y\eta) d\xi d\eta, \operatorname{Re} e > \operatorname{Re} b > 0, \operatorname{Re} f > \operatorname{Re} c > 0 \quad (3)$$

где гипергеометрическая функция Гаусса

$$F(\alpha, \beta; \gamma; x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_m (\beta)_m}{(\gamma)_m m!} x^m, \quad \{|x| < 1\}. \quad (4)$$

Теорема 2. Если выполняются неравенства $\operatorname{Re} d > \operatorname{Re} a_1 > 0$ то имеет место интегральное представление

$$F_{1;1;1}^{2;1;1} \left[\begin{matrix} a_1, a_2; b; c; \\ d; e; f; \end{matrix} x, y \right] = \frac{\Gamma(d)}{\Gamma(a_1)\Gamma(d-a_1)} \int_0^1 \xi^{a_1-1} (1-\xi)^{d-a_1-1} F_2(a_2; b, c; e, f; x\xi, y\xi) d\xi, \operatorname{Re} d > \operatorname{Re} a_1 > 0, \quad (5)$$

где гипергеометрическая функция Аппеля

$$F_2(\alpha, \beta_1, \beta_2; \gamma_1, \gamma_2; x, y) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_{m+n} (\beta_1)_m (\beta_2)_n}{(\gamma_1)_m (\gamma_2)_n m! n!} x^m y^n, \quad \{|x| + |y| < 1\}. \quad (4)_{\text{б}}$$

Для доказательства теоремы 1 и 2, нужно разложить подынтегральные функции в ряд и поменять операции суммирование и интегрирование.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Appell and Kamper de Ferriets, Fonctions Hypergeometriques et Hyperspheriques; Polynomes d'Hermite, Gauthier - Villars, Paris, 1926.
2. A. Erde'lyi, W. Magnus, F. Oberhettinger and F. G. Tricomi, Higher Transcendental Functions, Vol. 1, McGraw-Hill Book Company, New York, Toronto and London, 1953.
3. H. M. Srivastava and P. W. Karlsson, Multiple Gaussian hyper-geometric Series, Halsted Press (Ellis Horwood Limited, Chichester), Wiley, New York, Chichester, Brisbane, and Toronto, 1985.

ALMOST INNER DERIVATIONS OF THIN LEIBNIZ ALGEBRAS

Tuuelbay Kurbanbaev

Karakalpak State University, Institute of Mathematics named after V.I. Romanovsky

tuuelbay@mail.ru

In this note, we will consider almost inner derivation of naturally graded complex thin Leibniz algebras. In [4], the following theorem is given, which classifies the naturally graded complex thin Leibniz algebras.

Definition 1.1 An algebra $\mathcal{L}$ over a field $\mathbb{F}$ is called a *Leibniz algebra* if for any $x, y, z \in \mathcal{L}$, the Leibniz identity

$$[x, [y, z]] = [[x, y], z] - [[x, z], y]$$

is satisfied, where $[-, -]$ is the multiplication in $\mathcal{L}$.

Let $\mathcal{L}$ be a Leibniz algebras. For each $a \in \mathcal{L}$, the operator $R_x : \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$ which is called the *right multiplication*, such that $R_x(y) = [y, x]$, $y \in \mathcal{L}$, is a derivation. This derivation is called an *inner derivation* of $\mathcal{L}$, and we denote the space of all inner derivations by $\operatorname{InDer}(\mathcal{L})$.

Now let us give the definitions of the almost inner derivations for the Leibniz algebras.

Definition 2 [1]. 2 The derivation $D \in \operatorname{Der}(\mathcal{L})$ of the Leibniz algebra $\mathcal{L}$ is called *almost inner derivation*, if $D(x) \in [x, \mathcal{L}]$ holds for all $x \in \mathcal{L}$; in other words, there exists $a_x \in \mathcal{L}$ such that $D(x) = [x, a_x]$. The space of all almost inner derivations of $\mathcal{L}$ is denoted by $\operatorname{AID}(\mathcal{L})$.

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

Theorem 13 [2]. *Up to isomorphism, there are three naturally graded complex thin Leibniz algebras, namely,*

$$L_1: [e_1, e_1] = e_3, \quad [e_i, e_1] = e_{i+1}, \quad i \geq 2,$$

$$L_2: [e_1, e_1] = e_3, \quad [e_i, e_1] = e_{i+1}, \quad i \geq 3,$$

$$L_3: [e_i, e_1] = e_{i+1}, \quad [e_1, e_i] = -e_{i+1}, \quad i \geq 2,$$

where $\{e_1, e_2, e_3, \dots\}$ are bases of the algebras L_1, L_2, L_3 and other products vanish.

The following theorem is main results.

Theorem 2.4 *Let $\mathcal{L}$ be the naturally graded complex thin Leibniz algebra. Then any almost inner derivation on naturally graded complex thin Leibniz algebras is inner derivation.*

REFERENCES.

1. Adashev J., Kurbanbaev T., Almost inner derivations of some nilpotent Leibniz algebras, Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics, 2020, 13(6), 733–745.
2. Omirov B.A. Thin Leibniz Algebras, Mathematical Notes, vol. 80, no. 2, 2006, pp. 244–253.

PERIODIC GIBBS MEASURES FOR THREE-STATE SOS MODEL WITH PERIODIC EXTERNAL FIELD ON A CAYLEY TREE

M. M. Rahmatullaev

Institute of mathematics after named V.I.Romanovsky, mrachmatullaev@rambler.ru

O. Sh. Karshiboev.

Chirchik state pedagogical institute of Tashkent region, okarshiboevsher@mail.ru

In this work, we study periodic Gibbs measures for the three-state SOS model with a non-uniform external field on a Cayley tree. The Cayley tree Γ^k of order $k \geq 1$ is an infinite tree, i.e., a cycles-free graph such that from each vertex of which issues exactly $k+1$ edges (see [1],[2],[3]). We denote by V the set of the vertices of tree and by L the set of edges of tree. The distance on this tree, denoted by $d(x, y)$ is defined as the number of nearest neighbour pairs of the minimal path between the vertices x and y (where path is a collection of nearest neighbour pairs, two consecutive pairs sharing at least a given vertex). The Hamiltonian of the SOS model with external field is

$$H(\sigma) = -J \sum_{\langle x, y \rangle \in V} |\sigma(x) - \sigma(y)| - \sum_{x \in V} \alpha_{\sigma(x), x}, \quad (1)$$

where the first sum runs over nearest neighbour vertices $\langle x, y \rangle$, the spins $\sigma(x)$ take values in the set $\Phi = \{0, 1, \dots, m\}$, $m \geq 2$, $J \in \mathbb{R}$ is the coupling constant and $\alpha_x = (\alpha_{0,x}, \alpha_{1,x}, \dots, \alpha_{m,x}) \in \mathbb{R}^{m+1}$ is the external field. For a fixed $x^0 \in V$, called the root, let

$$V_n := \{x \in V : d(x, x^0) \leq n\}, \quad W_n := \{x \in V : d(x, x^0) = n\},$$

be respectively the ball and the sphere of radius n with center at x^0 . For $x \in W_n$ let $S(x) = \{y \in W_{n+1} : d(y, x) = 1\}$ be the set of direct successors of x . For $x \in V \setminus \{x^0\} \mapsto h_x = (h_{0,x}, \dots, h_{m,x}) \in \mathbb{R}^{m+1}$ we define the (finite-dimensional) Gibbs distributions by the following formula

$$\mu_n(\sigma_n) = Z_n^{-1} \exp \left\{ -\beta H(\sigma_n) + \sum_{x \in W_n} h_{\sigma(x), x} \right\} \quad (2)$$

where Z_n is the partition function. The probability distributions (2) are compatible if for all $\sigma_{n-1} \in \Phi^{V_{n-1}}$ one has $\sum_{\omega_n \in \Phi^{W_n}} \mu_n(\sigma_{n-1}, \omega_n) = \mu_{n-1}(\sigma_{n-1})$. Under this condition, there exists a unique measure μ on Φ^V such that

$\forall n$ and $\sigma_n \in \Phi^{V_n}$, $\mu(\{\sigma|_{V_n} = \sigma_n\}) = \mu_n(\sigma_n)$ and we call it a *splitting Gibbs measure* (SGM) corresponding to the Hamiltonian H and $x \mapsto h_x$, $x \neq x^0$.

Definition 1 *Let K be a subgroup of G_k . We say that a collection of vectors $\tilde{h} = \{\tilde{h}_x \in \mathbb{R}^m : x \in G_k\}$ is K -periodic if $\tilde{h}_{yx} = \tilde{h}_x$ for all $x \in G_k$ and $y \in K$.*

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

Definition 2 A SGM is called K -periodic if it corresponds to a K -periodic collection of $\tilde{h}$.

Observe that a translation-invariant (TI) SGM is G_k -periodic. It is obvious that for the SOS model with non-translation-invariant (non-uniform) external field there is not any TISGM. Let $m = 2$ and $G_k^{(2)}$ be the subgroup in G_k consisting of all words of even length. Clearly, $G_k^{(2)}$ is a subgroup of index 2 (see [1]). Let $G_k^{(2)}$ -periodic sets of $\tilde{h} = \{\tilde{h}_x \in \mathbb{R}^2 : x \in G_k\}$ and the external field have the following form

$$\tilde{h}_x = \begin{cases} \tilde{h}_0, & \text{if } x \in G_k^{(2)} \\ \tilde{h}_1, & \text{if } x \in G_k \setminus G_k^{(2)}, \end{cases} \quad \tilde{\alpha}_x = \begin{cases} \tilde{\alpha}_0, & \text{if } x \in G_k^{(2)} \\ \tilde{\alpha}_1, & \text{if } x \in G_k \setminus G_k^{(2)} \end{cases}$$

where $\tilde{h}_j = (\tilde{h}_{j,0}, \tilde{h}_{j,1})$ and $\tilde{\alpha}_j = (\tilde{\alpha}_{j,0}, \tilde{\alpha}_{j,1})$, $j = 0, 1$, with $\tilde{\alpha}_0 \neq \tilde{\alpha}_1$. The probability distributions $\mu_n(\sigma_n)$, $n = 1, 2, \dots$ in (2) are compatible iff for any $\forall x \in V \setminus \{x^0\}$ the following the system of equations holds (see [2])

$$\begin{cases} z_0 = \lambda_0 \left(\frac{t_0 + \theta t_1 + \theta^2}{\theta^2 t_0 + \theta t_1 + 1} \right)^k, \\ z_1 = \lambda_1 \left(\frac{\theta t_0 + t_1 + \theta}{\theta^2 t_0 + \theta t_1 + 1} \right)^k, \\ t_0 = \mu_0 \left(\frac{z_0 + \theta z_1 + \theta^2}{\theta^2 z_0 + \theta z_1 + 1} \right)^k, \\ t_1 = \mu_1 \left(\frac{\theta z_0 + z_1 + \theta}{\theta^2 z_0 + \theta z_1 + 1} \right)^k, \end{cases} \quad (3)$$

where

$$\exp(\tilde{h}_{0,j}) = z_j, \exp(\tilde{h}_{1,j}) = t_j, \exp(\tilde{\alpha}_{0,j}) = \lambda_j, \exp(\tilde{\alpha}_{1,j}) = \mu_j, j = 0, 1,$$

$$\theta = \exp(\beta J), \tilde{h}_x = (\tilde{h}_{0,x}, \dots, \tilde{h}_{m-1,x}), \tilde{\alpha}_x = (\tilde{\alpha}_{0,x}, \dots, \tilde{\alpha}_{m-1,x}),$$

$$\tilde{h}_{i,x} = h_{i,x} - h_{m,x} + \beta(\alpha_{i,x} - \alpha_{m,x}), \tilde{\alpha}_{i,x} = \beta(\alpha_{i,x} - \alpha_{m,x}), i = 0, \dots, m-1.$$

For any $\tilde{h} = \{\tilde{h}_x, x \in V\}$ satisfying (4) there exists a unique SGM μ and vice versa. Denote

$$I = \{z = (z_0, z_1, t_0, t_1) \in \mathbb{R}^4 : \lambda_0 = 1; \mu_0 = 1; z_0 = t_0 = 1\} \text{ and}$$

$$g(x) = \xi \frac{\frac{\nu^2 (x^2 + 2\theta)^2}{(\theta x^2 + \theta^2 + 1)^2} + 2\theta}{\frac{\theta \nu^2 (x^2 + 2\theta)^2}{(\theta x^2 + \theta^2 + 1)^2} + \theta^2 + 1}.$$

It is easy to see that $g(0) > 0$, $g(+\infty) < +\infty$. We proved the following assertion

Theorem 1. Let $k = 2$. For the three-state SOS model with $G_k^{(2)}$ -periodic external field if the condition $g'(x^*) > 1$ is satisfied, then there exist three $G_k^{(2)}$ -periodic (non-translation-invariant) SGMs on the set I , where x^* is a fixed point of $g(x)$.

REFERENCES

- [1] Rozikov, U.A., Gibbs measures on Cayley trees, World Scientific, Singapore, 2013.
- [2] Rahmatullaev, M.M., Karshiboev, O.Sh., Translation-invariant Gibbs measures for the SOS model with external field on a Cayley tree, Dokl. Acad. Nauk. Uzbekistan., 5, 3-6, (2021).
- [3] Rozikov, U.A., Rakhmatullaev, M.M., Khakimov, R.M., Periodic Gibbs measures for the Potts model in translation-invariant and periodic external fields on the Cayley tree. Theor. Math. Phys.(2022)
<https://doi.org/10.1134/S004057792201010X>

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

DYNAMICAL SYSTEM OF THE 2-ADIC $\frac{1}{x^2+a}$ -RATIONAL FUNCTIONS WITH TWO FIXED POINTS.

Rahmatullayev U, Abdukaxorova Z
 NamSU, ulugbek.1509@bk.ru, zulxumor.t.a@umail.uz

Let $\mathbb{Q}$ be the field of rational numbers. The greatest common divisor of the positive integer n and m is denoted by (n, m) . Every rational number $x \neq 0$ can be represented in the form $x = p^r \frac{n}{m}$, where $r, n \in \mathbb{Z}$, m is a positive integer, $(p, n) = 1$, $(p, m) = 1$ and p is a fixed prime number.

The p -adic norm of x is given by $|x|_p = \begin{cases} p^{-r}, & \text{for } x \neq 0 \\ 0, & \text{for } x = 0 \end{cases}$

The completion of $\mathbb{Q}$ with respect to the p -adic norm defines the p -adic field which is denoted by $\mathbb{Q}_p$. The algebraic completion of $\mathbb{Q}$ which is complete with respect to $|\cdot|_p$ is denoted by $\mathbb{C}_p$ and it is called the field of complex p -adic numbers.

Let $f: U \rightarrow U$ be function. For $x \in U$ we denote $f^n(x) = \underbrace{f \circ \dots \circ f}_n(x)$. If $f(x_0) = x_0$ then x_0 is called a fixed point.

In this work, we consider the p -adic dynamics of $(0,2)$ -rational functions. Any $(0,2)$ -rational function has the following form $f(x) = \frac{1}{x^2+a}$, $a \in \mathbb{C}_p$ (1), where $x \neq \hat{x}_{1,2} = \pm\sqrt{-a}$.

It is easy to see that for $(0,2)$ -rational function (1) the equation $f(x) = x$ for fixed points is equivalent to the equation $x^3 + ax - 1 = 0$. (2)

Since $\mathbb{C}_p$ is algebraic closed the equation (2) may have three solutions with one of the following relations:

- (i) One solution having multiplicity three;
- (ii) Two solutions, one of which has multiplicity two;
- (iii) Three distinct solutions.

The function (1) cannot have a unique fixed point. $(0,2)$ -rational function has two distinct fixed points $x_1 = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ and $x_2 = \sqrt[3]{4}$ if and only if $a = -\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$

Let homeomorphism $h: \mathbb{C}_p \rightarrow \mathbb{C}_p$ is defined by $x = h(t) = t + x_1 = t - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. So $h^{-1}(x) = x + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. Note that, the function f is topologically conjugate to function $h^{-1} \circ f \circ h$. We have $(h^{-1} \circ f \circ h)(t) = \frac{-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}t^2 - \sqrt[3]{2}t}{t^2 - \sqrt[3]{4}t - \sqrt[3]{2}}$

(1) rational function having two distinct fixed points is topologically conjugate to a function of the following form: $f(x) = \frac{-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}x^2 - \sqrt[3]{2}x}{x^2 - \sqrt[3]{4}x - \sqrt[3]{2}}$ (3), where $x \neq \hat{x}_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{\sqrt[3]{2}}$

Thus we study the dynamical system $(f, \mathbb{C}_2)$ with f given by (3)

Note that, function (3) has two fixed points $x_1 = 0$ and $x_2 = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. So we have $f'(x_1) = 1$, $f'(x_2) = \frac{4}{3}$

Thus, the point x_1 is an indifferent point for (3). For any $x \in \mathbb{C}_p$, $x \neq \hat{x}_{1,2}$, by simple calculations

we get $|f(x)|_p = |x|_p \frac{|\frac{1}{\sqrt[3]{2}}x + \sqrt[3]{2}|_p}{|x - \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt[3]{2}}|_p |x - \frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt[3]{2}}|_p}$ (4).

Denote: $\mathcal{P} = \{x \in \mathbb{C}_p: \exists n \in \mathbb{N} \cup \{0\}, f^n(x) \in \{\hat{x}_1, \hat{x}_2\}\}$.

Now let us calculate the 2-adic norm of $\hat{x}_1$ and $\hat{x}_2$. We know $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}_2$. Consider the quadratic extension of $K = \mathbb{Q}_2(\sqrt{3})$. We can write any element of K in the form $a + b\sqrt{3}$. $N_{K/\mathbb{Q}_2}(a + b\sqrt{3}) = a^2 - 3b^2$

$$|1 + \sqrt{3}|_2 = \sqrt{|N_{K/\mathbb{Q}_2}(1 + \sqrt{3})|_2} = \sqrt{|1 - 3|_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$|1 - \sqrt{3}|_2 = \sqrt{|N_{K/\mathbb{Q}_2}(1 - \sqrt{3})|_2} = \sqrt{|1 - 3|_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

It follows that $|\hat{x}_1|_2 = |\hat{x}_2|_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$. $|\frac{1}{\sqrt[3]{2}}|_2 = \sqrt[3]{2}$.

For $|\frac{1}{\sqrt[3]{2}}|_2 > |\hat{x}_1|_2 = |\hat{x}_2|_2$ define the function $\psi: [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ by

$$\psi(r) = \begin{cases} r, & \text{if } r < \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \\ a', & \text{if } r = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \\ \sqrt[3]{4}r^2, & \text{if } \frac{1}{\sqrt[3]{4}} < r < \sqrt[3]{2} \\ \alpha', & \text{if } r = \sqrt[3]{2} \\ \sqrt[3]{2}, & \text{if } r > \sqrt[3]{2} \end{cases}$$

where a' and α' some positive numbers with $a' \leq \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$, $\alpha' \geq \sqrt[3]{2}$.

Lemma. The dynamical system generated by $\psi(r)$ has the following properties:

1. $\text{Fix}(\psi) = \{r: 0 \leq r < \frac{1}{\sqrt[3]{4}}\} \cup \{\frac{1}{\sqrt[3]{4}}: \text{if } a' = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}\} \cup \{\sqrt[3]{2}\}$
2. If $r > \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} \psi^n(r) = \sqrt[3]{2}$
3. If $r = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ and $a' < \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$, then $\psi^n(r) = a'$ for all $n \geq 1$

Theorem. The p -adic dynamical system generated by function (3) has the following properties:

1. 1.1) $SI(x_1) = U_{\frac{1}{\sqrt[3]{4}}}(0)$
 1.2) $x_2 \in S_{\sqrt[3]{2}}(0)$
2. The fixed point x_2 is attractive and $A(x_2) = \mathbb{C}_2 \setminus (V_{\frac{1}{\sqrt[3]{4}}}(0) \cup \mathcal{P})$
3. If $x \in S_{\frac{1}{\sqrt[3]{4}}}(0)$, then one of the following two possibilities holds:
 - 3.1) There exists $k \in \mathbb{N}$ and $\mu_k < \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ such that $f^m(x) \in S_{\mu_k}(0)$ for any $m \geq k$ and $f^m(x) \in S_{\frac{1}{\sqrt[3]{4}}}(0)$ if $m \leq k - 1$.
 - 3.2) The trajectory $\{f^k(x), k \geq 1\}$ is a subset of $S_{\frac{1}{\sqrt[3]{4}}}(0)$.

REFERENCE

1. U. A. Rozikov, I. A. Sattarov. p -adic dynamical systems of (2,2)-rational functions with unique fixed point// Chaos, Solitons and Fractals, 105(2017)260-270.
2. U. A. Rozikov, I. A. Sattarov. Dynamical systems of the p -adic (2,2)-rational functions with two fixed points arxiv:1903.07451v1

SOS MODEL WITH COMPETING ‘UNCLE-NEPHEW’ INTERACTIONS

N.K. Razokova

Chirchik state pedagogical institute of Toshkent region,
nrazokova.90@mail.ru

In this work, we consider the SOS model with nearest-neighbour and ‘uncle-nephew’ interactions on a Cayley tree of order two. The similar problem for Ising model is considered in [2]. We consider a semi-infinite Cayley tree of second order $\Gamma_+^2 = (V, L)$, i.e. an infinite graph without cycles with three edges issuing from each vertex except for x^0 which has only two edges, where V is the set of its vertices and L is the set of edges (see [1]). Let $\Phi := \{0, 1, 2, \dots, m\}$, $m \geq 1$, and the configuration $\sigma \in \Phi^V$, i.e., $\sigma = \{\sigma(x) \in \Phi : x \in V\}$. Two vertices $x, y \in V$ are called nearest-neighbors if there exists an edge $l \in L$ connecting them, which is denoted by $l = \langle x, y \rangle$. The distance $d(x, y)$, $x, y \in V$ on the Cayley tree Γ^2 is the number of edges in the shortest path from x to y . For a fixed $x^0 \in V$ we set $W_n = \{x \in V \mid d(x, x^0) = n\}$, $V_n = \{x \in V \mid d(x, x^0) \leq n\}$, and L_n denotes the set of edges in V_n . The fixed vertex x^0 is called the 0th level and the vertices in W_n are called the n th level.

2-ШҮҮБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

Two vertices $x, y \in V$ are called third-nearest-neighbors if $d(x, y) = 3$. The third-nearest-neighbor vertices x and y are called prolonged third-nearest-neighbors and is denoted by $\langle x, y \rangle$. if $x \in W_n$ and $y \in W_{n+3}$ for some n , i.e. they belong to the same branch of the tree. The third-nearest-neighbor vertices $x, y \in V$, that are not prolonged, are called two-level third-nearest-neighbors and are denoted by $\langle x, y \rangle$. There are two types of two-level third-nearest neighbors: left two-level third-nearest-neighbors $\langle x, y \rangle_l$ and right two-level third-nearest-neighbors $\langle x, y \rangle_r$, if $x \in W_n$ and $y \in W_{n+1}$ (respectively, $x \in W_{n+1}$ and $y \in W_n$), i.e. vertices x and y belong to the different branches of the tree.

Considering a semi-infinite Cayley tree Γ_+^2 of second order as a genealogical or family tree, we can reinterpret neighboring relations as a contiguous relations. If $\langle x, y \rangle$ are nearest neighbors with $x \in W_n$ and $y \in W_{n+1}$ for some n , a vertex x is called the parent of vertex y , and y is called a child of x . If $\langle x, y \rangle$ are prolonged third-nearest-neighbors, where $x \in W_n$ and $y \in W_{n+3}$ for some n , then a vertex x is called the great grandparent of vertex y and y is called a great grandchild of x , respectively. If $\langle x, y \rangle_l$ and $\langle x, y \rangle_r$ are left and right two-level third-nearest-neighbors, then a vertex x is called the uncle of vertex y , and y is called a nephew of x , respectively.

The Hamiltonian of the uncle-nephew SOS model is

$$H(\sigma) = -J_1 \sum_{\langle x, y \rangle} |\sigma(x) - \sigma(y)| - J_3 \sum_{\langle x, y \rangle} |\sigma(x) - \sigma(y)|, \quad (1)$$

where the sum in the first term ranges all nearest-neighbors, the second sum ranges all second-level third-nearest-neighbors, where $J_1, J_3 \in \mathbb{R}$ are coupling constants.

Let $x \in W_n$ for some n and $S(x) = \{y_{l,x}, y_{r,x}\}$, where $y_{l,x}, y_{r,x} \in W_{n+1}$ are the direct successors of x . Assume $W_n^l = \{y_l \in S(x) \text{ for all } x \in W_{n-1}^l\}$ and $W_n^r = \{y_r \in S(x) \text{ for all } x \in W_{n-1}^r\}$, such that $W_n = W_n^l \cup W_n^r$. For any site $x_l \in W_n^l$ its "nephews" $N(x_l)$ are defined as direct successors $S(x_l)$, where x_l, x_r are direct successors of some vertices. Similarly for any site $x_r \in W_n^r$ its "nephews" $N(x_r)$ are defined as direct successors $S(x_r)$.

Consider a probability distribution $\mu_h^{(n)}$ on Ω_{V_n} :

$$\mu_h^{(n)}(\sigma_n) = Z_{n,h}^{-1} \exp\{-\beta H(\sigma_n) + \sum_{x \in W_{n-1}} h_{b(x), (\sigma_n)_{b(x)}}\}, \quad (2)$$

where $\sigma_n \in \Omega_{V_n}$, $(\sigma_n)_{b(x)} = (\sigma_n)|_{b(x)}$ and $Z_{n,h} = \sum_{\omega_n \in \Omega_{V_n}} \exp\{-\beta H(\omega_n) + \sum_{x \in W_{n-1}} h_{b(x), (\omega_n)_{b(x)}}\}$.

with $h_{b(x), \sigma_{b(x)}} \in \mathbb{R}$. We consider the compatibility condition for $\mu^{(n)}$:

$$\sum_{\substack{\omega_n \in \Omega_{V_n} \\ \omega_n|_{V_{n-1}} = \sigma_{n-1}}} \mu_h^n(\omega_n) = \mu_h^{n-1}(\sigma_{n-1}) \quad (3)$$

for all $n \geq 1$ and $\sigma_{n-1} \in \Omega_{V_{n-1}}$. According to the Kolmogorov theorem (see, e.g., [3]), there is a unique limit Gibbs measure μ_h on Ω such that for every $n = 1, 2, \dots$ and $\sigma_n \in \Omega_{V_n}$, the following equality holds $\mu_h(\{\sigma|_{V_n} = \sigma_n\}) = \mu_h^{(n)}(\sigma_n)$. We prove the following

Theorem 1. The probability distributions $\mu^{(n)}(\sigma_n)$, $n = 1, 2, \dots$ determined by the formula (2) are compatible iff for any $x \in V \setminus \{x^0\}$ the following system of equations hold:

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

$$\begin{cases} u_1' = N(u_1 + 2abu_2 + a^2b^2u_4)^2, \\ u_2' = N(a^2u_1 + 2abu_2 + b^2u_4)(a^2u_4 + 2abu_2 + b^2u_1), \\ u_4' = N(a^2b^2u_1 + 2abu_2 + u_4)^2. \end{cases}$$

where $u_i = \exp(h_{b(x)})$ for $x \in W_n$, $a = \exp(\beta J_1)$, $b = \exp(\beta J_3)$, $N = \frac{Z_{n-1,h}}{Z_{n,h}}$ and $\beta = \frac{1}{T}$,

$T > 0$ is temperature.

REFERENCES

- [1] U. A. Rozikov, Gibbs measures on Cayley trees. *World scientific*. (2013).
- [2] Ganikhodjaev N, Ising model with competing “uncle–nephew” interactions, *Phase Transitions*, 2016; pp. V. 89, 1196-1202, <https://doi.org/10.1080/01411594.2016.1156680>.
- [3] Shiryaev AN. Probability. New York (NY): Springer-Verlag, 1996.

IQTISODIY JARAYONDA MABLAG'NI OPTIMAL SARFLASH MASALALARIGA DISKRET DINAMIKANING QO'LLANILISHI

I.A. Sattarov¹, X.A. Abdupattoyev²

Namangan davlat universiteti¹, O'zbekiston Milliy universiteti²

i.sattarov@mathinst.uz, xudoberdiabdupattoyev150@gmail.com

Har bir mamlakatda, har bir yiriklashtirilgan korxonalarda iqtisodiy o'sish ro'y berishi uchun ishlab chiqarishni tashkil qilish muhim ahamiyatga ega. Makroiqtisodiy jarayonlarda avvalo ishlab chiqarish omili sifatida asosiy fondlar K va mehnat resurslari L ishtirok etadi. Ishlab chiqarilgan mahsulot sifatida milliy daromad Y olinadi. Shu K , L , va Y miqdorlar orasidagi bog'lanish *ishlab chiqarish funksiyasi* deb ataladi va $Y=F(L,K)$ kabi yoziladi. Bunday ko'rinishda yozilgan ishlab chiqarish funksiyasi ikki o'zgaruvchili deb yuritiladi. Umuman, ishlab chiqarish funksiyalari bir va ko'p o'zgaruvchili bo'lishi mumkin.

Iqtisodiy dinamika modellarida mablag'ni optimal sarflash yoki optimal kapital qo'yish masalalarini o'rganish muhim ahamiyatga ega. Bunday ishlarni R.Solou 1956 yilda boshlab bergan. Unga 1987-yilda Nobel mukofoti berilgan[1-3].

Solou milliy daromad Y ni kapital qo'yishga va iste'molga optimal ajratish masalasi bilan shug'ullangan. Aniqrog'i quyidagi tenglikda s ni topish masalasini qo'ygan:

$$Y(t) = I(t) + C(t) = sY(t) + (1-s)Y(t), \quad t \in [0, T], \quad (1)$$

bu yerda I – kapital hajmi, C – iste'mol hajmi, t esa vaqt. Optimallik – bu jon boshiga iste'molni, ya'ni

$$c(t) = \frac{C(t)}{L(t)}, \quad s = \text{const}, \quad 0 < s < 1, \quad (2)$$

funksiyani maksimum qilish ma'nosida tushuniladi.

Iqtisodiy dinamika vaqt bo'yicha uzluksiz yoki diskret bo'lgan holatlarda qaralishi mumkin. Ma'lumki, ko'p hollarda iqtisodiyotda kuzatilayotgan obyekt haqidagi hulosalar statistik ma'lumotlarga tayangan holda berib boriladi. Statistik ma'lumotlar esa diskret bo'lib, ular aniq bir vaqt oralig'iga qarashli bo'ladi. Shuning uchun ham diskret vaqt qo'llanilish uchun qulaydir. Diskret vaqtli dinamik modellar uchun tenglamalar ayirmasi ishlatiladi. Ikkala variantda ham modellarning murakkablik darajasi esa bir xil bo'lib, ular uchun bir xil darajadagi muhim natijalar olish mumkin.

Bugungi kunda ko'p mashhur bo'lgan iqtisodiy dinamik modellar uzluksiz holatlarda qaralgan. Ammo uzluksiz vaqtli dinamik modellarning real holatdagi jarayonlarni qoniqarli darajada tavsiflay olmaganiga ham ba'zi misollar mavjud. Shu boisdan uzluksiz vaqtli dinamik modellarni diskret holatda qarab tadqiq etish qaralayotgan modellarni to'laroq tavsiflash imkonini berib kelmoqda. Ushbu ish shu kabi masalalardan biri deb hisoblanishi mumkin bo'lgan, uzluksiz vaqtli holatda olingan natijalari uchun 1987 yilda Nobel mukofotiga sazovor bo'lgan R. Solouning soddad dinamik modelini diskret vaqtli holda o'rganishga bag'ishlangan. Bu tanlangan model statistik malumotlarga tayangan holda diskret vaqtli hollarda qaralayotgan iqtisodiy jarayonda mablag'ni optimal sarflash yoki optimal kapital qo'yish masalalarini hal qilishda qo'llanilishi mumkinligi uchun uni dolzarb deb hisoblash mumkin.

Kuzatuv vaqti diskret bo'lgani uchun umumiylikka ziyon yetkazmagan holda uni $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ deb olaylik. U holda iqtisodiy dinamikaning diskret vaqtli modeli

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

$$\begin{cases} Y_n = F(L_n, K_n), \\ I_n = sY_n, 0 < s < 1, \\ C_n = (1-s)Y_n, \\ K_{n+1} = I_n + K_n, \\ L_{n+1} = (1+\eta)L_n, \eta \geq 0, \\ K_0 > 0 \end{cases} \quad n \in \mathbb{N} \cup \{0\}, \quad (3)$$

munosabatlar bilan tavsiflanadi. Bunda $\eta \geq 0$ aholi sonining o'sish sur'ati deyiladi. Agar aholi soni eksponensial qonun bo'yicha ko'paysa, aholini stabil (barqaror), aholi o'sishi bo'lmasa, aholini statsionar aholi deb yuritiladi. Agar (3) da $\eta = 0$ bo'lsa, $L_n \equiv L_0$, $\forall n \in \mathbb{N}$ bo'ladi.

Yuqorida keltirilgan (3) munosabatlar tavsiflaydigan iqtisodiy sistemani ko'raylik. Mamlakat iqtisodiyoti har bir qaralayotgan n -vaqt momentida 5 ta ketma-ketlik bilan aniqlanadi:

$$L_n, K_n, I_n, C_n, Y_n. \quad (4)$$

Agar shu ketma-ketliklar topilgan bo'lsa, iqtisodiy sistemaning trayektoriyasi aniqlangan bo'ladi. Bundan keyin (4) ni trayektoriya deb yuritamiz.

Ravshanki, qurollanganlik k_n ushbu $k_n = \frac{K_n}{L_n}$ formula yordamida aniqlanadi. Bir birlik aholi jon boshiga to'g'ri keladigan milliy daromad esa qurollanganlikning funksiyasi sifatida qaraladi va bu munosabat

$$y_n = \frac{Y_n}{L_n} = F\left(1, \frac{K_n}{L_n}\right) = f(k_n) \quad (5)$$

tenglik yordamida ifodalanadi.

1-teorema. Agar har kuzatuv vaqtida ishchi kuchi o'zgarmas koeffitsiyentga ortsa, u holda diskret vaqtli R.Solouning neoklassik o'sish modeli quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$k_{n+1} = \frac{s}{1+\eta} f(k_n) + \frac{k_n}{1+\eta}. \quad (6)$$

Isbot. $k_{n+1} - k_n = \frac{K_{n+1}}{L_{n+1}} - \frac{K_n}{L_n}$ va $L_{n+1} = (1+\eta)L_n$ tengliklardan hamda (3) munosabatlardan foydalanib,

$$k_{n+1} = \frac{sY_n - \eta K_n}{(1+\eta)L_n} + k_n;$$

(5) tenglikdan foydalanib (6) ga ega bo'lamiz.

Quyidagi lemmani isbotsiz keltiramiz.

1-lemma. k_n qurollanganlik diskret vaqtli R.Solouning neoklassik o'sish modelining turg'un yechimi bo'lishi uchun $\frac{f(k_n)}{k_n} = \frac{\eta}{s}$ tenglikni qanoatlantirishi zarur va etarli.

Solou ishlab chiqarish funksiyasining umumiy ko'rinish quyidagicha bo'lib,

$$Y = a_0[aK^{-\rho} + (1-a)L^{-\rho}]^{\frac{1}{1-\rho}}, \quad a_0 > 0, \quad 0 < a < 1, \quad \rho > -1,$$

ρ parametr nolga intilganda Kobb-Dugass funksiyasini berishi va neoklassikligi saqlanishi avvalgi boblardan ma'lum. Milliy daromad Kobb-Duglass funksiyasi yordamida ifodalangan bo'lsin, ya'ni $Y_n = a_0 K_n^\alpha L_n^\beta$, bu yerda a_0 – bir birlik kapital va bir birlik ishchi kuchi bilan ishlab chiqarilgan mahsulotni ifodalovchi o'zgarmas son, α va β lar kapital va ishchi kuchining elastik koeffitsiyentlari. Odatda $\alpha + \beta = 1$ deb olamiz, u holda n -kuzatuv vaqtida quyidagilarga ega bo'lamiz

$$y_n = \frac{Y_n}{L_n} = a_0 \left(\frac{K_n}{L_n}\right)^\alpha = a_0 k_n^\alpha.$$

Bu holatda (6) model quyidagicha bo'ladi:

$$k_{n+1} = \frac{a_0 s}{1+\eta} k_n^\alpha + \frac{k_n}{1+\eta}. \quad (7)$$

2-teorema. (7) model yagona $\bar{k}_0 = \left(\frac{a_0 s}{\eta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ ko'rinishidagi turg'un yechimga ega va bu turg'un yechimdan farqli ixtiyoriy boshlangich k_0 uchun $\{k_n\}$ ketma-ketlik $\bar{k}_0$ ga yaqinlashadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

- [1]. В.Л. Макаров. *Модели согласования экономических интересов*. Учебное пособие Новосибирский Г.У. Новосибирск, 1981.
- [2]. Mankiw. N. Gregory, *Macroeconomics*, 8th edition. Harvard University. NY, Worth Publishers, 2013, 207 p.
- [3]. Nasritdinov G., Sherg'oziyev B. *"Iqtisodiy-matematik modellar va usullar" bo'yicha mashq va masalalar to'plami*. O'zMU. Toshkent, 2009.

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ TO'RT HOLATLI HC MODELLARINING BIRI UCHUN DAVRIY GIBBS O'LCHOVLARI HAQIDA

¹Tojiboyev Bahtiyor Zokirjon o'g'li, ²Burxonova Maloxatxon Otavali qizi

¹Namangan davlat universiteti, o'qituvchi, ²Namangan davlat universiteti, magistrant

Gibbs o'lchovlari nazariyasining asosiy masalasi berilgan gamiltonianga mos barcha Gibbs o'lchovlarini tavsiflashdan iborat. Gibbs o'lchovi tushunchasi va Gibbs o'lchovlari nazariyasiga oid boshqa tushunchalar bilan [1]-[4] ishlarda tanishish mumkin.

Har bir Gibbs o'lchoviga fizik sistemaning bitta fazasi mos qo'yiladi va agar Gibbs o'lchovlari soni o'zgarsa, u holda faza almashishi mavjud, ya'ni fizik sistema bir holatdan ikkinchi holatga o'tadi deyiladi.

Faraz qilaylik, $\tau^k = (V, L)$ Keli daraxti bo'lsin. Agar $i(l) = \{x, y\}$ bo'lsa, u holda x va y lar eng yaqin qo'shnilar deyiladi va $l = \langle x, y \rangle$ kabi belgilanadi.

Fiksirlangan $x^0 \in V$ uchun ushbu belgilashlar kiritiladi:

$$W_n = \{x \in V \mid d(x, x^0) = n\}, \quad V_n = \{x \in V \mid d(x, x^0) \leq n\},$$

Bunda $d(x, y)$ — $x, y \in V$ uchlar orasidagi masofa. $x \in W_n$ uchun esa quyidagicha belgilash kiritamiz: $S(x) = \{y \in W_{n+1} : d(x, y) = 1\}$. $S(x)$ to'plam x uchning to'g'ri avlodlari deyiladi.

Qaralayotgan modelda har bir x uchga $\sigma(x) \in \{0, 1, 2, 3\}$ qiymatlardan biri mos qo'yiladi. $\sigma(x) = 1, 2, 3$ ekanligi x uchning “band”ligini, $\sigma(x) = 0$ esa uning “vakant” ekanligini ifodalaydi. Keli daraxtida konfiguratsiya $V \rightarrow \Phi = \{0, 1, 2, 3\}$ kabi aniqlangan. V da aniqlangan barcha konfiguratsiyalar to'plami Ω orqali belgilanadi. Xuddi shunga o'xshash, $V_n (W_n)$ da konfiguratsiyalar aniqlanadi va $V_n (W_n)$ da aniqlangan barcha konfiguratsiyalar to'plami $\Omega_{V_n} (\Omega_{W_n})$ kabi belgilanadi.

Φ to'plamni biror G grafning uchlari to'plami sifatida qaraymiz. Agar $V(V_n)$ dagi ixtiyoriy x, y yaqin qo'shnilar uchun $\{\sigma(x), \sigma(y)\} = G$ grafning qirrasi bo'lsa, u holda σ konfiguratsiya Keli daraxtida (V_n yoki W_n) G -joiz konfiguratsiya deyiladi. G -joiz konfiguratsiyalar to'plamini $\Omega^G (\Omega_{V_n}^G)$ orqali belgilaymiz. G graf uchun aktivlik to'plami $\lambda: G \rightarrow R_+$ funksiyadir. λ funksiyaning $i \in \{0, 1, 2, 3\}$ uchlardagi λ_i qiymatlari uchning “aktivligi” deyiladi.

Berilgan G va λ lar uchun G -HC modelning gamil'taniani ushbu

$$H_G^\lambda(\sigma) = \begin{cases} \sum_{x \in V} \ln \lambda_{\sigma(x)}, & \text{agar } \sigma \in \Omega^G, \\ +\infty, & \text{agar } \sigma \notin \Omega^G. \end{cases}$$

orqali aniqlanadi.

Ta'rif 1. [5] Agar shunday λ aktivlik mavjud bo'lsaki, mos gamil'tanian kamida 2 ta TIGO' ga ega bo'lsa, u holda G unimodl graf deyiladi.

Bu ishda $\lambda_0 = 1, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda$ bo'lgan hollarni ko'ramiz va ushbu hollarga mos keluvchi davriy Gibbs o'lchovlarini o'rganamiz. Ma'lumki [5], to'rt holatli unimodl graflar: tayoq, kalit, umumlashgan kalitdan iborat. Quyidagi G grafni qaraylik:

$$\text{tayoq: } \{0, 1\} \quad \{1, 2\} \quad \{2, 3\}.$$

$\sigma_n \in \Omega_{V_n}^G$ uchun $\# \sigma_n = \sum_{x \in V_n} \mathbf{1}(\sigma_n(x) \geq 1)$ σ_n dagi band uchlar soni deb olamiz.

$z: x \rightarrow z_x = (z_{0,x}, z_{1,x}, z_{2,x}, z_{3,x}) \in R_+^4$ V dagi vektor funksiya bo'lsin. $n = 1, 2, \dots$ va $\lambda > 0$ uchun

$$\mu^{(n)}(\sigma_n) = \frac{1}{Z_n} \lambda^{\# \sigma_n} \prod_{x \in W_n} z_{\sigma_n(x), x}. \quad (1)$$

kabi aniqlangan Ω_{V_n} to'plamda $\mu^{(n)}$ ni ehtimollik taqsimotini ko'raylik.

$\mu^{(n)}$ ehtimollik o'lchovlari ketma-ketligi muvofiqlashgan deyiladi, agar istalgan $n \geq 1$ va $\sigma_{n-1} \in \Omega_{V_{n-1}}$ uchun quyidagi tenglik bajarilsa:

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

$$\sum_{\omega_n \in \Omega_{W_n}} \mu^{(n)}(\sigma_{n-1} \vee \omega_n) \mathbf{1}(\sigma_{n-1} \vee \omega_n \in \Omega_{V_n}) = \mu^{(n-1)}(\sigma_{n-1}), \quad (2)$$

bu yerda

$$\mathbf{1}(\sigma_{n-1} \vee \omega_n \in \Omega_{V_n}) = \begin{cases} 1, & \text{agar } \sigma_{n-1} \vee \omega_n \in \Omega_{V_n} \\ 0, & \text{agar } \sigma_{n-1} \vee \omega_n \notin \Omega_{V_n}. \end{cases}$$

Bu holda Kolmogorov teoremasiga ko'ra, $(\Omega, \mathbf{B})$ da barcha n va $\sigma_n \in \Omega_{V_n}$ uchun yagona μ o'lchovi mavjud.

$$\mu(\{\sigma \in \Omega: \sigma|_{V_n} = \sigma_n\}) = \mu^{(n)}(\sigma_n).$$

Ta'rif 2. (1) formula va (2) shart yordamida aniqlangan μ o'lchov $\lambda > 0$ da $z: x \in V \setminus \{x^0\} \mapsto z_x$ funksiyaga mos HC-Gibbs o'lchov deyiladi.

G grafning qirralar to'plami $L(G)$ bo'lsin. G grafning qo'shnilik matritsasini $A \equiv A^G = (a_{ij})_{i,j=0,1,2,3}$ bilan belgilaymiz, ya'ni

$$a_{ij} \equiv a_{ij}^G = \begin{cases} 1, & \text{agar } \{i, j\} \in L(G), \\ 0, & \text{agar } \{i, j\} \notin L(G). \end{cases}$$

bo'lsin.

Teorema 1. [6]. (1) formula bilan berilgan ehtimolliklar o'lchovlari ketma-ketligi $\mu^{(n)}$, $n = 1, 2, \dots$ muvofiqlik shartini qanoatlantirishi uchun ixtiyoriy $x \in V$ da

$$\begin{aligned} z_{1,x} &= \lambda \prod_{y \in S(x)} \frac{a_{i0} + a_{i1}z_{1,y} + a_{i2}z_{2,y} + a_{i3}z_{3,y}}{a_{00} + a_{01}z_{1,y} + a_{02}z_{2,y} + a_{03}z_{3,y}}, \\ z_{2,x} &= \lambda \prod_{y \in S(x)} \frac{a_{i0} + a_{i1}z_{1,y} + a_{i2}z_{2,y} + a_{i3}z_{3,y}}{a_{00} + a_{01}z_{1,y} + a_{02}z_{2,y} + a_{03}z_{3,y}}, \\ z_{3,x} &= \lambda \prod_{y \in S(x)} \frac{a_{i0} + a_{i1}z_{1,y} + a_{i2}z_{2,y} + a_{i3}z_{3,y}}{a_{00} + a_{01}z_{1,y} + a_{02}z_{2,y} + a_{03}z_{3,y}}. \end{aligned}$$

tengliklar o'rinli bo'lishi zarur va yetarli, bu yerda $z'_{i,x} = \lambda z_{i,x} / z_{3,x}$, $i = 0, 1, 2$.

$z_{0,x} \equiv 1$ va $z_{i,x} = z'_{i,x} > 0$, $i = 1, 2, 3$ bo'lsin. U holda har bir $x \in V \rightarrow z_x = (z_{1,x}, z_{2,x}, z_{3,x})$ ixtiyoriy funksiyalar uchun Gibbsning HC-o'lchoviga quyidagi funksional tenglamalar sistemasining bitta yechimi mos keladi.

$$z_{i,x} = \lambda \prod_{y \in S(x)} \frac{a_{i0} + a_{i1}z_{1,y} + a_{i2}z_{2,y} + a_{i3}z_{3,y}}{a_{00} + a_{01}z_{1,y} + a_{02}z_{2,y} + a_{03}z_{3,y}}, \quad i = 1, 2, 3$$

Davriy Gibbs o'lchovlari uchun quyidagi teoremlar o'rinli.

Teorema 2. HC-modeli uchun har qanday chekli indeksli $G \subset G_k$ normal bo'luvchi uchun barcha G -davriy Gibbs o'lchovlari yo translyatsion-invariant yoki $G_k^{(2)}$ -davriy Gibbs o'lchovi bo'ladi.

Teorema 3. $k = 4$ bo'lsin. U holda HC modeli uchun unumdor graf tayoq bo'lganda $G_k^{(2)}$ -davriy Gibbs o'lchovlari translyatsion-invariant bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Георги Х.-О. Гиббсовские меры и фазовые переходы. – М.: Мир, 1992.
2. Preston C. J. Gibbs States on countable sets. Cambridge Tracts Math. 1974.– 68.
3. Синай Я. Г. Теория фазовых переходов. Строгие результаты. – М.: Наука, 1980.
4. Rozikov U. A. Gibbs measures on Cayley trees. World Scientific. – 2013.
5. Brightwell G., Winkler P. Graph homomorphisms and phase transitions. J. Combin. Theory Ser. B. – 1999. – 77, – P. 221–262.
6. Martin J. B., Rozikov U. A., Suhov Yu. M. A three state hard-core model on a Cayley tree. J. Nonlin. Math. Phys. – 2005. – 12, № 3. – P. 432–448.

2-ШҶҶБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

ON $G_k^{(2)}$ -PERIODIC p -ADIC GENERALIZED GIBBS MEASURE FOR ISING MODEL WITH EXTERNAL FIELD ON CAYLEY TREE

Tukhtabaev Akbarkhuja, Mamadjonov Rashid
Namangan state university

In the present paper, we consider $G_k^{(2)}$ -periodic p -adic generalized Gibbs measure for Ising model with external field on the Cayley tree of order two.

$\mathbb{Q}$ is the field of rational number, arbitrary rational number $x \neq 0$ can be represented in the form $x = p^r \frac{n}{m}$, where $r, n \in \mathbb{Z}$, m -positive integer, $(p, n) = 1$; $(p, m) = 1$ and p is a fixed prime number. The p -adic norm of x is given by

$$|x|_p = \begin{cases} p^{-r}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

This norm is non-Archimedean norm i.e. for all $x, y \in \mathbb{Q}$, following inequality holds true

$|x+y|_p \leq \max\{|x|_p, |y|_p\}$. The completion of $\mathbb{Q}$ with respect to the p -adic norm defines the p -adic field $\mathbb{Q}_p$ (see [1]).

Let we consider the following set on the Cayley tree $\Gamma^k(V, L)$ (see [2]). Let $x_0 \in V$ be fixed, $W_n = \{x \in V \mid d(x, x_0) = n\}$, $V_n = \{x \in V \mid d(x, x_0) \leq n\}$, $L_n = \{l = \langle x, y \rangle \in L \mid x, y \in V_n\}$.

And for $x \in W_n$, denote $S(x) = \{y \in W_{n+1} \mid d(x, y) = 1\}$. The set is called direct successors of x .

We consider a p -adic Ising model where the spin values take in the set $\Phi = \{-1; 1\}$. We define a configuration σ on V by the function $\sigma: x \in V \rightarrow \sigma(x) \in \Phi$. Similarly, one can be define σ_n and σ^n on V_n and W_n respectively. Ω is the set if all configuration on V and denote $\Omega = \Phi^V$.

The Hamiltonian for p -adic Ising model with external field is defined by

$$H_n(\sigma_n) = J \sum_{\langle x, y \rangle \in L_n} \sigma(x)\sigma(y) + \alpha \sum_{x \in V} \sigma(x). \quad (1)$$

Let $\lambda_{x,y}: (u, v) \in \Phi \times \Phi \rightarrow \lambda_{x,y}(u, v) \in \mathbb{Q}_p$ be function for each pair of neighboring vertices x, y . The Hamiltonian $H_n: \Omega_{V_n} \rightarrow \mathbb{Q}_p$ for p -adic λ -model is defined by

$$H_n(\sigma_n) = J \sum_{\langle x, y \rangle \in L_n} \lambda(\sigma(x), \sigma(y)). \quad (2)$$

Let

$$\lambda(\sigma(x), \sigma(y)) = J\sigma(x)\sigma(y) + \frac{\alpha}{k+1}(\sigma(x) + \sigma(y)), \quad (3)$$

then we can see the p -adic Ising model with external field is special case of the p -adic λ -model.

Let $h: x \in V \rightarrow h_x \in \mathbb{Q}_p$ be function. We define p -adic probability generalized Gibbs measure μ_h^n on Ω_{V_n} by

$$\mu_h^n = Z_n^{-1} \exp_p \{H_n(\sigma_n)\} \prod_{x \in W_n} h_x \sigma(x),$$

where Z_n^{-1} is corresponding normalizing factor. The compatibility conditions for $\mu_h^n(\sigma_n)$, $n \geq 1$ are given by the equality

$$\sum_{\sigma^n \in \Omega_{W_n}} \mu_h^n(\sigma_{n-1} \cup \sigma^n) = \mu_h^{n-1}(\sigma_{n-1}). \quad (4)$$

In this case, by the p -adic analogue of Kolmogorov theorem there exists a unique measure μ_h on the set Ω such that $\mu_h(\{\sigma|_{V_n} \equiv \sigma_n\}) = \mu_h^{(n-1)}(\sigma_{n-1})$ for all n and $\sigma_{n-1} \in \Omega_{V_{n-1}}$. (see [3])

Theorem 1.[4] The measures $\mu_h^n(\sigma_n)$ satisfy the compatibility condition (4), if and only if for any $x \in V$ the following equation holds:

$$h_x = \sum_{y \in S(x)} F_{x,y}(h_y, \lambda), \quad (5)$$

$$\text{where } F_{x,y}(h, \lambda) = \frac{1}{2} \log_p \left(\frac{\exp_p(\lambda_{x,y}(1,1)) \exp_p(2h) + \exp_p(\lambda_{x,y}(1,-1))}{\exp_p(\lambda_{x,y}(-1,1)) \exp_p(2h) + \exp_p(\lambda_{x,y}(-1,-1))} \right).$$

$$\text{From (3) we get } \lambda_{x,y}(1,1) = J + \frac{2\alpha}{k+1}, \lambda_{x,y}(1,-1) = \lambda_{x,y}(-1,1) = -J, \lambda_{x,y}(-1,-1) = J - \frac{2\alpha}{k+1}.$$

Denote $\exp_p(2J) = \theta$, $\exp_p \frac{2\alpha}{k+1} = \eta$, $\exp_p 2h = H$. Using above we can write (5) the following form

$$H = \eta^{k+1} \left(\frac{\theta H + 1}{H + \theta} \right)^k. \quad (6)$$

Let

$$f(h_{\theta,\eta,k}) = \eta^{k+1} \left(\frac{\theta h + 1}{h + \theta} \right)^k \quad (7)$$

To find non translation-invariant $G_k^{(2)}$ -periodic measures is equivalent to solve the following equation:

$$\frac{f(f(h)) - h}{f(h) - h} = 0 \quad (8)$$

For the sake of simplicity we consider $k = 2$. From the (8) we get

$$\theta^2(\theta\eta^3 + 1)^2 h^2 + (2\theta^3\eta^6 + (\theta^4 + 4\theta^2 - 1)\eta^3 + 2\theta^3)h + \theta^2(\eta^3 + \theta)^2 = 0 \quad (9)$$

The solutions of the equation (9) are

$$h_{1,2} = \frac{-(2\theta^3\eta^6 + (\theta^4 + 4\theta^2 - 1)\eta^3 + 2\theta^3) \pm \eta(\theta^2 - 1)\sqrt{\Delta(\theta, \eta)}}{2\theta^2(\theta\eta^3 + 1)^2} \quad (10)$$

where $\Delta(\theta, \eta) = -\eta(4\theta^3\eta^6 + 3\theta^4\eta^3 + 6\theta^2\eta^3 + 4\theta^3 - \eta^3)$.

It is clearly that $h_{1,2}$ in $\square_p$ exist if and only if $\Delta(\theta, \eta)$ exists in $\square_p$.

Theorem 2. Let $p \geq 3$ be a prime and N is number of non translation-invariant $G_k^{(2)}$ -periodic generalized Gibbs measures for p -adic Ising model with external field. Then for Cayley tree of order two the following statement holds true:

$$N = \begin{cases} 2, & p \equiv 1 \pmod{4} \\ 0, & p \equiv 3 \pmod{4} \end{cases} \quad (11)$$

REFERENCES

1. V. S. Vladimirov, I. V. Volovich and E. V. Zelenov, p -Adic Analysis and Mathematical Physics (World Sci. Publ., Singapore, 1994).
2. U. A. Rozikov, Gibbs Measures on Cayley Trees (World Sci. Publ., Singapore, 2013).
3. N. N. Ganikhodjayev, F. M. Mukhamedov and U. A. Rozikov, "Phase transitions in the Ising model on Z over the p -adic numbers," Uzbek Math. J. 4, 23–29 (1998).
4. M. Khamraev and F. Mukhamedov, "On p -adic λ -model on the Cayley tree," J. Math. Phys. 45 (11), 4025–4034 (2004).

AYRIM SONLI QATORLARNING YIG'INDISI HAQIDA

Tuxtamirzayev Adxam Yulbarsmirzayevich, Karimov Muzaffar Musoxonovich

Namangan davlat universiteti, "Matematik analiz" kafedrası katta o'qituvchilari

To'xtamirzayeva Ziyodaxon Adxamjon qizi

Namangan davlat universiteti, Matematika fakulteti talabasi

Ilmiy tadqiqot ishlarini olib borayotgan izlanuvchilar o'zlarining tadqiqotlari davomida ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fani va uning qo'llanilishi bilan ishlashlariga to'g'ri kelishlari mumkin. Jumladan sanoqli miqdorda qiymat qabul qiluvchi diskret tasodifiy miqdorlar bilan ishlashga to'g'ri keladi. Matematika fani mutaxassisi bo'lmagan izlanuvchilar uchun o'z navbatida matematik kutilma, dispersiya, o'rtacha kvadratik chetlanish kabi kattaliklarni topish bir oz qiyinchilik tug'diradi. Bunga sabab sifatida kerakli formulalarning hotirada qolmaganligini, ochiq manbalarda qanday adabiyotlarga murojaat qilish lozimligini

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

aksariyat hollarda bilmaslikni keltirish mumkin. Ushbu maqolada maktab matematika kursi va hosila yordamida qanday qilib kerakli ma'lumotlarga ega bo'lish mumkin degan savolga javob beramiz.

Umumta'lim maktabining 9-sinf algebra kursidan progressiya, jumladan cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya mavzusi barchamizga ma'lum.

Bizga birinchi hadi 1 ga, mahraji x (bu yerda $0 < x < 1$) ga teng bo'lgan cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya berilgan bo'lsin. Cheksiz kamayuvchi geometrik progressiya hadlari yig'indisi formulasiga ko'ra

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1-x} \quad (1)$$

tenglikka ega bo'lamiz. Bu tenglikning har ikki tomoni differensiallanuvchi. (1) tenglikning har ikki qismi o'zaro teng, va ulardan olingan hosilalar ham albatta o'zaro teng ekanligidan, hosila olganimizdan so'ng

$$1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots = \frac{1}{(1-x)^2} \quad (2)$$

tenglikka kelamiz. (2) tenglikning har ikki tomoni differensiallanuvchi. Bu tenglikning har ikki qismi o'zaro teng, va ulardan olingan hosilalar ham albatta o'zaro teng ekanligidan, tenglikning har ikki tomonidan yana bir bor hosila olganimizdan so'ng

$$2 + 3 \cdot 2x + 4 \cdot 3x^2 + \dots = \frac{2}{(1-x)^3} \quad (3)$$

tenglikni hosil qilamiz. Endi (2) tenglikning har ikki qismini x ga ko'paytiramiz. Natijada,

$$x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + \dots = \frac{x}{(1-x)^2} \quad (4)$$

tenglikka kelamiz. Bu tenglikning har ikki tomoni ham differensiallanuvchi. (4) tenglikning har ikki qismi o'zaro teng, va ulardan olingan hosilalar ham albatta o'zaro teng ekanligidan, hosila olganimizdan so'ng

$$1^2 + 2^2x + 3^2x^2 + 4^2x^3 + \dots = \frac{1+x}{(1-x)^3} \quad (5)$$

tenglikni hosil qilamiz. (5) tenglikning har ikki tomoni differensiallanuvchi. Bu tenglikning har ikki qismi o'zaro teng, va ulardan olingan hosilalar ham albatta o'zaro teng ekanligidan, tenglikning har ikki tomonidan yana bir bor hosila olganimizdan so'ng

$$2^2 \cdot 1 + 3^2 \cdot 2x + 4^2 \cdot 3x^2 + \dots = \frac{4+2x}{(1-x)^4} \quad (6)$$

tenglikka kelamiz.

Ko'rinib turibdiki bu formulalarni keltirib chiqarish unchalik qiyinchilik tug'dirmaydi. Olingan natijalarning hizmati esa beqiyosdir.

ADABIYOTLAR RO'YHATI.

1. Alimov Sh.A. Algebra: Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 9-sinfi uchun darslik / Sh.A. Alimov, A.R. Xalmuxamedov, M.A. Mirzaxmedov. – 4-nashri. – Toshkent: “O'qituvchi” NMIU, 2019. – 240 b.
2. Azlarov T., Mansurov H. Matematik analiz: Universitet va ped. institutlar talabalari uchun darslik: 2 qismli. 1-q. – Qayta ishlangan va to'ldirilgan 2-nashri. – T.: O'qituvchi, 1994. – 416 b.
3. Дубровин, Н. И. Задачник по математике. 1-й семестр / Н.И. Дубровин, А.Ю. Тухтамирзаев; Владим. гос. ун-т. – Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2011. – 67 с.
4. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами / А.И. Кибзун, Е.Р. Горяинова, А.В. Наумов, А.Н. Сиротин; Учебн. Пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 224 с.
5. Сборник индивидуальных заданий по теории вероятностей: типовые расчеты / П.Л. Иванков, Ю.В. Муранов – Владим. гос. ун-т, Владимир, 1997, – 56 с.

IQTIDORLI BOLALAR BILAN ISHLASH XUSUSIYATLARI

Tuxtamirzayev Adxam Yulbarsmirzayevich

Namangan davlat universiteti, BTATFO'M kafedراسi katta o'qituvchisi

Pedagogikada iqtidorli bola - bu muayyan faoliyatda yorqin, ravshan, ba'zan ajoyib yutuqlari (yoki bunday yutuqlar uchun ichki shartlarga egaligi) bilan ajralib turadigan bola. Ular ajoyib xotira, g'ayrioddiy diqqat, qiziquvchanlik, yangi narsalarni tushunishga intilish va fikrlashning yuqori tezligi bilan tengdoshlaridan ajralib turadilar.

Maktab amaliyoti shuni ko'rsatadiki, iqtidorli bolalar mehnatsevarlik va qat'iyatlilik bilan ajralib turadi. Bola faqat mehnatsevarlik va mustaqillik bilan shaxs sifatida rivojlanadi. Mehnat qilishga

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

odatlanmagan va biror bir ishni mustaqil bajarishga intilmagan, eslatish yoki hatto undan ham yomoni, majburlash ostida o'quvchi butun ta'lim jarayonida o'zini namoyon qilish va rivojlantirish imkoniyatidan mahrum bo'ladi. O'z oldiga maqsad qo'ya oladigan, mehnatsevarlikni rivojlantira oladigan o'quvchi oldida barcha imkoniyatlar mavjud bo'ladi.

Psixologlar tomonidan olib borilgan tadqiqotlar shuni ko'rsatdiki, iqtidorli bolalar ijodiy faoliyatining sharti va natijasi kuchli aqliy faoliyatga doimiy, tinimsiz moyillikdir. Ammo bu erda bizga, iqtidorli bolalarning xotirasi ularga tushuntirish vaqtida o'qituvchi aytgan hamma narsani to'g'ri va mustahkam saqlab qolishidan foydalanib, oson o'rganishlari, hatto uy vazifalarini ham bajarmasliklari haqida misollar bilan e'tiroz bildirilishi mumkin. Hech qanday shubha yo'qki, bu erda yakuniy mezon osonlik bilan olingan besh baho emas, balki chuqur bilim va ko'nikmalar va eng muhimi, bunday qobiliyat ta'minlamaydigan mehnatga ruhiy tayyorgarlik bo'lishi kerakligidir.

Hamma narsa oson bo'ladi degan fikrga o'rganib qolgan bola, matonat, mehnatsevarlik, tirishqoqlik nimaligini bilmay, ertami-kechmi ko'p va mashaqqatli mehnat talab qiladigan ishni boshdan kechirishga majbur bo'ladi va unga asosiy narsa - mehnat qobiliyati yetishmasligi ma'lum bo'ladi. Shuning uchun iste'dodlarni rivojlantirish haqida gapirilganda, avvalambor, dangasalikka qarshi kurash, mehnat qobiliyatini shakllantirish, tizimli va mashaqqatli mehnatdan nafratlanishni bartaraf etish haqida gapirish kerak.

Yuksak intellektual koeffitsientning erishilgan yutuqlarning yagona mezoni sifatidagi dastlabki qarash bugungi kunda haqli ravishda shubha ostiga olinmoqda. Insonning ijodiy imkoniyatlari bevosita va to'g'ridan-to'g'ri uning o'rganish qobiliyatiga bog'liq emas, ular har doim ham aql sinovlarida o'z aksini topavermaydi. Ko'pgina ilmiy tushunchalarda iqtidor va uning rivojlanishining shart-sharoitlari bolaning ijodiy qobiliyatlari bilan bog'liq bo'lib, ijodkorlik sifatida belgilanadi. Ijodkorlik fikrlashda, muloqotda, muayyan faoliyatda namoyon bo'lishi mumkin.

Iqtidorning zarur belgilari orasiga bolaning intellektual rivojlanishi tengdoshlarining o'rtacha darajasidan yuqori bo'lishi albatta kiradi, chunki bu daraja ijodiy samaradorlik uchun asos yaratadi. Maxsus tadqiqotlar aql va ijodkorlikning rivojlanish darajalari bilan bir - biridan farq qiluvchi quyidagi 4 bolalar guruhlarini ajratishga imkonini berdi:

- 1) yuqori intellekt - yuksak ijodkorlik;
- 2) yuqori intellekt - ijodkorlikning past darajasi;
- 3) past intellekt - yuqori ijodkorlik;
- 4) past intellekt - ijodkorlikning past darajasi.

Yuqori ijodkorlik yuqori darajadagi aql-zakovat bilan uyg'unlashgandagina, ijtimoiy muhitga yaxshi moslashish, hissiy muvozanat, mustaqillik, hayotda yuqori va uzoq muddatli ijodiy faollik kuzatiladi.

Iqtidorli bolalar bilan ishlashda ijodiy fikrlashni rivojlantirishni rag'batlantiruvchi shart-sharoitlarni yaratish eng muhim maqsadlardan biridir. Ko'plab psixologik tadqiqotlar natijalariga ko'ra, o'quvchilarning ijodkorligining rivojlanishi ijodkorlik uchun qulay sharoitlar yaratilgandagina sodir bo'ladi: muvaffaqiyat keltiradigan holatlarini yaratish, ko'rib chiqilayotgan muammolarning to'liq emasligi (o'ylagani narsa bo'lishi, haqiqatga erishish, evristik topilmalarga kelish uchun), tobora yangi va murakkab masalalarning paydo bo'lishi, izlanishga bo'lgan katta ishtiyoq, turli xil fikrlash usullaridan foydalanish, javoblarni tahlil qilish uchun baholash orqali rag'batlantirish, tushunish muhitini yaratish. Iqtidorli bolalar bilan ishlashda o'quvchilarning mustaqilligini amalga oshirish uchun guruhli o'qitishning zamonaviy ta'lim texnologiyalaridan, o'quv jarayonini individuallashtirish, o'quvchilarga esa, faoliyatini rejalashtirish, tashkil etish va nazorat qilishda mustaqillikni namoyon etish imkonini berish bilan birgalikda universal o'quv harakatlarini rivojlantiruvchi loyihalar metodidan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Agar bolada mustaqil tanlash va qaror qabul qilish shakllangan bo'lsa, texnik, ilmiy, badiiy yo'nalishlarning istalganida ijodkorlikni namoyon etishi mumkindir.

O'quv jarayonida o'quvchining individualligini shakllantirishning eng muhim pedagogik sharti darsda tanlov holatini yaratishdir. Darsning bu bosqichida o'quvchilar o'quv vazifalari variantlaridan biriga ustunlik berish zaruratiga duch keladilar va o'zlarining faolliklari, mustaqilligi, individualligi va o'ziga xosliklarini namoyon etish uchun harakat qiladilar.

Shu bilan birgalikda, iqtidorli bolalar bilan ishlashda o'quvchilar bilimining divergent sifatini rivojlantirish zarur, ya'ni:

- tezkorlik (maksimal miqdordagi g'oyalarni berish, ko'plab javob berish qobiliyati);
- fikrlashning moslashuvchanligi (yechimning bir variantidan boshqasiga o'tish va ko'plab yechimlarni berish qobiliyati);
- berilgan javobning / natijaning o'ziga xosligi;
- to'liqlikka intilish;
- g'oyalarni takomillashtirish, bajargan ishiga mukammal ko'rinish berish qobiliyati.

Iqtidorli bolalar bilan ishlashda o'qituvchi ularning ijtimoiy rivojlanishiga e'tibor berishi kerak, ya'ni:

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

- o'smir psixologiyasi va iqtidorli bolalar psixologiyasini bilish;
- bola o'zini-o'zi qadrlashini, ijobiy pozitiv Men-konsepsiyasini shakllantirish;
- shaxslararo munosabatlar ko'nikmalarini shakllantirish (birinchi navbatda, boshqalarning his-tuyg'ularini tushunish va o'z xatti-harakatlarini to'g'ri yo'lga qo'yish orqali);
- o'zi va bolalar uchun qiziqarli bo'lishi uchun keng qamrovli qiziqish va ko'nikmalarga ega bo'lishga intilish;
- moslashuvchanlikni namoyon qila olish, o'z qarashlarini qayta ko'rib chiqishga tayyor bo'lish;
- nostandart ishlash istagida bo'lish;
- kasbiy faoliyatda kelajakda maxsus bilimlarga ega bo'lishga tayyor turish.

ADABIYOTLAR RO'YHATI

1. Бурлинский Г.В. Одаренные дети / Г.В. Бурлинский, В.М. Слуцкий – М.: Просвещение, 1991. – 376 с.
2. Блинова В.Л. Детская одаренность: теория и практика: Учебно-методическое пособие / В.Л. Блинова, Л.Ф. Блинова. – Казань: ТГГПУ, 2010. – 56 с.
3. Глассер У. Школы без неудачников / Пер. с англ.; общ. ред. и предисл. В.Я. Пилиповского. – М.: Прогресс, 1991. – 184 с.
4. Матюшкин А.М. Творческий потенциал одаренности: структура и развитие // Психология сегодня. – Т. 2. – М., 1996.
5. Мешков Н.И. Педагогика. Краткий курс лекций: Учебное пособие / Н.И. Мешков, И.В. Харитоновна. – Саранск, 2010. – 149 с.
6. Шарипов Ф.В. Психология и педагогика творчества и обучение исследовательской деятельности. Педагогическая инноватика: Монография. – М.: Логос, Университетская книга, 2016. – 584 с.

МАТЕМАТИКА FANIGA IQTIDORI BOR BOLALAR BILAN ISHLASHNING O'ZIGA XOS XUSUSIYATLARI.

Tuxtamirzayev Adxam Yulbarsmirzayevich

Namangan davlat universiteti, BTATFO'M kafedrası katta o'qituvchisi

To'xtamirzayeva Ziyodaxon Adxamjon qizi

Namangan davlat universiteti, Matematika fakulteti talabasi

Har bir jamiyat iqtidorli insonlarga muhtoj va jamiyatning vazifasi bunday insonlarni ko'ra olish va ularning qobiliyatlarini rivojlantirishdan iboratdir. Har bir umumta'lim maktabi iqtidorli bolalarni aniqlashi bilan birgalikda ularning o'z-o'zini anglashi uchun ijodiy muhit yaratishi, ularni nostandart yechimlarni topishga, tashabbus ko'rsatishga, ijodiy fikrlashga o'rgatishi lozimdir. Maktab o'quvchilarining matematik iqtidorini, shuningdek, umumiy iqtidorni rivojlantirish muammosi ham avvaldan ma'lum.

O'qituvchining o'zida o'z faniga ishtiyoqi bo'lmasa, o'quvchilarda fanga qiziqish uyg'otib bo'lmaydi. Iqtidorli bolalar bilan ishlovchi o'qituvchi ijodiy, kasbiy malakali, tajriba va tadqiqot faoliyatiga qodir, o'quv-tarbiya jarayonining mohir tashkilotchisi, zukko, bilimdon, zamonaviy ta'lim texnologiyalarini puxta egallagan bo'lishi kerak. O'qituvchi uchun nostandart ishlash istagi, izlanuvchanlik faoliyati, iqtidorli bolalarning psixologiyasini bilish, hamkorlik qilishga tayyorlik, intellektual rivojlanish istagi, ishonchli shaxslararo munosabatlarni o'rnatish qobiliyati, iqtidorli bolaning xato qilish huquqini tan olish, uning har qanday g'oyasini hurmat qilish, o'quvchilar bilan birgalikdagi faoliyatning maqsad va vazifalarini muhokama qilish odatiy bo'lishi kerak. Iqtidorli bolalar bilan ishlashni o'z ustida ishlashdan, o'zining kasbiy saviyasini oshirishdan boshlash kerak. Yuqori sinflarda fakultativ kurslarning mazmunini yanada puxta va sifatli ishlab chiqish, ularni o'tish metodikasini takomillashtirish zarur.

Iqtidorli bolalarni aniqlagan holda, maktab ularga o'z qobiliyatlarini rivojlantirish uchun barcha imkoniyatlarni ishga solishni o'rgatishi kerak. Bu masalada birinchi yordamchi bo'lib o'quvchilarning fanga qiziqishi xizmat qiladi. Matematikaga bo'lgan qiziqishni qo'llab-quvvatlash va o'quvchilar qobiliyatlarining tabiiy asoslarini rivojlantirish maqsadida ijodiy topshiriqlar, qiziqarli tajribalar, materiallar va vazifalardan foydalanish mumkin. Birinchidan, bu o'quvchilarga dars boshida qizdirish sifatida taklif etiladigan rivojlantiruvchi topshiriqlar tizimi. Bunday masalalarni hal qilish uchun 1 daqiqadan ortiq vaqt talab qilinmaydi va muammoni hal qilish yo'li batafsil tushuntirib beriladi. Qiyinchilik yuzaga kelib qolsa, yordam beriladi, vazifalar batafsil muhokama qilinadi. Agar o'quvchilar bu masalalarni avval o'z ongida hal qilishga harakat qilsalar va shundan keyingina yozma yechimga o'tishsa, bu juda foydali bo'ladi. Agar o'quvchi algebra bilan tanish bo'lsa, u holda uni birinchi navbatda arifmetik yechimni topishga harakat qilish va shundan keyingina masalani algebraik usulda yechishga ilhomlantirish foydalidir. Masalalar nafaqat foydali, balki qiziqarli ham bo'lib, o'quvchilar odatda ularni katta ishtiyoq va qat'iyat bilan hal qilishadi.

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

Ijodiy, nostandart masalalarni tizimli hal qilish fikrlash mantig'ini, fikrlashni, fikrlash jarayonining moslashuvchanligini, zukkolikni, matematik fikrlash ijodkorligini shakllantirish va takomillashtirishga yordam beradi. Matematik iste'dodni rivojlantirishda nostandart masalalarni yechish juda qo'l keladi.

Intellectual iqtidorli o'quvchilarni o'qitishga kelsak, albatta, yetakchi va ijodiy xarakterga ega bo'lgan, yakka va jamoaviy ish shakllariga asoslangan, muammoli, izlanishga yetaklaydigan, evristik, tadqiqot ishlari olib boriladigan, loyihaviy metodlar xizmat qiladi. Ta'limni individuallashtirish g'oyasini amalga oshiradigan va o'quvchilarning ijodiy o'zini o'zi namoyon qilishi va o'z-o'zini anglashi uchun imkoniyat beradigan texnologiyalar eng samarali hisoblanadi.

Iqtidorli bolalarni o'qitishning selektiv, elektiv va o'tish davridan iborat uchta asosiy shakli mavjud. Ta'limni differentsiallashtirishning selektiv shakli iqtidorli bolalar uchun maxsus ta'lim muassasalarini yaratishni o'z ichiga oladi: umumiy iste'dod darajasi bo'yicha tanlangan bolalar uchun maxsus maktablar, iqtidorli bolalar uchun maktablar. Ta'limni differentsiallashtirishning o'tish shakli turli darajadagi va o'rganish xarakteriga ega bo'lgan sinflarning bir parallelda o'qitishni nazarda tutadi. Tashkiliy mexanizmining zamonaviy shakli juda oddiy ko'rinadi: bir maktabda, bir parallelda sinflardan biri iqtidorli bolalardan iborat bo'lsa, boshqa sinflar esa o'rta darajadagi rivojlanish darajasiga ega bo'lgan bolalardan iborat bo'ladi. Ta'limni differentsiallashtirishning elektiv shakli iqtidorli bolalarni "oddiy" tengdoshlari bilan birgalikda, ularni maxsus sinfga ajratmasdan va ular uchun maxsus maktab yaratmasdan o'qitishni o'z ichiga oladi. Ko'pincha, umumta'lim maktablarida matematik fikrlash rivojlanmaganligi sababli yuqori natijalarga erisha olmaydigan ayrim bolalar bor sinflarda ishlashga to'g'ri keladi. Shu sababli, qobiliyat darajasi yuqori bo'lgan, ma'lum bir sohada tadqiqotga ishtiyoqli, mustaqil ta'lim olish va mustaqil o'rganishga moyil bo'lgan o'quvchilarni qanday jalb qilish kerak degan savol tug'iladi. Ularni hamma bilan teng ravishda darslarga borishga majburlash har doim ham mantiqqa to'g'ri kelavermaydi, chunki bu ularning intellektual salohiyatining pasayishiga olib kelishi mumkin. Imkoniyatdan kelib chiqqan holatda ularga vaqti-vaqti bilan mustaqil ishlashlari uchun sharoit yaratib berish kerak. Albatta, bu alohida tuzilgan reja asosida tashkil qilingan bo'lishini, va ish yakunida hisobot topshirilishini yo'lga qo'yilishini o'z ichiga olishi lozim.

Sinfdan tashqari ishlar iqtidorli bolalar bilan ishlashning ajralmas qismi hisoblanadi. 5-6-sinf o'quvchilariga alohida e'tibor qaratish lozim. Aynan shu yoshda o'z taqdirini o'zi belgilash va o'zini namoyon qilish, intellektual qobiliyatlarni ro'yobga chiqarish, ijodiy qobiliyatlarni namoyon qilish uchun sharoit yaratish muhim ahamiyatga ega. 7-8 sinf o'quvchilari uchun fakultativ mashg'ulotlar yordamida matematikaga bo'lgan barqaror qiziqishni rivojlantirishni davom ettirish lozim. O'quvchilar fan olimpiadasida qatnashishi, tadqiqot faoliyati bilan shug'ullanishi, "Kenguru" va shunga o'xshash musobaqalarda, masofaviy olimpiada va tanlovlarda ishtirok etishlari uchun sharoit yaratib berilishi va qo'llab-quvvatlanishi zarur. Maxsus kurslar o'quv jarayonini tashkil etish shakllaridan biri sifatida o'quv mashg'ulotlari tizimi bo'lib, uning mazmuni o'quvchilarga maktab o'quv dasturining ayrim bo'limlarini chuqur o'rganish yoki ularni qiziqtirgan sohalarida bilim olish imkonini beradi. Shu sabab, 9-11 sinf o'quvchilari uchun maktab o'quv dasturi doirasidan tashqarida bilim beradigan maxsus kurslarni yo'lga qo'yishga katta e'tibor berilishi kerak. Maxsus kursning o'ziga xosligi shundaki, uning mazmuni asosini darslarda ko'rib chiqilmagan, lekin bolalar o'rganishi uchun qulay va qiziqarli mavzular tashkil etadi; qo'shimcha adabiyotlar bilan faol ishlash, muammolarni mustaqil tushunish, axborot manbai sifatida o'qituvchining og'zaki taqdimoti bilan ishlash qobiliyatini talab qiladi.

Iqtidorli bolalar bilan ishlashda matematika olimpiadalari muhim o'rin tutadi. Ular o'quvchining kundalik ta'lim jarayonida har doim ham namoyon bo'lavermaydigan fazilatlarini aniqlash va rivojlantirishga imkon beradi. Maktab materialini juda yaxshi o'zlashtirgan o'quvchilar ko'pgina hollarda olimpiada masalalarini yechishda o'zlarini yo'qotib qo'yishlari va olimpiadalarda yuqori natijalarga erishmasliklari hech kimga sir emas. Buning sababi shundaki, olimpiadalarda muvaffaqiyatli ishtirok etish o'ziga xos fazilatlar va maxsus qobiliyatlarni talab qiladi, tabiiyki, bu fazilatlar ham rivojlantirilishi lozim. O'quvchilarni olimpiadada ishtirok etishga maqsadli tayyorgarlik ko'rish uchun qo'shimcha mashg'ulotlar, fakultativlar, to'garaklar yoki qo'shimcha adabiyotlar bo'yicha mustaqil ta'limda turli xil olimpiada masalalari ko'rib chiqilishi kerak. Mashg'ulotlarda tarixiy materiallar, matematik o'yinlar, ertak syujetli va amaliy masalalar qo'llanilishi lozim. O'z qarorlarini ketma-ketlikda va bir-biriga zid kelmaydigan ravishda tushuntirish, masalalarni yechishda asoslash, muammolarni hal qilishda oddiy tadqiqotlarni amalga oshirish qobiliyatini rivojlantirilishi shart. Mustaqil ta'lim faoliyati usullarini qo'llash orqali o'z-o'zini rivojlantirish va o'z-o'zini o'rganish qobiliyatlarini rivojlantirilishi kerak. Iqtidorli bolalar bilan sinfdan tashqari ishlarning samaradorligi turli xil matematik olimpiadalar, musobaqalar, turnirlarda aniqlanadi.

O'quvchilar ishtirokining muvaffaqiyati, birinchi navbatda, doimiy ravishda takomillashtirilishi kerak bo'lgan o'qituvchining kasbiy mahoratiga bevosita bog'liqligi shubhasizdir. Kasbiy o'sishi uchun o'qituvchilarning imkoniyatlar hozirgi vaqtda ayniqsa kattadir. Nimaning ustida ishlash lozimligini, nimani yaxshilash kerakligini tushunish va albatta, o'z-o'zini yaxshilashni xohlash muhimdir.

2-ШҮҮБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ МЕР ГИББСА ДЛЯ ОДНОЙ МОДЕЛИ ЖЕСТКОЙ СЕРДЦЕВИНЫ

Умирзакова К.О., Иброхимова Ш.
Наманганский государственный университет

Известно, что каждой предельной мере Гиббса сопоставляется одна фаза физической системы. Поэтому в теории мер Гиббса одной из важных задач является существование фазового перехода, т.е. когда физическая система меняет свое состояние при изменении температуры. Это происходит, когда количество мер Гиббса меняется. При этом температура, при которой меняется состояние физической системы, обычно называется критической. (см. [1]-[2]).

Пусть $\tau^k = (V, L)$ есть дерево Кэли порядка $k \geq 2$. Расстояние $d(x, y)$, $x, y \in V$ на дереве Кэли это количество ребер кратчайшей пути, соединяющей вершины x, y . Для фиксированного $x^0 \in V$ обозначим

$$W_n = \{x \in V \mid d(x, x^0) = n\}, \quad V_n = \bigcup_{j=0}^n W_j, \quad L_n = \{l = \langle x, y \rangle \in L \mid x, y \in V_n\}.$$

Для $x \in W_n$ обозначим $S(x) = \{y \in W_{n+1} : d(x, y) = 1\}$. Множество $S(x)$ называется множеством прямых потомков вершины x .

Рассмотрим НС-модель ближайших соседей с тремя состояниями. В этой модели каждой вершине x ставится в соответствие одно из значений $\sigma(x) \in \{0, 1, 2\}$. Значения $\sigma(x) = 1, 2$ означают, что вершина x «занята», а значение $\sigma(x) = 0$ означает, что вершина x «вакантна». Конфигурация $\sigma = \{\sigma(x), x \in V\}$ на дереве Кэли задается как функция из V в $\Phi = \{0, 1, 2\}$. Множество всех конфигураций на V обозначается через Ω . Аналогичным образом можно определить конфигурации в V_n (W_n), и множество всех конфигураций в V_n (W_n) обозначается как Ω_{V_n} (Ω_{W_n}).

Рассмотрим множество Φ как множество вершин некоторого графа G . Конфигурация σ называется G -допустимой конфигурацией на дереве Кэли (в V_n или W_n), если $\{\sigma(x), \sigma(y)\}$ – ребро графа G для любой ближайшей пары соседей x, y из V (из V_n). Обозначим множество G -допустимых конфигураций через Ω^G ($\Omega_{V_n}^G$).

Множество активности для графа G есть функция $\lambda : G \rightarrow R_+$. Значение λ_i функции λ в вершине $i \in \{0, 1, 2\}$ называется ее «активностью» (см. [3]).

Для данных G и λ определим гамильтониан G -НС-модели как

$$H_G^\lambda(\sigma) = \sum_{x \in V} \ln \lambda_{\sigma(x)}, \quad \text{если } \sigma \in \Omega^G.$$

Определение. [3] Граф называется плодородным, если существует набор активности λ такой, что соответствующий гамильтониан имеет не менее двух трансляционно-инвариантных мер Гиббса.

В работе [3] выделены четыре типа плодородных графов с вершинами $0, 1, 2$. Рассмотрим один из них $G = \text{жесзл} : \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 1\}, \{2, 2\}$.

В этой работе мы рассмотрим случай $\lambda_0 = 1, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ и изучим периодические меры Гиббса. Пусть $L(G)$ – множество ребер графа G , обозначим через $A \equiv A^G = (a_{ij})_{i,j=0,1,2}$ матрицу смежности G , т.е.

$$a_{ij} \equiv a_{ij}^G = \begin{cases} 1, & \text{если } \{i, j\} \in L(G), \\ 0, & \text{если } \{i, j\} \notin L(G). \end{cases}$$

Известно [4], что каждой мере Гиббса для НС-модели на дереве Кэли можно $z = \{z_x, x \in G_k\}$, удовлетворяющих

$$z'_{1,x} = \lambda \prod_{y \in S(x)} \frac{a_{10} + a_{11}z'_{1,y} + a_{12}z'_{2,y}}{a_{00} + a_{01}z'_{1,y} + a_{02}z'_{2,y}}, \quad z'_{2,x} = \lambda \prod_{y \in S(x)} \frac{a_{20} + a_{21}z'_{1,y} + a_{22}z'_{2,y}}{a_{00} + a_{01}z'_{1,y} + a_{02}z'_{2,y}},$$

где $z'_{i,x} = \frac{\lambda z_{i,x}}{z_{0,x}}$, $i = 1, 2$. Здесь мы полагаем, что $z_{0,x} \equiv 1$ и $z_{i,x} = z'_{i,x} > 0$, $i = 1, 2$.

2-ШЎБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

Известно, что между множеством вершин V и группой G_k , являющейся свободным произведением $k+1$ циклических групп второго порядка, существует взаимнооднозначное соответствие (см. [2]).

Понятия трансляционно-инвариантной, периодической, $G_k^{(2)}$ -периодической мер Гиббса вводятся обычным образом (см. например, [2]).

В работе [5] изучены периодические меры Гиббса на некоторых инвариантных множествах. В данной работе рассмотрено инвариантное множество I_2 из [5].

Из [5] известна следующая теорема.

Теорема 1. Пусть $k \geq 2$ и $\lambda_{cr} = 2^k(k-1)\left(\frac{k-1}{k}\right)^k$. Тогда для НС-модели в случае $G = ЖЕЗЛ$ на I_2 при $0 < \lambda < \lambda_{cr}$ существуют не менее трех $G_k^{(2)}$ -периодических мер Гиббса, две из которых являются $G_k^{(2)}$ -периодическими (не трансляционно-инвариантными) мерами Гиббса, где $G_k^{(2)}$ – подгруппа группы G_k , состоящая из слов четной длины.

Доказана следующая теорема.

Теорема 2. Пусть $k \geq 2$ и $\lambda_{cr} = 2^k(k-1)\left(\frac{k-1}{k}\right)^k$. Тогда для НС-модели в случае $G = ЖЕЗЛ$ на I_2 при $\lambda \geq \lambda_{cr}$ существует ровно одна $G_k^{(2)}$ -периодическая мера Гиббса, которая совпадает с трансляционно-инвариантной мерой Гиббса μ_0 , а при $0 < \lambda < \lambda_{cr}$ существуют ровно три $G_k^{(2)}$ -периодические меры Гиббса μ_0, μ_1, μ_2 , где μ_1, μ_2 являются $G_k^{(2)}$ -периодическими (не трансляционно-инвариантными) мерами Гиббса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Георги Х.-О. Гиббсовские меры и фазовые переходы. – М.: Мир, 1992.
2. Rozikov U. A. Gibbs measures on Cayley trees. World Scientific. – 2013.
3. Brightwell G., Winkler P. Graph homomorphisms and phase transitions. J. Combin. Theory Ser. B. – 1999. – 77, – P. 221–262.
4. Martin J. B., Rozikov U. A., Suhov Yu. M. A three state hard-core model on a Cayley tree. J. Nonlin. Math. Phys. – 2005. – 12, № 3. – P. 432–448.
5. Khakimov R.M., Umirzakova K.O. Existence and Extremality of periodic Gibbs measures for fertile three-state Hard-Core models in the case Wand. arXiv:2007.14611v2 [math-ph] 2021.

KVADRATIK FAZALI TRIGONOMETRIK INTEGRALLARNING YIG'ILISH MASALASI HAQIDA

Vohobova G.B.

Termiz Davlat Universiteti 1-kurs Magistranti, bekmaxmat@mail.ru

Bizga $P(x, y, z, \alpha, \beta) = 2\alpha_1 xy + 2\alpha_2 xz + 2\alpha_3 yz + \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 z$ ko'phad berilgan bo'lsin, bunda $\alpha_i, \beta_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, 3$.

Quyidagi trigonometrik integrallarni qaraymiz:

$$J(\alpha, \beta) = \int_{[0,1]^3} e^{iP(x,y,z,\alpha,\beta)} dx dy dz \quad (1)$$

$$I = \int_{\mathbb{R}^6} |J(\alpha, \beta)|^q d\beta d\alpha \quad (2)$$

Teorema: I integral $q > 4$ bo'lganda yaqinlashadi hamda $q \leq 4$ bo'lganda uzoqlashadi.

Isbot: Teoremani isbotlashda Mokenhaupt usulidan foydalanamiz ([1] hamda [2] ga qarang).

Dastlab quyidagi xosmas integralni qaraylik.

$$J_\infty = \int_{\mathbb{R}^3} e^{-(x^2+y^2+z^2)+P(x,y,z,\alpha,\beta)} dx dy dz$$

Quyidagi tenglik o'rinli

2-ШҶҒБА. МАТЕМАТИК АНАЛИЗ, КОМПЛЕКС АНАЛИЗ

$$J_{\infty} = (2\pi)^{\frac{3}{2}} (\det(I - iA))^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\left((I - iA)^{-1} \beta, \beta\right)}{4}\right)$$

bunda
$$A = \begin{pmatrix} 0 & \alpha_1 & \alpha_2 \\ \alpha_1 & 0 & \alpha_3 \\ \alpha_2 & \alpha_3 & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3) \quad I - iA = \begin{pmatrix} 1 & -i\alpha_1 & -i\alpha_2 \\ -i\alpha_1 & 1 & -i\alpha_3 \\ -i\alpha_2 & -i\alpha_3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Bundan kelib chiqadiki $\det(I - iA) = 1 - i^3 \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 - i^3 \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 - i^2 \alpha_2^2 - i^2 \alpha_3^2 - i^2 \alpha_1^2 =$
 $= 1 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + 2i\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3.$

Quyidagi tenglikning bajarilishi ravshan

$$\left| \exp\left(-\frac{\left((I - iA)^{-1} \beta, \beta\right)}{4}\right) \right|^q = \exp\left(-\frac{\left((I - iA)^{-1} \beta, \beta\right)q}{4}\right)$$

va
$$\int_{\square^3} \exp\left(-\frac{\left((I - iA)^{-1} \beta, \beta\right)q}{4}\right) d\beta = \frac{(8\pi)^{\frac{3}{2}} (\det(I + A^2))^{\frac{1}{2}}}{q^{\frac{3}{2}}}$$

Endi quyidagi belgilashni kiritamiz

$$I_{\infty} = \int_{\square^6} |J_{\infty}|^q d\beta d\alpha$$

Lemma. $I_{\infty} = \int_{\square^6} |J_{\infty}|^q d\beta d\alpha$ integral $q > 4$ bo'lganda yaqinlashadi hamda $q \leq 4$ bo'lganda uzoqlashadi.

Lemmaning isboti.

Bu integralni β bo'yicha integrallaymiz hamda quyidagini hosil qilamiz:

$$I_{\infty} = c(q) \int_{\square^3} \frac{d\alpha}{\left(\det(I + A^2)\right)^{\frac{q-2}{4}}} = \int_{\square^3} \frac{d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3}{\left[\left(1 + |\alpha|^2\right)^2 + (\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3)^2\right]^{\frac{q-2}{4}}} \quad (3)$$

Bunda $|\alpha| = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2$. (3) integral ostidagi funksiya $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ o'zgaruvchilarga nisbatan simmetrik va juft hamda chegaralangan funksiya shuning uchun integralni $0 < \alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \alpha_3$ shart bilan aniqlanadigan sohada qarashni yetarli.

1-hol: Shuning uchun

$0 < \alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \alpha_3$ bo'lsin. Hamda $|\alpha| > 1$ deb (3) integralni hisoblaymiz.

$$I_{\infty} = \int_{|\alpha|>1} \frac{d\alpha}{\left[|\alpha|^4 + (\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3)^2\right]^{\frac{q-2}{4}}} \leq c \int_{|\alpha|>1} \frac{d\alpha}{(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3)^{\frac{q-2}{2}}} = \int_1^{\infty} \frac{d\alpha_1}{\alpha_1^{\frac{q-2}{2}}} \int_1^{\infty} \frac{d\alpha_2}{\alpha_2^{\frac{q-2}{2}}} \int_1^{\infty} \frac{d\alpha_3}{\alpha_3^{\frac{q-2}{2}}}$$

$$\frac{q-2}{2} > 1 \quad q > 1 \text{ da yaqinlashuvchi.}$$

$|\alpha_1| \square 1$ deb faraz qilsak u holda

$$I_{\infty} \leq c \int \frac{d\alpha_2 d\alpha_3}{|\alpha|^{q-2}} \quad q-2 > 2 \quad q > 4 \text{-yaqinlashuvchi.}$$

Umuman Gelder va Plancherel tengsizliklarini qo'llab q ning aniq ekanligini ko'ramiz.

Bundan lemmaning isboti kelib chiqadi. Yung tengsizligidan teoremaning isboti kelib chiqadi.

ADABIYOTLAR

- [1] Makenhaupt, G. 1996, "Bounds in Lebesgue Spaces of Oscillatory Integral Operators Habilitationsschrift zur Erlangung der Lehrbefugnis im Fach Mathematik der Gesamthochschule, Siegen.
 [2] Safarov A. 2019, On the L_p -bound for trigonometric integrals. Analysis mathematica 45, 153-176 p.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В ГИПЕРОКТАНТЕ ШАРА МЕТОДОМ ФУНКЦИИ ГРИНА

Аббасова М.О. НамГУ

Рассмотрим уравнение Лапласа

$$\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_m^2} = 0 \quad (1)$$

в m -мерном евклидовом пространстве R_m , где $u = u(x)$ - искомая функция переменных $x := (x_1, \dots, x_m)$.

Введем обозначения:

$$\xi = (\xi_1, \dots, \xi_m), \quad \mathcal{X}_k = (x_1, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_m), \quad k = \overline{1, n}; \quad I = \{(i_1, \dots, i_s) : 1 \leq i_1 < \dots < i_s \leq n\}, \quad s = \overline{1, n};$$

$$R^2 = \sum_{i=1}^m x_i^2, \quad \rho^2 = \sum_{i=1}^m \xi_i^2, \quad r^2 = \sum_{i=1}^m (x_i - \xi_i)^2, \quad \rho_0^2 = \sum_{i=1}^m \left(x_i - \frac{R^2}{\rho^2} \xi_i \right)^2, \quad \Omega_m = \left\{ x : \sum_{i=1}^m x_i^2 < R^2 \right\},$$

$$r_{i_1, \dots, i_s}^2 = \sum_{j \in I} (x_j + \xi_j)^2 + \sum_{j \in \{1, \dots, m\} \setminus I} (x_j - \xi_j)^2, \quad r_{(l)} = r|_{x_l=0}, \quad r_{i_1, \dots, i_s(l)} = r_{i_1, \dots, i_s}|_{x_l=0}, \quad l = \overline{1, n};$$

$$\Omega_m^n = \left\{ x : \sum_{i=1}^m x_i^2 < R^2, x_1 > 0, \dots, x_n > 0 \right\}, \quad S_m^n = \left\{ x : \sum_{i=1}^m x_i^2 = R^2, x_1 > 0, \dots, x_n > 0 \right\};$$

$$X_m^{(n,k)} = \left\{ x : \sum_{i=1, i \neq k}^m x_i^2 < R^2, x_1 > 0, \dots, x_{k-1} > 0, x_{k+1} > 0, \dots, x_n > 0 \right\}, \quad k = \overline{1, n}.$$

Задача Дирихле в 2^{-n} -ой части шара. Найти гармоническое решение уравнения Лапласа (1) в 2^{-n} -ой части шара Ω_m^n , удовлетворяющее условиям

$$u|_{x_k=0} = \tau_k(\mathcal{X}_k), \quad \mathcal{X}_k \in \bar{X}_m^{(n,k)}, \quad k = \overline{1, n}; \quad u|_{S_m^n} = \varphi(x), \quad x \in \bar{S}_m^n. \quad (2)$$

Существование решения поставленной задачи докажем методом функции Грина. Для построения функции Грина в случае областей с достаточно широкой группой симметрий весьма эффективным оказывается метод симметрий. Например, в учебнике [1] подробно изложен метод симметрий в случае круга и трехмерного шара. К числу таких областей, для которых функция Грина может быть легко построена, относятся еще многомерный шар, полушарие, четверть шара и, вообще, 2^{-n} -ая часть шара, т.е. гипероктант шара Ω_m^n .

Известно, что гармоническое решение уравнения Лапласа (1) в шаре Ω_m , удовлетворяющее условию

$$u|_{S_m} = \varphi(x), \quad x \in \bar{S}_m,$$

с помощью функции Грина

$$G_m(x; \xi) = \frac{1}{4\pi^{m/2}} \Gamma\left(\frac{m-2}{2}\right) \left[\frac{1}{r^{m-2}} - \left(\frac{R}{\rho}\right)^{m-2} \frac{1}{\rho_0^{m-2}} \right], \quad (3)$$

выписывается в явном виде [2]

$$u(\xi) = \frac{\Gamma(m/2)}{2\pi^{m/2}} \int_{S_m} \varphi(x) \frac{R^2 - \rho^2}{Rr^m} dS_m.$$

Теперь используя метод симметрий и исходя из вида функции Грина (3), нетрудно построить функцию Грина задачи Дирихле в гипероктанте шара Ω_m^n :

$$G_m^{(n,0)}(x; \xi) = \frac{1}{4\pi^{m/2}} \Gamma\left(\frac{m-2}{2}\right) \left\{ \sum_{s=0}^n \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_s \leq n} \frac{(-1)^s}{r_{i_1, \dots, i_s}^{m-2}} - \left(\frac{R}{\rho}\right)^{m-2} \sum_{s=0}^n \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_s \leq n} \frac{(-1)^s}{\rho_{i_1, \dots, i_s}^{m-2}} \right\}.$$

Здесь и далее, ради краткости записи, $\sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_s \leq n} \frac{(-1)^s}{r_{i_1, \dots, i_s}^{m-2}}$ и $\sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_s \leq n} \frac{(-1)^s}{\rho_{i_1, \dots, i_s}^{m-2}}$ при $s = 0$ считаются равными

3-ШЎБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$\frac{1}{r^{m-2}}$ и $\frac{1}{\rho^{m-2}}$, соответственно.

Пусть $\xi \in \Omega_m^n$. Вырежем из области Ω_m^n шар малого радиуса ε с центром в точке ξ и оставшуюся часть Ω_m^n обозначим через $\Omega_{m,\varepsilon}^n$, а через $C_{m,\varepsilon}^n$ — сферу вырезанного шара. Используя известную формулу Грина из курса уравнений математической физики и переходя к пределу при $\varepsilon \rightarrow 0$, после выполнения нескольких преобразований, получим

$$u_n(\xi) = \frac{1}{\pi^{m/2}} \Gamma\left(\frac{m}{2}\right) \prod_{i=1}^n [\xi_i] \cdot \sum_{k=1}^n \int_{X_m^{(n,k)}} \tau_k\left(\frac{\rho}{R}\right) \left\{ \sum_{\substack{s=0, \\ s \neq k}}^n \sum_{\substack{1 \leq i_1 < \dots < i_s \leq n \\ i_1, \dots, i_s(k)}} \frac{(-1)^s}{r_{i_1, \dots, i_s}^m} - \left(\frac{R}{\rho}\right)^m \sum_{\substack{s=0, \\ s \neq k}}^n \sum_{\substack{1 \leq i_1 < \dots < i_s \leq n \\ i_1, \dots, i_s(k)}} \frac{(-1)^s}{\rho_{i_1, \dots, i_s}^m} \right\} dX_m^{(n,k)} \\ + \frac{1}{2\pi^{m/2}} \Gamma\left(\frac{m}{2}\right) \int_{S_m^n} \varphi(x) \frac{R^2 - \rho^2}{R} \left\{ \sum_{s=0}^n \sum_{\substack{1 \leq i_1 < \dots < i_s \leq n \\ i_1, \dots, i_s}} \frac{(-1)^s}{r_{i_1, \dots, i_s}^m} - \left(\frac{R}{\rho}\right)^m \sum_{s=0}^n \sum_{\substack{1 \leq i_1 < \dots < i_s \leq n \\ i_1, \dots, i_s}} \frac{(-1)^s}{\rho_{i_1, \dots, i_s}^m} \right\} dS_m^n. \quad (4)$$

Таким образом, доказана следующая

Теорема. Единственное решение задачи Дирихле для уравнения (1) в гипероктанте Ω_m^n , удовлетворяющее условиям (2), представляется в виде (4).

Доказательство. Единственность решения следует из принципа экстремума для эллиптических уравнений [2]. Удовлетворение уравнения (1) и условиям (2) устанавливается непосредственным вычислением.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сабитов К.Б. К теории уравнений смешанного типа. Москва: Физматлит, 2014. 304 с.
2. Михлин С.Г. Курс уравнений математической физики. Москва: Наука, 1968. 576 с.

ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА

Аббасова Н. Б.

Ферганский Государственный Университет

Рассмотрим эллиптическое уравнение Лапласа

$$\Delta u \equiv u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad (1)$$

для которого нелокальная задача исследуется в прямоугольнике

$\Omega = \{(x, y) \in R^2 : 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$, здесь $u = u(x, y)$ — неизвестная функция $a, b = \text{const}$.

Нелокальная задача. Найти функцию

$$u(x, y) \in C(\overline{\Omega}) \cap C^1(\overline{\Omega} \cap \{x = 0\}) \cap C^2(\Omega),$$

удовлетворяющую уравнению (1) в области Ω и краевым условиям

$$u(x, 0) = \tau(x) \quad (1)$$

$$u(x, b) = \varphi(x) \quad (2)$$

$$u_x(0, y) = 0 \quad (3)$$

и нелокальному условию

$$u(0, y) = u(a, y) \quad (4)$$

где $\tau(x)$, $\varphi(x)$ — заданные непрерывные функции.

Условие (4) является нелокальным интегральным условием связывающие значения искомой функции на границах $x = 0$, $x = a$.

Заметим, что в [1] для уравнения смешанного типа поставлена и исследована краевая задача с нелокальным краевым условием вида (4).

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Теорема. Пусть $\tau(x), \varphi(x) \in C^2[0, a]$ и $\tau(0) = \tau(a)$ тогда существует единственное решение нелокальной задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Абашкин. Нелокальная задача для уравнения смешанного типа с сингулярным коэффициентом в области, гиперболическая часть которой — вертикальная полуполоса. Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2014, выпуск 3(36), 7–20.

KASR TARTIBLI XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN BIRINCHI CHEGARAVIY MASALA

Abdubodiyev Xurshidjon

Fargʻona davlat universiteti talabasi

Ushbu ishda biz, uchinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama uchun toʻgʻri toʻrtburchalikli sohada birinchi chegaraviy masalani qoʻyishni hamda u uchun asosiy olingan natijalarni keltiramiz.

Quyidagi kasr tartibli xususiy hosilali differensial tenglamani

$${}_c D_t^\alpha u_{xx} - bu = 0, \quad (1)$$

$\Omega = \{(x, t) : 0 < x < 1; 0 < t < 1\}$ sohada qaraylik, bu yerda ${}_c D_{0t}^\alpha - \alpha$ tartibli Gerasimov-Caputo maʼnosidagi differensial operator [1], α va b oʻzgarmas haqiqiy sonlar boʻlib, $0 < \alpha < 1, b > 0$.

A masala. Shunday $u(x, t)$ funksiya topilsinki, u quyidagi xossalarga ega boʻlsin:

- 1) $u \in C(\overline{\Omega})$, ${}_c D_t^\alpha u_{xx} \in C(\Omega)$; 2) Ω sohada (1) tenglamani qanoatlantirsin; 3) Ω soha chegarasida ushbu

$$u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad t \in [0, T]; \quad (2)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in [0, 1] \quad (3)$$

chegaraviy shartlarni qanoatlantirsin, bu yerda $\varphi(x)$ – berilgan funksiya, $\varphi(0) = \varphi(1) = 0$.

Koʻrsatish qiyin emaski, A masalani Fure usuli bilan tadqiq qilinganda uning xos sonlari $\lambda_n = (\pi n)^2$, $n \in N$ va xos funksiyalari esa $X_n(x) = \sqrt{2} \sin(\pi n x)$, $n \in N$ koʻrinishida boʻlib, toʻla ortonormal sistemani tashkil qiladi [2].

1-teorema. A masala bittadan ortiq yechimga ega emas.

2-teorema. Agar $\varphi(x) \in C^2[0, 1]$, $\varphi(0) = \varphi(1) = 0$ boʻlsa, u holda A masalaning yechimi

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{2} \varphi_n E_{\alpha, 1} \left(-\frac{bt^\alpha}{(\pi n)^2} \right) \sin(\pi n x)$$

koʻrinishda boʻladi, bu yerda $\varphi_n = \varphi(x)$ funksiyani $\left\{ \sqrt{2} \sin(\pi n x) \right\}_{n=1}^{+\infty}$ sistema boʻyicha Fure koeffisienti,

$E_{\alpha, \beta}(z)$ - ikki parametrlil Mittag-Leffler funksiyasi.

3-teorema. Agar $\varphi(x)$ funksiya 2-teorema shartlarini qanoatlantirsa, u holda A masalaning yechimi uchun quyidagi baho oʻrinli:

$$\|u(x, t)\|_{L_2(0, 1)} \leq C_0 \|\varphi(x)\|_{L_2(0, 1)},$$

bu yerda C_0 oʻzgarmas haqiqiy son.

A masalada (2) shart oʻrniga $u(0, t) = u_x(1, t) = 0, t \in [0, T]$; yoki $u_x(0, t) = u(1, t) = 0, t \in [0, T]$; shartlari olib ham masalani tadqiq etish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and applications of fractional differential equations. (North-Holland Mathematics Studies, 204). Amsterdam: Elsevier, 2006. - 523 p.
2. Salohiddinov M. Matematik fizika tenglamalari. – Toshkent. 2002 yil.

3-ШҶЪБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР BIRINCHI TARTIBLI CHIZIQLI YUKLANGAN TENGLAMA UCHUN BOSHLANG'ICH MASALA

Abobakirova Muboraxon Ismoiljon qizi
Farg'ona davlat universiteti talabasi

Differensial tenglamalar fanida o'ng tomoni no'malum bo'lgan tenglamalar hozirgi kunda juda katta qiziqish bilan o'rganilmoqda. Shu bilan birgalikda o'ng tomoni noma'lum funksiyaga bog'liq bo'lgan tenglamalar yanada qiziqarli va ahamiyatlidir. Bunday ishlarga misol sifatida [1, 2] ishlarni ko'rsatish mumkin.

Ushbu ishda yuqorida keltirilgan ishlardan farqi berilgan tenglamaning o'ng tomonida noma'lum funksiyaning hosilasi ishtirok etgan tenglama uchun boshlang'ich masala tatqiq etiladi.

$(a, +\infty)$ intervalda quyidagi

$$y' + P(x)y = y'(x_0), \quad (1)$$

birinchi tartibli chiziqli yuklangan tenglamani qaraylik, bu yerda $x_0 \in (a, +\infty)$, $P(x)$ -berilgan ma'lum uzluksiz funksiya.

A-masala. $(a, +\infty)$ intervalda (1) tenglamani qanoatlantiradigan va

$$y(a) = k \quad (2)$$

boshlang'ich shartni bajaradigan $y(x)$ funksiya topilsin, bu yerda k - berilgan haqiqiy son.

Teorema. Agar $\int_0^{x_0} e^{\int_0^z P(t)dt} dz \neq 0$, $P(x_0) \neq 0$ tengsizliklar o'rinli bo'lsa, A-masalaning yechimi

$$y(x) = ke^{-\int_a^{x_0} P(z)dz} \left[\int_a^{x_0} e^{\int_a^z P(t)dt} dz \right]^{-1} \int_a^x e^{\int_a^z P(t)dt} dz + ke^{-\int_a^x P(z)dz}$$

ko'rinishda aniqlanadi.

Isbot. Ma'lumki, $y' + P(x)y = Q(x)$, $x \in (a, +\infty)$ birinchi tartibli differensial tenglamaning umumiy yechimi

$$y(x) = e^{-\int_a^x P(z)dz} \left[\int_a^x Q(z) e^{\int_a^z P(t)dt} dz + C \right] \quad (3)$$

ko'rinishda aniqlanadi [3].

(1) tenglamada $Q(x) = y'(x_0)$ ekanligini e'tiborga olsak, (1) tenglamaning umumiy yechimini (3) yechimdan foydalanib

$$y(x) = y'(x_0) e^{-\int_a^x P(z)dz} \int_a^x e^{\int_a^z P(t)dt} dz + C e^{-\int_a^x P(z)dz} \quad (4)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

(4) yechimni (2) boshlang'ich shartga bo'ysindirib $C = k$ ekanligini topamiz. Buni (4) ga qo'yib (1) tenglamaning (2) boshlang'ich shartni qanoatlantiradigan yechimni topamiz:

$$y(x) = y'(x_0) e^{-\int_a^x P(z)dz} \int_a^x e^{\int_a^z P(t)dt} dz + k e^{-\int_a^x P(z)dz}. \quad (5)$$

Endi $y'(x_0)$ ni topamiz. Buning uchun (5) dan $y'(x)$ hosilani hisoblab va uni $x = x_0$ nuqtadagi hususiy qiymatini topamiz va teorema shartlarini inobatga olib quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$y(x_0) = ke^{-\int_a^{x_0} P(z) dz} \left[\int_a^{x_0} e^{\int_a^z P(t) dt} dz \right]^{-1}. \quad (6)$$

(6) ifodani (5) ga qo'yib A-masalaning yechimini hosil qilamiz.

$$y(x) = ke^{-\int_a^x P(z) dz} \left[\int_a^{x_0} e^{\int_a^z P(t) dt} dz \right]^{-1} \int_a^x e^{\int_a^z P(t) dt} dz + ke^{-\int_a^x P(z) dz}.$$

Teorema isbotlandi.

ADABIYOTLAR

1. Ўринов А.Қ., Тиллабаева Г.И. Биринчи тартибли чизикли юкланган оддий дифференциал тенглама учун Коши масаласи // Оптимал бошқарув ва динамик системалар - CODS - 2019 Республика илмий конференцияси Андижон 17-19 октябрь 2019 й. 105 б.
2. Азизов М.С., Назиркулов Ж. Юкланган иссиқлик тарқалиш тенгламаси учун бир чегаравий масала ечимининг ягоналиги ҳақида // Замонавий математиканинг назарий асослари ва амалий масалалари Республика илмий амалий анжумани материаллари. Андижон, 26 март 2022 й. 142-144 б.
3. Бойкузиев Қ.Б. Дифференциал тенгламалар. – Тошкент. Ўқитувчи, 1983, 192 бет.

REDUCTIONAL METHOD IN PERTURBATION THEORY OF SPECTRAL PROBLEM

Durdona Ahmadjonova

National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan

e-mail: durdona98@yandex.ru

Let E_1, E_2 be Banach spaces $E_1 \subset E_2 \subset H$ with dense embeddings, H be a Hilbert space and

$$(B^* - A^*(\lambda_0, 0))\Psi \equiv \begin{pmatrix} B^* & -A(\lambda_0) \\ -A^*(\lambda_0) & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\varphi}(\varepsilon) \\ \bar{\psi}(\varepsilon) \end{pmatrix} = \sum_{i+j \geq 1} \mu^i \varepsilon^j \begin{pmatrix} 0 & A_{ij} \\ A_{ij}^* & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\varphi}(\varepsilon) \\ \bar{\psi}(\varepsilon) \end{pmatrix}$$

$B \in L(E_1, E_2)$ be closed linear operator. Let $\lambda_0 \in R$ -be n – multiple Fredholmian point of the following E. Schmidt unperturbed spectral problem, analytically dependent on E. Schmidt spectral parameter $\lambda \in R$, with relevant E. Schmidt eigenelements $(\varphi_{i0}, \psi_{i0})^T$

$$B\varphi_{i0} = A(\lambda_0)\psi_{i0} \quad (1)$$

$$B^*\psi_{i0} = A^*(\lambda_0)\varphi_{i0} \quad (2)$$

Here it is considered the following perturbed E. Schmidt's spectral problem:

$$B\varphi = A(\lambda, \varepsilon)\psi, \quad (3)$$

$$B^*\psi = A^*(\lambda, \varepsilon)\varphi, \quad (4)$$

where $\mu = \lambda - \lambda_0, \varepsilon \in R, |\varepsilon| < \rho_0$ – small parameter, and $A(\lambda, \varepsilon)\psi = \sum_{i+j \geq 0} A_{ij} \mu^i \varepsilon^j \psi$. it is required to

determine the perturbed eigenvalues with relevant eigenvectors $(\varphi(\varepsilon), \psi(\varepsilon))^T$ in the form of series on small parameter ε degrees. In the direct sum $H = H \oplus H$ with scalar product

$$\langle \langle \Phi, \Psi \rangle \rangle = \left\langle \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \right\rangle = \langle \varphi_1, \psi_1 \rangle + \langle \varphi_2, \psi_2 \rangle$$

the stated problem can be rewritten in the following matrix form

$$(B - A(\lambda_0, 0))\Psi \equiv \begin{pmatrix} B & -A(\lambda_0) \\ -A^*(\lambda_0) & B^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi(\varepsilon) \\ \psi(\varepsilon) \end{pmatrix} =$$

3-ШҶҶБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$= \sum_{i+j \geq 1} \mu^i \varepsilon^j \begin{pmatrix} 0 & A_{ij} \\ A_{ij}^* & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi(\varepsilon) \\ \psi(\varepsilon) \end{pmatrix} \quad (5)$$

E. Schmidts eigenelements of the adjoint perturbation problem corresponding to the same eigenvalues are determined analogously

$$\begin{aligned} (B^* - A^*(\lambda_0, 0))\Psi &\equiv \begin{pmatrix} B^* & -A(\lambda_0) \\ -A^*(\lambda_0) & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\varphi}(\varepsilon) \\ \bar{\psi}(\varepsilon) \end{pmatrix} = \\ &= \sum_{i+j \geq 1} \mu^i \varepsilon^j \begin{pmatrix} 0 & A_{ij} \\ A_{ij}^* & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\varphi}(\varepsilon) \\ \bar{\psi}(\varepsilon) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

In this article at the usage of the reduction method suggested in the articles [1,2] the investigation of perturbation of multiple eigenvalues is reduced to the investigation of perturbation of simple ones.

As application of the obtained results the problem about boundary perturbation for the system of two Sturm-Liouville problem with E. Schmidts spectral parameter is considered.

REFERENCES

- [1] Rakhimov D. G. On the perturbations of Fredholm eigenvalues of linear operators. Middle Volga Mathematical Society Journal (MVS Journal). Vol. 17. No 3, 2015, p 37-43.
[2] Rakhimov D. G. On the perturbations of Fredholm eigenvalues of linear operators. Journal of Differential Equations. Minsk. (submitted to print).

РАДИОАКТИВ ЕМИРИЛИШ МАСАЛАСИ

Ураимов Н.О. ТошДТУ талабаси
Арзикулов Ғ.П. ТошДТУ доценти, Ph.D.

Баъзи элементлар атомларининг ядролари альфа-, бета- ва гамма- нурлар чиқариб, бошқа элементлар ядроларига ўз-ўзидан айланиши радиоактив емирилиш дейилади. Радиоактив емирилиш статистик характерга эга: атомларнинг ядролари хаммаси бирданига емирилмай, балки изотопнинг бутун мавжуд бўлиш даврида емирилади. Бунда бирлик вақт ичида емириладиган атомлар сони ҳар бир изотоп учун ўзгармас бўлиб, унинг емирилмаган атомлари миқдорининг бирор қисмини ташкил этиши аниқланган. Бу катталиқ(қисм) емирилиш доимийси дейилади ва λ ҳарфи билан белгиланади.

Шундай қилиб, dt вақт давомида dN емирилган атомлар сони $\lambda N dt$ га тенг, бу ерда N сони t вақт моментиде емирилмай қолган атомлар сонидир. Натижада ушбу дифференциал тенгламага эга бўламиз:

$$dN = -\lambda N dt.$$

Манфий ишора емирилмаган атомлар сони N вақт ўтиши билан камайишини кўрсатади.

Ўзгарувчиларни ажратгандан сўнг,

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt,$$

интеграллаб, қуйидагини топамиз:

$$\ln N = -\lambda t + \ln C \text{ ёки } N = Ce^{-\lambda t}.$$

Агар атомларнинг дастлабки сони N_0 ($t = 0$ да $N = N_0$) маълум бўлса, ихтиёрий ўзгармас (интеграллаш доимийси) C ни аниқлаш мумкин: $N_0 = C$ ва бинобарин,

$$N = N_0 e^{-\lambda t}.$$

Изотоп атомлари миқдорининг ярим емирилиши учун керак бўлган T вақт шу изотоплар учун ярим емирилиш даври дейилади. Турли изотоплар учун ярим емирилиш даври турлича. Масалан радий учун

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$T = 1590$ йил, уран учун $T = 4,6$ млрд. йил, радиоактив кобальт (Co^{60}) учун $T = 5,3$ йил, радион учун $T = 3,82$ сутка.

T ва λ орасида осонгина топиш мумкин бўлган боғланиш бор. Вақтнинг $t = T$ моменти учун $N = \frac{N_0}{2}$ ва демак,

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T},$$

бу ерда $e^{-\lambda T} = \frac{1}{2}$ ва $T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,693}{\lambda}$ сўнгра $\lambda = \frac{\ln 2}{T} \approx 0,693T$.

Бу N ни λ орқали эмас, балки T орқали ифодалашга имкон беради, чунончи

$$N = N_0 e^{\frac{(-t \ln 2)}{T}}.$$

Масалан, ярим емирилиш даври $T = 1590$ йил бўлган радий учун:

$$N = N_0 e^{\frac{(-t \ln 2)}{1590}} = N_0 e^{0,00044t}.$$

Бу формуладан атомнинг, айтайлик 200 йил ичида қанча қисми емирилишини аниқлаш мумкин; $t = 200$ десак, 200 йилдан кейин $N|_{t=200} = N_0 e^{-0,088} = 0,915N_0$ та атом қолишини, яъни бу вақт давомида бор бўлган атомларнинг 8,5% емирилишини кўрамиз.

АДАБИЁТЛАР

1. Гудышенко Ф.С., Павлюк И.А., Волкова В.А. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – Киев: Вища школа, 1972.
2. Қори-Ниёзий Т.Н. Танланган асарлар. 4-том, Дифференциал тенгламалар. Т. Фан, 1968.

UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTABI VA AKADEMIK LITSEYLARDA DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI O'RGANISH BO'YICHA BA'ZI BIR MULOHAZALAR

Axlimirzayev Ahmadjon, **Mamadjonova Ma'muraxon**
ADU, professor, *ADU, katta o'qituvchi*
Aminova Farangiz
FarDU, magistr

Malumki, hozirgi kunda matematik analizning bir qator muhim tushunchalari: funksiya, funksiyaning limiti va uzluksizligi, sonli ketma-ketlik va uning limiti, funksiyaning hosilasi va differensial, aniqlamas va aniqlash integral va differensial tenglamalar bo'yicha dastlabki tushunchalar umumiy o'rta ta'lim maktabi va akademik litseylar matematika kursidan mustaxkam o'rin egalladi. Bularning barchasini matematika kursiga kiritishiga amaliyotning u yoki bu masalasini yechish turtki bo'lgan. Amaliyotning ko'plab masalalarini yechish zaruriyatidan kiritilgan differensial tenglama tushunchasi o'zining qo'llanish doirasining kengligi bilan alohida o'ringa ega. Shuning uchun ham bugungi kunda differensial tenglamalar nafaqat maktab va akademik litseylarda, balki matematika o'qitiladigan barcha tipdagi oliy o'quv yurtlarida o'qitilmoqda.

Matematika, fizika, mexanika, biologiya, kimyo, tibbiyot, texnika va hakoza fanlarida uchraydigan ko'plab jarayonlar differensial tenglamalar yordamida tavsiflanadi. Biz bu tenglamalarni o'rganish bilan tegishli jarayonlar haqida ma'lumotlarga ega bo'lamiz. Chunki o'sha differensial tenglamalar o'rganilayotgan jarayonning matematik modelidan iborat bo'ladi. Differensial tenglamalarni o'rganish natijasida olingan ma'lumotlar jarayonlarni to'la harakterlashi uchun tuzilgan model mukammal bo'lishi kerak. Bir narsani kuzatish mumkinki tabiatda uchraydigan turli jarayonlar bir xil differensial tenglamalar bilan tavsiflanadi. Aytilgan bu fikrlardan tabiatshunoslikdagi juda ko'p masalalarni yechish differensial tenglamaga olib kelishi va ular yordamida ko'plab fizik, biologik, mexanik, kimyoviy, texnik va hakoza fanlarning masalalarini yechish mumkinligi kelib chiqadi. Shuning uchun ham o'quvchi va talabalarni differensial tenglamalar bo'yicha mukammal bilimlarni egallashlarini taminlashimiz kerak.

3-ШҶЪБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Differensial tenglamalarni o'rganishni differensial va integral hisobning asosiy masalalarini takrorlashdan boshlash kerak. Malumki, differensial hisobning asosiy masalalari funksiyaning hosilasi, funksiyaning differensial, murakkab funksiyalardan hosilalar olish, hosilaning geometrik va fizik ma'nosi, funksiyaning monotonligini tekshirishga hosilaning tatbiqi, funksiyaning ekstremum qiymatlarini aniqlash, differensiallanuvchi funksiyani to'la tekshirish va uning grafigini yasash masalalaridan iborat edi.

Ammo amalda, yuqorida aytganlarimizning teskarisi, ya'ni funksiyaning berilgan hosilalari yoki differensiallari bo'yicha funksiyaning o'zini topish masalasi ham paydo bo'ladi. Sodda hollarda bu masalaning yechilishi integral hisobda ko'rib o'tilgan.

Algebradan malumki, noma'lum kattalikni topish uchun masaladagi berilgan kattaliklar bilan noma'lum kattalik orasidagi munosabatlardan foydalanib tenglama tuzilar edi. Shunga o'xshash, matematik analiz kursida ham noma'lum funksiyani topish uchun shu funksiya bilan masalada berilgan, uning u yoki bu tartibli hosilasi yoki differensial orqali ifodalangan kattaliklarni o'zaro bog'lovchi tenglama tuziladi. Tuzilgan bu tenglama differensial tenglama deyiladi. Uni yechib, noma'lum funksiya topiladi. Differensial tenglama o'zining tatbiqi jixatidan matematik analizning eng muhim quroli hisoblanadi, chunki differensial tenglamani yechib, u yoki bu hodisaning qanday qonun asosida sodir bo'layotganligi aniqlanadi. Shuning uchun ham differensial tenglamalarni o'rganishni unga olib keluvchi quyidagi masalalarni o'rganishdan boshlash maqsadga muvofiqdir:

1. Bozorda t vaqt o'tishi bilan biror maxsulot narxi $p(t)$, unga bo'lgan talab $h(t)$ va taklif $S(t)$ funksiyalar bo'yicha o'zgarib boradi. Narx funksiyasi, talab va taklif funksiyalari orasidagi bog'lanish topilsin.

Yechish: Bozor qonuniyatlariga asosan Δt vaqt oralig'ida narxning o'sishi Δp talabni taklifdan qanchalik darajada kattaligiga va shu vaqt oralig'iga to'g'ri proporsional bo'ladi. Agar proporsionallik koeffisienti k bo'lsa, bu qonuniyatni matematik ko'rinishda ifodalab, quyidagicha ega bo'lamiz:

$$\Delta p = k(h - S)\Delta t, \quad \frac{\Delta p}{\Delta t} = k(h - S), \quad \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta t} = k(h - S), \quad p' = k(h - S).$$

Bu tenglik $p = p(t)$ narx funksiyasiga nisbatan eng sodda differensial tenglama bo'lib, undan quyidagini hosil qilamiz:

$$p(t) = k \int [h(t) - S(t)] dt$$

2. Massasi m bo'lgan moddiy nuqta to'g'ri chiziqli harakat qilmoqda. Uning harakat qonuni topilsin.

Yechish: Har bir momentda M nuqtadan koordinata boshigacha masofa x bo'lsin (1-rasm). U holda nuqtaning tezligi $x' (x' = \frac{dx}{dt})$ bo'ladi.

Moddiy nuqta ikki tashqi kuch: ishqalanish kuchi - bx' , $b > 0$ va taranglik kuchi $-kx$, $k > 0$ ta'sir etadi deylik. Nyutonning ikkinchi qonuniga asosan M nuqtaning harakati

$$mx'' = -bx' - kx$$

qonun bilan sodir bo'ladi. Bu ikkinchi tartibli differensial tenglamadir. Agar moddiy nuqta dvigatel bilan ta'minlangan bo'lsa va dvigatelning M nuqtada ta'sir kuchi F bo'lsa, u holda M ning harakat qonuni

$$mx'' = -bx' - kx + F$$

bo'ladi. Ko'pincha F miqdor $|F| \leq F_0 = C$ (C - o'zgarmas son) munosabatga bo'ysunadi.

Bu yerda qo'yilgan masalalarning birinchisida noma'lum funksiya va uning birinchi tartibli hosilasini bog'lovchi tenglamaga, ikkinchisida esa noma'lum funksiya va uning ikkinchi tartibli hosilasini bog'lovchi tenglamaga ega bo'ldik. Bu masalalardan so'ng differensial tenglamalar bo'yicha asosiy tushunchalarni bayon qilish mumkin. Ular: differensial tenglamaning ta'rifi, differensial tenglamani yechimi yoki integrali, differensial tenglamaning umumiy va hususiy yechimi, boshlang'ich shartlar, differensial tenglamaning tartibi va darajasi va hokozolardir. Bu tenglamalar puxta o'zlashtirilgandan so'ng differensial tenglamalarni tizimli o'rganishga kirishish mumkin.

Umumiy o'rta ta'lim maktabi, akademik litsey va oliy o'quv yurtlarida differensial tenglamalarni o'rganishni yuqoridagidek tashkil qilish, birinchidan o'qitishning didaktik tamoyillaridan hisoblangan nazariyaning amaliyot bilan birligini ta'minlash, ikkinchidan matematikani o'qitishda fanlararo aloqadorlikni ta'minlaydi va natijada ta'lim jarayoni samarali bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. M.S.Saloxitdinov, F.N.Nasritdinov. Oddiy differensial tenglamalar. T.: "O'zbekiston", 1994.-383b.
2. N.P.Rasulov, I.I.Safarov, R.T.Muxitdinov. Oliy matematika. Toshkent, 2012.-215b.
3. H.A.Valiyev, O'rta maktabda differensial tenglamalarni o'rganish. T.: "O'qituvchi", 1997.-80b.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР НАЧАЛЬНО-ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ВЫСОКОГО ЧЕТНОГО ПОРЯДКА С ОПЕРАТОРОМ БЕССЕЛЯ

Азизов Музаффар Сулаймонович
базовый докторант ФерГУ

В настоящей работе, рассматривая уравнение

$$B_{\gamma-1/2}^t u + (-1)^k (\partial^{2k} u / \partial x^{2k}) = f(x, t), \quad (1)$$

где $B_{\gamma-1/2}^t \equiv \partial^2 / \partial t^2 + (2\gamma/t) \partial / \partial t$ - оператор Бесселя [1], $0 \leq \gamma = \text{const} < 1/2$, $f(x, t)$ - заданная непрерывная функция.

В работах [2-10], рассматривая некоторые дифференциальные уравнения в частных производных высокого четного порядка в прямоугольнике, исследованы несколько начально-граничные задачи. Но в этих работах, начально-граничные задачи изучены лишь с несколькими вариантами локальных граничных условий. Более того, существует ограниченное количество работ, в которых рассмотрены начально-граничные задачи с нелокальными граничными условиями.

Следовательно начально-граничные задачи как с локальными, так и с нелокальными граничными условиями для дифференциальных уравнений в частных производных высокого четного порядка остаются малоизученными. Мы рассмотрим в четырехугольнике $\Omega = \{(x, t): 0 < x < 1, 0 < t < T\}$ следующую начально-граничную задачу с нелокальными граничными условиями на боковых сторонах Ω .

Задача B_{pq} . Найти функцию $u(x, t) \in C_{x,t}^{2k-1,0}(\bar{\Omega}) \cap C_{x,t}^{2k,2}(\Omega)$, удовлетворяющую в области Ω уравнению (1), а на границе области Ω следующим начальным и граничным условиям:

$$u(x, 0) = \varphi_1(x), \quad 0 \leq x \leq 1; \quad \lim_{t \rightarrow +0} t^{2\gamma} u_t(x, t) = \varphi_2(x), \quad 0 < x < 1;$$

$$p \frac{\partial^{2j}}{\partial x^{2j}} u(0, t) = q \frac{\partial^{2j}}{\partial x^{2j}} u(1, t), \quad q \frac{\partial^{2j+1}}{\partial x^{2j+1}} u(0, t) = p \frac{\partial^{2j+1}}{\partial x^{2j+1}} u(1, t), \quad j = \overline{0, k-1}, \quad 0 \leq t \leq T,$$

где $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$ - заданные непрерывные функции, а $p, q \in \mathbb{R}$, причем $p^2 + q^2 \neq 0$.

Из задачи B_{pq} при $q = 0$ следует локальная задача, рассмотренная в [9] и [10]. Здесь предположим, что $p, q \neq 0$ и исследуем существование, единственность и устойчивость решения задачи B_{pq} .

Лемма 1. Пусть $\varphi_i(x) \in C^{3k-1}[0, 1]$, $\varphi_i^{(3k)}(x) \in L_2(0, 1)$ и

$$q\varphi_i'(0) = p\varphi_i'(1), \quad p\varphi_i''(0) = q\varphi_i''(1), \dots, \quad q\varphi_i^{(3k-1)}(0) = p\varphi_i^{(3k-1)}(1),$$

если $3k-1$ - нечетное число и

$$q\varphi_i'(0) = p\varphi_i'(1), \quad p\varphi_i''(0) = q\varphi_i''(1), \dots, \quad p\varphi_i^{(3k-1)}(0) = q\varphi_i^{(3k-1)}(1),$$

если $3k-1$ - четное число. Тогда справедливо неравенство

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \lambda_n^3 \varphi_{ni}^2 \leq \int_0^1 [\varphi_i^{(3k)}(x)]^2 dx,$$

где $\varphi_{ni} = \int_0^1 \varphi_i(x) v_n(x) dx$, $i = \overline{1, 2}$.

Теорема 1. Пусть $0 < \gamma < 1/2$, $p \neq q$ и функции $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$ удовлетворяют условиям леммы 1, а функция $f(x, t)$ удовлетворяет этим условиям по аргументу x равномерно по t . Тогда функция

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} v_n(x) \left\{ a_n t^{1/2-\gamma} J_{1/2-\gamma}(\sqrt{\lambda_n} t) + b_n t^{1/2-\gamma} J_{\gamma-1/2}(\sqrt{\lambda_n} t) + \frac{\pi}{2 \cos \gamma \pi} \times \right.$$

$$\times \int_0^t \left[J_{1/2-\gamma}(\sqrt{\lambda_n} t) J_{\gamma-1/2}(\sqrt{\lambda_n} \tau) - J_{\gamma-1/2}(\sqrt{\lambda_n} t) J_{1/2-\gamma}(\sqrt{\lambda_n} \tau) \right] \left(\frac{t}{\tau} \right)^{\frac{1}{2}-\gamma} \tau f_n(\tau) d\tau \Bigg\},$$

определяет единственное решение задачи B_{pq} , где

$$a_n = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{\lambda_n}}{2} \right)^{\gamma-1/2} \Gamma(1/2 - \gamma) \varphi_{2n}, \quad b_n = \left(\frac{\sqrt{\lambda_n}}{2} \right)^{1/2-\gamma} \Gamma(1/2 + \gamma) \varphi_{1n}, \quad f_n(t) = \int_0^1 f(x, t) v_n(x) dx,$$

$n \in N$, $J_\nu(x)$ -функция Бесселя первого рода, $\Gamma(z)$ -гамма-функция Эйлера, λ_n и $v_n(x)$, $n \in N$ -соответственно собственные значения и собственные функции следующей спектральной задачи:

$$Mv \equiv (-1)^k v^{(2k)}(x) = \lambda v(x), \quad 0 < x < 1;$$

$$pv^{(2j)}(0) = qv^{(2j)}(1), \quad qv^{(2j+1)}(0) = pv^{(2j+1)}(1), \quad j = 0, k-1.$$

Теорема 2. Пусть выполнены все условия теоремы 1. Тогда для решения задачи B_{pq} справедлива оценка

$$\|u(x, t)\|_{L_2(0,1)} \leq M_0 \left(\|\varphi_2(x)\|_{L_2(0,1)}^2 + \|\varphi_1(x)\|_{L_2(0,1)}^2 + \|f(x, t)\|_{L_2(\Omega)}^2 \right),$$

где M_0 -некоторое положительное число.

ЛИТЕРАТУРА

1. Киприянов И.А. Сингулярные эллиптические краевые задачи. М.: Наука. Физматлит, 1997. 208 с.
2. Amanov D., Yuldasheva A.V. Solvability and spectral properties of boundary value problems for equations of even order // Malaysian Journal of Mathematical Sciences. 2009. Vol. 3. No. 2. P. 227–248.
3. Amanov D., Ashuraliyev A. Well - posedness of boundary value problems for partial differential equations of even order // First International Conference on Analysis and Applied Mathematics. 2012. P. 3–7. <https://doi.org/10.1063/1.4747625>
4. Irgashev B.Yu. On one boundary-value problem for an equation of higher even order // Russian Mathematics. 2017. Vol. 61. Iss. 9. P. 10–26.
5. Sabitov K.B. The Dirichlet problem for higher-order partial differential equations // Mathematical Notes. 2015. Vol. 97. Iss. 2. P. 255–267.
6. Irgashev B.Yu. Spectral problem for an equation of high even order // Russian Mathematics. 2016. Vol. 60. Iss. 7. P. 37–46.
7. Irgashev B.Yu. On a boundary value problem for a high order mixed type equation // Siberian Electronic Mathematical Reports. 2020. Vol. 17. P. 899–912.
8. Юлдашева А.В. Об одной задаче для квазилинейного уравнения четного порядка // Итоги науки и техники. Серия «Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры» 2017. Т. 140. С. 43–49.
9. Azizov M.S. About a initial-boundary value problem for a higher even order partial differential equation with Bessel's operator, "Modern problems of applied mathematics and information technologies al-Khwarizmi 2021": Abstracts of Int. Conf. dedicated to the 100th anniversary of the academician Vasil Kabulovich Kabulov, Fergana State University, Fergana, 2021, P. 110.
10. Азизов М. С. Об одной начально-граничной задаче для уравнения в частных производных высшего четного порядка соператором Бесселя//Бюллетень Института математики 2022, Vol. 5, № 1, стр.14–24.

REDUCTION FORMULAS FOR HYPERGEOMETRIC FUNCTIONS

¹Ergashev T., ²Abdullayeva M.

¹Toshkent Irrigatsiya va Melioratsiya instituti, ²Namangan davlat universiteti magistranti

A generalized hypergeometric function in one variable is defined by

$${}_pF_q \left[\begin{matrix} \alpha_1, & \dots & \alpha_p \\ \beta_1, & \dots & \beta_p \end{matrix} \right] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\prod_{j=1}^p (\alpha_j)_n}{\prod_{j=1}^p (\beta_j)_n} \frac{z^n}{n!} = {}_pF_q(\alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_p; z).$$

3-ШҶҶБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Here $(\lambda)_\nu$ is the Pochhammer symbol defined (for $\lambda, \nu \in \mathbb{J}$), in terms of the familiar Gamma function Γ by

$$(\lambda)_\nu := \frac{\Gamma(\lambda + \nu)}{\Gamma(\lambda)} = \begin{cases} 1 & (\nu = 0; \lambda \in \mathbb{J} \setminus \{0\}) \\ \lambda(\lambda+1) \cdots (\lambda + \nu - 1) & (\nu = n \in \mathbb{I}; \lambda \in \mathbb{J}). \end{cases}$$

It is being understood conventionally that $(0)_0 := 1$, and $\mathbb{J}$ and $\mathbb{I}$ being the sets of complex numbers and positive integers, respectively.

It is noted here that whenever hypergeometric function ${}_2F_1$ and the generalized hypergeometric function ${}_pF_q$ reduce to be expressed in terms of Gamma functions, the results are important in view of applications as well as themselves. Thus the well known classical summation theorems such as those of Gauss, Gauss second, Kummer and Bailey for the series ${}_2F_1$, and those of Watson, Dixon, Whipple, and Saalschuts for the series ${}_3F_2$, and other have played important roles,

Moreover, it is well known that, if the product of two generalized hypergeometric series can be expressed as a generalized hypergeometric series with argument x , the coefficient of x^n in the product should be expressed in terms of Gamma functions. Following this technique and using above mentioned classical summation theorems, in a well known, popular and very interesting book [1], Bailey drove a large number of new as well as known results involving products of generalized hypergeometric series. Here, for our present investigation, we choose to recall some of those results in [1]

$$\begin{aligned} e^{-x} {}_1F_1(\rho; \alpha; x) &= {}_1F_1(\rho - \alpha; \rho; -x) \\ {}_1F_1(\alpha; 2\alpha; x) {}_1F_1(\beta; 2\beta; -x) &= {}_2F_3 \left[\begin{matrix} \frac{1}{2}(\alpha + \beta), & \frac{1}{2}(\alpha + \beta + 1); & \frac{x^2}{4} \\ \alpha + \frac{1}{2}, \beta + \frac{1}{2}, & \alpha + \beta; \end{matrix} \right] \\ {}_1F_1(\alpha; \rho; x) {}_1F_1(\alpha; \rho; -x) &= {}_2F_3 \left[\begin{matrix} \alpha, & \rho - \alpha; & \frac{x^2}{4} \\ \rho, \frac{\rho}{2}, & \frac{\rho}{2} + \frac{1}{2}; \end{matrix} \right] \\ {}_1F_1 \left[\begin{matrix} \alpha; \\ \rho; \end{matrix} x \right] {}_1F_1 \left[\begin{matrix} \alpha - \rho + 1; \\ 2 - \rho; \end{matrix} -x \right] &= {}_2F_3 \left[\begin{matrix} \alpha - \frac{\rho}{2} + \frac{1}{2}, & \frac{\rho}{2} - \alpha + \frac{1}{2}; & \frac{x^2}{4} \\ \frac{1}{2}, \frac{\rho}{2} + \frac{1}{2}, & \frac{3}{2} - \frac{\rho}{2}; \end{matrix} \right] \\ &+ \frac{(2\alpha - \rho)(1 - \rho)}{\rho(2 - \rho)} x {}_2F_3 \left[\begin{matrix} \alpha - \frac{\rho}{2} + 1, & \frac{\rho}{2} - \alpha + 1; & \frac{x^2}{4} \\ \frac{3}{2}, \frac{\rho}{2} + 1, & 2 - \frac{\rho}{2}; \end{matrix} \right]. \end{aligned}$$

It is interesting to note her that if we use those results, get, respectively, the following alternative forms:

$$\begin{aligned} e^{-x} {}_1F_1(\alpha; 2\alpha; x) {}_1F_1(\beta; 2\beta; -x) &= {}_2F_3 \left[\begin{matrix} \frac{1}{2}(\alpha + \beta), & \frac{1}{2}(\alpha + \beta + 1); & \frac{x^2}{4} \\ \alpha + \frac{1}{2}, \beta + \frac{1}{2}, & \alpha + \beta; \end{matrix} \right] \\ e^{-x} {}_1F_1(\alpha; \rho; x) {}_1F_1(\alpha; \rho; -x) &= {}_2F_3 \left[\begin{matrix} \alpha, & \rho - \alpha; & \frac{x^2}{4} \\ \rho, \frac{\rho}{2}, & \frac{\rho}{2} + \frac{1}{2}; \end{matrix} \right]. \end{aligned}$$

$$e^{-x} {}_1F_1\left[\begin{matrix} \alpha; \\ \rho; \end{matrix} x\right] {}_1F_1\left[\begin{matrix} 1-\alpha; \\ 2-\rho; \end{matrix} x\right] = {}_2F_3\left[\begin{matrix} \alpha-\frac{\rho}{2}+\frac{1}{2}, & \frac{\rho}{2}-\alpha+\frac{1}{2}; & x^2 \\ \frac{1}{2}, \frac{\rho}{2}+\frac{1}{2}, & \frac{3}{2}-\frac{\rho}{2}; & 4 \end{matrix}\right] + \frac{(2\alpha-\rho)(1-\rho)}{\rho(2-\rho)} x {}_2F_3\left[\begin{matrix} \alpha-\frac{\rho}{2}+1, & \frac{\rho}{2}-\alpha+1; & x^2 \\ \frac{3}{2}, \frac{\rho}{2}+1, & 2-\frac{\rho}{2}; & 4 \end{matrix}\right].$$

We give following elegant result for a product of three generalized hypergeometric function:

$${}_0F_1\left[\begin{matrix} -; \\ 6c; \end{matrix} x\right] {}_0F_1\left[\begin{matrix} -; \\ 6c; \end{matrix} \omega x\right] {}_0F_1\left[\begin{matrix} -; \\ 6c; \end{matrix} \omega^2 x\right] = {}_2F_7\left[\begin{matrix} 3c-\frac{1}{4}, 3c+\frac{1}{4}; \\ 6c, 2c, 2c+\frac{1}{3}, 2c+\frac{2}{3}, 4c-\frac{1}{3}, 4c, 4c+\frac{1}{3}; \end{matrix} \left(\frac{4x}{9}\right)^3\right],$$

where $\omega = \exp\left(\frac{2\pi i}{3}\right)$.

REFERENCES

1. Srivastava H.M., Karlsson P.W. Multiple Gaussian hypergeometric functions. Halsted Press: John Wiley and Sons, New York, Chichester, Brisbane, Toronto. 1985

RECURSION FORMULAS FOR LAURICELLA FUNCTION

¹Ergashev T.G., ²Ergasheva I.

¹TIIAME National Research University, professor, ²Namangan State University

In this work, we obtain the recursion formulas for three-variable Lauricella function defined by

$$F_E^{(3)}(a_1, b_1, b_2; c_1, c_2, c_3; x_1, x_2, x_3) = \sum_{m_1, m_2, m_3=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m_1+m_2+m_3} (b_1)_{m_1} (b_2)_{m_2+m_3} x_1^{m_1} x_2^{m_2} x_3^{m_3}}{(c_1)_{m_1} (c_2)_{m_2} (c_3)_{m_3} m_1! m_2! m_3!}.$$

Theorem 1. The following recursion formulas hold true for parameter a_1 of the Lauricella function $F_E^{(3)}$:

$$\begin{aligned} F_E^{(3)}(a_1 + n) &= F_E^{(3)} + \frac{b_1 x_1}{c_1} \sum_{n_1=1}^n F_E^{(3)}(a_1 + n_1, b_1 + 1, c_1 + 1) \\ &\quad + \frac{b_2 x_2}{c_2} \sum_{n_1=1}^n F_E^{(3)}(a_1 + n_1, b_2 + 1, c_2 + 1) + \frac{b_2 x_3}{c_3} \sum_{n_1=1}^n F_E^{(3)}(a_1 + n_1, b_2 + 1, c_3 + 1), \\ F_E^{(3)}(a_1 - n) &= F_E^{(3)} - \frac{b_1 x_1}{c_1} \sum_{n_1=0}^n F_E^{(3)}(a_1 - n_1, b_1 + 1, c_1 + 1) \\ &\quad - \frac{b_2 x_2}{c_2} \sum_{n_1=0}^n F_E^{(3)}(a_1 - n_1, b_2 + 1, c_2 + 1) - \frac{b_2 x_3}{c_3} \sum_{n_1=0}^n F_E^{(3)}(a_1 - n_1, b_2 + 1, c_3 + 1). \end{aligned}$$

Theorem 2. The following recursion formulas hold true for parameter a_1 of the Lauricella function

$$\begin{aligned} F_E^{(3)} : \quad F_E^{(3)}(a_1 + n) &= \sum_{n_1=0}^n \sum_{n_2=0}^{n-n_1} \sum_{n_3=0}^{n-n_1-n_2} \binom{n}{n_1} \binom{n-n_1}{n_2} \binom{n-n_1-n_2}{n_3} \frac{(b_1)_{n_1} (b_2)_{n_2+n_3} \prod_{i=1}^3 x_i^{n_i}}{(c_1)_{n_1} (c_2)_{n_2} (c_3)_{n_3}} \\ &\quad \times F_E^{(3)}(a_1 + N_3, b_1 + n_1, b_2 + n_2 + n_3, c_1 + n_1, c_2 + n_2, c_3 + n_3). \\ F_E^{(3)}(a_1 - n) &= \sum_{n_1=0}^n \sum_{n_2=0}^{n-n_1} \sum_{n_3=0}^{n-n_1-n_2} \binom{n}{n_1} \binom{n-n_1}{n_2} \binom{n-n_1-n_2}{n_3} \frac{(b_1)_{n_1} (b_2)_{n_2+n_3} \prod_{i=1}^3 (-x_i)^{n_i}}{(c_1)_{n_1} (c_2)_{n_2} (c_3)_{n_3}} \\ &\quad \times F_E^{(3)}(0b_1 + n_1, b_2 + n_2 + n_3, c_1 + n_1, c_2 + n_2, c_3 + n_3). \end{aligned}$$

Theorem 3. The following recursion formulas hold true for parameter b_1 of the Lauricella function $F_E^{(3)}$:

$$F_E^{(3)}(b_1 + n) = F_E^{(3)} + \frac{a_1 x_1}{c_1} \sum_{n_1=1}^n F_E^{(3)}(a_1 + 1, b_1 + n_1, c_1 + 1),$$

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$F_E^{(3)}(b_1 - n) = F_E^{(3)} - \frac{a_1 x_1}{c_1} \sum_{n_1=1}^n F_E^{(3)}(a_1 + 1, b_1 - n_1, c_1 + 1).$$

Theorem 4. The following recursion formulas hold true for parameter b_1 of the Lauricella function $F_E^{(3)}$:

$$F_E^{(3)}(b_1 + n) = \sum_{n_1=0}^n \binom{n}{n_1} \frac{(a_1)_{n_1}}{(c_1)_{n_1}} x_1^{n_1} F_E^{(3)}(a_1 + n_1, b_1 + n_1, c_1 + n_1).$$

$$F_E^{(3)}(b_1 - n) = \sum_{n_1=0}^n \binom{n}{n_1} \frac{(a_1)_{n_1}}{(c_1)_{n_1}} (-x_1)^{n_1} F_E^{(3)}(a_1 + n_1, c_1 + n_1).$$

Theorem 5. The following recursion formulas hold true for parameter b_2 of the Lauricella function $F_E^{(3)}$:

$$F_E^{(3)}(b_2 + n) = F_E^{(3)} + \frac{a_1 x_2}{c_2} \sum_{n_1=1}^n F_E^{(3)}(a_1 + 1, b_2 + n_1, c_2 + 1) + \frac{a_1 x_3}{c_3} \sum_{n_1=1}^n F_E^{(3)}(a_1 + 1, b_2 + n_1, c_3 + 1),$$

$$F_E^{(3)}(b_2 - n) = F_E^{(3)} - \frac{a_1 x_2}{c_2} \sum_{n_1=0}^{n-1} F_E^{(3)}(a_1 + 1, b_2 - n_1, c_2 + 1) - \frac{a_1 x_3}{c_3} \sum_{n_1=1}^n F_E^{(3)}(a_1 + 1, b_2 - n_1, c_3 + 1).$$

Theorem 6. The following recursion formulas hold true for parameter b_2 of the Lauricella function $F_E^{(3)}$:

$$F_E^{(3)}(b_2 + n) = \sum_{n_1=0}^n \sum_{n_2=0}^{n-n_1} \binom{n}{n_1} \binom{n-n_1}{n_2} \frac{(a_1)_{N_2} x_2^{n_1} x_3^{n_2}}{(c_1)_{n_1} (c_2)_{n_2}} F_E^{(3)}(a_1 + N_2, b_2 + N_2, c_2 + n_1, c_1 + n_1, c_3 + n_2),$$

$$F_E^{(3)}(b_2 - n) = \sum_{n_1=0}^n \sum_{n_2=0}^{n-n_1} \binom{n}{n_1} \binom{n-n_1}{n_2} \frac{(a_1)_{N_2} (-x_2)^{n_1} (-x_3)^{n_2}}{(c_1)_{n_1} (c_2)_{n_2}} F_E^{(3)}(a_1 + N_2, b_2 + N_2, c_2 + n_1, c_1 + n_1, c_3 + n_2).$$

Theorem 7. The following recursion formulas hold true for denominator parameter c_1 of the Lauricella function $F_E^{(3)}$:

$$F_E^{(3)}(c_1 - n) = F_E^{(3)} + a_1 b_1 x_1 \sum_{n_1=1}^n \frac{F_E^{(3)}(a_1 + 1, b_1 + 1, c_1 + 2 - n_1)}{(c_1 - n_1)(c_1 - n_1 + 1)},$$

$$F_E^{(3)}(c_1 - n) = \sum_{n_1=0}^n \binom{n}{n_1} \frac{(a_1)_{n_1} (b_1)_{n_1} x_1^{n_1}}{(c_1 - n)_{n_1} (c_1)_{n_1}} F_E^{(3)}(a_1 + n_1, b_1 + n_1, c_1 + n_1).$$

Theorems 1 – 7 are proved by mathematical induction method.

REFERENCES

1. Srivastava H.M. , Karlsson P.W. Multiple Gaussian hypergeometric functions. Halsted Press: John Wiley and Sons, New York, Chichester, Brisbane, Toronto. 1985

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ГРАНИЧНОМ УПРАВЛЕНИИ ПРОЦЕССОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛА

Газиев Куёш Азаматович

Старший преподаватель, Наманганский государственный университет

Аннотация: В работе рассматривается начально-краевая задача управления работы регенеративного воздухоподогревателя и задача оптимального управления с минимальной энергией. Получено необходимое условие, которому удовлетворяет решение первой задачи и найдены наименьшее значение энергии и функция, реализующая это значение.

Ключевые слова: теплопроводность, краевая задача, распространения тепла, оптимального управления, ряд Фурье, управляющая функция.

При изучении работы регенеративного воздухоподогревателя (РВП) естественным образом возникает следующая задача[1].

3-ШҰҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Начально-краевая задача управления. Найти управляющую кусочно -непрерывную функцию $u(t)$, $0 \leq t \leq T$, где T -произвольная фиксированная положительная константа, такая , чтобы процесс распространения тепла по стержню $[0,1]$, $l>0$, описываемому уравнением теплопроводности

$$Z_t = a^2 Z_{xx}, \quad 0 \leq t \leq T, \quad T > 0, \quad 0 \leq x \leq l, \quad a \neq 0, \quad (1)$$

перешел из начального положения

$$Z(0, x) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq l \quad (2)$$

в конечное положение

$$Z(l, x) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq l. \quad (3)$$

При этом были выполнены и краевые (граничные) условия: $Z(t, 0) = U(t)$, $Z(t, l) = 0$, $0 \leq t \leq T$, $T > 0$.

Прежде чем приступить к решению задачи (1)-(3) , отметим, что если $\varphi(\cdot)$, $\psi(\cdot)$, $u(\cdot) \in L_2$, то в

$W_2^{0,1}$

классе функций $W_2^{0,1}(Q)$, где $Q = \{(t, x): 0 \leq t \leq T, 0 \leq x \leq l\}$ существует единственное решение $Z = Z(t, x)$, $(t, x) \in Q$ задачи (1)-(3). Однако, имея в виду приложения полученных результатов, мы считаем функции $\varphi(\cdot)$ и $\psi(\cdot)$ гладкими, а $u(\cdot)$ – кусочно-непрерывной ; в то же время дальнейший анализ показывает, что управление $u(\cdot)$, можно считать гладким, тогда и решение $Z(t, x)$ будет гладким .

2. Решение $Z(t, x)$ задачи (1)-(3) ищем в виде ряда Фурье

$$Z(t, x) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \sin \frac{\pi n x}{l}, \quad (4)$$

где $T_n(t)$, $n=1, 2, \dots$, – коэффициенты Фурье функции $Z(t, x)$, $0 \leq x \leq l$, при её разложении в ряд Фурье по системе функций $\left\{ \frac{2}{l} \sin \frac{\pi n x}{l}, 0 \leq x \leq l, n=1, 2, \dots \right\}$:

$$T_n(t) = \frac{2}{l} \int_0^l Z(t, x) \cdot \sin \frac{\pi n x}{l} dx, \quad (5)$$

получим

$$T_n(t) = \frac{2}{\pi n} [Z(t, 0) \cdot (-1)^n Z(t, l)] - \frac{2l}{\pi^2 n^2} \int_0^l Z_{xx}(t, x) \sin \frac{\pi n x}{l} dx. \quad (6)$$

Но $Z(t, 0) = u(t)$, $Z(t, l) = 0$. Поэтому

$$T_n(t) = \frac{2}{\pi n l} \cdot u(t) - \frac{2l}{\pi^2 n^2 a^2} \int_0^l Z_t(t, x) \cdot \sin \frac{\pi n x}{l} dx \quad (7)$$

Дифференцируя левую и правую части равенства по t из (5), получаем

$$\frac{dT_n(t)}{dt} = \frac{2}{l} \int_0^l Z_t(t, x) \cdot \sin \frac{\pi n x}{l} dx. \quad (8)$$

Из (7) и (8) имеем

$$\frac{dT_n(t)}{dt} + \left(\frac{\pi n a}{l} \right)^2 T_n(t) = \frac{2 \pi n a^2}{l^2} u(t). \quad (9)$$

Произвольное решение этого уравнения имеет вид

$$T_n(t) = e^{-\left(\frac{\pi n a}{l} \right)^2 t} \left[T_n(0) + \frac{2 \pi n a^2}{l^2} \int_0^t e^{\left(\frac{\pi n a}{l} \right)^2 s} u(s) ds \right]. \quad (10)$$

С другой стороны,

$$\varphi(x) = Z(0, x) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(0) \sin \frac{\pi n x}{l}, \quad \varphi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n \sin \frac{\pi n x}{l}, \quad (11)$$

где φ_n , $n=1, 2, \dots$, – коэффициенты Фурье функции $\varphi(x)$, $0 \leq x \leq l$, при её разложении в ряд Фурье по функциям

$$\left\{ \frac{2}{l} \sin \frac{\pi n x}{l}, 0 \leq x \leq l, n=1, 2, \dots \right\}: \quad \varphi_n = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \cdot \sin \frac{\pi n x}{l} dx \quad (12)$$

Считается, что $\varphi(0) = \varphi(l) = 0$.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Следовательно, ((11),(12)) $T_n(0) = \varphi_n = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \cdot \sin \frac{\Pi n x}{l} dx, n=1,2,\dots$

Таким образом, решением задачи (1)-(3) является ряд

$$Z(t,x) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\left(\frac{\Pi n a}{l}\right)^2 t} \left[\varphi_n + \frac{2 \Pi n a^2}{l^2} \int_0^t e^{\left(\frac{\Pi n a}{l}\right)^2 s} u(s) ds \right] \sin \frac{\Pi n x}{l}, \quad (13)$$

где $\varphi_n, n=1,2,\dots$, определяется в соответствии с формулой (12).

Далее пусть $Z(t,x) = \psi(x)$, $\psi(0) = \psi(l) = 0$ и

$$\psi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n \sin \frac{\Pi n x}{l}, \quad \psi_n = \frac{2}{l} \int_0^l \psi(x) \cdot \sin \frac{\Pi n x}{l} dx. \quad (14)$$

Следовательно, если существует управляющая функция $u(t), 0 \leq t \leq T$, переводящая процесс, описываемый задачей (1)-(3), то ((13),(14))

$$e^{-\left(\frac{\Pi n a}{l}\right)^2 T} \left[\psi_n + \frac{2 \Pi n a^2}{l^2} \int_0^T e^{\left(\frac{\Pi n a}{l}\right)^2 s} u(s) ds \right] = \psi_n, n=1,2,\dots, \quad (15)$$

т.е. функция $u(t), 0 \leq t \leq T$ удовлетворяет следующей счетной системе равенств:

$$\int_0^T e^{\lambda_n^2 t} u(t) dt = a_n, n=1,2,\dots \quad (16)$$

$$\text{где } \lambda_n^2 = \left(\frac{\Pi n a}{l}\right)^2, a_n = (\psi_n e^{\lambda_n^2 T} - \varphi_n). \quad (17)$$

Умножив обе части в(16) на $e^{-\lambda_n^2 T}$ и положив

$$b_n = e^{-\lambda_n^2 T} (\psi_n e^{\lambda_n^2 T} - \varphi_n) \cdot \frac{l^2}{2 \Pi n a^2}, \quad (18)$$

мы получим (после несложных преобразований):

$$\int_0^T e^{-\lambda_n^2 t} u(t) dt = b_n, n=1,2,\dots \quad (19)$$

Таким образом, мы доказали следующее:

Утверждение 1. Если существует управляющая функция $u(t), 0 \leq t \leq T$, переводящая изучаемый процесс (1)-(3) из начального положения $\varphi(\cdot)$ в конечное положение $\psi(\cdot)$, то она существует в виде равенством (19).

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- [1] Кирсанов Ю. А Математическое моделирование тепловых процессов в регеративном воздухоподогревателе. Теплоэнергетика, N1, 1999.
[2] Ильин В.А Граничное управление процессами колебаний на двух концах. Докл. РАН, т.369, N5, 1999.

NAV'E-STOKS TENGLAMASIGA QO'YILGAN NOLOKAL MASALA

Hamdamova A.S QarDU magistri
hhaa15853@gmail.com

1998-yilda Bostonlik milliarder Landon Kley (Landon T. Clay) ning mablag'i hisobida Kembrejda (Massachusetts, AQSH) Kley nomidagi matematika institutiga (Clay mathematics institute) asos solindi va hozirgi zamon matematikasining bir qator muammolariga mukofotlar belgilandi. 2000-yil 24-mayda institutning ekspertlari yettita muammo tanlashib, ularning har biriga million dollar belgilashdi. Bu ro'yxat Millennium Prize Problems (million yutuqli muammolar) nomini oldi. Bulardan oltinchisi " Nave-Stoks tenglamasining yechimi mavjudligi va silliqiligi" haqidagi muammodir. Bu muammoni yechishda mukofot

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

eʼlon qilingandan avval va undan keyin ham koʻplab mashhur olimlar qiziqib kelganlar hamda samarali natijalarga erishganlar. Bular O.A. Ladijenskaya, R. Temam, A.N. Kolmogorov, J. Leray, E. Hopf, J.L. Lions, M.I. Vishik, V.A. Solonnikov, M. Otelbayev va boshqalar[1]. Oltinchi muammoda Navʼe-Stoks tenglamasiga qoʻyilgan nolokal masala yechimining mavjudligi va silliqqligini oʻrganish talab etiladi. 2014-yilda matematika jurnalida eʼlon qilingan M.Otelbayevning «Существование сильного решения уравнения Навье-Стокса» maqolasida muammosi hal boʻlganligi maʼlum qilindi[2], ammo keyinchalik ishda xatolik topildi. Muammo ochiq qoldi.

Ushbu maʼruzada Navʼe-Stoks tenglamasiga qoʻyilgan quyidagi masala yechimi uchun baʼzi aprior baholar oʻrinli ekanligi koʻrsatiladi:

$Q \subset R^2$ – markazi koordinata boshida va tomoni 2π ga teng boʻlgan kvadrat, $\Omega = (0, T) \times Q$, $T > 0$ boʻlsin.

$$\begin{cases} \frac{\partial u_j}{\partial t} + \sum_{k=1}^2 u_k \frac{\partial u_j}{\partial x_k} = \nu \Delta u_j - \frac{\partial p}{\partial x_j} + f_j(t, x_1, x_2), & (t, x_1, x_2) \in \Omega, \quad j = 1, 2; \\ \operatorname{div} u = \sum_{k=1}^2 \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0, & (t, x_1, x_2) \in \Omega. \end{cases} \quad (1)$$

tenglamalar sistemasini hamda

$$u(t, x_1, x_2) \Big|_{t=0} = 0, \quad (x_1, x_2) \in \bar{Q}; \quad (2)$$

$$u(t, x_1, x_2) \Big|_{x_k=-\pi} = u(t, x_1, x_2) \Big|_{x_k=\pi},$$

$$p(t, x_1, x_2) \Big|_{x_k=-\pi} = p(t, x_1, x_2) \Big|_{x_k=\pi}, \quad k = 1, 2; \quad 0 \leq t \leq T. \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_k}(t, x_1, x_2) \Big|_{x_k=-\pi} = \frac{\partial u}{\partial x_k}(t, x_1, x_2) \Big|_{x_k=\pi}$$

boshlangʻich va chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi $u(t, x) = (u_1(t, x), u_2(t, x))$ vektor funksiya va $p(t, x)$ skalyar funksiya topilsin.

ADABIYOTLAR

1. О.А.Ладыженская.Шестая проблема тысячелетия: уравнения Навье-Стокса, существование и гладкость, УМН, 2003, том 58, выпуск 2 (350), 45 – 78.
2. М.Отелбаев.Существование сильного решения уравнения Навье-Стокса. Математический журнал, 2013, том 13, №4 (50)

INVOLYUTSIYA XOSSASIGA EGA BOʻLGAN IKKINCHI TARTIBLI BIR DIFFERENSIAL TENGLAMA HAQIDA

Ibaydullaev Toʻlanboy Andijon davlat universiteti
Usmonova Mahliyo Fargʻona davlat universiteti

Agar biror $f(x)$ funksiya biror X toʻplamda $f(f(x)) = x$ shartni qanoatlantirsa, u holda u mazkur toʻplamda involyutsiya xossasiga ega boʻlgan funksiya (akslantirish) deyiladi. Agar differensial tenglamada nomaʼlum funksiya yoki uning hosilalari involyutsiya xossasiga ega boʻlgan funksiylarga bogʻliq boʻlsa, u holda mazkur tenglama involyutsiya xossasiga ega boʻlgan differensial tenglama deyiladi.

Masalan, $f(x) = \frac{1}{x}$ funksiya involyutsiya xossasiga ega boʻlgan funksiya boʻladi. Haqiqatan, $f(f(x)) = \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$. Shuning uchun taʼrifga koʻra $y''(x) = y' \left(\frac{1}{x} \right)$ tenglama ham involyutsiya xossasiga ega boʻlgan differensial tenglama boʻladi.

Bunday tenglamalar va ularni yechish usullari ilk marta [1-3] adabiyotlarda keltirilgan. Bulardan tashqari bunday tenglamalarni yechishga bagʻishlangan ishlar yurtimizda Gʻ.Moʻminov ishlarida ham uchraydi. Ushbu maqola ham aynan yuqorida keltirilgan involyutsiya xossasiga ega boʻlgan ikkinchi tartibli differensial tenglamaning oshkor yechimini topishga bagʻishlangan.

Ushbu

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$y''(x) = y' \left(\frac{1}{x} \right) \quad (1)$$

tenglamaning umumiy yechimi oshkor ko'rinishda quyidagidan iborat bo'ladi:

$$y(x) = C_1 \sqrt{x^3} \left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) + \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) \right\} + C_2.$$

Haqiqatan, (1) da $\frac{1}{x} \sim x$ almashtirish qilib,

$$y'' \left(\frac{1}{x} \right) = y'(x) \quad (2)$$

ni hosil qilamiz. (1) ni yana bir bor differensiallab esa, $y'''(x) = y'' \left(\frac{1}{x} \right) \cdot \frac{-1}{x^2}$ ni hosil qilib, keyin (2) dan foydalanib, $y'''(x) = y'(x) \cdot \frac{-1}{x^2}$ yoki $x^2 y''' + y' = 0$ tenglamani topamiz. Bu $y' = z$ almashtirish bilan quyidagi Eyler tenglamasiga keladi: $x^2 z'' + z = 0$. Uni $x = e^t$, ($t = \ln x$) almashtirish bilan yechamiz: $z(x) = z(e^t) = Z(t)$; $z'(x) = Z'(t) \cdot t'_x = Z'(t) \cdot \frac{1}{x}$; $z''(x) = (Z''(t) - Z'(t)) \cdot \frac{1}{x^2}$. Bundan quyidagi tenglama hosil bo'ladi: $Z'' - Z' + Z = 0$. Uning xarakteristik tenglamasining ildizlari $k_{1,2} = \frac{1}{2} \pm i \frac{\sqrt{3}}{2}$ bo'lib, umumiy yechimi $Z = e^{\frac{1}{2}t} \left(C_1 \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} t \right) + C_2 \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} t \right) \right)$ bo'ladi. Yana qaytadan eski o'zgaruvchilarga o'tsak, $z = \sqrt{x} \left(C_1 \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) + C_2 \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) \right)$ bo'ladi yoki,

$$y'(x) = \sqrt{x} \left(C_1 \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) + C_2 \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) \right). \quad (3)$$

Buni integrallarni bo'laklab integrallash usuli yordamida yechamiz:

$$y(x) = \int \sqrt{x} \left(C_1 \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) + C_2 \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) \right) dx + C_3.$$

Avval birinchi aniqmas integralni hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int \sqrt{x} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) dx = \frac{2}{3} \int \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) d\sqrt{x^3} = \\ &= \frac{2}{3} \left(\sqrt{x^3} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \int \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) \cdot \frac{1}{x} \cdot \sqrt{x^3} dx \right) = \\ &= \frac{2}{3} \left(\sqrt{x^3} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \int \sqrt{x} \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) dx \right) = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) + \\ &\quad + \frac{2}{3\sqrt{3}} \int \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) d\sqrt{x^3} = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) + \\ &\quad + \frac{2}{3\sqrt{3}} \left(\sqrt{x^3} \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \int \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) \cdot \frac{1}{x} \cdot \sqrt{x^3} dx \right) = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) + \\ &\quad + \frac{2}{3\sqrt{3}} \sqrt{x^3} \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) - \frac{1}{3} \int \sqrt{x} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) + \\ &\quad + \frac{2}{3\sqrt{3}} \sqrt{x^3} \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) - \frac{1}{3} I_1. \text{ Bundan } I_1 \text{ ni topamiz: } I_1 = \int \sqrt{x} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) dx = \\ &= \frac{\sqrt{x^3}}{2} \left(\cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) \right). \end{aligned}$$

Shu kabi $I_2 = \int \sqrt{x} \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) dx$ aniqmas integralni hisoblasak,

$$I_2 = \int \sqrt{x} \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) dx = \frac{\sqrt{x^3}}{2} \left(\sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) - \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) \right) \text{ bo'ladi. Bundan}$$

$$y(x) = C_1 I_1 + C_2 I_2 + C_3 \quad (4)$$

yechimni topamiz. Biz differensial tenglamani differensiallash yordamida yechganimiz uchun "chet" yechimlar ham paydo bo'lishi mumkin. Shuning uchun topilgan (4) yechimni berilgan tenglamaga qo'yib tekshiramiz, bunda $y'(x)$ uchun (3) dan foydalansak ham bo'ladi:

$$\begin{aligned} y''(x) &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \left(C_1 \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) + C_2 \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) \right) + \\ &+ \sqrt{x} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{C_1}{x} \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{C_2}{x} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) \right) = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \left((C_1 + \sqrt{3}C_2) \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) + (-\sqrt{3}C_1 + C_2) \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) \right). \end{aligned}$$

(3) da $\frac{1}{x} \sim x$ almashtirish qilsak,

$$y' \left(\frac{1}{x} \right) = \frac{1}{\sqrt{x}} \left(C_1 \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) - C_2 \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \right) \right). \text{ Keyin } y''(x) = y' \left(\frac{1}{x} \right) \text{ bo'lishi uchun}$$

$$\begin{cases} \frac{C_1 + \sqrt{3}C_2}{2} = C_1 \\ \frac{-\sqrt{3}C_1 + C_2}{2} = -C_2 \end{cases} \text{ yoki } C_1 = \sqrt{3}C_2 \text{ bo'lishini aniqlaymiz. Bundan}$$

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$y(x) = C_2 \sqrt{x^3} \left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x\right) + \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x\right) \right\} + C_3$ kelib chiadi va C_2 ni C_1 ga, C_3 ni esa C_2 ga almashtirib qo'ysak, (2) yechim hosil bo'ladi.

Bevosita tekshirish orqali topilgan (2) yechumning haqiqatdan ham umumiy yechim bo'lishini ko'rsatish mumkin:

$$y''(x) = \frac{C_1}{\sqrt{x}} \left(\sqrt{3} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x\right) - \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x\right) \right), \quad y''\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{C_1}{\sqrt{x}} \left(\sqrt{3} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x\right) - \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x\right) \right).$$

ADABIYOTLAR:

1. Беллман Р., Кук К. Дифференциальные разностные уравнения. М. Мир, 1961.
2. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. М. Наука, 1961
3. Silberstein R. Solution of the equation $f'(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$. // Phil. Mag. 7th Series, 30(1940), p.185-186.

ON A SIMPLE EVASION DIFFERENTIAL GAME FOR INTEGRAL AND GRONWALL CONSTRAINTS.

Ibaydullaev Tolanboy, Juraev Bahodir, Xusanboeva Nodiraxon

Andijon State University

Suppose that in R^n a controlled object P called the Pursuer, chases another object E called the Evader. Denote by x the position of the Pursuer and denote by y the position of the Evader in R^n . In the present work, we consider the pursuit-evasion problems when the objects move in accordance with the equations

$$\dot{P} = u, \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

$$\dot{E} = v, \quad y(0) = y_0 \quad (2)$$

respectively, where $x, y, u, v \in R^n$, $n \geq 2$, x_0 and y_0 are initial positions of the objects and it is assumed that $x_0 \neq y_0$. u and v are control parameters of the objects correspondingly.

On the control parameter u , we impose the constraint

$$\int_0^t |u(s)|^2 ds \leq \rho e^{kt}, \quad \text{for almost } t \geq 0, \quad (3)$$

where ρ and k are positive numbers. Here u is the velocity vector of the Pursuer and the temporal variation of u must be a measurable function $u(\cdot): [0, \infty) \rightarrow R^n$. We denote by U_I the set of all measurable functions $u(\cdot)$ such that satisfy the integral constraint (briefly, I -constraint) (3).

Similarly, on the control parameter v , we impose the constraint

$$|v(t)| \leq \sigma + k \int_0^t |v(s)| ds, \quad \text{for almost } t \geq 0, \quad (4)$$

where σ and k are positive numbers. Here v is the velocity vector of the Evader and the temporal variation of v must be a measurable function $v(\cdot): [0, \infty) \rightarrow R^n$. We denote by V_{Gr} the set of all measurable functions $v(\cdot)$ such that satisfy the Gronwall constraint (briefly, Gr -constraint) (4).

Definition 1. By means of the equation (1) and (2), each pairs $(x_0, u(\cdot))$, $u(\cdot) \in U_I$ and $(y_0, v(\cdot))$, $v(\cdot) \in V_{Gr}$ generates the trajectories of motion

$$x(t) = x_0 + \int_0^t u(\tau) d\tau, \quad y(t) = y_0 + \int_0^t v(\tau) d\tau,$$

of the Pursuer and the Evader respectively.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

The goal of the Pursuer P is to capture the Evader E , i.e. achievement of the equality $x(t) = y(t)$ (Pursuit problem) and the Evader P strives to avoid an encounter (Evasion problem), i.e., to achieve the inequality $x(t) \neq y(t)$ for all $t \geq 0$, and in the opposite case, to postpone the instant of the encounter as long as possible.

Definition 2. The functions $u(\cdot) = (u_1(\cdot), u_2(\cdot), \dots, u_n(\cdot))$ and $v(\cdot) = (v_1(\cdot), v_2(\cdot), \dots, v_n(\cdot))$ are called controls of the Pursuer and the Evader respectively if the conditions (3), (4) are valid for these functions correspondingly.

Definition 3. We say that a strategy $\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$ guarantees evasion on $[0, +\infty)$ if, for any control $u(\cdot) \in U_I$ of the Pursuer, the condition $x(t) \neq y(t)$ holds for all $t \in [0, +\infty)$, where $x(t)$ and $y(t)$ are the solutions of the initial value problems

$$\dot{x} = u(t), \quad x(0) = x_0$$

$$\dot{y} = v(t), \quad y(0) = y_0$$

Where $t \geq 0$.

Definition 4. For each pair $(\rho, u(\cdot))$, $u(\cdot) \in U_I$, we call the scalar function

$$\rho(t) = \rho e^{kt} - \int_0^t |u(s)|^2 ds$$

a residual resource of the Pursuer at the time t .

Lemma. If

$$|\varphi(t)| \leq \sigma + k \int_0^t |v(s)| ds$$

Then $|\varphi(t)| \leq \sigma e^{kt}$ where $\varphi(t) \geq 0$, $t \geq 0$ is a measurable function and σ, k are non-negative numbers.

Definition 5. In differential game (1)-(4), we call a strategy of the Evader the function

$$\mathbf{v}_{IGr}(t) = -\sigma e^{kt} \xi_0 \quad (5)$$

Theorem. If $\rho < 4\sigma |z_0|$ is satisfied in the evasion differential game (1)-(4), then the strategy (5) guarantees evasion in the interval $[0, +\infty)$.

REFERENCES:

1. Azamov A.A, Samatov B.T. The II-Strategy: Analogies and Applications. The Fourth International Conference Game Theory and Management. St. Petersburg. (2010). Vol.4. pp. 33-47.
2. Samatov B.T. On a pursuit-evasion problem under a linear change of the pursuer resource. Siberian Adv. Math., 2013. Vol. 23, No. 10. pp. 294-302.
3. Samatov B.T. The pursuit-evasion problem under integral-geometric constraints on pursuer controls. Autom. Remote Control, 2013. Vol. 74, No. 7. pp. 1072-1081.
4. Samatov B.T, Jurayev B.I. The II-strategy in differential game with GrG-constraints on controls. Bulletin of the Institute of Mathematics. 2022, Vol.5, No.1, pp. 6-13.
5. Samatov B.T., Soyibboyev U.B., Akbarov A.Kh. Evasion problem in linear differential game with Gronwall type constraint. Scientific Bulletin of Namangan State University 1(10), pp.25-33, 2019.
6. Gronwall T. H. Note on the derivatives with respect to a parameter of the solutions of a system of differential equations. Annals of Mathematics Second Series, 20(4), 1919, pp.292-296.

BOSHQARUVLARGA EKSPONENSIAL CHEGARALANISHLAR QO'YILGAN DIFFERENSIAL O'YIN MASALASI

S.N.Inomiddinov¹, X.Xonpo'latov², A.N.Inomiddinov³, M.Sh.Pulatova⁴

¹Namangan davlat universiteti o'qituvchisi, ² Namangan davlat universiteti magistranti,

³ Namangan davlat universiteti talabasi, ⁴ Namangan davlat universiteti talabasi

$\mathbb{R}^n$ fazoda qarama-qarshi maqsadli P obyekt (quvlovchi) va E obyekt (qochuvchi) berilgan bo'lsin. P obyektning fazodagi holatini x orqali, E obyektning fazodagi holatini y orqali ifodalaymiz. Ularning harakatlari mos ravishda quyidagi differensial tenglamalar va boshlang'ich qiymatlar bilan berilgan bo'lsin:

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$P: \dot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$E: \dot{y} = v, \quad y(0) = y_0, \quad (2)$$

bu yerda $x, y, u, v \in \mathbb{R}^n$, $n \geq 2$ va x_0, y_0 nuqtalar mos ravishda quvlovchi va qochuvchining $t = 0$ vaqtdagi boshlang'ich vaziyatlari. Bunda $x_0 \neq y_0$ deb qaraymiz. u va v boshqaruv parametrlari bo'lib, obyektlarning boshqariluvchi tezliklarini ifodalaydi.

Quvlovchining u boshqaruv parametri t bo'yicha o'lchovli funktsiya sifatida tanlanadi va $u(\cdot): [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$ akslantirishni bajaradi. Bu boshqaruv funktsiyasi quyidagi eksponensial chegaralanishni qanoatlantirishini talab etamiz [2]:

$$|u(t)| \leq \alpha e^{-k_1 t} \text{ deyarli barcha } t \geq 0, \quad (3)$$

bu yerda $\alpha > 0$, $k_1 > 0$.

Qochuvchining boshqaruv parametri v ham t bo'yicha o'lchovli funktsiya sifatida tanlanadi va $v(\cdot): [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$ akslantirishni bajaradi. Bu boshqaruv funktsiyasi quyidagi eksponensial chegaralanishni qanoatlantirishini talab etamiz:

$$|v(t)| \leq \beta e^{-k_2 t} \text{ deyarli barcha } t \geq 0, \quad (4)$$

bu yerda $\beta > 0$, $k_2 > 0$.

Quvlovchining (3) chegaralanishni qanoatlantiruvchi barcha $u(\cdot)$ boshqaruv funktsiyalar sinfini U_α^k bilan belgilaymiz. Qochuvchining (4) chegaralanishni qanoatlantiruvchi barcha $v(\cdot)$ boshqaruv funktsiyalari sinfini $V_\beta^{k_2}$ bilan belgilaymiz.

Shuni ta'kidlash kerakki, (3) va (4) chegaralanishlarda obyektlarning tezligi vaqt o'tgan sari kamayib boradi.

Ta'rif 1. Berilgan $(x_0, u(\cdot))$, $u(\cdot) \in U_\alpha^{k_1}$ juftlikka mos quyidagi (1) tenglamaning yechimi $x(t) = x_0 + \int_0^t u(s)ds$ quvlovchining harakat trayektoriyasi deyiladi.

Ta'rif 2. Berilgan $(y_0, v(\cdot))$, $v(\cdot) \in V_\beta^{k_2}$ juftlikka mos quyidagi (2) tenglamaning yechimi $y(t) = y_0 + \int_0^t v(s)ds$ qochuvchining harakat trayektoriyasi deyiladi.

(1)–(4) differensial o'yinda quvlovchining maqsadi qochuvchiga $l > 0$ masofada yaqinlashish (l -tutish masalasi), ya'ni biror $\tau > 0$ vaqtda $|x(\tau) - y(\tau)| \leq l$ munosabatga erishish.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz: $z(t) = x(t) - y(t)$, $z_0 = x_0 - y_0$.

Ta'rif 3. (1)–(4) differensial o'yinda quvlovchining yaqinlashish strategiyasi yoki III_l -strategiya deb quyidagi funktsiyaga aytamiz:

$$u(v, z_0) = v - \lambda(v, z_0) \frac{\alpha e^{-k_1 t} z_0 + vl}{\alpha e^{-k_1 t} + \lambda(v, z_0)l}, \quad t \geq 0, \quad (5)$$

bu yerda $\lambda(v, z_0) = \frac{1}{h^2} \left[\langle v, z_0 \rangle + \alpha l e^{-k_1 t} + \sqrt{(\langle v, z_0 \rangle + \alpha l e^{-k_1 t})^2 + h^2 (\alpha^2 l^2 e^{-2k_1 t} - |v|^2)} \right]$, $h^2 = |z_0|^2 - l^2$.

Xossa 1. Agar $\alpha \geq \beta$ bo'lsa, u holda $\lambda(v, z_0)$ funktsiya barcha v , $|v| \leq \beta e^{-k_2 t}$ va $t \geq 0$ uchun aniqlangan va nomanfiy bo'ladi.

Xossa 2. Agar $\alpha \geq \beta$ bo'lsa, u holda (5) funktsiya uchun ushbu $|u(v, z_0)| = \alpha e^{-k_1 t}$ tenglik doim o'rinli bo'ladi.

Ta'rif 4. (1)–(4) differensial o'yinda quvlovchining (5) strategiyasi $[0, T_*]$ vaqt oralig'ida l -tutishni kafolatlaydi deyiladi, agar ixtiyoriy $v(\cdot) \in V_\beta^{k_2}$ uchun quyidagilar bajarilsa:

a) shunday $t_* \in [0, T_*]$ vaqt topilsaki, $|z(t_*)| \leq l$ hosil bo'lsa;

b) $[0, t_*]$ vaqt oralig'ida $u(v(\cdot), z_0) \in U_\alpha^{k_1}$ munosabat o'rinli bo'lsa, bu yerda T_* kafolatlangan l -tutish vaqti deyiladi.

Teorema. Agar (1)–(4) differensial o'yinda $\alpha > \beta$, $k_1 \neq k_2$, $|z_0| < \frac{\alpha}{k_1} - \frac{\beta}{k_2} + l$ shartlar bajarilsa, u holda (5) strategiya quvlovchi uchun $[0, T_*]$ vaqt oralig'ida l -tutishni kafolatlaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Samatov B.T. Problems of group pursuit with integral constraints on controls of the players. Cybernetics and Systems Analysis, 2013, Vol. 49, No. 6, pp. 907-921.
2. Samatov B.T., Uralova S.I., Mirzamahmudov U.A. The problem of Ramchundra for a problem of l -capture. Scientific Bulliten Of Namangan State University, 2019, Vol. 1, No. 2, pp. 10-14.
3. Khaidarov B.K. Positional l -catch in the game of one evader and several pursuers. Prikl. Matem. Mekh., 1984, Vol. 48, No. 4, pp. 574-579.

We denote it by $\bar{\mathbb{C}}$, i.e., $\bar{\mathbb{C}} = \mathbb{C} \cup \{\infty\}$. Consider an arbitrary polynomial $f: \bar{\mathbb{C}} \rightarrow \bar{\mathbb{C}}$. Let f^n denote the n^{th} iterate of f , that is, f composed with itself n times. For each point $z_0 \in \bar{\mathbb{C}}$, we are interested in the behavior of the sequence $z_0, f(z_0), f^2(z_0), \dots, f^n(z_0), \dots$, and in particular, what happens as n goes to infinity.

Theorem 1. For any polynomial, $f(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0, a_n \neq 0$, there is a real number r such that if $|z| > r$, then $|f(z)| \geq 2|z|$. Furthermore, the iterates of f are either bounded or tends to infinity.

Proof. Since $a_n \neq 0$ we choose $r = \sqrt[n-1]{\frac{4}{|a_n|}}$. Thus, for $|z| > r$ we have

$$|z| \geq \sqrt[n-1]{\frac{4}{|a_n|}} \Rightarrow |z|^{n-1} \geq \frac{4}{|a_n|} \Rightarrow \frac{1}{2}|a_n||z|^{n-1} \geq 2 \Rightarrow \frac{1}{2}|a_n||z|^n \geq 2|z|$$

Now we can make r sufficiently large to ensure that when $|z| \geq r$,

$$|a_{n-1}||z|^{n-1} + \dots + |a_1||z| + |a_0| \leq \frac{1}{2}|a_n||z|^n$$

Thus

$$\begin{aligned} |f(z)| &= |a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0| \geq |a_n||z|^n - (|a_{n-1}||z|^{n-1} + |a_{n-1}||z|^{n-1} + \dots + |a_1||z| + |a_0|) \\ &\geq |a_n||z|^n - \frac{1}{2}|a_n||z|^n \geq \frac{1}{2}|a_n||z|^n \geq 2|z| \end{aligned}$$

Now, let us consider the set $\{f^n(z): n \in \mathbb{N}\}$ of all iterates of f . If $|f^n(z)| \leq r$ for all $n \in \mathbb{N}$ then clearly the iterates of f are bounded. Otherwise, if $|f^m(z)| \geq r$ for some $m \in \mathbb{N}$ then we have

$$|f^{m+k}(z)| = |f(f^{m+k-1}(z))| \geq 2|f^{m+k-1}(z)| \geq 2^2|f^{m+k-2}(z)| \geq \dots \geq 2^k|f^m(z)|$$

Thus, $|f^{m+k}(z)| \geq 2^k|f^m(z)| \geq 2^k r$, so $|f^k(z)| \rightarrow \infty$ as $k \rightarrow \infty$, i.e. the iterates of f tends to infinity.

REFERENCES

1. Beardon, A.F., "Iteration of Rational Functions", Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 1991.
2. Steinmetz, N., "Rational Iteration" Walter de Gruyter, Berlin, 1993.
3. Julia G., "M'emoire Sur l'iteration des fonctions rationnelles" Lournal de Math, 1968.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ДРОБНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЁРТОГО ПОРЯДКА С ИНВОЛЮЦИЕЙ

Кадиркулов Б.Ж.

Ташкентский государственный университет востоковедения, (г. Ташкент)

Жалилов М. А.

Ферганский государственный университет, (г. Фергана)

1. Введение и постановка задачи.

В области $\Omega = \{(x, t): -\pi < x < \pi, 0 < t < 1\}$, для дробного уравнения параболического типа четвёртого порядка с инволюцией вида

$$D^{\alpha, \gamma} u(x; t) + \frac{\partial^4 u(x; t)}{\partial x^4} - \varepsilon \frac{\partial^4 u(-x; t)}{\partial x^4} = 0 \quad (1)$$

рассмотрим следующую задачу:

Задача D. Требуется найти функцию $u(x, t)$ обладающую следующими свойствами:

$$1) t^{1-\gamma} \frac{\partial^k u}{\partial x^k} \in C(\bar{\Omega}), D^{\alpha, \gamma} u \in C(\Omega), u_{xxxx} \in C(\Omega), k = \overline{0, 2};$$

2) $u(x, t)$ удовлетворяет уравнению (1) в области Ω ;

3) функция $u(x, t)$ удовлетворяет условиям

$$\lim_{t \rightarrow 0} t^{1-\gamma} u(x, t) - u(x, 1) = \varphi(x), -\pi \leq x \leq \pi,$$

$$u(-\pi, t) = u(\pi, t) = u_{xx}(-\pi, t) = u_{xx}(\pi, t) = 0, 0 < t \leq 1.$$

3-ШЎБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Здесь $\varphi(x)$ заданная функция, ε - заданное действительное число, $D^{\alpha,\gamma} = J_{0+}^{\gamma-\alpha} \frac{d}{dt} J_{0+}^{1-\gamma}$, $0 < \alpha \leq \gamma \leq 1$ -обобщенный оператор Хилфера) [1], а J_{0+}^{α} -интегральный оператор Римана-Лиувилля, которая определяется по формуле

$$J_{0+}^{\nu} \varphi(t) = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_0^t \frac{\varphi(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{1-\nu}}, \nu > 0.$$

При $\gamma = \alpha$ и $\gamma = 1$ имеем $D^{\alpha,0} = {}_{RL}D_{0+}^{\alpha}$ и $D^{\alpha,1} = {}_CD_{0+}^{\alpha}$. Таким образом оператор $D^{\alpha,\gamma}$ является непрерывной интерполяцией по параметру γ известных операторов дифференцирования Римана-Лиувилля и Капуто дробного порядка, которые, как известно описывают процессы, связанные с процессами диффузии [1].

Обозначим

$$\Delta_{ik} = \frac{1}{\Gamma(\gamma)} - E_{\alpha,\gamma}(-\lambda_{ik}), i = 1, 2.,$$

где $\lambda_{1k} = (1-\varepsilon)\left(k - \frac{1}{2}\right)^4$, $\lambda_{2k} = (1+\varepsilon)k^4$, $k \in N$.

Теорема. Пусть функция $\varphi(x)$ удовлетворяет условиям

$$\varphi(x) \in C^4[-\pi, \pi], \varphi^{(5)}(x) \in L_2(-\pi, \pi), \varphi^{(2n)}(\pm\pi) = 0, n = \overline{0, 2}.$$

Тогда регулярное решение задачи D существует и единственно.

Для решения задачи используем методы спектральной теории линейных операторов, теория интегральных уравнений и рядов. Для доказательства единственности решение задачи используем полноту систем собственных и присоединенных функций соответствующей спектральной задачи, а решение задачи построим в виде абсолютно сходящегося ряда.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Hilfer (ed.), Applications of Fractional Calculus in Physics, World Scientific Publishing Company, Singapore, New Jersey, London and Hong Kong, 2000.

АЙНИГАН КОСОСИММЕТРИК МАТРИЦАГА ЭГА, ИККИ ЎЛЧАМЛИ СИМПЛЕКСДА АНИҚЛАНГАН ЛОТКА-ВОЛТЕРРА АКСЛАНТИРИШЛАРИ ТРАЕКТОРИЯЛАРИНИНГ ДИНАМИКАСИ

Каримов Д.

Айтайлик, $X = (X_1, X_2, \dots, X_m)$ турлар эхтимолликларининг тақсимои бўлсин. Турларнинг ўзаро чатишиши тасодифий (панмиксия) бўлсин ва турли авлодлар ўртасидаги ҳеч қандай чатишиш бўлмасин, у ҳолда популяциянинг авлоддан кейинги авлодга ўтиш эхтимолликлари тақсимои қуйидаги формула билан аниқланади:

$$x_k^{(n+1)} = x_k^{(n)} \left(1 + \sum_{i=1}^m a_{ki} x_i^{(n)} \right), k = 1, 2, \dots, m, n = 0, 1, \dots$$

$x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_m^0)$ бошланғич авлоддаги эхтимоллик тақсимои, $a_{ki} = -a_{ik}$, $|a_{ki}| \leq 1$ ирсият коэффициенти [1].

Квадратик стохастик оператор $V: S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$ ни кўриб чиқамиз [1]:

$$(Vx)_k = x'_k = \sum_{i,j=1}^m P_{ij,k} x_i x_j, k = \overline{1, m},$$

бу ерда $X = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in S^{m-1}$, $(Vx)_k - Vx \in S^{m-1}$ нуқтанинг k -чи координатаси,

бу коэффициент $P_{ij,k}$ қуйидаги шартни қаноатлантиради:

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$P_{ij,k} = P_{ji,k} \geq 0, \sum_{k=1}^m P_{ij,k} = 1.$$

1-таъриф.[1] Агар $P_{ij,k} = 0, k \notin \{i, j\}$ бўлса, у ҳолда квадратик стохастик V оператор S^{m-1} симплексада аниқланган Лотка-Вольтерра акслантириши дейилади.

Таърифга кўра, ихтиёрий $i, k = \overline{1, m}$ учун $P_{ik,k} + P_{ik,i} = 1$ тенглик бажарилади.

Айтайлик $VX = (X'_1, X'_2, \dots, X'_m)$ бўлсин. Кирилган белгилашлардан фойдаланиб, операторнинг умумий кўринишини қуйидагича ёзиб оламиз:

$$X'_k = X_k \left(1 + \sum_{i=1}^m a_{ki} X_i \right), k = \overline{1, m}$$

Бу муносабат S^{m-1} симплексада Лотка-Вольтерра операторининг каноник кўриниши дейилади [1].

2-таъриф. Агар барча жуфт тартибли бош минорлари нолдан фарқли бўлса, кососимметрик матрица $A = (a_{ki})$ умумий ҳолатда дейилади.

Агар кососимметрик матрица умумий ҳолатда бўлса, у ҳолда унга мос V Лотка-Вольтерра акслантириши a_{ki} коэффициенти билан ҳам умумий ҳолатдаги оператор бўлади.

1-теорема. Агар A — кососимметрик матрица бўлса, у ҳолда

$$P = \{X \in S^{m-1} : AX \geq 0\}$$

тўплам бўш бўлмаган каварик кўпёқдир [1].

Бу теоремадан қуйидаги натижа келиб чиқади.

1-натижа. $Q = \{X \in S^{m-1} : AX \leq 0\}$ — тўплам бўш бўлмаган каварик кўпёқдир.

Агар жуфт тартибли минорлар нолга тенг бўлса, биз айниган кососимметрик матрицага мос Лотка-Вольтерра акслантиришига эга бўламиз, бу эса кососимметрик матрицанинг баъзи коэффициентлари нолга тенг бўлган ҳол бўлади, яъни $a_{ki} = 0$. Биз кичик ўлчамдаги айниган кососимметрик матрицага мос квадратик Лотка-Вольтерра акслантириши динамикасини ўрганамиз.

Бундай системаларнинг ички нуқталари траекторияларининг динамикасини ўрганиш анча қийинчилик туғдиради, шунинг учун ички нуқталар траекториялари ҳаракатини батафсил кўриб чиқиш учун биз компьютернинг амалий дастурларидан фойдаланиш маъқул деб ҳисоблаймиз.

Бундай системаларда қандай усулларни қўллаш мумкинлиги ҳақидаги саволга жавоб бериш учун биз системанинг фазали портретидан фойдаланишимиз мумкин.

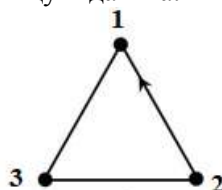
Шундай қилиб, “фазали портрет” бизга динамик системанинг ҳолатини кўриш имконини беради, яъни унинг ёрдамида биз бир қарашда турли хил ички нуқталар траекториялари динамикаси, ҳамда динамик система коэффициентларининг турли қийматларида юзага келиши мумкин бўлган ҳаракатларни тўлиқ қамраб олиш имкониятини беради. Улар учун P ва Q тўпламларни тасвирлаш ва бу тўпламлар ёрдамида ички нуқталар траекторияларининг асимптотик ҳаракати батавсил ёритиш масаласини қараймиз. Бошқача айтганда, эволюциянинг қаерда бошланиши ва қаерда тугаши шартлари топиш масаласи билан шуғулланамиз.

Бундай системаларни ўрганишда биз графлар назариясининг баъзи тушунчаларидан фойдаланамиз [2]. Яъни бу системаларга мос аралаш графларни қараймиз. [2]

Масалан:

$$V: S^4 \rightarrow S^4 \begin{cases} x'_1 = x_1(1 - ax_2) \\ x'_2 = x_2(1 + ax_1) \\ x'_3 = x_3 \end{cases}; X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Системага мос аралаш графнинг кўриниши қуйидагича:



Симплекснинг иккита Γ_{13} ва Γ_{23} ён қирраларини қараймиз:

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$\Gamma_{13} = \{\alpha, 0, 1 - \alpha\} : \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ 1 - \alpha \end{pmatrix} = (0; 1 - a\alpha; 0) \Rightarrow -a\alpha \leq 0; \alpha \in (0; 1).$$

Демак, 1-теорема ва 1-натижага асосан $Q = \{\alpha; 1 - a\alpha; 0\}; \{0 < \alpha < 1\}$.

$$\Gamma_{23} = \{0, \beta, 1 - \beta\} : \begin{pmatrix} 0 & a & 0 \\ -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \beta \\ 1 - \beta \end{pmatrix} = (a\beta; 0; 0) \Rightarrow a\beta \leq 0; \beta \in (0; 1).$$

$P = \{0, \beta, 1 - \beta\}; \{0 < \beta < 1\}$.

ҲОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Ganikhodzhaev R. N. A chart of fixed points and Lyapunov functions for a class of discrete dynamical systems // Math. Notes. — 1994. — V. 56, № 5-6. — p. 1125-1131.
2. Таджиева М.А. Динамические свойства квадратичных гомеоморфизмов симплекса S^4 на соискание ученой степени доктора философии (Ph.D.) по физико-математическим наукам. 2022.

THE CANONICAL FORM OF A PIECEWISE LINEAR SYSTEM

Kazakova Maftuna

National University of Uzbekistan

Suppose that the sewing line of a piecewise linear system in the plane is the $y = 0$ axis. In order to simplify it as much as possible it is natural to use the subgroup of affine substitutions of the affine group consisting of all linear transformations saving the axis $y = 0$ (such an issue is discussed in the article [1] for quadratic systems).

It is easy to calculate that such transformations have the form

$$x = \alpha\bar{x} + \beta\bar{y} + \rho, \quad y = \gamma\bar{y} \quad (\alpha \neq 0).$$

Hence the extended space transformations group will be given as

$$\begin{cases} x = \alpha\bar{x} + \beta\bar{y} + \rho \\ y = \gamma\bar{y} \\ t = \delta\bar{t} \end{cases} \quad (1)$$

Now consider a piecewise linear system in the plane with sewing line $y = 0$ such that

$$\begin{cases} \dot{x} = ax + by + p \\ \dot{y} = cx + dy + q \end{cases} \quad (2)$$

in the half-plane $y > 0$ and

$$\begin{cases} \dot{x} = a_1x + b_1y + p_1 \\ \dot{y} = c_1x + d_1y + q_1 \end{cases} \quad (3)$$

in the half-plane $y < 0$.

Theorem 1. Let $bc - ad \neq 0, a + d \neq 0, c \neq 0$ (the non-critical case). (2) - (3) Then the part (2) of the system (2)-(3) can be transformed to the form

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = \bar{y} + 1 \\ \dot{\bar{y}} = \frac{bc - ad}{(a + d)^2} \bar{x} + \bar{y} \end{cases}$$

by means of the subgroup (1).

Note a canonical form can be derived in the critical cases as well.

REFERENCE

1. P. Mardeshich, D. Marin, J. Villadelprat. The period of reversible quadratic centers. J. Diff. Equations, Vol. 224 (2006), pp. 120-171.

UCHINCHI TARTIBLI XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN BIRINCHI CHEGARAVIY MASALA

Komiljonova Muxtasarxon Sobirjon qizi

Fargʻona davlat universiteti talabasi

Amaliy masalalarning matematik modelini tuzishda uchinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalardan keng foydalaniladi. Bunga namlikni tarqalish jarayoni uchinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama bilan aniqlanishi misol boʻla oladi.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Ushbu ishda biz, uchinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama uchun to'g'ri to'rtburchalikli sohada birinchi chegaraviy masalani qo'yishni hamda u uchun asosiy olingan natijalarni keltiramiz.

Quyidagi uchinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama

$$u_{xxt} - bu = 0, \quad (1)$$

tenglamani $W = \{(x, t): 0 < x < 1; 0 < t < 1\}$ sohada qaraylik, bu yerda b – o'zgarmas haqiqiy musbat son.

A masala. Shunday $u(x, t)$ funktsiya topilsinki, u quyidagi xossalarga ega bo'lsin:

1) $u \in C(\bar{W})$, $u_{xxt} \in C(W)$; 2) W sohada (1) tenglamani qanoatlantirsin; 3) W soha chegarasida ushbu

$$u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad t \in [0, T] \quad (2)$$

$$u(x, 0) = j(x), \quad x \in [0, 1] \quad (3)$$

chegaraviy shartlarni qanoatlantirsin, bu yerda $j(x)$ – berilgan funktsiya, $j(0) = j(1) = 0$.

Ko'rsatish qiyin emaski, A masalani Fure usuli tadqiq qilinganda uning xos sonlari $\lambda_n = (pn)^2$, $n \in \mathbb{N}$ va xos funksiyalari esa $X_n(x) = \sqrt{2} \sin(pnx)$, $n \in \mathbb{N}$ ko'rinishida bo'lib, to'la ortonormal sistemani tashkil qiladi [1].

1-teorema. A masala bittadan ortiq yechimga ega emas.

2-teorema. Agar $j(x) \in C^2[0, 1]$, $j(0) = j(1) = 0$ bo'lsa, u holda A masalaning yechimi

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{2} j_n e^{\frac{-bt}{(pn)^2}} \sin(pnx)$$

ko'rinishda bo'ladi.

3-teorema. Agar $j(x)$ funktsiya 2-teorema shartlarini qanoatlantirsa, u holda A masalaning yechimi uchun quyidagi baho o'rinli:

$$\|u(x, t)\|_{L_2(0,1)} \leq \|j(x)\|_{L_2(0,1)}.$$

A masalada (2) shart o'rniga $u(0, t) = u_x(1, t) = 0$, $t \in [0, T]$ yoki $u_x(0, t) = u(1, t) = 0$, $t \in [0, T]$ shartlari olib ham masalani tadqiq etish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Salohiddinov M. Matematik fizika tenglamalari. – Toshkent. 2002 yil.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

С.М.Мамажонов

Институт математики им. В.И. Романовского АН РУз.

Рассмотрим следующее уравнение четвертого порядка вида

$$U_{xxxx}(x, y) - U_{yy}(x, y) + A_1(x)U_{xxx}(x, y) + A_2(x)U_{xx}(x, y) + A_3(x)U_x(x, y) + A_4(x)U(x, y) + A_5(x)U_y(x, y) = F(x, y),$$

где $A_i(x)$, $i = \overline{1, 5}$, $F(x, y)$ заданные достаточно гладкие функции. Заменой

$$U(x, y) = \exp\left[-\frac{1}{4} \int_0^x A_1(\xi) d\xi + \frac{A_5(x)}{2} y\right] u(x, y)$$

это уравнения можно привести к уравнению

$$L[u] \equiv u_{xxxx} + a_1(x)u_{xx} + a_2(x)u_x + a_3(x)u - u_{yy} = f(x, y) \quad (1)$$

где

$$a_1(x) = A_2(x) - \frac{3A_1'(x)}{2} - \frac{3A_1^2(x)}{8}, \quad a_2(x) = \frac{A_1^3(x)}{8} - \frac{A_1(x)A_2(x)}{2} - A_1''(x) + A_3(x),$$

3-ШҶҶБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$a_3(x) = \frac{3A_1^2(x)A_1'(x)}{16} - \frac{A_1'''(x)}{4} + \frac{3A_1'^2(x)}{16} - \frac{3A_1'^3(x)}{32} - \frac{3A_1^4(x)}{256} -$$

$$- \frac{A_1'(x)A_2(x)}{4} + \frac{A_1^2(x)A_2(x)}{16} - \frac{A_1(x)A_3(x)}{4} + \frac{A_5^2(x)}{4} + A_4(x),$$

$$f(x, y) = \exp \left[\frac{1}{4} \int_0^x A_1(\xi) d\xi - \frac{A_5(x)}{2} y \right] F(x, y).$$

Для уравнения (1) в области $\Omega = \{(x, y) : 0 < x < p, 0 < y < q\}$ изучим следующую задачу.

Задача А. Найти функцию $u(x, y)$ из класса $C_{x,y}^{4,2}(\Omega) \cap C_{x,y}^{3,1}(\bar{\Omega})$, удовлетворяющую уравнению (1) в области Ω и следующим краевым условиям:

$$u(x, 0) = 0, \quad u(x, q) = 0, \quad 0 \leq x \leq p,$$

$$u_x(0, y) = \psi_1(y), \quad u_x(p, y) = \psi_2(y), \quad u_{xxx}(0, y) = \psi_3(y), \quad u_{xxx}(p, y) = \psi_4(y), \quad 0 \leq y \leq q,$$

где $\psi_i(y)$, $i = \overline{1, 4}$, $f(x, y)$ заданные функции, причем выполняются условия согласования

$$\psi_i(0) = \psi_i(q) = \psi_i''(0) = \psi_i''(q) = 0, \quad i = \overline{1, 4}, \quad f(x, 0) = f(x, q) = 0$$

Отметим, что в работе [1] рассмотрен случай $a_1 = a_2 = 0$, $a_3 \neq 0$, а в работах [2-4] исследованы краевые задачи для модельных уравнений четвертого порядка спектральным методом. В работе [5], метод Фурье используется для решения краевой задачи для модельного уравнения произвольного четного порядка.

Теорема 1. Если задача А имеет решение, то при выполнении условий $a_1(x) \leq 0$, $2a_3(x) + a_1''(x) - a_2'(x) \geq 0$ оно единственно.

Доказательство. Предположим, обратное пусть задача А имеет два решения $u_1(x, y)$ и $u_2(x, y)$. Тогда функция $u(x, y) = u_1(x, y) - u_2(x, y)$ удовлетворяет однородному уравнению (1) с однородными краевыми условиями. Докажем, что $u(x, y) \equiv 0$ в $\bar{\Omega}$.

В области Ω справедливо тождество

$$uL[u] = \frac{\partial}{\partial x} \left(uu_{xxx} - u_x u_{xx} + a_1(x) uu_x - \frac{1}{2} a_1'(x) u^2 + \frac{1}{2} a_2(x) u^2 \right) - \frac{\partial}{\partial y} (uu_y) +$$

$$+ u_{xx}^2 - a_1(x) u_x^2 + \left(a_3(x) + \frac{1}{2} a_1''(x) - \frac{1}{2} a_2'(x) \right) u^2 + u_y^2 = 0 \quad (2)$$

Интегрируя тождество (2) по области Ω и учитывая однородные краевые условия, получим

$$\int_0^p \int_0^q u_{xx}^2 dx dy - \int_0^p \int_0^q a_1(x) u_x^2 dx dy + \int_0^p \int_0^q u_y^2 dx dy + \int_0^p \int_0^q \left(a_3(x) + \frac{1}{2} a_1''(x) - \frac{1}{2} a_2'(x) \right) u^2 dx dy = 0.$$

Из условия теоремы $u(x, y) \equiv 0$, $(x, y) \in \bar{\Omega}$. При $a_1(x) = 2a_3(x) + a_1''(x) - a_2'(x) = 0$, имеем

$$u_{xx}(x, y) = 0 \Rightarrow u(x, y) = c_1(y)x + c_2(y).$$

Учитывая однородные краевые условия, получим

$$u(0, y) = c_2(y) = 0, \quad u(p, y) = c_1(y)p = 0 \Rightarrow c_1(y) = 0, \Rightarrow u(x, y) \equiv 0.$$

Теорема 1 доказана.

Замечание. Отметим, что при нарушении условий теоремы 1, однородная задача А для однородного уравнения (1) может иметь нетривиальные решения.

Теорема 2. Если выполняются следующие условия:

$$1) \psi_i(y) \in C^3[0, q], \quad i = \overline{1, 4}; \quad 2) \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} \in C(\bar{\Omega}); \quad 3) C < \frac{\mu_1^3 (1 - e^{-2\mu_1 p})^2}{p(2\mu_1^2 + 3\mu_1(1 + e^{-4\mu_1 p}) + 3)},$$

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

то решение задача A существует. Здесь, $\mu_1 = \sqrt{\frac{\pi}{2q}}$ и $C = \max_{x \in [0, p]} \left\{ \left| a_i^{(j)}(x) \right|, i = \overline{1, 3}, j = \overline{0, 2} \right\}$.

Доказательство теоремы проведено методом разделение переменных. Решение выписано через построенную функцию Грина.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аманов Д., Мурзамбетова М. Б. Краевая задача для уравнения четвертого порядка с младшим членом, Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьютер. науки, 2013, выпуск 1, 3–10.
2. Аманов Д., Бекиев А.Б., Отарова Ж.А. Об одной краевой задаче для уравнения четвертого порядка // УзМЖ. 2015. -№4. -с.11-18.
3. Сабитов К. Б. Обратные задачи для уравнения колебаний балки по определению правой части и начальных условий // Дифференциальные уравнения, 2020, том 56, №6, с. 761 – 774.
4. Сабитов К. Б., Фадеева О. В. Начально-граничная задача для уравнения вынужденных колебаний консольной балки // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 25:1 (2021), 51–66.
5. Б. Ю. Иргашев, Краевая задача для уравнения высокого четного порядка, Вестн. Волгогр. гос. ун-та. Сер. 1, Мат. Физ., 2016, выпуск 3(34), 6–18

ЗАДАЧА ПРЕСЛЕДОВАНИЯ МЕЖДУ ГРУППАМИ ПРЕСЛЕДОВАТЕЛЕЙ И УБЕГАЮЩИХ НА ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА

Маматов М.Ш.

Национальный университет Узбекистана, Узбекистан, Ташкент

Рассматривается следующая задача преследования и убегания, между группами преследователей и убегających на поверхности цилиндра описываемая системами уравнений

$$\frac{dx_i}{dt} = -r \sin t, \frac{dy_i}{dt} = r \cos t, \frac{dz_i}{dt} = u_i, |u_i| \leq \rho_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

$$\frac{dx_j}{dt} = -r \sin t, \frac{dy_j}{dt} = r \cos t, \frac{dz_j}{dt} = v_j, |v_j| \leq \sigma, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

Здесь $0 < r = \text{const}$, u и v управляющие параметры, u_i - управление i -того преследующего игрока, v_j - управление j -того убегającego игрока. Как видно из уравнений (2), расстояния между точками (x_j, y_j, z_j) , $j = 1, 2, \dots, n$ в процессе движения не изменяются: они жестко скоординированными друг с другом [1-2]. Игра начинается из начального положения, $x_i^0 = x_i(0)$, $y_i^0 = y_i(0)$, $z_i^0 = z_i(0)$, $x_j^0 = x_j(0)$, $y_j^0 = y_j(0)$, $z_j^0 = z_j(0)$, $(x_i^0, y_i^0, z_i^0) \neq (x_j^0, y_j^0, z_j^0)$, $i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$ и считается оконченным, если некоторого $i_0, j_0, t = T > 0$ выполнено условие $x_{i_0}(T) = x_{j_0}(T)$, $y_{i_0}(T) = y_{j_0}(T)$, $z_{i_0}(T) = z_{j_0}(T)$.

Теорема 1. Пусть в игре (1),(2), $\sigma = \rho$ и для некоторого i_0, j_0 и i_1, j_1 $x_{i_0}(0) = x_{j_0}(0)$, $y_{i_0}(0) = y_{j_0}(0)$, $z_{i_0}(0) < z_{j_0}(0)$, $x_{i_1}(0) = x_{j_1}(0)$, $y_{i_1}(0) = y_{j_1}(0)$, $z_{i_1}(0) > z_{j_1}(0)$ тогда из этого начального положения возможно завершение преследования за конечное время.

Доказательство. Пусть $v_j = v(t)$, $0 \leq t \leq T$, $j = 1, 2, \dots, n$, $|v(\cdot)| \leq \sigma$ произвольное управление убегających игроков, управление преследующих игроков будем строить в следующем виде $u_{i_0} = u_{i_0}(t) = \rho$, $u_{i_1} = u_{i_1}(t) = -\rho$, $0 \leq t \leq T$. Тогда соответствующее решение уравнениям (1),(2) этим управлением имеет вид

$$x_{i_0}(t) = x_{i_0}(0) + r \cos t - r, y_{i_0}(t) = y_{i_0}(0) + r \sin t, z_{i_0}(t) = z_{i_0}(0) + \rho t,$$

$$x_{j_0}(t) = x_{j_0}(0) + r \cos t - r, y_{j_0}(t) = y_{j_0}(0) + r \sin t, z_{j_0}(t) = z_{j_0}(0) + \bar{v}(t)t, \bar{v}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t v(\tau) d\tau;$$

$$x_{i_1}(t) = x_{i_1}(0) + r \cos t - r, y_{i_1}(t) = y_{i_1}(0) + r \sin t, z_{i_1}(t) = z_{i_1}(0) - \rho t,$$

$$x_{j_1}(t) = x_{j_1}(0) + r \cos t - r, y_{j_1}(t) = y_{j_1}(0) + r \sin t, z_{j_1}(t) = z_{j_1}(0) + \bar{v}(t)t, \bar{v}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t v(\tau) d\tau.$$

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Из последних равенств в частности получим следующее

$$\begin{aligned}(x_{i_0}(t) - (x_{i_0}^0 - r)^2 + (y_{i_0}(t) - y_{i_0}^0)^2 &= r^2, z_{i_0}(t) = z_{i_0}^0 + \rho t, \\(x_{j_0}(t) - (x_{j_0}^0 - r)^2 + (y_{j_0}(t) - y_{j_0}^0)^2 &= r^2, z_{j_0}(t) = z_{j_0}^0 + \bar{v}(t)t, \\(x_{i_1}(t) - (x_{i_1}^0 - r)^2 + (y_{i_1}(t) - y_{i_1}^0)^2 &= r^2, z_{i_1}(t) = z_{i_1}^0 - \rho t, \\(x_{j_1}(t) - (x_{j_1}^0 - r)^2 + (y_{j_1}(t) - y_{j_1}^0)^2 &= r^2, z_{j_1}(t) = z_{j_1}^0 + \bar{v}(t)t.\end{aligned}$$

Эта означает, что преследующие и убегающие точки постоянно находятся на поверхности цилиндра. С другой стороны, всех $t, x_{i_0}(t) = x_{j_0}(t), y_{i_0}(t) = y_{j_0}(t); x_{i_1}(t) = x_{j_1}(t), y_{i_1}(t) = y_{j_1}(t)$, так, как $x_{i_0}(0) = x_{j_0}(0), y_{i_0}(0) = y_{j_0}(0); x_{i_1}(0) = x_{j_1}(0), y_{i_1}(0) = y_{j_1}(0)$. Теперь покажем, что некоторой конечной положительной T , выполняется один из равенств $z_{i_0}(T) = z_{j_0}(T)$ или $z_{i_1}(T) = z_{j_1}(T)$. Действительно

$$\begin{aligned}z_{j_0}(t) - z_{i_0}(t) &= z_{j_0}^0 - z_{i_0}^0 - \rho t + \bar{v}(t)t, \\z_{i_1}(t) - z_{j_1}(t) &= z_{i_1}^0 - z_{j_1}^0 + \rho t - \bar{v}(t)t.\end{aligned}$$

А $z_{j_0}^0 - z_{i_0}^0 - \rho t + \bar{v}(t)t$ или $z_{i_1}^0 - z_{j_1}^0 + \rho t - \bar{v}(t)t$ обращается в нуль за время $T = \max(z_{j_0}^0 - z_{i_0}^0, z_{i_1}^0 - z_{j_1}^0) > 0$.

Значит $z_{j_0}(t) - z_{i_0}(t)$ или $z_{i_1}(t) - z_{j_1}(t)$ обращается в нуль до момента T . Теорема доказана.

Теорема 2. Пусть в игре (1),(2), $\sigma < \rho$ и для некоторого $i_0, j_0, x_{i_0}(0) = x_{j_0}(0), y_{i_0}(0) = y_{j_0}(0), z_{i_0}(0) < z_{j_0}(0)$, тогда из этого начального положения возможно завершение преследования за конечное время.

Доказательство. Пусть $v = v(t), 0 \leq t \leq T, |v(\cdot)| \leq \sigma$ произвольное управление убегающего игрока, управление преследующего игрока будем строить в следующем виде $u = u(t) = \rho, 0 \leq t \leq T$. Тогда соответствующее решение уравнений (1),(2) этим управлением имеет вид

$$x_{i_0}(t) = x_{i_0}(0) + r \cos t - r, y_{i_0}(t) = y_{i_0}(0) + r \sin t, z_{i_0}(t) = z_{i_0}(0) + \rho t,$$

$$x_{j_0}(t) = x_{j_0}(0) + r \cos t - r, y_{j_0}(t) = y_{j_0}(0) + r \sin t, z_{j_0}(t) = z_{j_0}(0) + \bar{v}(t)t, \bar{v}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t v(\tau) d\tau.$$

Из последних равенств в частности получим следующее

$$\begin{aligned}(x_{i_0}(t) - (x_{i_0}^0 - r)^2 + (y_{i_0}(t) - y_{i_0}^0)^2 &= r^2, z_{i_0}(t) = z_{i_0}^0 + \rho t, \\(x_{j_0}(t) - (x_{j_0}^0 - r)^2 + (y_{j_0}(t) - y_{j_0}^0)^2 &= r^2, z_{j_0}(t) = z_{j_0}^0 + \bar{v}(t)t.\end{aligned}$$

Эта означает, что преследующие и убегающие точки постоянно находятся на поверхности цилиндра. С другой стороны, при всех $t, x_{i_0}(t) = x_{j_0}(t), y_{i_0}(t) = y_{j_0}(t)$, так, как $x_{i_0}(0) = x_{j_0}(0), y_{i_0}(0) = y_{j_0}(0)$. Теперь покажем, что некоторой конечной положительной $T, z_{i_0}(T) = z_{j_0}(T)$. Действительно

$$\begin{aligned}z_{j_0}(t) - z_{i_0}(t) &= z_{j_0}^0 - z_{i_0}^0 - \rho t + \bar{v}(t)t, \\|z_{j_0}(t) - z_{i_0}(t)| &\leq z_{j_0}^0 - z_{i_0}^0 - t(\rho - \sigma).\end{aligned}$$

А $z_{j_0}^0 - z_{i_0}^0 - t(\rho - \sigma)$ обращается в нуль $T = T(z_{i_0}^0, z_{j_0}^0) = \frac{z_{j_0}^0 - z_{i_0}^0}{\rho - \sigma} > 0$. Значит $|z_{j_0}(t) - z_{i_0}(t)|$ и

$z_{j_0}(t) - z_{i_0}(t)$ то же обращается в нуль до момента T . Теорема доказана.

Следующая теорема доказывается, аналогично теореме 2.

Теорема 3. Пусть в игре (1),(2), $\sigma < \rho$ и для некоторого $i_0, j_0, x_{i_0}(0) = x_{j_0}(0), y_{i_0}(0) = y_{j_0}(0), z_{i_0}(0) > z_{j_0}(0)$, тогда из этого начального положения возможно завершение преследования за конечное время.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аграчев А.А., Сачков Ю.Л. -Геометрическая теория управления // Физматлит.-Москва, 2005.-392с.
2. Сатимов Н.Ю., Маматов М.Ш. О задачах преследования и уклонения от встречи в дифференциальных играх между группами преследователей и убегающих// ДАН УзССР.-Ташкент. 1983. - №4. -С.2-5.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР КОМПАКТДАГИ ЧИЗИҚЛИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ҶИЙНЛАРДА ҚОЧИШ МАСАЛАСИ ҲАҚИДА

Маматов М.Ш., Зуннунов А.О.

Ўзбекистон миллий университети, Ўзбекистон, Тошкент

R^n фазода битта бошқарилувчи қочувчи объект - $x_0, x_0 \in R^n$ ва бошқарилувчи бошқа - $x_i, x_i \in R^n, 1 \leq i \leq k$ қувувчи объектлардан иборат қувиш-қочиш масаласини қарайлик. $x_i, 0 \leq i \leq k$ нукталарнинг ҳаракати қуйидагича содда дифференциал тенгламалар билан берилган бўлсин

$$\dot{x}_0 + \alpha x_0 = u_0, \quad \dot{x}_i + \alpha x_i = u_i, \quad \|u_0\| \leq 1, \|u_i\| \leq 1, 1 \leq i \leq k, \quad (1)$$

бунда R^n - n ўлчовли евклид фазоси, $\alpha \geq 0$ ўзгармас сон, u_0, u_i - лар бошқарилувчи параметрлар; u_0 - қочувчи ўйинчининг бошқарув параметри, u_i - эса i -қувувчи ўйинчининг бошқарув параметри ва улар $t \geq 0$ да ўлчовли функциялардир, $\|z\| = \sqrt{(z, z)}, (z_1, z_2) = z_1, z_2 \in R^n$ даги векторларнинг скаляр кўпайтмаси. Маълумки, $t \geq 0$ да ҳар қандай $u_i = u_i(t), 0 \leq i \leq k$ функциялар мажмуи учун (1) система абсолют узлуксиз ягона ечимга эга. (1) тенгламанинг берилган бошқарув ва бошланғич ҳолатларга мос ечими қуйидаги кўринишда бўлади

$$x_i = x_i(t) = e^{-\alpha t} x_i^0 + \int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)} u_i(\tau) d\tau, \quad 0 \leq i \leq k. \quad (2)$$

Дифференциал ўйинда одатда ўйинчилар ҳар бир t вақт моментда, $u_0 \in Q, u_i \in P$ параметрларини танлаётганида, уларга ўзлари ва рақибларининг t вақти ва фазовий ҳолатлари маълум бўлиши тушунилади. Баъзан ўйинчилардан бирини, масалан, P_i ўйинчини ҳар бир t вақт моментда E ўйинчининг шу вақт моментдаги танлаган $u_0 \in Q$ параметр қийматини билиши талаб қилинади. Бундай ҳолларда, E ўйинчи дискриминатцияланган деб айтилади ва ўйиннинг ўзи E ўйинчиси дискриминатцияланган ўйин деб номланади. $u_0 \in Q, u_i \in P$ параметрлар мос равишда E ва P_i ўйинчиларнинг бошқарувлари деб аталади. (1) тенгламани ва бошланғич шартларни қаноатлантирадиган $x_0 = x_0(t), x_i = x_i(t), 1 \leq i \leq k$ (2) функциялар E ва P_i ўйинчиларининг траекториялари деб аталади.

Дифференциал ўйиндаги мақсадлар ютуқ билан аниқланади ва турли йўллар билан амалга оширилган $x_0(t), x_i(t), 1 \leq i \leq k$ траекторияларга боғлиқ бўлади. Масалан, ўйин жараёни олдиндан белгиланган T вақтгача давом этади дейлик. Ўйин якунидаги E ва P_i ўйинчиларнинг фазовий вазияти $x_0(T), x_i(T), 1 \leq i \leq k$ бўлсин. У ҳолда E ўйинчининг ютуғи

$$\min_{1 \leq i \leq k} \rho(x_0(T), x_i(T))$$

га тенг деб ҳисобланади, бунда $\rho(x_0(T), x_i(T)) = \left(\sum_{j=1}^n (x_0^j(T) - x_i^j(T))^2 \right)^{\frac{1}{2}}$ - $x_0(T)$ ва $x_i(T)$ нукталар орасидаги масофа бўлиб, ўйин эса E ўйинчининг мақсади $\min_{1 \leq i \leq k} \rho(x_0(T), x_i(T))$ сонини максималаштириш бўлган қувиш жараёнини тасвирлайди.

Шундай ўйинлар борки, унда ўйин давомийлигининг чегараси аҳамиятли эмас ва ўйинчилар маълум натижага эришгунга қадар давом этади. Дифференциал ўйинлар назариясида, P_i ўйинчи E ўйинчи билан l масофада учрашишини таъминловчи ўйинчиларнинг бошланғич ҳолатлари тўпламини аниқлаш ва шунингдек, E ўйинчи P_i ўйинчи билан чекли вақт мобайнида l масофада учрашмаслигини кафолатловчи ўйинчиларнинг бошланғич ҳолатлари тўпламини аниқлаш муаммоларини кўриш ҳам мумкин. У ҳолда биринчи тўплам учрашиш ёки тутиш соҳаси, иккинчиси эса қочиш соҳаси деб аталади. Агар қўшимча равишда $(x_0, x_i), 1 \leq i \leq k$ фазовий нукта ўйин

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

давомида бирон бир N тўпламни тарк этмаслигини талаб қилсак, у ҳолда биз фазовий чегараланган дифференциал ўйинга эга бўламиз [1], [2].

Кўп иштирокчили ва ўйинчилар вазиятига нисбатан фазовий чегаралар билан берилган дифференциал ўйинларнинг тадқиқоти, улар одатдаги дифференциал ўйинларга нисбатан умумийроқ ва мураккаброқ соҳа эканлигини кўрсатади. Бу ишда N - ўлчовли фазодаги N компактда битта қочувчи ўйинчи ва бир нечта қувувчи ўйинчилардан иборат кўп иштирокчили қувиш-қочиш масаласини ечиш учун янги усул баён қилинган. Бунда ўйинчиларнинг ҳаракатлари содда чизикли дифференциал тенгламалар орқали тавсифланади. Барча ўйинчилар бир хил динамик имкониятларга эга ва шунинг учун қувувчилар учун ягона афзаллик уларнинг сонидадир.

Дифференциал ўйинлар назариясидаги қийин ва кам ўрганилган қувиш-қочиш муаммоларидан бири бу фазовий чекловлар билан боғлиқ масалаларни ечишдир. Бу масала, хусусий ҳолда [1] ишда ўрганилган. Ушбу иш кўплаб муаллифларнинг тадқиқотлари билан боғлиқ бўлиб, биз улардан [2], [3] ишларни эслатиб ўтаемиз.

Айтайлик R^n фазода ички нуқталари бўш бўлмаган N компакт берилган ва барча $t \geq 0$, $0 \leq i \leq k$ учун $x_i = x_i(t) \in N$ бўлсин. Бу компактда, битта қочувчи x_0 ва k та x_i , $1 \leq i \leq k$ қувувчилардан иборат қувиш-қочиш дифференциал ўйинини қарайлик [1]. Ҳар бир t вақт моментидан барча ўйинчиларга $x_i(t)$, $0 \leq i \leq k$ ҳолатлар, қувувчиларга эса $u_0(\tau)$, $0 \leq \tau \leq t$ маълум деб фараз қиламиз. Агар қандайдир i , $1 \leq i \leq k$ учун T вақт моментидан $x_0(T) = x_i(T)$ шарт бажарилса, (1) ўйин ниҳоясига етган ҳисобланади. Бундай ҳолда, ўйинни устма-уст тушиш маъносида яқунланди дейилади [1-3].

Қувувчи ўйинчиларнинг сони $k = n - 1$ та бўлиб, $x_0(0) \in \overline{\text{int } K}$ шартда, ўйиннинг тугаши устма-уст тушиш маъносида қаралаётган бўлса, қочувчига нисбатан содда бўлган позитцион $\mathcal{E}$ - стратегия таклиф қилинди ва қочиш учун етарли шарт олинди.

Таъриф. x_0 қочувчи ўйинчининг позицияси деб шундай t га боғлиқ ўлчовли $u_0(x_0(t), x_1(t), \dots, x_k(t))$, $t_j \leq \tau \leq t_{j+1}$ функциясига айтиладики, бунда $u_0(x_0(\tau), x_1(\tau), \dots, x_k(\tau)) = u_0(x_0(t_j), x_1(t_j), \dots, x_k(t_j))$ бўлади, бу ерда $0 = t_1 < t_2 < \dots < t_j < \dots$ ва $\lim t_j = +\infty$.

Теорема. N компактда битта қочувчи ва k ($k < n$) та қувувчилардан иборат “ (1) қувиш-қочиш ўйини берилган бўлиб, $x_0(0) \in \overline{\text{int } N}$ бўлсин. У ҳолда қочувчида $t \geq 0$ вақтда қувувчилар билан учрашмасликни таъминловчи $\mathcal{E}$ - стратегия мавжуд.

АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ

1. Иванов Р.П. Простое преследование - убежание на компакте//Док. АН СССР. 1980. -Т.254. - №6. -С. 1318-1321.
2. Сатимов Н.Ю. Задачи преследования и убегания для одного класса линейных дифференциальных игр многих лиц.// Труды ТашГУ. -Ташкент. 1981.- №670. -С. 54-64.
3. Сатимов Н.Ю., Маматов М.Ш. О задачах преследования и уклонения от встречи в дифференциальных играх между группами преследователей и убегающих// ДАН УзССР.-Ташкент. 1983. - №4. -С.2-5.

О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С МЛАДШИМИ ЧЛЕНАМИ

Меликузиева Дилшоода Мухторжонова

Наманганский инженерно-строительный институт

Краевый задаче для уравнения четвертого порядка маъло изучено.

1. Постановка задачи.

В области $D = \{(x, y) : 0 < x < p, 0 < y < q\}$ рассмотрим уравнение

$$u_{xxxx} - u_{yy} + a_1 u_{yy} + a_2 u_y = 0 \quad (1)$$

где $a_1, a_2 \in R$

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Задача А. Найти решение уравнения (1) в области D из класса $u(x, y) \in C_{x,y}^{4,3}(D) \cap C_{x,y}^{3,2}(\bar{D})$, удовлетворяющее следующим краевым условиям:

$$u(0, y) = u(p, y) = u_x(0, y) = u_x(p, y) = 0, \quad 0 \leq y \leq q. \quad (2)$$

$$u(x, 0) = \psi_1(x), \quad u(x, q) = \psi_2(x), \quad u_y(x, 0) = \psi_3(x), \quad 0 \leq x \leq p \quad (3)$$

где $\psi_i(x) \in C^5[0, p]$, $i = 1, 2$ ва $\psi_3(x) \in C^4[0, p]$ заданные функции, причем

$$\psi_i(0) = \psi_i(p) = \psi_i''(0) = \psi_i''(p) = \psi_i^{(4)}(0) = \psi_i^{(4)}(p) = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Теорема. Если задача А имеет решение, то при выполнении условий $a_1 \leq 0$ оно единственно.

Доказательство. Пусть задача А имеет два решения $u_1(x, y)$ и $u_2(x, y)$. Тогда функция $u(x, y) = u_1(x, y) - u_2(x, y)$ удовлетворяет уравнению (1) и однородным краевым условиям. Докажем, что $u(x, y) \equiv 0$ в $\bar{D}$.

В области D справедливо тождество

$$uL[u] \equiv \frac{\partial}{\partial x}(uu_{xxx} - u_x u_{xx}) - \frac{\partial}{\partial y}\left(uu_{yy} - \frac{1}{2}u_y^2 - a_1(uu_y) - \frac{1}{2}a_2u^2\right) + u_{xx}^2 - a_1u_y^2 = 0 \quad (5)$$

Интегрируя тождество (5) по области D , имеем

$$\begin{aligned} & \int_0^p \int_0^q \frac{\partial}{\partial x}[u \cdot u_{xxx} - u_x \cdot u_{xx}] dx dy - \int_0^p \int_0^q \frac{\partial}{\partial y}\left[u \cdot u_{yy} - \frac{1}{2}u_y^2 - a_1(uu_y) - \frac{1}{2}a_2u^2\right] dx dy + \\ & + \int_0^p \int_0^q u_{xx}^2 dx dy - a_1 \int_0^p \int_0^q u_y^2 dx dy = 0, \\ & \int_0^q [u(p, y)u_{xxx}(p, y) - u(0, y)u_{xxx}(0, y)] dy - \\ & - \int_0^q [u_x(p, y)u_{xx}(p, y) - u_x(0, y)u_{xx}(0, y)] dy - \\ & - \int_0^p [u(x, q)u_{yy}(x, q) - u(x, 0)u_{yy}(x, 0)] dx + \\ & + \frac{1}{2} \int_0^p [u_y^2(x, q) - u_y^2(x, 0)] dx + a_1 \int_0^p [u(x, q)u_y(x, q) - u(x, 0)u_y(x, 0)] dx + \\ & + \frac{1}{2}a_2 \int_0^p [u^2(x, q) - u^2(x, 0)] dx + \int_0^p \int_0^q u_{xx}^2 dx dy - a_1 \int_0^p \int_0^q u_y^2 dx dy = 0. \end{aligned}$$

Учитывая однородные краевые условия, получим

$$\frac{1}{2} \int_0^p u_y^2(x, q) dx + \int_0^p \int_0^q u_{xx}^2 dx dy - a_1 \int_0^p \int_0^q u_y^2 dx dy = 0. \quad (6)$$

Если $a_1 = 0$, отсюда следует, что $u_{xx} = 0 \Rightarrow u(x, y) = x \cdot f_1(y) + f_2(y)$, $(x, y) \in D$.

Полагая здесь $x = 0$ и учитывая $u(0, y) = f_2(y) = 0$.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Полагая $x = p$. $u(p, y) = p \cdot f_1(y) = 0 \Rightarrow p \neq 0 \Rightarrow f_1(y) = 0$. Следовательно, $u(x, y) \equiv 0$, $(x, y) \in \bar{D}$.

Если $a_1 \neq 0$, $u_y = 0 \Rightarrow u(x, y) \equiv f(x)$. $u(x, 0) \equiv 0$ то $f(x) = 0$. Следовательно $u(x, y) \equiv 0$. Теорема доказана.

Используя метода Фурье решение задача A построена в виде бесконечного ряда. Доказана, что это ряд и его производные $u_{xxx}, u_{yyy}, u_{yy}, u_y$ сходится абсолютно и равномерно.

ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВИНЕРА-ХОПФА С ЯДРОМ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Мирсабуров. М, Эргашева. С.Б.

Термезский государственный университет

Рассмотрим следующее интегральное уравнение Винера-Хопфа

$$\rho(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} K(y-t)\rho(t)dt + R_2[\rho] + F_2(y), \quad (1)$$

где

$$K(x) = \frac{\sqrt{2\pi^3}\lambda\lambda_1}{\sin(\theta\pi)k^\theta(ke^{x/2} + e^{-x/2})}, \quad F_2(y) = F_1[c - (1+e)e^{-y}]e^{(\theta-\frac{1}{2})y},$$

$$\theta = 1 - \alpha - \beta < \frac{1}{2}, \quad k = \frac{1-c}{1+c}, \quad -1 < c < 1, \quad \lambda = \frac{\sin((\alpha+\beta)\pi)}{\pi(1-\cos(\alpha+\beta)\pi)}, \quad \lambda_1 = \frac{\lambda k}{\mu(1+\lambda^2\pi^2)}.$$

$R_2[\rho] = R_1[\tau]e^{(\theta-\frac{1}{2})y}$ –регулярный оператор. Заметим, что так как $2\theta = 1 - \alpha - \beta < 1$ тогда имеет место неравенство $\theta - 1/2 < 0$. Уравнение (1) является интегральным уравнением Винера-Хопфа [1-4].

Теорема. Пусть для числовых параметров уравнения (1) выполняется неравенство

$$\frac{k^{1/2-\theta}\sin(\theta\pi)|\ln k|}{\mu} < 1, \quad (2)$$

тогда уравнение (1) однозначно редуцируется к интегральному уравнению Фредгольма второго рода.

Доказательство. Уравнение (1) с помощью преобразования Фурье, подобно известному характеристическому особому интегральному уравнению с ядром Коши приводиться к краевой задаче Римана и тем самым решается в квадратурах. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений типа свертки будут справедливы только в одном случае, когда индекс этих уравнений равен нулю.

Индексом $\mathcal{X}$ уравнения (1) будет индекс выражения $1 - K^\wedge(x)$ взятым с обратным знаком, т.е. $\mathcal{X} = -\text{Ind}(1 - K^\wedge(x))$, здесь [4,с.199]

$$K^\wedge(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} K(t)e^{ixt}dt =$$

$$= \frac{\lambda\lambda_1\pi}{k^\theta \sin(\theta\pi)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ixt}dt}{ke^{t/2} + e^{-t/2}} = \frac{\lambda\lambda_1\pi}{k^\theta \sin(\theta\pi)} \cdot \frac{\pi e^{-ix} \ln k}{\sqrt{k} \cdot \text{ch}(\pi x)} =$$

$$= \frac{\lambda\lambda_1 \cdot \pi^2 \ln k}{k^{1/2+\theta} \sin(\theta\pi) \text{ch}(\pi x)} e^{-ix} = A^*(x) - iB^*(x),$$

где

$$A^*(x) = \frac{\lambda\lambda_1\pi^2 \ln k}{k^{1/2+\theta} \sin(\theta\pi) \text{ch}(\pi x)} \cos x; \quad B^*(x) = i \frac{\lambda\lambda_1\pi^2 \ln k}{k^{1/2+\theta} \sin(\theta\pi) \text{ch}(\pi x)} \sin x. \quad (3)$$

Из (3) видно, что

$$\frac{|A^*(x)|}{|B^*(x)|} \leq \frac{\lambda\lambda_1\pi^2 |\ln k|}{k^{1/2+\theta} \sin(\theta\pi)} \cdot \frac{1}{\text{ch}(\pi x)},$$

причем $A^*(x) = O(1/\text{ch}(\pi x))$, $B^*(x) = O(1/\text{ch}(\pi x))$ для достаточно больших $|x|$. Отсюда в силу условия (2) теоремы следует, что

$$\frac{|A^*(x)|}{|B^*(x)|} \leq \frac{\lambda\lambda_1\pi^2 |\ln k|}{k^{1/2+\theta} \sin|\theta\pi|} = \frac{k^{1/2-\theta} \sin(\theta\pi) |\ln k|}{\mu} < 1.$$

3-ШҶҶБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Следовательно

$$\operatorname{Re}(1 - K^\wedge(x)) > 0. \quad (4)$$

Индекс $\mathcal{X}$ уравнения (1) т.е. изменение аргумента комплекснозначной функции $1 - K^\wedge(x)$ на действительной оси, выраженное в полных оборотах и взятое с обратным знаком [3, с.28.с.56], с учетом неравенство (4) равен

$$\begin{aligned} \mathcal{X} &= -\operatorname{Ind}(1 - K^\wedge) = -\frac{1}{2\pi} [\arg(1 - K^\wedge(x))]_{-\infty}^{+\infty} = \\ &= -\frac{1}{2\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}(1 - K^\wedge(x))}{\operatorname{Re}(1 - K^\wedge(x))} \right]_{-\infty}^{+\infty} = -\frac{1}{2\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{B^*(x)}{1 - A^*(x)} \right]_{-\infty}^{+\infty} = \\ &= -\frac{1}{2\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{0}{1} - \operatorname{arctg} \frac{0}{1} \right] = 0, \end{aligned}$$

так как $A^*(\pm\infty) = 0, B^*(\pm\infty) = 0$. Следовательно уравнение (1) однозначно редуцируется к интегральному уравнению Фредгольма второго рода. Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Полосин А.А. Об однозначной разрешимости задачи Трикоми для специальной области. // Дифференциальные уравнения. 1996. Том 32. №3. С.391-401.
2. Мирсабуров.М. Краевая задача для одного класса уравнений смешанного типа с условиями Бицадзе-Самарского на параллельных характеристиках// Дифференциальные уравнения. 2001. Том 39. №9. С.1281-1284.
3. Гахов.Ф.Д., Черский.Ю.И. Уравнения типа свертки. Москва., 1978.
4. Салахитдинов М.С., Мирсабуров М. Нелокальные задачи для уравнений смешанного типа с сингулярными коэффициентами. Ташкент, “Universitet” 2005- 224 с.

О ВТОРОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЯТОГО ПОРЯДКА С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Мирзаев Отабек Мирзахматович

*магистр кафедры математического анализа,
Наманганский государственный университет*

Теория уравнений с частными производными пятого порядка возникла сравнительно недавно. В совокупности, из всех уравнений пятого порядка особое место по специфическому характеру занимают, так называемые, уравнения с кратными характеристиками. Уравнения пятого порядка с кратными характеристиками

$$\frac{\partial^5 u}{\partial x^5} + \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = f(t, x, y, z),$$

возникают в математических моделях волновых процессов в плазме, слабых ударных волн в диспергирующих диссипативных средах, путем добавления к одномерному уравнению Кортевега-де Фриза диссипативного члена [1,2].

Работы по исследованию уравнений пятого порядка сравнительно мало [3-11].

В данной работе, методом интегралов энергии, показана единственность решения второй краевой задачи для уравнения пятого порядка с кратными характеристиками.

В области $D = \{(x, y): 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$, рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial^5 u}{\partial x^5} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \mu^2 u = 0, \quad (1)$$

где $\mu \in R$.

Задача А. Найти регулярное решение уравнения (1) в области D из класса $C_{x,y}^{5,2}(D) \cap C_{x,y}^{4,1}(\bar{D})$, удовлетворяющее краевым условиям

$$u_y(x, 0) = 0, u_y(x, 1) = 0, \quad (2)$$

3-ШҰҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$\begin{aligned} u(0, y) = \varphi_1(y), \quad u_{xx}(0, y) = \varphi_2(y), \quad u_{xxx}(0, y) = \varphi_3(y) \\ u(1, y) = \varphi_4(y), \quad u_{xxx}(1, y) = \varphi_5(y), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\varphi_i(y) (i = \overline{1, 5})$ – заданные достаточно гладкие функции.

Отметим, что аналогичная задача для уравнения $\frac{\partial^5 u}{\partial x^5} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ исследована в работе [7].

Теорема. Если задача A имеет решение, то оно единственно.

Доказательство. Пусть задача A имеет два решения $u_1(x, y)$ и $u_2(x, y)$, тогда $u(x, y) = u_1(x, y) - u_2(x, y)$ удовлетворяет уравнения (1) и однородным краевым условиям. Докажем, что $u(x, y) \equiv 0$ в $\overline{D}$.

В области D справедливо тождество

$$u(u_{xxxxx} - u_{yy} + \mu^2 u) = 0$$

или

$$\frac{\partial}{\partial x}(uu_{xxxx}) - \frac{\partial}{\partial x}(u_x u_{xxx}) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x}(u_{xx}^2) - \frac{\partial}{\partial y}(uu_y) + u_y^2 + \mu^2 u^2 = 0. \quad (4)$$

Интегрируя тождество (4) по области D , имеем:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \int_0^1 \frac{\partial}{\partial x} [uu_{xxxx} - u_x u_{xxx} + \frac{1}{2} u_{xx}^2] dx dy - \int_0^1 \int_0^1 \frac{\partial}{\partial y} (uu_y) dx dy + \\ + \iint_D u_y^2 dx dy + \mu^2 \iint_D u^2 dx dy = 0. \\ \int_0^1 [u(1, y) u_{xxxx}(1, y) - u(0, y) u_{xxxx}(0, y)] dy - \int_0^1 [u_x(1, y) u_{xxx}(1, y) - u_x(0, y) u_{xxx}(0, y)] dy + \\ + \frac{1}{2} \int_0^1 [u_{xx}^2(1, y) - u_{xx}^2(0, y)] dy - \int_0^1 [u(x, 1) u_y(x, 1) - u(x, 0) u_y(x, 0)] dx + \iint_D u_y^2 dx dy + \mu^2 \iint_D u^2 dx dy = 0. \end{aligned}$$

Учитывая однородные краевые условия задачи A , получим

$$\frac{1}{2} \int_0^1 u_{xx}^2(1, y) dy + \iint_D u_y^2 dx dy + \mu^2 \iint_D u^2 dx dy = 0. \quad (5)$$

Отсюда следует, что если $\mu \neq 0$ то $u(x, y) \equiv 0$.

Если $\mu = 0$, тогда $u_y(x, y) = 0$, отсюда $u(x, y) = f(x)$.

Тогда из уравнения (1) имеем $f^{(V)}(x) = 0$, отсюда решение этого уравнения имеет вид

$$f(x) = C_1 x^4 + C_2 x^3 + C_3 x^2 + C_4 x + C_5.$$

Учитывая краевые условия, получим $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = 0$, то есть $f(x) = 0$.

Тогда $u(x, y) \equiv 0$. Теорема доказана.

Решение задачи A построена в виде

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) Y_n(y) \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} X_n(x) = C_{1n}(\tau_n) e^{-\tau_n x} + e^{\tau_n \alpha_2 x} (C_{2n}(\tau_n) \cos(\tau_n \beta_2 x) + C_{3n}(\tau_n) \sin(\tau_n \beta_2 x)) + \\ + e^{\tau_n \alpha_1 x} (C_{4n}(\tau_n) \cos(\tau_n \beta_1 x) + C_{5n}(\tau_n) \sin(\tau_n \beta_1 x)), \end{aligned}$$

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$\theta = \frac{\pi}{5}, \quad \alpha_1 = \cos \theta, \quad \beta_1 = \sin \theta, \quad \alpha_2 = \cos 3\theta, \quad \beta_2 = \sin 3\theta,$$

$C_{in} \ (i=1,5)$ - произвольные постоянные, $n \in N$.

$$Y_n(y) = \sqrt{2} \cos \pi n y$$

Доказана, что ряд (6) и ряды производные $\frac{\partial^5 u}{\partial x^5}$ и $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ сходятся равномерно в $\overline{D}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булаф Р., Кодри Ф., Солитоны. -М.: Мир,1983. 408 с.
2. Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Морисс Х. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. - М.: Мир, 1988.-694 с
3. Вахрушев В.А. Краевая задача для уравнения пятого порядка // Труды СКГМИ (ГТУ), 2008, № 15, - С.28-31.
4. Дерендяев Н.В., Новиков В.В. К задаче о колебаниях упругих систем с малым внутренним трением. // В сб. «Теория колебания, прикладная математика и кибернетика». Горький, 1974. –С.29.
5. Засорин Ю.В. Асимптотические и полугрупповые свойства решения задачи коши для одного уравнения математической физики // Вестник ВГУ, Сер. Физика. Математика. - Воронеж, 2005. -№ 1. - С. 171-173.
6. Уринов А.К., Абдукодиров А.Т. Канонические виды дифференциальных уравнений с частными производными пятого порядка // Материалы второй Международной Российско-Узбекской Симпозиум «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики» -Нальчик: Издательство КБНЦ РАН, 2012. -С. 151-154.
7. Апаков Ю.П., Жураев А.Х. О разрешимости краевой задачи для уравнения пятого порядка с кратными характеристиками в конечной области // Узбекский математический журнал. 2011. №2.- С. 40-47.
8. Апаков Ю.П., Жураев А.Х. Вторая краевая задача для уравнения пятого порядка с кратными характеристиками // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. 2012. Т. 14. № 1. - С. 22-27.
9. Апаков Ю.П., Мирзаев.О.М. О единственности решения одной краевой задачи для уравнения пятого порядка с кратными характеристиками // Материалы научной-практической конференции «Применение математики в экономических и технических задач и проблемы обучение» 9 апрель 2021. АндМИ.-Андижан. -С.26-29
10. Апаков Ю.П., Мирзаев.О.М. О единственности решения первой краевой задачи для уравнения пятого порядка с кратными характеристиками // Материалы научно-практической конференции «Наука и образование в современном мире: вызовы XXI века» 15 март 2022. Нурсултан. -С.42-44
11. Мирзаев.О.М. О единственности решения второй краевой задачи для уравнения пятого порядка с кратными характеристиками // Материалы научной-практической конференции «Теоретические основы и прикладные задачи современной математики» 28 март 2022. АГУ.-Андижан. -С.245-247

BUZILADIGAN GIPERBOLIK TTPDAGI IKKINCHI TUR TENGLAMA YECHIMINING XOSSALARI HAQIDA

Mo'minova M.R.

Farg'ona davlat universiteti

Ushbu buziladigan ikkinchi tur

$$L_{\alpha}(u) \equiv u_{xx} + y u_{yy} + \alpha u_y = 0, \quad y < 0 \quad (1)$$

tenglamani qaraylik. (1) tenglamaning ixtiyoriy yechimini $Z_{\alpha}(x, y)$ deb belgilaylik. Ushbu xossalari o'rinli [1]:

$$\frac{\partial}{\partial y} Z_{\alpha}(x, y) = Z_{\alpha+1}(x, y), \quad Z_{\alpha-1}(x, y) = (-y)^{2-\alpha} \frac{\partial}{\partial y} [(-y)^{\alpha-1} Z_{\alpha}(x, y)]. \quad (2)$$

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

(1) tenglamaning xususiy holi bo'lgan quyidagi ikkita

$$L_0(u) \equiv u_{xx} + yu_{yy} = 0, \quad y < 0,$$

$$L_1(u) \equiv u_{xx} + yu_{yy} + u_y = 0, \quad y < 0$$

tenglamalarni qaraylik. Ushbu

$$\begin{aligned} u^0(x, y) &= \int_0^1 \tau_0 \left(x - 2\sqrt{-y} + 4\sqrt{-yz} \right) \left[z(1-z) \right]^{-1/2} dz - \\ &- \frac{8y}{\sqrt{\pi}\Gamma(3/2)} \int_0^1 \tau_0'' \left(x - 2\sqrt{-y} + 4\sqrt{-yz} \right) \left[z(1-z) \right]^{1/2} \left[\ln 16\sqrt{-yz}(1-z) - 2 \right] dz + \\ &+ y \int_0^1 \nu_0 \left(x - 2\sqrt{-y} + 4\sqrt{-yz} \right) \left[z(1-z) \right]^{1/2} dz, \\ u^1(x, y) &= \int_0^1 \tau_1 \left(x - 2\sqrt{-y} + 4\sqrt{-yz} \right) \left[z(1-z) \right]^{-1/2} \ln 16\sqrt{-yz}(1-z) dz + \\ &+ \int_0^1 \nu_1 \left(x - 2\sqrt{-y} + 4\sqrt{-yz} \right) \left[z(1-z) \right]^{-1/2} dz \end{aligned}$$

funksiyalar mos ravishda $L_0(u) = 0$ va $L_1(u) = 0$ tenglamalarning umumiy yechimlaridir [2], bu yerda

$$\tau_0(x) \in C^4[0,1] \text{ va } \nu_0(x), \tau_1(x), \nu_1(x) \in C^2[0,1].$$

(2) formulalardan bevosita kelib chiquvchi ushbu teoremlarni keltiramiz.

Teorema 1. Agar $\tau_0(x) \in C^4[0,1]$, $\nu_0(x) \in C^2[0,1]$ bo'lsa, $\frac{\partial}{\partial y} u^0(x, y)$ funksiya $L_1(u) = 0$

tenglamaning yechimi bo'ladi.

Teorema 2. Agar $\tau_1(x), \nu_1(x) \in C^4[0,1]$ bo'lsa, $\frac{\partial}{\partial y} u^1(x, y)$ funksiya $L_0(u) = 0$ tenglamaning

yechimi bo'ladi.

ADABIYOTLAR

1. Уринов А.К., Окбоев А.Б. Видоизмененная задача Коши для одного вырождающегося гиперболического уравнения второго рода // Украинский математический журнал. – Киев. 2020. Т. 72, № 1. – С. 100 – 118.
2. Хайруллин Р.С. Задача Трикоми для уравнения второго рода с сильным вырождением. – Казань: Издательство Казанского университета, 2015. – 236 с.

БЕРИЛГАН СОҲАДА ТЕМПЕРАТУРАНИ БОШҚАРИШГА ДОИР БИР МАСАЛА

Олимжонова М. ЎзМУ магистранти,

Жумакулов Ж. ТДТУ талабаси,

Мустапокулов Х. ЎзМУ ва ТДТУ доценти, PhD.

Иссиқлик жараёнларини бошқаришга доир масалалар ҳамиша амалиётда долзарб ҳисобланади. Бунга доир ишлар билан А.Г.Бутковский, Ж.Лионс, К. Лурье, А.И. Егоров, Н.Ю.Сатимов, Ш.Алимов, М.Тўхтасинов ва бошқа кўпчилик олимлар шуғулланишган.

М.Тўхтасинов томонидан берилган температуранинг киска вақт ичида нолга тушириш масаласи ўрганилган. Бу ишларда масала ўйин маъносида қаралиб, бошқарувга геометрик ва интеграл чегараланишлар қўйилган ҳолда тадқиқ этилган. Ушбу ишда эса бошқарувга Грануолл типдаги чегараланишлар қўйилган ҳолда ўрганилади [1].

Маълумки, $\Omega \subset R^n$, $n \geq 1$ чегараланган соҳада иссиқлик тарқалиш масаласи қуйидаги кўринишда ёзилади [2]:

$$z_t(x, t) = \Delta z(x, t) + u(x, t), \quad x \in \Omega, t > 0, \quad (1)$$

$$z(x, t)|_{\partial\Omega} = 0, \quad t \geq 0, \quad (2)$$

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$z(x, 0) = z^0(x), \quad x \in \bar{\Omega}, \quad (3)$$

бу ерда Δ -Лаплас оператори, $z = z(x, t)$ -ноғмалум функция, $z^0(\cdot) \in L_2(\Omega)$ -бошланғич ҳолат функцияси, $\partial\Omega$ эса Ω соҳанинг чегараси. $u(x, t)$ -мос равишда иситиш ёки совутиш қурилмалари бошқарув функцияси ҳисобланиб, барча бундай бошқарув функциялари қуйидаги норма орқали чегараланади:

$$\|u(\cdot, t)\|^2 \leq \rho^2 + 2l \int_0^t \|u(\cdot, s)\|^2 ds, \quad (4)$$

бу ерда $\|u(\cdot, t)\| = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} u_k^2(t)}, t \geq 0$.

Маълумки [2-5], Лаплас оператори учун хос қийматлар λ_k , яъни $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots, \lambda_k \rightarrow \infty$, ва мос равишда хос функция $\varphi_k(x)$, $x \in \Omega$, $L_2(\Omega)$ да ортонормал система ташкил этади.

(1)-(3) масаланинг ечими $z = z(x, t)$ ни Фурье методи билан аниқлаймиз. Агар $f_k(\cdot)$ орқали $f(\cdot)$ функциянинг $\varphi_k(x)$, $x \in \Omega$, га нисбатан Фурье коэффиценти бўлса, у ҳолда (1)-(3) масаланинг ечими мос равишда қуйидагича бўлади [2, 3]:

$$z(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(z_k^0 e^{-\lambda_k t} + \int_0^t e^{-\lambda_k(t-\tau)} u_k(\tau) d\tau \right) \cdot \varphi_k(x), \quad x \in \Omega, t \geq 0. \quad (5)$$

Масала 1. Ихтиёрий берилган $z^0(\cdot)$, $z^0(\cdot) \neq 0$ учун шундай $u(x, t)$ бошқарув функциясини қуриш, (1)-(3) масаланинг ечими бирор $t = \tau$ да нолга айлانسин, яъни $z(x, \tau) = 0$, $x \in \Omega$.

Тасдиқ 1. (1)-(3) масаланинг ечими $z = z(x, t)$

$$\tau = \frac{\|z^0\|}{\rho^2} \left(\sqrt{l^2 \|z^0\|^2 + \rho^2} - l \|z^0\| \right)$$

вақтда нолга айланади, яъни $z(x, \tau) = 0$, $x \in \Omega$ бўлади.

АДАБИЁТЛАР

1. B.Samatov, G.Ibragimov, I.V.Khodjibayeva. *Pursuit-Evasion Differential Games With Gronwall-Type Constraints On Controls*. Ural Mathematical Journal, Vol. 6, No. 2, 2020, pp. 95–107.
2. А.Н.Тихонов, А.А.Самарский. *Уравнения математической физики*. М., Наука, 1966.
3. Н.Ю.Сатимов, М.Тухтасинов. *О некоторых игровых задачах в управляемых эволюционных уравнениях первого порядка*. Дифференциальные уравнения, 2005, том 41, № 8, с. 1114-1121.
4. Х.Я.Мустапокулов, М.Тухтасинов. *Инвариантное множество для задачи теплопроводности граничного управления*. ДАН РУз, 2012 г., № 1, С. 8-11.
5. M.Tukhtasinov, Kh.Mustapokulov, G.Ibragimov. *Invariant Constant Multi-Valued Mapping for the Heat Conductivity Problem*. Malaysian Journal of Mathematical Sciences 13(1): 61–74 (2019).

ТЕБРАНИШНИ ТЎХТАТИШГА ДОИР БИР МАСАЛА

Мустапокулов Х. ЎзМУ ва ТДТУ доценти, PhD.

Сафаров В. ЎзМУ магистри,

Муртазаев А. ТДТУ талабаси

Қуйидаги гиперболик типдаги тенглама билан ёзилган манба бошқариладиган масалани қараймиз [1,2]:

$$u_t(t, x) = \Delta u(t, x) + \mu(t, x), \quad (t, x) \in Q_T; \quad (1)$$

$$u(0, x) = u^0(x), \quad u_t|_{t=0} = u^1(x), \quad x \in \Omega; \quad u(t, x) = 0, \quad (t, x) \in S_T \quad (2)$$

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

бу ерда $u = u(t, x)$ – номаълум функция; T – ихтиёрий мусбат ўзгармас; (1)-(2) аралаш масала учун $\mu \in L_2(Q_T)$, $u^0 \in W_2^1(\Omega)$, $u^1 \in L_2(\Omega)$. $\mu(x, t)$ эса мос равишда тебранишни бошқарувчи курилмалар бошқарув функцияси бўлиб, қуйидаги норма орқали чегараланади:

$$\|\mu(\cdot, t)\| \leq \rho, \quad (4)$$

бу ерда $\|\mu(\cdot, t)\| = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} \mu_k^2(t)}$, $t \geq 0$.

(1) масаланинг ечимини Фурье усули орқали қуйидагича ёзиш мумкин [1]:

$$u(t, x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(u_k^0 \cos \sqrt{\lambda_k} t + \frac{u_k^1}{\sqrt{\lambda_k}} \sin \sqrt{\lambda_k} t + \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} \int_0^t \mu_k(\tau) \cdot \sin \sqrt{\lambda_k} (t - \tau) d\tau \right) \varphi_k(x). \quad (2)$$

Масала. Ихтиёрий берилган $u^0 \in W_2^1(\Omega)$ ва $u^1 \in L_2(\Omega)$ учун шундай $\mu^*(x, t)$ бошқарув функциясини қурингки, бирор $T^* > 0$ да (1) масаланинг ечими $z(T^*, \cdot; \mu^*) = 0$ бўлсин.

Тасдиқ. Ҳар бир $u^0 \in W_2^1(\Omega)$ ва $u^1 \in L_2(\Omega)$ учун шундай $\mu^*(x, t)$ бошқарув функциясини қуриш мумкинки,

$$T(z_0) = 2\pi \left[\frac{\sqrt{a^2 + b^2} + \rho - \sigma}{2(\rho - \sigma)} \right] + 2\pi$$

да (1) масаланинг ечими нолга айланади, яъни $z(T, \cdot; \mu^*) = 0$.

АДАБИЁТЛАР:

1. А.Н.Тихонов, А.А.Самарский. *Уравнения математической физики*. М., Наука, 1966.
2. Х.Я.Мустапокулов. *Инвариантное множество в управляемых колебательных системах*. НУУ Вестник, Ташкент, 2013, №2. С.124-128.

YER YUZIDA TABIIY RO‘Y BERADIGAN ZARBLI TO‘LQINLAR VA NOCHIZIQLI TENGLAMALAR

Muxtorova Sh.N QarDU magistri
muxtorovashohida1998@gmail.com

Zarbli to‘lqinlar barchaga tanish, ammo hamma ham buni anglay olmaydi. Ko‘pchilik odamlar zarbli to‘lqin deganda birinchi navbatda atom portlashini tushunishadi. Zarbli to‘lqinlar boshqa holatlarda: chaqmoq chaqishida, pistoletdan otishda, tovushdan tez uchar samolyot harakatida ham yuzaga kelishi mumkin [1]. Tabiatda chaqmoq chaqishida hosil bo‘ladigan zarbli to‘lqinni tez-tez kuzatib turamiz. [2] kitobda yozilishicha Yer yuzida har yili o‘n olti million momaqaldiraq, atmosferada esa har sekundda yuzdan ortiq chaqmoq chaqishi ro‘y beradi. Oqim kanalidagi temperatura o‘n ming gradusga, tok kuchi esa yuz ming amperga erishishi mumkin. Bunday oqim bir zumda qizdiradi, siqadi va havoni ionlashtiradi. [2] da chaqmoq chaqishi tajribasi yozilgan, unda jarayon laboratoriyada modellashirilgan. Eksperimentda 0.05mm diametrli mis o‘tkazgichiga 2000 voltgacha kuchlanish beradigan kondensator yordamida tok berib portlatilgan. Portlash natijasida o‘tkazgich nurli ionlashtirilgan kanal oqimini hosil qilib parlanib ketgan. Ionlashgan mis bog‘lari kegayib, atrofga zarbli to‘lqin hosil qilgan. U momaqaldiraqni eslatadigan tovish to‘lqiniga aylanib, asta-sekin so‘ngan. [2] da muallifining fikriga ko‘ra, bu kanalni momaqaldiraq paytidagi chaqmoqni uzun kanal oqimi analogi deb hisoblash mumkin.

Zarbli to‘lqin hosil qiladigan ko‘p tarqalgan yana bitta tabiat hodisasi, bu yer qimirlashi (masalan, [3] qarang). Har yili Yerda bir necha yuz ming yer qimirlashi yuz beradi. Ammo ko‘pchiligi kuchziz bo‘lib, oz qismigina katashtrofik oqibatlarga olib keladi. Hozirgi zamon ifodalanishlarga ko‘ra (masalan, [4] ga qarang) Yerning ichki qismi quyidagicha tuzilgan. Yer yadrosi radiusi yer shari radiusini yarmidan ozgina ko‘p (3500 km atrofida) va u nikel va temir aralashmasidan tuzilgan. Yadroning radiusi taxminan 1200 km bo‘lgan ichki kichik qismi qattiq va temperaturasi : $4150^{\circ}C$. Yadroning tashqi qismi aftidan suyuqlikdan iborat. Bu xulosa Yer yadrosidan ko‘ndalang to‘lqin o‘tmaganligiga asoslanib keltirib chiqarilgan, chunki ma’lumki, ko‘ndalang

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

to'liqin suyuqlikda so'nadi. Albatta, qat'iy aytadigan bo'lsak, bunday yuqori temperaturadagi va bosimdagi ($3 \cdot 10^{11}$ Па tartibda) moddani suyuqlik deb atash mumkin emas. Har holda yadrodagi modda o'zini suyuqlik kabi tutadi. Yerning qolgan deyarli barcha qismi (qalinligi) temperaturasi : 3900°C bo'lgan qattiq mantiyadan iborat. Nihoyat, tashqi eng yuza yuqa qismi qobiq deb ataladi. Uning qalinligi 5 – 8 km (okean ostidagi qalinligi) dan 60 – 80 km(Povir va Himolayning eng baland tog' tizmalari ostidagi qalinligi). Katta bosim ta'sirida Yer ostida uzoq vaqt davomida mexanik kuchlanish to'planadi. Masalan, Rixter shkalasi bo'yicha 5 ball kuchga ega bo'lgan yer qimirlashi 1 kt trotilni porlashiga ekvivalent, 7 ball – 1 Mt, 9 ball – 1000 Mt. Bunday katta miqdordagi energiyaning ajralib chiqishi so'nishida har xil turdagi siysmitik to'liqlarni paydo qiladigan zarbli to'liqlarni hosil qiladi: ko'ndalang, gorizantal (uzunasiga va ko'ndalang) hajmli to'liqlar, hamda qobiq bo'ylab tarqaladigan sirtli to'liqlar. Bu to'liqlar sirt chayqalishini va yer qobig'ini portlashini keltirib chiqarib, o'pirilishlarga va insonlarni o'limiga olib keladi.

Yer qimirlash o'chog'i (gipomarkazi) 30 km dan 70 km chuqurlikkacha bo'lishi mumkin. Hozirgi zamon faniga asosan yer qimirlashlari mantiyaga paydo bo'ladi (avvallari yer qobig'ida paydo bo'ladi deb hisoblanardi). Tushunarliki, juda chuqur yer qimirlashi kam miqdordagi vayronaliklarni keltirib chiqaradi. Biroq, har bir yer qimirlashi zarbli to'liqinni hosil qilishi haqida qat'iy aniq ma'lumot mavjud emas, chunki ajralib chiqqan energiya katta hajmda tarqaladi.

Suv ostida bo'lgan yer qimirlashi natijasida ulkan to'liqlar – sunamilar hosil bo'lib, qirg'oqlarda dahshadli vayronaliklarni sodir qiladi. Lekin sunamilar zarbli to'liqlarga kirmaydi, ular boshqa chiziqsiz to'liqlarga – dispersiya natijasida muhitlarda sodir bo'ladigan *solitonlarga* misol bo'ladi.

Vulqon otilishlarida, ya'ni Yer ostidagi qisilgan va issiq suyuqliklar va gazlar katta bosim ostida bo'lganligi sababli, bir zumda atmosferada chiqib ketadi hamda zarbli to'liqinni hosil qiladi. Masalan, 1883-yilda yashalmaydigan Krakatau (Indoneziya) orolida vulqon otilishida atmosferaga $4,6 \text{ km}^3$ vulqon kullari va boshqa portlash ma'sulotlari uloqtirilgan.

Portlash energiyasi taxminan 5000 Mt trotilga ekvivalent bo'lgan va orolni o'zi yo'qolib ketgan. Portlash vulkan o'chog'idan 4800 km uzoqlikda ham eshitilgan, zarbli to'liqin yer sharini uch marta aylanib chiqqan.

Zarbli to'liqin meteorit tushushida ya'ni planetalar orasidagi fazodan toshli yoki temirli jismlarni yer atmosferasida bosqinchi tushushida sodir bo'ladi. Ravshanki, meteoritlarning harakat tezligi ikkinchi kosmik tezlik ($11,2 \text{ km/s}$) dan, massasi ham yetarli katta bo'lib, bir necha o'n tonnadan ortiq bo'lishi mumkin. Meteoritning tovushdan yuqori tezlikda atmosferada uchib kirishida arteleriya snaryadi yoki tovushdan tez uchar samolyot harakatiga o'xshash *ovozli zarba* deb ataladigan zarbli to'liqin hosil bo'ladi. Meteorit zich atmosfera qatlamida harakatlanib kirishida tormozlanadi, sirti esa qiziydi. Ular yerga qoida bo'yicha tovush tezligidan past tezlikda yetib keladi, shu sababli uning zarbli to'liqini uni hosil qilgan meteoritdan oldin yerga yetib keladi. Shu sababli to'qnashishda bu energiya ajralib chiqib, yangi zarbli to'liqin hosil qiladi, u yerga ham va havoga ham tarqaladi hamda tushgan joyida krater hosil qiladi. Hozirgi kundagi ma'lumotlarga ko'ra [2], Yer yuzida 50 dan ortiq diametri bir necha kilometr bo'lgan kraterlar bor. Gipotezalarning biriga ko'ra 1908-yilda Sibir ustida qulagan mashhur Tunguss meteoriti muzli kometa edi. U yerga yetmasdan bug'lanib ketdi. Ammo meteoritni atmosferaga kirganda hosil bo'lgan zarbli to'liqin shu hodisaga olib keldiki, u maydoni 2000 km^2 bo'lgan o'rmonga qulab tushdi va uni butunlay yoqib yubordi. Baholashlarga ko'ra bunda 25–250 Mt trotil portlashiga ekvivalent energiya ajralib chiqqan.

Ma'lumki, zarbli to'liqlar paydo bo'lishi uni hosil qiladigan nochiqizli differensial tenglamalar yechimlarining xossalari bog'liq. Ma'ruzada nochiqizli tenglamalarning ushbu xossalari tahlil qilinadi.

ADABIYOTLAR.

1. Н.М.Рыскин, Д.И.Трубецков. Нелинейные волны, 2010. 296 с.
2. Гласс И. И. Ударные волны человек. М. Мир, 1977. 194 с.
3. Эйби Дж. А. Землетрясения. М.: Недра, 1982.
4. Ферхутен Дж., Тернер Ф., Вейс Л., Вархафтинг К., Файф У. Земля. Введение в общую геологию. Т. 1,2. М.: Мир, 1974.

3-ШЎЎБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР INTEGRO DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN KOSHI MASALASI

Oqboyev A.B.^{1,2}, Abdusattarov O. A.²
¹V.I.Romanovskiy nomidagi matematika instituti,
²Namangan davlat universiteti
akmaljon12012@gmail.com

Ushbu integro differensial

$$\int_0^x \psi''(t)(x-t)^{1+\beta} t^{1+\beta} dt + (1+2\beta)(2+2\beta) \int_0^x (x-t)^{\beta} \psi(t) t^{\beta} dt = f(x), \quad x \in (0,1) \quad (1)$$

tenglamani qaraylik, bu yerda β haqiqiy son bo'lib $\beta \in (-1/2, 0)$, $f(x)$ berilgan funksiya.

Koshi masalasi. (1) tenglamani va quyidagi:

$$\psi(x) \in C[0, 1] \cap C^2(0, 1); \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} x^{1+2\beta} \psi(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +0} x^{1+2\beta} \psi'(x) = a \quad (3)$$

shartlarni qanoatlantiruvchi $\psi(x)$ funksiya topilsin.

Teorema. Agar $f(x) \in C^2[0,1]$ bo'lsa, u holda $\{(1)-(3)\}$ masala yagona

$$\psi(x) = x^{-1-2\beta} \int_0^x (x-t) F(t) dt + ax^{-2\beta} \quad (4)$$

yechimga ega bo'ladi, bu yerda $F(x) = \frac{x^{\beta}}{\gamma} \frac{d^2}{dx^2} \int_0^x \frac{f(z)}{(x-z)^{\beta+1}} dz$, $\gamma = (1+\beta)\Gamma(1-\beta)\Gamma(\beta+2)$.

Isbot. (1) tenglamaning har ikkala tomoniga $D_{0x}^{2+\beta}$ operatorni ta'sir ettirib

$$\psi'''(x)x^{1+\beta} + 2(1+2\beta)(\psi(x)x^{\beta})' = \gamma^{-1} \frac{d^2}{dx^2} \int_0^x f(z)(x-z)^{-\beta-1} dz, \quad x \in (0,1)$$

tenglamaga ega bo'lamiz, bu yerda D_{0x}^{α} operator quyidagi ko'rinishda aniqlanadi [1]:

$$D_{0x}^{\alpha} \varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(-\alpha)} \int_0^x \frac{\varphi(t) dt}{(x-t)^{\alpha+1}}, & \alpha < 0, \\ \varphi(x), & \alpha = 0, \\ \frac{d^n}{dx^n} D_{0x}^{\alpha-n} \varphi(x), & \alpha > 0. \end{cases}$$

Hosil bo'lgan tenglamaning har ikkala tomoniga x^{β} ni ko'paytirib, quyidagi

$$(\psi(x)x^{1+2\beta})'' = \frac{x^{\beta}}{\gamma} \frac{d^2}{dx^2} \int_0^x f(z)(x-z)^{-\beta-1} dz, \quad x \in (0,1) \quad (5)$$

ikkinchi tartibli chiziqli oddiy differensial tenglamaga ega bo'lamiz. $f(x) \in C^2[0,1]$ bo'lganligi uchun (5)

tenglamaning o'ng tomoni uzliksiz, ya'ni $F(x) \in C[0,1]$. (5) tenglamaning umumiy yechimi

$$\psi(x) = x^{-1-2\beta} \int_0^x (x-t) F(t) dt + C_1 x^{-2\beta} + C_2 x^{-1-2\beta} \quad (6)$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda C_1, C_2 ixtiyoriy o'zgarmas sonlar. (6) funksiyaning (3) boshlang'ich shartlarga bo'ysindirib, qo'yilgan masalaning yechimini (4) ko'rinishda topamiz. $F(x) \in C[0,1]$ ekanligidan (4) funksiya (2) shartni qanoatlantiradi. Masala yechimining yagonaligi masalani yechish usulidan bevosita kelib chiqadi. Teorema isbotlandi.

ADABIYOTLAR

1. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. -М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 272 с.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР BUZILADIGAN IKKINCHI TUR GIPERBOLIK TIPDAGI XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN BIR BOSHLANG'ICH MASALA HAQIDA

Oqboyev A.B.^{1,2}, Rashidxon uulu A.²

¹V.I.Romanovskiy nomidagi matematika instituti,

²Namangan davlat universiteti

akmaljon12012@gmail.com

Buziladigan ikkinchi tur ushbu

$$u_{xx} + yu_{yy} - (1/2)u_y = 0, \quad y < 0 \quad (1)$$

tenglamani $OB: x - 2\sqrt{-y} = 0$, $AB: x + 2\sqrt{-y} = 1$ va $OA: y = 0$ xarakteristikalar bilan chegaralangan D sohada qaraylik.

Ta'kidlash joizki, Krikunov Yu.M. [1], hamda Xayrullin R.S. [2,3] tomonidan giperbolik qismi (1) tenglamadan iborat bo'lgan aralash elliptiko-giperbolik tenglama uchun turli chegaraviy masalalar o'rganilgan. Giperbolik qismi (1) tenglamadan iborat bo'lgan aralash parabolo-giperbolik tenglama uchun Triкоми masalasi [4] ishda o'rganilgan.

Masala (Koshi tipidagi masala). D sohada (1) tenglamani va ushbu

$$u(x, 0) = t(x), \quad x \in [0, 1], \quad \lim_{y \rightarrow 0^-} \sqrt{-y} (\nabla^2 / \nabla y^2) u = n(x), \quad x \in (0, 1) \quad (2)$$

boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D)$ funksiya topilsin, bu yerda $t(x)$ va $n(x)$ - berilgan funksiyalar.

Teorema. Agar $t(x) \in C^3[0, 1]$ va $n(x) \in C^2[0, 1]$ bo'lsa $\{(1), (2)\}$ masala yagona yechimga ega bo'ladi.

ADABIYOTLAR

1. Крикунов Ю.М. Видоизмененная задача Трикоми для уравнения $u_{xx} + yu_{yy} + (-n + 1/2)u_y = 0$ // Известия вузов. Математика. 1979. №9(208). –С. 21–28.
2. Хайруллин Р.С. Задача Коши для уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу. –Казань: Издательство Казанского университета, 2014. -276 с.
3. Хайруллин Р.С. Задача Трикоми для уравнения второго рода с сильным вырождением. – Казань: Издательство Казанского университета, 2015. -236 с.
4. Oqboyev A.B., Mutalliyev N.N. Parabolo-giperbolik tenglama uchun Triкоми masalasi. Farg'ona. Farg'ona davlat universiteti. "Ilmiy xabarlar-Hauchный вестник" jurnali. 2020. №5. 6-9 b.

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫМИ АРГУМЕНТАМИ.

T.A. Radjabov

Самарканд Государственный Университет
radjabovtirkash@yandex.com

Аннотация: В данной работе рассматривается дифференциальное уравнение с кусочно-постоянным аргументом. Мы изучаем существование и единственность решений этого уравнения. Установлены условия существования бесконечного числа решений или пустоты для дифференциального уравнения с кусочно-постоянными аргументами и получена явная формула для этих решений.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, кусочно-постоянные аргументы, периодическое решение, краевая задача

Эта работа содержит формулировки и доказательства наших основных результатов о периодичности, устойчивости колебаний. Мы даем метод нахождения N-периодических решений дифференциального уравнения с кусочно-постоянным аргументом

$$T'(t) + a^2 T(t) + bT([t]) + cT([t+1]) = 0, \quad t > 0. \quad (1)$$

3-ШҰҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

с участием

$$T(0) = v_1. \quad (2)$$

Определим определение решения для (1)-(2)

Определение-1. Функция называется решением уравнения (1), если выполняются следующие условия:

- (i) $T(t)$ непрерывен на R_+ ;
- (ii) $T'(t)$ существует и непрерывна в R_+ , за возможным исключением в точках $[t] \in R_+$, где существуют односторонние производные;
- (iii) $T(t)$ удовлетворяет уравнению (1) в R_+ , за возможным исключением в точках $[t] \in R_+$.

Позволять

$$E(t) = e^{-a^2 t} - \frac{b}{a^2} (1 - e^{-a^2 t}),$$

$$D(t) = \frac{c}{a^2} (1 - e^{-a^2 t}).$$

Теорема-1. Пусть a, b, c действительные числа. Если $D(1) \neq -1$, то уравнение (1) имеет единственное решение и представляет его на $[n, n+1], n = 0, 1, 2, \dots, K$ так как

$$T(t) = (E(t-n) - D(t-n)) \frac{E(1)}{1+D(1)} \frac{E^n(1)}{(1+D(1))^n} v_1, t \in [n, n+1).$$

Теорема-2. (i) Если $D(1) = -1$ и $E(1) = 0$. Тогда задача с начальным значением (1)-(2) имеет бесконечно много решений. В частном случае эта задача имеет единственное однопериодическое и бесконечно много N -периодических решений, при $N = 2, 3, \dots, K$.

(ii) Пусть $D(1) = -1$ и $E(1) \neq 0$. Если $v_1 \neq 0$, то начальная задача (1)-(2) не имеет решений. Если $v_1 = 0$, то начальная задача (1)-(2) имеет только тривиальное решение.

Пример. Пусть $a \in R$, $c = \frac{a^2}{e^{-a^2} - 1}$, $b = -\frac{a^2 e^{-a^2}}{e^{-a^2} - 1}$, $v_1 = 1$. Для этого случая $D(1) = -1$,

$E(1) = 0$. Функции

$$F_2(t) = \begin{cases} \left(\frac{1}{1-e^{a^2}} + \frac{e^{a^2}}{e^{a^2}-1} e^{-a^2 t} \right) v_1 - \frac{1-e^{-a^2 t}}{e^{-a^2}-1} T_{11}(1), & t \in [0, 1), \\ \left(\frac{1}{1-e^{a^2}} + \frac{e^{a^2}}{e^{a^2}-1} e^{-a^2(t-1)} \right) T_{11}(1) - \frac{1-e^{-a^2(t-1)}}{e^{-a^2}-1} v_1, & t \in [1, 2). \end{cases}$$

являются 2-периодическими решениями задачи (1)-(2) соответственно, где $T_1(1)$ -любые числа. Для этого случая, выбирая эти константы, мы даем одна решений и их график.

Функция $F_2(t)$ при $T_{11}(1) = 3$ и $a = 1$ имеет вид

$$F_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{1-e} + \frac{e^{1-t}}{e-1} - \frac{3(1-e^{-t})}{e^{-1}-1}, & t \in [0, 1), \\ \frac{1-e^{1-t}}{1-e^{-1}} + 3\left(\frac{1}{1-e} + \frac{e^{2-t}}{e-1}\right), & t \in [1, 2]. \end{cases}$$

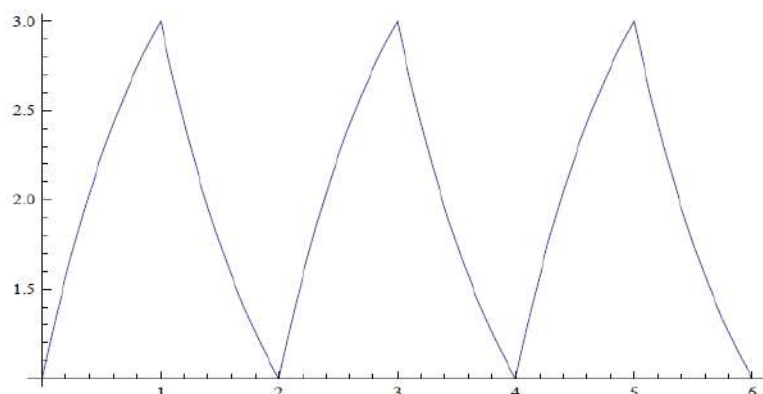


Рис-1: График $F_2(t)$ для случая.

3-ШҶҶБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- [1] Mukhiddin I. Muminov and Tirkash Radjabov, *Forced diffusion equation with piecewise continuous time delay*, Advances in Mathematics: Scientific Journal 10 (2021), no.4, 2269-2283
- [2] Mukhiddin I. Muminov, *On the method of finding periodic solutions of second-order neutral differential equations with piecewise constant arguments*. Advances in Difference Equations(2017), 2017:336, DOI 10.1186/s13662-017-1396-7.
- [3] Mukhiddin I. Muminov and Ali H. M. Murid, *Existence conditions for periodic solutions of second-order neutral delay differential equations with piecewise constant arguments*. Open Mathematics, Volume 18, Issue 1, Pages 93-105, DOI: <https://doi.org/10.1515/math-2020-0010>.
- [4] Wang Q, Wen J (2014) *Analytical and numerical stability of partial differential equations with piecewise constant arguments*. Numer. Methods Partial Differ. Equ. 30(1): 1-16

ЎЗАРО ТАЪСИРЛИ ПОТТС МОДЕЛИ УЧУН ДАВРИ 2 ГА ТЕНГ ЛИМИТ ГИББС ЎЛЧОВЛАРИ

Рахматуллаев А.М ММФИ Тошкент филиали,
Махмудов Ж.Г НамДУ математика факультети Магистр

Иккинчи тартибли ярим чексиз T^2 Кели дарахти берилган. Спин қийматлари $\Phi = 1, 2, 3$ қабул қилувчи, ҳамда J_1 – яқин қўшни ва J_p – бўйлама иккинчи қўшнилари ўзаро таъсирли формал гамильтониан қуйидаги кўринишда:

$$H(\sigma) = -J_1 \sum_{\langle x, y \rangle \in L} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} - J_p \sum_{>\tilde{x}, y <} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)}, \quad (1)$$

$J_1, J_p \in \mathbb{R}$ лар мос $\langle x, y \rangle$ яқин қўшнилар ва $>\tilde{x}, y <$ бўйлама иккинчи қўшнилар ўзаро таъсирлари.

$a = \exp(J_1\beta)$, $b = \exp(J_p\beta)$ бўлсин.

Қуйидаги $F: u = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5) \in \mathbb{R}_+^5 \rightarrow F(u) = (u_1', u_2', u_3', u_4', u_5') \in \mathbb{R}_+^5$ акслантиришни қараймиз:

$$\begin{aligned} u_1' &= a(bu_1 + 2u_2)^2 \\ u_2' &= (bu_3 + u_4 + u_5)^2 \\ u_3' &= (u_1 + (b+1)u_2)^2 \\ u_4' &= a(u_3 + bu_4 + u_5)^2 \\ u_5' &= (u_3 + u_4 + bu_5)^2, \end{aligned} \quad (2)$$

Парамагнетик фазаларда, $u_1 = u_4$ ва $u_2 = u_3 = u_5$ бўлади.

$$M = \{u = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5) \in \mathbb{R}_+^5 : u_1 = u_4, u_2 = u_3 = u_5\}$$

тўплам F акслантиришга нисбатан инвариант бўлади.

Биз F акслантиришнинг M даги қўзғалмас нуқталарини топиш масаласини қуйидаги тенгламани ечишга олиб келинган ва аввалги ишларда ўрганилган:

$$x = f(x) = \frac{1}{2a} \left(\frac{(b+1)x + 2}{b+x} \right)^2.$$

Бу ерда шу Поттс модели учун трансляцион инвариант бўлмаган даврий Гиббс ўлчовлари ўрганилган, яъни

$$\frac{f(f(x)) - x}{f(x) - x} = 0$$

тенглама ўрганилган.

$$T_c = \frac{J_p}{\ln \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{8\sqrt{5} - 15} \right)} \text{ бўлсин.}$$

3-ШЎЪБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Қуйидаги асосий натижа олинган:

Теорема 8. Агар $T \geq T_c$ ёки $T \leq T_c$ ва $a \in (b^+, +\infty)$ бўлса, у ҳолда модель (1) (М тўпламда)

даври 2 га тенг лимит Гиббс ўлчовлари мавжуд эмас. Агар $T < T_c$ ва $a \in (0, b^+)$ (мос равишда

$a = b^+$) бўлса, у ҳолда аниқ иккита (мос равишда битта) даври 2 га тенг лимит Гиббс ўлчовлари мавжуд, яъни фаза ўтишлари содир бўлади. (a^+ ва b^+ ларнинг яққол кўриниши теорема исботида келтирилган).

Фойдаланилган адабиётлар

1. Ganikhodjaev N.N., Mukhamedov F.M., Pah C.H. Phase diagram of the three states Potts model with next nearest neighbour interactions on the Bethe lattice // Phys. Lett. A 373: 2008, pp.33-38.
2. A.Mariz, C.Tsallis, E.L.Albuquerque, Phase diagram of the Ising model on a Vayley tree presence of competing interactions and magnetic field. J.Stat.Phys. 40:577-592 (1985).
3. Ganikhodjaev N.N., Rahmatullaev A.M. On Paramagnetic Phases of the Potts Model on a Bethe Lattice in the Presence of Competing Interactions.// Journal of Physics: Conference Series, 435, 2013, p.135-140

ЧЕКЛИ РАДИУСЛИ ЎЗАРО ТАЪСИРЛАНУВЧИ ПОТЕНЦИАЛЛИ ИЗИНГ МОДЕЛИ ДАВРИЙ ГИББС ЎЛЧОВЛАРИ

Рахматуллаев А.М., ММФИ Тошкент филиали,
Рашидов А.А., НамДУ математика факультети Магистр

Кели дарахтида J_1 – яқин қўшнилар, J_2 – бўйлама иккинчи қўшнилар ва J_3 – бир этаждаги иккинчи қўшнилар рақобатлашувчи ўзаро таъсирли Изинг типидagi модел қараймиз. Бу ерда спин қийматлари $\Phi = \{-1, +1\}$ тўпламдан иборат. Моделнинг формал гамильтониани қуйидаги формула билан аниқланади:

$$H(\sigma) = -J_1 \sum_{\langle x,y \rangle \in L} \sigma(x)\sigma(y) - J_2 \sum_{\langle \tilde{x}, y \rangle \in L} \sigma(x)\sigma(y) - J_3 \sum_{\langle x, y \rangle \in L} \sigma(x)\sigma(y), \quad (1)$$

бу ерда $J_1, J_2, J_3 \in \mathbb{R}$ лар мос равишда яқин ва иккинчи қўшнилар ўзаро таъсирлари. $\langle x, y \rangle, \langle \tilde{x}, y \rangle$ ва $\langle x, y \rangle$ эса мос равишда яқин, бўйлама иккинчи ва бир этаждаги иккинчи қўшниларнинг белгиланишидир.

Бу ерда (1) моделни 2-тартибли ярим чексиз Кели дарахтида, битта X_0 учидан иккита, қолган учларидан учтадан кирра чикувчи, циклсиз чексиз графда қараймиз.

Қуйидаги белгилаш киритамиз: $a = \exp(2J_1\beta)$, $b = \exp(2J_2\beta)$, $c = \exp(-2J_3\beta)$.

Қаралаётган модел учун даврий Гиббс ўлчовлари ўрганилан.

Теорема 5. 1) Агар $b \geq 1$ бўлса, у ҳолда модель (1) учун даври 2 га тенг даврий Гиббс ўлчовлари мавжуд эмас;

2) агар $b < 1$, $c \in (0, C)$ ва $D > 0$ (мос равишда $D = 0$) бўлса, у ҳолда аниқ иккита (мос равишда ягона) даври 2 га тенг даврий Гиббс ўлчовлари мавжуд.

Бу ерда

$$\begin{aligned} B &= 2a^2b^3c + 4b^2c^2a + b^4a - a + 2b^3c, \\ D &= B^2 - 4b^2(a^2 + 2abc + b^2)(a^2b^4 + 2ab^3c + b^2) \\ C &= \frac{-b^3(a^2 + 1) + \sqrt{b^6(a^2 + 1) + 4a^2b^2c^2(1 - b^4)}}{8b^2c^2a} \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ganikhodjaev N.N., Mukhamedov F.M., Pah C.H. Phase diagram of the three states Potts model with next nearest neighbour interactions on the Bethe lattice // Phys. Lett. A 373: 2008, pp.33-38.
- [2] A.Mariz, C.Tsallis, E.L.Albuquerque, Phase diagram of the Ising model on a Vayley tree presence of competing interactions and magnetic field. J.Stat.Phys. 40:577-592 (1985).
- [3] Rahmatullaev A.M. On paramagnetic phases of the Vannimenus model. // УзМЖ, 2012. №1. с.141-149.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР PARALLELOPIPED USTIDA QUVISH VA QOCHISH MASALASI

Rahmonova Husniobodxon *Farg'ona davlat universiteti*
Tursunova Dildoraxon *Andijon davlat universiteti*

Aytaylik, $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ paralleloiped qirralari bo'ylab, $P = \{P_1; P_2\}$ quvlovchilar guruhi bitta Q qochuvchini quvlayotgan bo'lsin. Aniqlik uchun AB qirra va unga teng qirralarning uzunliklarini a bilan, AD qirra va unga teng qirralarning uzunliklarini b bilan va AA_1 qirra va unga teng qirralarning uzunliklarini c bilan belgilaylik hamda $a \geq b \geq c$ deb hisoblaylik (1-rasm). P_1 quvlovchining maksimal tezligini ρ_1 , P_2 quvlovchining maksimal tezligini esa ρ_2 va qochuvchining maksimal tezligini σ orqali belgilaylik. Biz shartli ravishda ikkinchi quvlovchini passiv quvlovchi yoki, yordamchi quvlovchi deb ataymiz va shunga muvofiq $\rho_2 > 0$ bo'lishini yetarli deb hisoblaymiz. Agar P_i va Q nuqtalarni t vaqtga bog'liq ravishda xarakatlanuvchi mos ravishda x_i va y nuqtalar desak, hamda $P = \{P_1; P_2\}$ guruh o'yinchilarining tezlik parametrlarini u_i , qochuvchining tezlik parametrini v bilan belgilasak, bundan tashqari o'yinchilarni tekis xarakatlanadi deb faraz qilsak u holda o'yinchilarning xarakat qonunlari quyidagi sistema bilan ifodalanadi:

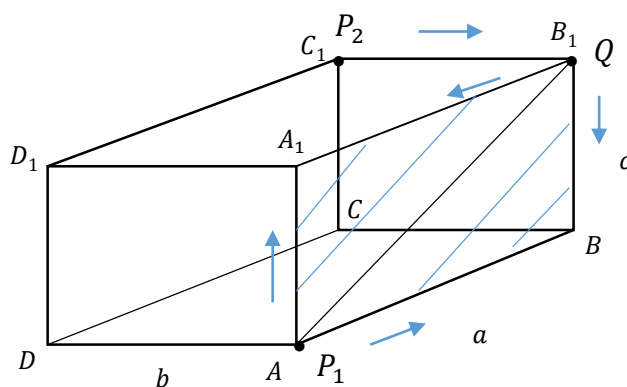
$$P_i: x'_i = u_i; \quad Q: y' = v; \quad |u| \leq \rho_i; \quad |v| \leq \sigma.$$

Bulardan tashqari yana boshlang'ich shartlar ham mavjud bo'ladi.

Agar biror chekli $T > 0$ vaqtda biror $i = 1; 2$ uchun $x_i(T) = y(T)$ tenglik bajarilsa, $P = \{P_1; P_2\}$ quvlovchilar guruhi o'yinda yutdi deyiladi, aksincha ixtiyoriy $t > 0$ va ixtiyoriy $i = 1; 2$ uchun $x_i(t) \neq y(t)$ bo'lsa, u holda o'yinda qochuvchi yutdi deyiladi. Maqsadimiz P_1 quvlovchining maksimal tezligi ρ_1 (biz uni aktiv quvlovchi deb ataymiz) va qochuvchining maksimal tezligi σ lar qanday shartlarni qanoatlantirganda o'yinni quvlovchilar guruhi yutishini, aksincha bo'lganida esa o'yinni qochuvchi yutishini aniqlashdan iborat.

Albatta, agar biror i uchun $\rho_i > \sigma$ bo'lsa, xattoki birgina quvlovchi bilan ham o'yinda quvish masalasi oson hal bo'ladi. Shuning uchun biz quvish masalasini qaraganimizda mumkin qadar quvlovchilar guruhining ustunliklarini minimallashtirishga intilamiz. Shundoq ham quvlovchilar guruhining fazoviy yopiq siniq chiziq bo'ylab quvlayotganing o'zi- ustunlik (A.Azamov).

$a \geq b \geq c$ shartlarni e'tiborga olib, $\rho^* = \max \left\{ \frac{c}{a}; \frac{c}{b}; \frac{b}{a} \right\} (\leq 1)$ belgilash kiritamiz.



1-rasm

Teorema. Agar $\rho_1 \geq \rho^* \sigma$, $\rho_2 > 0$ tengsizliklar o'rinli bo'lsa, u holda o'yinda quvlovchilar guruhi yutadi, bunda o'yinning tugash vaqti uchun quyidagi baho o'rinli bo'ladi:

$$T \leq a \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{5}{\rho_2} \right).$$

Aksincha $\rho_1 < \rho^* \sigma$, $\rho_2 > 0$ tengsizliklar o'rinli bo'lsa, u holda o'yinda qochuvchi yutadi.

ADABIYOTLAR:

1. A.Azamov. Tetraedr ustida quvish masalasi. Fizika, matematika va informatika ilmiy-uslubiy jurnali, 2010 yil 4-son, 17-18 betlar.
2. A.Azamov, A.Xolboyev. Kub ustida quvish masalasi. Fizika, matematika va informatika ilmiy-uslubiy jurnali, 2010 yil 5-son, 26-29 betlar.
3. A.Azamov, A.Xolboyev. Oktaedr ustida quvish-qochish masalasi. Fizika, matematika va informatika ilmiy-uslubiy jurnali, 2010 yil 6-son, 22-25 betlar.
4. A.Azamov, A.Xolboyev. Ikosaedr ustida quvish-qochish masalasi. Fizika, matematika va informatika ilmiy-uslubiy jurnali, 2011 yil 3-son, 33-35 betlar.

3-ШҶЪБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

5. A.Azamov, T.Ibaydullaev. A Pursuit-Evasion Differential Game with Slow Pursuers on the Edge Graph of Simplex. I, Automation and Remote Control, 2021, Vol.82, No. 11, pp. 1996-2005, DOI: 10.1134/S000511792111014X

6. G.Ibragimov, A.Holboyev, T.Ibaydullaev, BA.Pansera. Pursuit Differential Game with Slow Pursuers on the 1-Skeleton Graph of the Icosahedron. Mathematics (MDPI), 2022, Vol.10(9). Issue 1435 pp.1-12. <http://doi.org/10.3390/math10091435>

DIFFERENSIAL TENGLAMAGA OLIB KELUVCHI TATBIQIY MASALALAR-MATEMATIKANI O'QITISHNI TATBIQIY YO'NALISHINI KUCHAYTIRISH VOSITASI SIFATIDA

Rustamova Ziyodaxon ADU, katta o'qituvchi

Jamoldinova Adibaxon FarDU, magistr

Ro'ziboyeva Kamolaxon ADU, talaba

Ma'lumki, so'nggi yillarda Respublikamiz ta'lim muassasalarida o'qitiladigan fanlarni, jumladan, matematika fanini o'qitishni yanada takomillashtirish masalasi kun tartibidagi dolzarb masalalardan biriga aylandi. Bunga yaqqol misol sifatida Respublikamiz Prezidentining 2019 yil 9 iyuldagi "Matematika ta'limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo'llab-quvvatlash, shuningdek, O'zbekiston Respublikasi fanlar akademiyasining V.I.Romonovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish to'g'risida"gi PQ-4387 sonli qarorini keltirish mumkin. Ushbu qarorda qo'yilgan masalalarni amalga oshirishda, ya'ni barcha ta'lim muassasalarida matematikani o'qitishni takomillashtirishda tatbiqiy masalalar muhim ahamiyat kasb etadi.

Pedagogik adabiyotlarda tatbiqiy masala tushunchasi turlicha talqin qilinadi. Masalan, G.G.Maslova, N.L.Tixonov, S.S.Vardanyan, G.M.Voznyak, Nguen Van Chang va boshqalar tatbiqiy masalani tabiiy tildan matematik tilga o'giriladigan masala deb tushunadilar. N.R.G'aybullayev, Ya.A.Korol, G.M.Morozov va boshqalar, tatbiqiy masalani amaliyotda paydo bo'ladigan masalalar deb tushunadilar. N.A.Tereshin esa tatbiqiy masalani matematikadan boshqa fanlar tomonidan qo'yilgan va matematik usullar bilan yechiladigan masala deb talqin qiladi. Tatbiqiy masalalarni yechish usullari bilan Yu.M.Kolyagin, L.M.Fridman, V.V.Firsev va boshqalar shug'ullanganlar.

Tatbiqiy masalalarga matematikaning deyarli barcha mavzularini o'rganish jarayonida duch kelamiz. Ayniqsa, hosila, integral, karrali integral, sirt integrallari, egri chiziqli integrallar va differensial tenglamalar mavzularini bayon qilishda tatbiqiy masalalarni ko'rish imkoniyatlari katta. Shuning uchun ham ushbu maqolada biz differensial tenglamalar mavzusini o'rganish jaroyinda tatbiqiy masalalardan qanday foydalanish mumkinligi haqidagi fikrlarimizni bayon qilamiz.

Tatbiqiy masalalarni shartli ravishda ikki turga ajratamiz:

1. Yangi tushunchani kiritishga olib keluvchi masalalar.

2. Kiritilgan yangi tushuncha yordamida yechiladigan masalalar.

Quyida biz differensial tenglamaga olib keluvchi masalalardan namuna keltiramiz:

1. Aholi soni haqidagi demografik masala. Ma'lum bir vaqt birligida mamalakatda tug'ilgan bolalar va vafot etgan odamlar soni shu mamlakat aholisining soniga proporsional (mos ravishda qandaydir k_1 va k_2 proporsionallik koeffisientlari bilan) ekanligi statistik ma'lumotlar asosida aniqlangan. Shu mamlakat aholisining sonini t vaqt bo'yicha o'zgarishini ifodalovchi $y = y(t)$ funksiya topilsin.

Yechish. Masalaning shartidan bu mamalakat aholisining Δt vaqt oralig'idagi o'zgarishi Δy shu vaqt oralig'ida tug'ilgan va vafot etgan odamlar sonlarining ayirmasiga tengdir. Masala shartiga asosan, Δt vaqt oralig'ida tug'ilgan bolalar soni $k_1 y \Delta t$, vafot etgan odamlar soni $k_2 y \Delta t$ bo'ladi. Bularni e'tiborga olsak quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\Delta y = k_1 y \Delta t - k_2 y \Delta t = (k_1 - k_2) y \Delta t, \quad \frac{\Delta y}{\Delta t} = ky, \quad \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} ky, \quad y' = ky.$$

Shunday qilib, aholi soni 1-tartibli $y' = ky$ differensial tenglama bilan ifodalanuvchi qonuniyat asosida o'zgaradi. Bu o'zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglamalar. Uni integrallab $y = y(t)$ ni topamiz.

$$y' = ky, \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = ky, \quad \frac{dy}{y} = k dt, \quad \int \frac{dy}{y} = \int k dt, \quad \ln y = kt + C, \quad y = e^{kt+C} = e^{kt} \cdot e^C = C_0 e^{kt}.$$

Bu yerda C_0 o'zgarmas son qiymati boshlang'ich shartdan topiladi. Agar t_0 vaqtda aholi soni y_0 bo'lsa, u holda $C_0 = y_0 e^{-kt_0}$ bo'ladi.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Shuni takidlash kerakki, differensial tenglamalarga olib keladigan masalalar ichida mexanikaga doir masalalar ko'proqdir. Ta'sir etuvchi kuchlar ma'lum bo'lganda moddiy nuqtaning harakat qonunini aniqlash nuqta dinamikasining klassik masalasi hisoblanadi. Bu holda Nyutonning ikkinchi qonuni differensial tenglamaga olib keladi. Ta'sir etuvchi kuchlarga qarab har xil tipdagi tenglamalar hosil bo'ladi. Shu tipdagi masalalardan birini ko'rib chiqamiz.

2. Massasi m ga teng bo'lgan moddiy nuqta og'irlik kuchi ta'sirida erkin tushmoqda. Havoning qarshiligini hisobga olmagan holda nuqtaning harakat qonunini toping.

Yechish. Sanoq boshi 0 va pastga vertikal yo'nalgan o'qni olamiz. Moddiy nuqtaning vaziyati t vaqtga bog'liq ravishda o'zgaradigan $OM = S$ koordinata bilan aniqlanadi (1-rasm). Nyutonning ikkinchi qonunini quyidagicha yozamiz:

$$F = ma$$

Bu yerda m –massa, a –nuqtaning tezlanishi, F –ta'sir etuvchi kuch. Masalaning shartiga asosan nuqtaga faqat og'irlik kuchi ta'sir etadi, demak, $F = P = mg$, bu yerda g –og'irlik kuchi tezlanishi. a tezlanish S yo'ldan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng, shuning uchun

$$m \cdot \frac{d^2S}{dt^2} = mg \text{ yoki } \frac{d^2S}{dt^2} = g$$

Bu tenglik noma'lum $S = S(t)$ funksiyaning ikkinchi tartibli hosilasi qatnashgan differensial tenglamadir. Izlanayotgan funksiyani topish uchun oxirgi tenglikni t bo'yicha ikki marta integrallaymiz:

$$\frac{dS}{dt} = gt + C, \quad S = \frac{gt^2}{2} + C_1t + C_2.$$

Bu izlanayotgan harakat qonunidir. Bunda ikkita o'zgarmas son (C_1 va C_2) qatnashmoqda. Bu o'zgarmaslarni topamiz. Boshlang'ich momentda, ya'ni $t = 0$ bo'lganda nuqtaning tezligini v_0 , uning 0 sanoq boshidan masofasini S_0 deylik. $\frac{dS}{dt}$ tezlikni ifodalagani uchun $\frac{dS}{dt} = gt + C$, dan $C_1 = v_0$ ni $S = \frac{gt^2}{2} + C_1t + C_2$ dan esa $C_2 = S_0$ ni topamiz. Natijada harakat qonuni quyidagicha bo'ladi:

$$S = \frac{gt^2}{2} + v_0t + S_0$$

Bu yerda biz differensial tenglamaga olib keluvchi ikkita masala bilan tanishdik. Bunday masalalar sinfi ancha keng. Matematika, fizika, mexanika, biologiya, kimyo, iqtisodiyot va boshqa fanlarning bir qator masalalari o'rganilayotgan ob'ektning asosiy xususiyatlarini ifodalovchi qonunlar qaralayotgan funksiyani uning hosilalari bilan bog'lanishini ko'rsatuvchi tenglamalar orqali ifodalanadi. Shuning uchun ham bunday tenglamalarni o'rganish, ayniqsa turli mazmundagi tatbiqiy masalalar yordamida o'rganish matematika kursini tatbiqiy yo'nalishini kuchaytiradi va pirovard natijada ta'limni samarali bo'lishini taminlaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining "Matematika ta'limi va fanlarini yana rivojlantirish davlat tomonidan qo'llab-quvvatlash, shuningdek O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining V.I.Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi farmoni. 2019-yil 9-iyul.
2. N.P.Rasulov, I.I.Safarov, R.T.Muxitdinov. Oliy matematika. T., 2012y.-512b
3. R.S.Guter, A.R.Yanpolskiy. Differensial tenglamalar. T., 1997y.-323b

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С СИНГУЛЯРНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ И СО СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ

М.Х.Рузиев, Ф.Э.Жураев

Институт Математики имени В.И.Романовского АН РУз

Ферганский государственный университет

e-mail: mruziev@mail.ru, jurayevfaxriddin87@gmail.com.

Рассмотрим уравнение

$$y^m u_{xx} + u_{yy} - \frac{m}{2y} u_y - \lambda^2 y^m u = 0 \quad (1)$$

3-ШЎЪБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

где $m > 0$, $\lambda \in R$, в вертикальной полуполосе $D = \{(x, y) : 0 < x < 1, y > 0\}$. Пусть $O(0, 0)$, $B(1, 0)$, $I_0 = \{(x, y) : x = 0, y > 0\}$, $I_1 = \{(x, y) : x = 1, y > 0\}$.

Задача D. Найти в области D функцию $u(x, y)$ со свойствами:

1) $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D)$ и удовлетворяет уравнению (1) в области D , где $\bar{D} = D \cup \bar{I}_0 \cup \overline{OB} \cup \bar{I}_1$;

2) $\lim_{y \rightarrow +\infty} u(x, y) = 0$ равномерно по $x \in [0, 1]$;

3) удовлетворяет краевым условиям

$u(0, y) = \varphi_1(y)$, $0 \leq y < \infty$, $u(1, y) = \varphi_2(y)$, $0 \leq y < \infty$,

$u(x, 0) = \tau(x)$, $0 \leq x \leq 1$,

где $\varphi_1(y)$, $\varphi_2(y)$ и $\tau(x)$ - заданные функции, причем $\varphi_1(0) = \varphi_2(0) = \tau(0) = \tau(1) = 0$.

Доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. Решение задачи D единственно.

Теорема 2. Пусть выполнены условия: $\varphi_i(y) \in C[0, \infty)$, $y^{\frac{m}{2}} \varphi_i(y) \in L(0, \infty)$, $|\varphi_i(y)| < \frac{M}{y^\gamma}$,

$M = \text{const}$, $\gamma > 0$, при $y \rightarrow \infty$, $i = 1, 2$, $\tau(x) \in C^2[0, 1]$, $\tau''(0) = 0$, $\tau''(1) = 0$, $\tau'''(x) \in L_2(0, 1)$.

Тогда решение задачи D существует.

Следует отметить, что задача Дирихле для уравнения $u_{xx} + u_{yy} + \frac{k}{y} u_y = 0$ исследована в

работе [1]. Нелокальная краевая задача для уравнения $y^m u_{xx} + u_{yy} - b^2 y^m u = 0$ изучена в [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Шимкович Е.В. О весовых краевых задачах для вырождающегося уравнения эллиптического типа в полуполосе. Литовский математический сборник. 1990, № 30(1), с. 185-195.
2. Сабитов К.Б., Сидоренко О.Г. Об однозначной разрешимости нелокальной задачи для вырождающегося эллиптического уравнения спектральным методом. Труды межд. науч. конф. Уфа, Гилем 2003, т.1, с. 213-219.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ХОЛЬМГРЕНА С СИНГУЛЯРНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

М.Х.Рузиев, Д.Т.Маматмуминов

Институт Математики имени В.И.Романовского АН РУз

Термезский государственный университет

e-mail : mruziev@mail.ru, dilshod310797mdt@gmail.com.

Рассмотрим уравнение

$$y^m u_{xx} + u_{yy} + \frac{\beta_0}{y} u_y = 0 \quad (1)$$

в полуплоскости $D : y > 0$. В (1) m, β_0 — некоторые действительные числа удовлетворяющие

условиям $m > 0$, $-\frac{m}{2} < \beta_0 < 1$.

Задача А. Требуется найти в области D функцию $u(x, y)$, удовлетворяющую следующим условиям:

1) $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D)$, причем $u(\infty) = 0$;

3-ШҶҶБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

2) функция $u(x, y)$ является решением уравнения в D и удовлетворяет краевым условиям

$$\lim_{y \rightarrow +0} y^{\beta_0} u_y(x, y) = \varphi_i(x), \quad \forall x \in I_i, \quad i = 1, 2,$$

$$a_0(x) \lim_{y \rightarrow +0} y^{\beta_0} u_y(x, y) + \sum_{j=1}^n a_j(x) D_{0,x}^{\alpha_j} [\omega_j(x) u(x, 0)] + a_{n+1}(x) u(x, 0) = \psi(x), \quad \forall x \in I,$$

где

$$I = \{(x, y) : 0 < x < 1, y = 0\} \quad I_1 = \{(x, y) : -\infty < x < 0, y = 0\} \quad I_2 = \{(x, y) : 1 < x < \infty, y = 0\},$$

$$a_0(x), a_j(x), \omega_j(x), (j = 1, \dots, n), \quad a_{n+1}(x) \in C^1(\bar{I}) \cap C^3(I), \quad \psi(x) \in C^1(I) \cap C^2(I),$$

$$\sum_{j=1}^n a_j^2(x) \neq 0, \quad \forall x \in \bar{I}.$$

Функции $\varphi_i(x) \in C(I_i), i = 1, 2$, могут обращаться в бесконечность порядка ниже

$$1 - 2\beta, \beta = \frac{m + 2\beta_0}{2(m + 2)} \text{ при } x = 0, \text{ а при } x = 1 \text{ ограничены и при достаточно больших } |x|$$

удовлетворяют неравенству $|\varphi_i(x)| \leq M |x|^{-1-\sigma}, \sigma, M = \text{const}, \sigma > 0$

Здесь $D_{0,x}^{\alpha_j}$ - операторы дробного дифференцирования порядка $\alpha_j, 0 < \alpha_j < 1$ [1].

Теорема. В области D не может существовать более одного решения задачи A , если $\forall x \in I$ выполнены условия

$$a_0(x) \neq 0, \frac{a_{n+1}(x)}{a_n(x)} \leq 0, \omega_j(x) \neq 0, j = 1, \dots, n, \frac{d}{dx} \left[\frac{a_j(x)}{a_0(x)\omega_j(x)} \right] \geq 0, \frac{a_j(1)}{a_0(1)\omega_j(1)} \leq 0, j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n a_j(x) D_{0,x}^{\alpha_j} \omega_j(x) + a_{n+1}(x) \neq 0.$$

Отметим, что задача A для уравнения (1) при $\beta_0 = 0$ изучена в работе [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов М.М. Уравнения смешанного типа. Москва, Высшая школа 1985, 304с.
2. Усанеташвили М.А. Об одной краевой задаче для уравнения Хольмгрена в неограниченной области. Дифференциальные уравнения. 1984, Т.20, е 1, с.142-147.

УДК.517.956.6

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ СО СМЕЩЕНИЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЛЕРСТЕДА В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

М.Х.Рузиев, Д.М.Мирсабурова

Институт Математики имени В.И.Романовского АН РУз

Термезский государственный университет

e-mail : mruziev@mail.ru, dmirsaburova@mail.ru.

Рассмотрим уравнение

$$(\text{signy}) y^m u_{xx} + u_{yy} + \frac{\beta_0}{y} u_y = 0 \quad (1)$$

в области $D = D^+ \cup D^- \cup I$ плоскости комплексного переменного $z = x + iy$; где D^+ — полуплоскость $y > 0$, D^- — конечная область полуплоскости $y < 0$, ограниченная характеристиками ОС и ВС уравнения (1), выходящими из точек $O(0,0)$, $B(1,0)$, и отрезком OB прямой $y = 0$, I — интервал $0 < x < 1$ прямой $y = 0$.

3-ШЎЎБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Задача С. Найти функцию $u(x, y)$ со следующими свойствами:

- 1) $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D^+ \cup D^-)$, причем $U(\infty) = 0$;
- 2) $u(x, y)$ удовлетворяет уравнению (1) в $D^+ \cup D^-$ и краевым условиям

$$\lim_{y \rightarrow +0} y^{\beta_0} u_y(x, y) = \varphi_i(x), \quad \forall x \in I_i, \quad i = 1, 2,$$

$$a(x) D_{0,x}^{1-\beta} u[\theta_0(x)] + b(x) D_{x,1}^{1-\beta} u[\theta_1(x)] = \gamma(x), \quad \forall x \in I,$$

где

$$I_1 = \{(x, y) : -\infty < x < 0, y = 0\} \quad I_2 = \{(x, y) : 1 < x < \infty, y = 0\}, \quad \beta = \frac{m + 2\beta_0}{2(m+2)},$$

$\theta_0(x), \theta_1(x)$ - аффиксы точек пересечения характеристик уравнения (1), выходящих из точки $(x, 0) \in I$, с характеристиками ОС и ВС соответственно, $a(x), b(x), \gamma(x), \varphi_1(x), \varphi_2(x)$ -

заданные функции, причем $a(x), b(x), \gamma(x) \in C^1(\bar{I})$, $a^2(x) + b^2(x) \neq 0 \quad \forall x \in \bar{I}$,

$\varphi_i(x) \in C(I_i)$, $i = 1, 2$, могут обращаться в бесконечность порядка ниже $1 - 2\beta$ при $x = 0, x = 1$ соответственно, а при достаточно больших $|x|$ удовлетворяют неравенству

$$|\varphi_i(x)| \leq M |x|^{-1-\sigma}, \quad \sigma, M = \text{const}, \quad \sigma > 0,$$

$D_{0+,x}^l, D_{x,1}^l$ - операторы дробного интегрирования порядка $-l$ при $l \leq 0$ и дробного дифференцирования порядка l при $l \geq 0$ [1].

Теорема. Решение задачи С будет единственно при выполнении условий

$$(1-x)^\beta a(x) + x^\beta b(x) \neq 0, \quad \forall x \in I,$$

$$a(x) \neq 0, \quad \left[\left(\frac{x}{1-x} \right)^\beta \frac{b(x)}{a(x)} \right]' \geq 0, \quad \forall x \in I_i.$$

Заметим, что задача С для уравнения (1) при $\beta_0 = 0$ в области D исследована в работе [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Самко С.Г., Килбасс А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск. 1987. 687 с. 2. Денисова З.Г. Об одной краевой задаче со смещением для уравнения $(\text{sign} y) y^m u_{xx} + u_{yy} = 0$ в неограниченной области. Дифф.уравнения. 1978, т.14, 1, с. 170-173.

TO'RTINCHI TARTIBLI XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMA UCHUN BOSHLANG'ICH SHARTDA YUQORI TARTIBLI HOSILA QATNASHGAN MASALA UCHUN TO'G'RI TO'RTBURCHAK SOHADA BIR ARALASH MASALA

Saloxiddinova Umidaxon Mansurjon qizi

Farg'ona davlat universiteti magistranti

To'rtinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar uchun to'g'ri to'rtburchakli sohada ko'plab tatqiqotlar olib borilgan [1-3]. Lekin [1-3] ishlarda va boshqalarda boshlang'ich shartlarda yuqori tartibli hosilalardan foydalanilmagan. Ushbu ishda boshlang'ich shartda yuqori tartibli hosila berilgan masala yechimining yagonaligi o'rganilgan.

$$\Omega = \{(x, t) : 0 < x < p, 0 < t < T\} \text{ sohada}$$

$$Lu \equiv u_t + u_{xxxx} = 0 \quad (1)$$

tenglamani qaraylik.

3-ШЎҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

A-masala. (1) tenglamaning Ω sohada quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi $u(x, t) \in C_{x,t}^{3,0}(\overline{\Omega}) \cap C_{x,t}^{4,k}(\Omega)$ funksiya topilsin:

$$u_t^{(k)}(x, 0) = \varphi(x), \quad 0 \leq x \leq p, \quad (2)$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(p, t) = 0, \quad u_{xx}(0, t) = u_{xx}(p, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

bu yerda $k \in N$, $\varphi(x)$ - berilgan ma'lum uzluksiz funksiya.

Teorema. Agar A-masalaning *regulyar yechimi mavjud bo'lsa*, u yagonadir.

Isbot. Teskarisidan faraz qilaylik. A-masalaning ikkita $u_1(x, t)$ va $u_2(x, t)$ yechimlari mavjud bo'lsin. Bu yechimlarning ayirmalari bir jinsli (1) tenglamani va (2)-(3) larga mos bir jinsli boshlang'ich va chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi. Bu ayirmani $u(x, t)$ bilan belgilaymiz, ya'ni

$$u(x, t) = u_1(x, t) - u_2(x, t). \quad (4)$$

Ma'lumki,

$$X_n(x) = \sqrt{\frac{2}{p}} \sin \lambda_n x, \quad \lambda_n = \frac{n\pi}{p}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (5)$$

funksiya $L_2(0, p)$ da to'la ortonormallangan sistemani tashkil etadi.

Quyidagi

$$d_n(t) = \int_0^p u(x, t) X_n(x) dx, \quad n = 1, 2, \dots \quad (6)$$

funksiyani qaraymiz. (6) ni quyidagi ko'rinishda yozib olamiz:

$$d_{n,\varepsilon}(t) = \int_{\varepsilon}^{p-\varepsilon} u(x, t) X_n(x) dx, \quad 0 < \varepsilon < p, \quad (7)$$

bunda $(\varepsilon, p - \varepsilon) \neq \emptyset$.

(7) tenglikni, t bo'yicha bir marta differensiallab,

$$d'_{n,\varepsilon}(t) = \int_{\varepsilon}^{p-\varepsilon} u_t(x, t) X_n(x) dx$$

tenglikni hosil qilamiz. (1) tenglamani e'tiborga olib

$$d''_{n,\varepsilon}(t) = - \int_{\varepsilon}^{p-\varepsilon} u_{xxxx}(x, t) X_n(x) dx \quad (8)$$

(8) ni hosil qilamiz. (8) ni to'rt marta bo'laklab integrallab, so'ng $\varepsilon \rightarrow 0$ da limitga o'tamiz.

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} d'_{n,\varepsilon}(t) = & - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [X_n(p - \varepsilon) u_{xxx}(p - \varepsilon, t) - X_n(\varepsilon) u_{xxx}(\varepsilon, t)] + \\ & + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [X'_n(p - \varepsilon) u_{xx}(p - \varepsilon, t) - X'_n(\varepsilon) u_{xx}(\varepsilon, t)] - \\ & - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [X''_n(p - \varepsilon) u_x(p - \varepsilon, t) - X''_n(\varepsilon) u_x(\varepsilon, t)] + \\ & + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [X'''_n(p - \varepsilon) u(p - \varepsilon, t) - X'''_n(\varepsilon) u(\varepsilon, t)] - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lambda_n^4 \int_{\varepsilon}^{p-\varepsilon} X_n(x) u(x, t) dx, \end{aligned}$$

(3) ga mos bir jinsli shartlarni hamda $X_n(x)$ funksiyaning xossalriga asosan quyidagi natija kelib chiqadi:

$$d'_n(t) = -\lambda_n^4 \int_0^p u(x, t) X_n(x) dx, \quad n = 1, 2, \dots$$

(4) ni e'tiborga olib quyidagi oddiy differensial tenglamaga kelimiz:

$$d'_n(t) + \lambda_n^4 d_n(t) = 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad (9)$$

(2) shartga mos bir jinsli shartdan (6) ga asosan

$$d_n^{(k)}(0) = 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad (10)$$

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

boshlang'ich shartlarni hosil qilamiz.

Ma'lumki, (9) oddiy differensial tenglamaning umumiy yechimi quyidagi ko'rinishda aniqlanadi:

$$d_n(t) = C_{1n} e^{-\lambda_n^4 t}.$$

Bu yechimni (10) shartga bo'ysundirib $C_{1n} = 0$ ga ega bo'lamiz, ya'ni barcha $\forall t \in [0, T]$ uchun $d_n(t) = 0$. U holda (6) tenglik quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\int_0^p u(x, t) X_n(x) dx = 0, \quad n = 0, 1, \dots \quad (11)$$

(11) dan esa $u(x, t)$ funksiya (5) to'la sistema bilan ortogonalligi kelib chiqadi. Demak, bundan esa $u(x, t) \equiv 0$. (4) ga asoslanib esa, $u_1(x, t) \equiv u_2(x, t)$ tenglik kelib chiqadi. Bundan A- masalaning yechimi yagonadir. Teorema isbotlandi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Аманов Д. Краевая задача для смешанно-параболического уравнения четвертого порядка, // Узб . матем. журн., (2010), № 2, С.26–30.
2. Бердышев А.С., Азизов М.С. Смешанная задача для уравнения четвертого порядка с сингулярным коэффициентом в прямоугольнике // Научный вестник ФерГУ 2019 г. №2.— С. 10-19.
3. Уринов А.К. Азизов М.С. Краевая задача для уравнения четвертого порядка с сингулярным коэффициентом в прямоугольнике // “Научный вестник НамГУ ” 2019 й., № 11. С. 26-37.

LINEAR EVASION DIFFERENTIAL GAME WITH EXPONENTIAL INTEGRAL CONSTRAINTS

Samatov Bahrom DSc, Namangan state university
Uralova Saboxat Institute of mathematics at the ASRUz
Umaraliyeva Nargiza Namangan state university

Consider two players, a pursuer and an evader, moving in the space R^n . The subscripts **P** and **E** will be reserved for the Pursuer and Evader, respectively. Suppose x and y are the locations of the pursuer and the evader respectively.

Let objects **P** and **E** with opposite goal be given in the space R^n and their motions based on the following differential equations and initial conditions:

$$\mathbf{P}: \dot{x} = kx + u, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$\mathbf{E}: \dot{y} = ky + v, \quad y(0) = y_0. \quad (2)$$

and assume that $x_0 \neq y_0$

where $x, y, u, v \in R^n$, $n \geq 2$, k is positive number x_0, y_0 are initial positions of the players **P** and **E**, u and v are the velocity vectors, which serve as parameters of the equation. Here u and v must be a measurable function $u(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow R^n$ and $v(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow R^n$, respectively. Control parameters u, v are selected from the class of measurable functions U_1, V_1 satisfying according to integral constraints (3) and (4) (briefly, I- constraints) respectively:

$$\int_0^t |u(s)|^2 ds \leq \frac{\rho_0^2}{2l} (e^{2lt} - 1), \quad (3)$$

$$\int_0^t |v(s)|^2 ds \leq \frac{\sigma_0^2}{2l} (e^{2lt} - 1). \quad (4)$$

where ρ_0, σ_0, l are given positive numbers.

3-ШҶҶБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

The measurable functions $u(\cdot) \in U_I$ and $v(\cdot) \in V_I$ are called admissible controls of the pursuer **P** and the evader **E** respectively. Once the players admissible controls $u(\cdot)$ and $v(\cdot)$ are chosen, the corresponding motions $x(\cdot)$ and $y(\cdot)$ of the players are defined as

$$\begin{aligned} x(t) &= e^{kt} \left(x_0 + \int_0^t u(s) e^{-ks} ds \right), \\ y(t) &= e^{kt} \left(y_0 + \int_0^t v(s) e^{-ks} ds \right) \end{aligned}$$

The goal of the pursuer **P** is capture, i.e., achievement of the equality $x(t^*) = y(t^*)$ (*Pursuit problem*) and the evader **E** strives to avoid an encounter (*Evasion problem*), i.e., to achieve the inequality $x(t) \neq y(t)$ for all $t \geq 0$, and in the opposite case, to postpone the instant of encounter as long as possible [2].

Lemma If $u(\cdot) \in U_I$ and $l > 0$, then the trajectory of pursuer is $x(t) \in S_{\mu(t)}(x_0)$ for all $t \geq 0$, where $S_{\mu(t)}(x_0)$ is ball of the radius $\mu(t) = |x_0|(e^{kt} - 1) + e^{kt} \frac{\rho_0}{2} \sqrt{\frac{1}{kl}(e^{2lt} - 1)}$ centered at the point x_0

Definition 1 If $\sigma_0 \geq \rho_0$ in the game (1)-(4), then we call the function (10) is strategy of the evader:

$$v^*(t, u_\varepsilon(t)) = \begin{cases} 0, & \text{if } 0 \leq t < \varepsilon, \\ -\sqrt{|u(t-\varepsilon)|^2 + \theta e^{2lt} \xi_0}, & \text{if } t \geq \varepsilon, \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{where } u_\varepsilon(t) = \begin{cases} 0, & \text{if } 0 \leq t < \varepsilon, \\ u(t-\varepsilon), & \text{if } t \geq \varepsilon, \end{cases} \quad u_\varepsilon(t) \in R^n, \quad \theta = \sigma_0^2 - \rho_0^2, \quad \xi_0 = \frac{z_0}{|z_0|}.$$

Definition 2. If for every $u(\cdot) \in U_I$:

a) The solution $z(t)$ of the Cauchy problem

$$\dot{z} = kz + u(t) - v^*(t, u_\varepsilon(t)), \quad z(0) = z_0 \quad (6)$$

is nonzero for all $t \geq 0$, i.e. $z(t) \neq 0$, for all $t \geq 0$;

b) There holds $v^*(t, u_\varepsilon(\cdot)) \in V_I$ in the time interval $[0, t]$ for all $t \geq 0$

then we called that the strategy (5) is winning for the evader

Theorem If $\rho_0 \leq \sigma_0$, $k < l$, from lemma and conditions $0 < \varepsilon \leq \frac{1}{2l} \ln \left| \frac{4|z_0|^2 kl}{\rho_0^2} + 1 \right|$ in the game (1)-(4), then the evasion is possible and the following estimate for the between the objects holds for all $t \geq 0$

REFERENCES

- 1.R. Isaacs, *Differential Games* (Wiley, New York, 1965). R. Isaacs, *Differential Games* (Wiley, New York, 1965).
- 2.L. A. Petrosjan, *Differential Games of Pursuit*, Vol. 2 of *Series on Optimization* (World Scientific, Singapore, 1993).
3. Azamov, A. A. and Ruziboyev, M. B. (2013). The time-optimal problem forevolutionary partial differential equations. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 77(2):220–224.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

4. Azamov, A. A. and Samatov, B. T. (2000). P-strategy. En elementary introduction to the Theory of Differential Games. National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan

5. B. T. Samatov, “Problems of group pursuit with integral constraints on controls of the players I,” Cybern.Syst. Anal. 49, 756–767 (2013).

6. B. T. Samatov, “Problems of group pursuit with integral constraints on controls of the players II,” Cybern.Syst. Anal. 49, 907–921 (2013).

LINEAR PURSUIT DIFFERENTIAL GAME WITH LANGENHOP CONSTRAINTS

Samatov Bahrom DSc, Namangan state university
Uralova Saboxat Institute of mathematics at the ASRUz

Consider two objects, the Pursuer **P** and the Evader **E**, moving in the space $\mathbf{R}^n$. Suppose that $\mathbf{x}$ and $\mathbf{y}$ are the locations of the pursuer and the evader respectively.

Let the movements of the Pursuer **P** and the Evader **E** be described the following differential equations and initial conditions:

$$\mathbf{P}: \dot{\mathbf{x}} + k_1 \mathbf{x} = \mathbf{u}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (1) \quad \mathbf{E}: \dot{\mathbf{y}} + k_1 \mathbf{y} = \mathbf{v}, \quad \mathbf{y}(0) = \mathbf{y}_0. \quad (2)$$

and assume that $\mathbf{x}_0 \neq \mathbf{y}_0$

where $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{R}^n$, $n \geq 2$, k_1 is positive number $\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0$ are initial positions of the players **P** and **E**, $\mathbf{u}$ and $\mathbf{v}$ are the velocity vectors, which serve as parameters of the equation. Where $\mathbf{u}$ and $\mathbf{v}$ must be a measurable function $\mathbf{u}(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}^n$ and $\mathbf{v}(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}^n$, respectively. Control parameters $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ are selected from the class of measurable functions U_{La}, V_{La} satisfying according to integral constraints (3) and (4) (briefly, La(Langenhop)- constraints) respectively:

$$|\mathbf{u}(t)|^2 \leq \rho^2 - 2k_2 \int_0^t |\mathbf{u}(s)|^2 ds, \quad (3) \quad |\mathbf{v}(t)|^2 \leq \sigma^2 - 2k_2 \int_0^t |\mathbf{v}(s)|^2 ds, \quad (4)$$

where ρ, σ, k_2 are given positive numbers.

Definition For the pairs $(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}(\cdot)) \in U_{La}$ and $(\mathbf{y}_0, \mathbf{v}(\cdot)) \in V_{La}$ on the time interval $[0, t]$, the solution of the equation (1) and (2) that is $\mathbf{x}(t) = e^{-k_1 t} \left(\mathbf{x}_0 + \int_0^t \mathbf{u}(s) e^{k_1 s} ds \right)$ and $\mathbf{y}(t) = e^{-k_1 t} \left(\mathbf{y}_0 + \int_0^t \mathbf{v}(s) e^{k_1 s} ds \right)$ are called the trajectories of the Pursuer and the Evader respectively.

The goal of the pursuer **P** is capture, i.e., achievement of the equality $\mathbf{x}(t^*) = \mathbf{y}(t^*)$ (Pursuit problem) and the evader **E** strives to avoid an encounter (Evasion problem), i.e., to achieve the inequality $\mathbf{x}(t) \neq \mathbf{y}(t)$ for all $t \geq 0$, and in the opposite case, to postpone the instant of encounter as long as possible.

We see the following constraints

$$|\mathbf{u}(t)| \leq \rho e^{-k_2 t} \quad (5), \quad |\mathbf{v}(t)| \leq \sigma e^{-k_2 t} \quad (6) \quad \text{where} \quad \mathbf{u}(\cdot) \in U_G, \quad \mathbf{v}(\cdot) \in V_G$$

We denote by U_G (V_G) the set of all measurable functions $\mathbf{u}(\cdot)$ ($\mathbf{v}(\cdot)$) such that satisfy G -constraint (5), ((6))

$$\int_0^t |\mathbf{u}(s)|^2 ds \leq \frac{\rho^2}{2l} (1 - e^{-2k_2 t}) \quad (7) \quad \int_0^t |\mathbf{v}(s)|^2 ds \leq \frac{\sigma^2}{2l} (1 - e^{-2k_2 t}) \quad (8) \quad \text{where} \quad \mathbf{u}(\cdot) \in U_I, \quad \mathbf{v}(\cdot) \in V_I$$

We denote by U_I , (V_I) the set of all measurable functions $\mathbf{u}(\cdot)$, ($\mathbf{v}(\cdot)$) such that satisfy I (integral)-constraint (7), ((8))

Lemma 1. $U_G \subset U_{La} \subset U_I$ and $V_G \subset V_{La} \subset V_I$ for all $t \geq 0$

Defenition 3. If $\rho \geq \sigma$ then we call the function

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$u^*(t, v) = v - \lambda(t, v) \xi_0, \quad \lambda(t, v) = \langle v, \xi_0 \rangle + \sqrt{\langle v, \xi_0 \rangle^2 + \delta e^{-2k_2 t}} \quad (9)$$

Is a Π_{La} -strategy of the pursuer **P** in the game (1)-(4), where, $\delta = \rho^2 - \sigma^2$, $\xi_0 = z_0 / |z_0|$ and by $\langle v, \xi_0 \rangle$ denotes the inner product of vectors v and ξ_0 the scalar product in $\mathbf{R}^n$.

Note that
$$\|u^*(t, v)\|^2 = \|v\|^2 + \delta e^{-2k_2 t} \quad (10)$$

Definition 4. If there exists positive root of the equation

$$\sqrt{F_p(t) + G_p(t)} - \sqrt{F_p(t)} = |z_0| \quad (11)$$

with respect to t , where $F_p(t) = \frac{\rho^2}{4k_1 k_2} (e^{2k_1 t} - 1)(1 - e^{-2k_2 t})$, $G_p(t) = \delta \left(\frac{e^{(k_1 - k_2)t} - 1}{k_1 - k_2} \right)^2$ then the

smallest positive root of the equation (6) is called a guaranteed pursuit time and denote it by t^*

Theorem 1. If $\rho > \sigma$, $k_1 < k_2$, and there exists the smallest positive root of the equation (6), then Π -strategy (5) guarantees the completion of pursuit in (1)-(4) game on the time interval $[0, t^*]$

REFERENCES

1. Благодатских В.И. Введение в оптимальное управление (линейная теория). М.: Высшая школа, 2001. 240 с.
2. Понтрягин Л.С. Линейная дифференциальная игра убегания // Труды Математического института АН СССР. 1971. Т. 112. С. 30–63.
3. R. Isaacs, *Differential Games* (Wiley, New York, 1965). R. Isaacs, *Differential Games* (Wiley, New York, 1965).
4. L. A. Petrosjan, *Differential Games of Pursuit*, Vol. 2 of *Series on Optimization* (World Scientific, Singapore, 1993).
5. Azamov, A. A. and Samatov, B. T. (2000). P-strategy. En elementary introduction to the Theory of Differential Games. National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan
6. B. T. Samatov, "Problems of group pursuit with integral constraints on controls of the players I," *Cybern.Syst. Anal.* 49, 756–767 (2013).

A DIFFERENTIAL GAME OF EVASION UNDER CONSTRAINTS OF GRONWALL TYPE ON CONTROLS

Samatov B.T.¹, Akbarov A.Kh.²,

¹Namangan State University, Namangan, Uzbekistan; samatov57@inbox.ru

²Andijan State University, Andijan, Uzbekistan; akbarov.adhambek@bk.ru,

In this paper, an evasion differential game with two players, called a pursuer and an evader, is studied for the case that controls of the players are subject to constraints describing by the Gronwall type integral inequality.

Let in space $\mathbf{R}^n$, the controlled player **P** (the Pursuer), follows another controlled player **E** (the Evader). Suppose x and y are the positions of the Pursuer and the Evader respectively. We consider the differential game when motions of the players are represented by the differential equations with initial values

$$\mathbf{P}: \dot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$\mathbf{E}: \dot{y} = v, \quad y(0) = y_0 \quad (2)$$

correspondingly, where $x, y, x_0, y_0, u, v \in \mathbf{R}^n$, $n \geq 2$; x_0 and y_0 are initial positions of the players at the moment $t = 0$ and assume that $x_0 \neq y_0$.

3-ШҰББ. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

In the equation (1), u is the velocity vector of the Pursuer and its temporal variation must be a measurable function $u(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}^n$. On this vector function, we put the constraint of Gronwall type (in short, Gr-constraint)

$$|u(t)| \leq \rho e^{-k_1 t} + k_2 \int_0^t |u(s)| ds \quad \text{for almost every } t \geq 0 \quad (3)$$

where ρ, k_1, k_2 are the parametric positive numbers. Denote by U_{Gr} a set of all the measurable functions $u(\cdot)$ that satisfy the Gr-constraint (3).

Similar, in the equation (2), v is the velocity vector of the Evader and its temporal variation must be a measurable function $v(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}^n$. On this vector function, we put the Gr-constraint

$$|v(t)| \leq \sigma e^{-k_1 t} + k_2 \int_0^t |v(s)| ds \quad \text{for almost every } t \geq 0 \quad (4)$$

where σ is the parametric positive number. Denote by V_{Gr} a set of all the measurable functions $v(\cdot)$ that satisfy the Gr-constraint (4).

Note that in the work [6], the pursuit-evasion problems and "life-line" game in a simple motion differential game with Gr-constraints under the case $k_1 = 0$ in (3), (4) were completely discussed, and in the present work, we have used the methods and results given in the mentioned work.

By virtue of the equations (1), (2), for the control functions $u(\cdot) \in U_{Gr}$, $v(\cdot) \in V_{Gr}$, each pair $(x_0, u(\cdot))$ and $(y_0, v(\cdot))$ generates the trajectories

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + \int_0^t u(s) ds, \\ y(t) &= y_0 + \int_0^t v(s) ds, \end{aligned}$$

of the Pursuer and Evader for every $t \geq 0$.

The goal of the Pursuer is to catch the Evader, i.e., to achieve the equality $x(t) = y(t)$ at some $t > 0$. As for the Evader strives to avoid an encounter, i.e., to preserve the inequality $x(t) \neq y(t)$ for all $t \geq 0$, and in the opposite case, to put off the instant of encounter as long as possible.

Lemma. (Gronwall's inequality [4]). If

$$|w(t)| \leq a e^{-b_1 t} + b_2 \int_0^t |w(s)| ds,$$

then

$$|w(t)| \leq \frac{a}{b_1 + b_2} \left(b_2 e^{b_2 t} + b_1 e^{-b_1 t} \right),$$

where $w(t)$ is a measurable function and a, b_1, b_2 are positive numbers.

Definition. In the evasion game (1)-(4), we say the function

$$v(t) = -\mu(t) \xi_0 \quad (5)$$

a strategy of the Evader, where $\xi_0 = z_0 / |z_0|$ and $\mu(t) \leq \frac{\sigma}{k_1 + k_2} \left(k_2 e^{k_2 t} + k_1 e^{-k_1 t} \right)$.

Theorem. Let $\rho \leq \sigma$ be valid. Then the strategy (5) guarantees escape in the interval $[0, \infty)$.

REFERENCES

1. Isaacs R. Differential games. New York: John Wiley and Sons, 1965.
2. Pontryagin L.S. Izbrannye trudy [Selected Works]. M.: MAKSS Press, 2004.
3. Krasovsky N.N. Control of a dynamical system. Moscow.: Nauka, 1985.
4. Gronwall T.H. Note on the derivatives with respect to a parameter of the solutions of a system of differential equations. Ann. Math., 1919. Vol. 20, No. 2. P. 293-296.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

5. Azamov A.A., Samatov B.T. The Π -Strategy: Analogies and Applications. The Fourth International Conference Game Theory and Management. St. Petersburg, 2010. pp. 33–47.
6. Samatov B.T., Ibragimov G.I., Hodjibayeva I.V. Pursuit-evasion differential games with the Gronwall type constraints on controls. Ural Mathematical Journal. 2020. Vol. 6, No. 2. pp. 95–107.
7. Samatov B.T., Soyibboyev U.B., Akbarov A.Kh. Evasion problem in linear differential game with Gronwall type constraint. Scientific Bulletin of Namangan State University. 2019. 1(10), pp. 25-33.

DIFFERENTIAL GAME WITH NON-STATIONARY GEOMETRIC CONSTRAINTS IN THE CASE OF l -CATCH

Samatov Bahrom, *Doctor of Science, Namangan State University,*
Turgunboeva Mohisanam, *Master's Degree of Namangan State University*

Many scientists like that A.S Bannikov, N.N Petrov, M.N. Vinogradova, E.V. Kotlyachkova and others have dealt with differential games with non-stationary geometric constraints on controls. They have studied non-stationary differential games which controls of players, that is, one evader and several pursuer, are subject to the same geometric constraint, and in this case, necessary and sufficient conditions of pursuit-evasion were obtained.

We have studied the pursuit problem of one pursuer and one evader in the case of l -catch in this work. Originally, the convergence strategy of a pursuer (briefly, Π_1 -strategy) is suggested and new solvability conditions of l -catch are attained.

Suppose that the Pursuer with a control u chases the evader with a control v in the space $\check{Y}^n$. Let x and y be expressed their states during the game and let movements of the players by suitably given by virtue of the second-order differential equations with initial conditions

$$\dot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = x_1 \quad (1)$$

$$\dot{y} = v, \quad y(0) = y_0, \quad \dot{y}(0) = y_1 \quad (2)$$

where $x, y, u, v \in \check{Y}^n, n \geq 2$; x_0, y_0 are the initial positions of the players for which it is presumed that $|x_0 - y_0| > l, l > 0$; x_1, y_1 are their initial velocity vectors correspondingly; the acceleration vectors u, v act as control parameter of the players respectively, and they depend on the time $t \geq 0$.

Here the controls u and v should be measurable functions such that $u(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \check{Y}^n$ and $v(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \check{Y}^n$ correspondingly.

Denote by $U_{G,l}$ a set of all measurable functions satisfying the non-stationary geometric constraint (briefly G-constraint)

$$|u(t)| \leq \alpha(t) \text{ for almost every } t \geq 0, \quad (3)$$

where $\alpha(t)$ is a non-negative integrable function that describes the maximum velocity of the Pursuer for each $t, t \geq 0$.

Similarly, denote by $V_{G,l}$ a set of all the measurable functions satisfying the G-constraint

$$|v(t)| \leq \beta(t) \text{ for almost every } t \geq 0, \quad (4)$$

where $\beta(t)$ is a non-negative integrable function that represents the maximum velocity of the Evader for each $t, t \geq 0$.

Definition 1. The function $u(\cdot) = (u_1(\cdot), \dots, u_n(\cdot))$ and $v(\cdot) = (v_1(\cdot), \dots, v_n(\cdot))$ are called controls of the players accordingly.

By means of the equations (1)-(2), for $u(\cdot) \in U_{G,l}$ and $v(\cdot) \in V_{G,l}$, each triplets $(x_0, x_1, u(\cdot))$ and $(y_0, y_1, v(\cdot))$ define the motion trajectories.

$$x(t) = x_0 + x_1 t + \int_0^t (t-s)u(s)ds, \quad y(t) = y_0 + y_1 t + \int_0^t (t-s)v(s)ds$$

3-ШҶҶБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

of the Pursuer and Evader sensibly.

The main goal of the Pursuer is to near the Evader at the distance $l > 0$ (l -catch problem), that is, to get the inequality

$$|x(\eta) - y(\eta)| \leq l \quad (5)$$

for some $\eta > 0$.

Let's introduce the following denotations: $z(t) = x(t) - y(t)$, $z_0 = x_0 - y_0$, $z(0) = x_1 - y_1$.

Then the equations (1), (2) come to the unique Cauchy's problem in the form

$$\dot{z} = u - v, \quad z(0) = z_0, \quad z(0) = z_1$$

We consider the differential game (1)-(4) for the case $z_1 = 0$.

Definition 2. For $\alpha > \beta$, we call the function

$$u(t, v) = v - \lambda(t, v) \frac{\alpha(t)z_0 + vl}{\alpha(t) + \lambda(t, v)l} \quad (6)$$

the convergence strategy or Π_1 -strategy of the player **P** in the l -catch problem (1)-(4), where

$$h^2 = |z_0|^2 - l^2, \quad \lambda(t, v) = \frac{1}{h^2} \left[\langle v, z_0 \rangle + \alpha(t)l + \sqrt{(\langle v, z_0 \rangle + \alpha(t)l)^2 + h^2((\alpha(t))^2 l^2 - |v|^2)} \right] \quad \textbf{Theorem.}$$

If in the l -catch problem (1)-(4), $\alpha(t) > \beta(t)$ is satisfied for all $t \geq 0$ and T_1 is the first positive root of the equation

$$\int_0^t (t-s)(\alpha(t) - \beta(s))ds = |z_0| - l,$$

then Π_1 -strategy (6) guarantees to the realization of the (5) in the time interval $[0, T_1]$, where

T_1 is considered as the guaranteed convergence time.

REFERENCES

1. Isaacs R. Differential games. New York.: John Wiley and Sons, 1965.
2. Bannikov A.S., Petrov N.N. Linear non-stationary differential pursuit games with several evaders. Vestn. Udmurtsk. Univ. Mat. Mekh. Komp. Nauki, 25,3-12. 2014
3. Petrov N.N. To the non-stationary problem of the group pursuit with phase restrictions // Matemati heskaya Teoriya Igr i Ee Prilozheniya. 2010. Vol. 2, No. 4. P. 74–83
4. Kotlyachkova E.V. About non-stationary problem of simple pursuit in the class of impulse strategies // Izv. IMIUDGU. 2015. Vol.45, No. 1. P. 106–113.
5. Vinogradova M.N. On the capture of two evaders in a non-stationary pursuit-evasion problem with phase restrictions // Vestn. Udmurtsk. Univ. Mat. Mekh. Komp. Nauki. 2015. Vol. 25, No. 1. P. 12–20.

A SIMPLE PURSUIT DIFFERENTIAL GAME UNDER EXPONENTIALLY INCREASING GEOMETRIC CONSTRAINTS

¹Samatov B., ²Tursunaliyev T.

¹Namangan State University; DSc, professor,

²Namangan State University; Master's Degree student

Abstract. In the paper, we consider the pursuit problem in a simple motion differential game where controls are subject to exponentially increasing geometric constraints. For the purpose of solving the pursuit problem, a parallel convergence strategy (in short, Π -strategy) is formulated for a pursuer, and sufficient conditions of pursuit are defined.

Suppose that a player X (the pursuer) follows a player Y (the evader) in the finite-dimensional space $\mathbb{R}^n$. Let their motions be given by the following equations with initial values

$$X: \dot{x} = u, \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

$$Y: \dot{y} = v, \quad y(0) = y_0 \quad (2)$$

3-ШҶҶБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

respectively, where $x, y, u, v \in \check{Y}^n$, $n \geq 2$; $x(0) = x_0$, $y(0) = y_0$ are the initial positions of the players for which it is presumed that $x_0 \neq y_0$; the velocity vectors u, v act as control parameters of the players, which are correspondingly chosen as measurable functions $u(\cdot): \check{Y}_+ \rightarrow \check{Y}^n$, $v(\cdot): \check{Y}_+ \rightarrow \check{Y}^n$ depending on the time $t \geq 0$, and they are subject to the constraints

$$|u(t)| \leq \frac{\rho_1}{k}(1 - e^{-kt}) + \rho_0 \quad \text{for almost every } t \geq 0, \quad (3)$$

$$|v(t)| \leq \frac{\sigma_1}{k}(1 - e^{-kt}) + \sigma_0 \quad \text{for almost every } t \geq 0 \quad (4)$$

accordingly, where $\rho_0, \rho_1, \sigma_0, \sigma_1, k$ are the given positive numbers. Express by $U_{\rho_0, \rho_1}^k(V_{\sigma_0, \sigma_1}^k)$ the class of all the measurable functions fulfilling the constraint (3) (the constraint (4)). The constraints (3), (4) mean that the maximal velocities of the players increase exponentially during the time.

Definition 1. Owing to the equations (1), (2), for $u(\cdot) \in U_{\rho_0, \rho_1}^k$ and $v(\cdot) \in V_{\sigma_0, \sigma_1}^k$, each pair $(x_0, u(\cdot))$, $(y_0, v(\cdot))$ yields the trajectories

$$x(t) = x_0 + \int_0^t u(s) ds, \quad y(t) = y_0 + \int_0^t v(s) ds$$

of the Pursuer and Evader correspondingly.

The chief target of the player X is to catch the player Y at some time $\theta > 0$, i.e., to attain the equality $x(\theta) = y(\theta)$. Whereas the player Y strives to not being caught, i.e., to sustain the inequality $x(t) \neq y(t)$ for all $t \geq 0$ or, if it is impossible, to put back the time θ .

Let us introduce the denotations: $z(t) = x(t) - y(t)$, $z_0 = x_0 - y_0$, $a(t) = \frac{\rho_1}{k}(1 - e^{-kt}) + \rho_0$ and the parameter $\rho = (\rho_0, \rho_1, \sigma_0, \sigma_1, k)$. For this parameter, we write the following nonempty sets down:

$$P_1 = \{p: \rho_0 > \sigma_0, \rho_1 \geq \sigma_1, k > 0\}, \quad P_2 = \{p: \rho_0 \geq \sigma_0, \rho_1 > \sigma_1, k > 0\},$$

$$P_3 = \{p: \sigma_0 < \rho_0 < \sigma_0 + (\sigma_1 - \rho_1)/k, \sigma_1 \leq \rho_1, k > 0\}.$$

Definition 2. For $p \in P_1 \cup P_2$ ($p \in P_3$), we say the function

$$u(v, t) = v - \lambda(v, t)\xi_0, \quad \lambda(v, t) = \langle v, \xi_0 \rangle + \sqrt{\langle v, \xi_0 \rangle^2 + a^2(t) - |v|^2}, \quad (5)$$

a Π -strategy of the player X for all $t \geq 0$ (for all $t, t \in [0, T]$) in the pursuit game (1)–(4), where

$$\xi_0 = z_0/|z_0|, \quad T = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{\rho_1 - \sigma_1}{\rho_1 - \sigma_1 + (\rho_0 - \sigma_0)k} \right) \text{ and } \langle v, \xi_0 \rangle \text{ is the scalar product of the vectors } v \text{ and } \xi_0 \text{ in } \check{Y}^n.$$

Moreover, the function $\lambda(v, t)$ is generally termed as the resolving function.

Proposition. For any $v \in B_b(0)$, the equality $|u(t, v)| = a(t)$ holds, where $b = \frac{\sigma_1}{k} + \sigma_0$, and $B_b(0)$ is the open ball where its radius is equal to b and its center is at the origin in $\check{Y}^n$.

Lemma. If $p \in P_1 \cup P_2$ ($p \in P_3$), then the equation

$$(\sigma_1 - \rho_1)e^{-kt} = -(\rho_1 - \sigma_1 + (\rho_0 - \sigma_0)k)kt + k^2|z_0| + \rho_1 - \sigma_1$$

has at least one positive root with respect to t , $t \geq 0$ (in respect to t , $t \in [0, T]$), and denote by T_G the first positive root. The number T_G in Lemma is termed a guaranteed winning time.

Definition 3. It is said that the strategy (5) is winning if, for any $v(\cdot) \in V_{\sigma_0, \sigma_1}^k$, the solution $z(t)$ of the Cauchy problem

$$\dot{z} = u(v(t), t) - v(t), \quad z(0) = z_0$$

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

satisfies the equality $z(\tau) = 0$ at some time $\tau \in [0, T_G]$.

Theorem. Let one of the conditions:

a) $p \in P_1 \cup P_2$;

b) $p \in P_3, |z_0| \leq \frac{\rho_0 - \sigma_0}{k} \ln \left(\frac{(\rho_1 - \sigma_1)e}{\rho_1 - \sigma_1 + (\rho_0 - \sigma_0)k} \right) + \frac{\rho_1 - \sigma_1}{k^2}$

be satisfied. Then the strategy (5) will be winning for the Pursuer X on the time interval $[0, T_G]$, where T_G is the same with in Lemma.

REFERENCES

4. Isaacs R. Differential games. John Wiley and Sons, New York. 1965, 340 p.
5. Pontryagin L.S. Selected Works. MAKS Press, Moscow. 2014, 551 p. (In Russian)
6. Petrosjan L.A. Differential games of pursuit. Series on optimization, Vol.2. World Scientific Publishing, Singapore. 1993, 340 p.
7. Azamov A.A. On the quality problem for simple pursuit games with constraint. Serdica Bulgariacae math., Publ. Sofia, 1986, Vol. 12, No. 1, pp. 38-43.
8. Samatov B.T. The II-strategy in a differential game with linear control constraints. J.Appl.Maths and Mechs, Elsevier. Netherlands, 2014, Vol. 78, No. 3, pp. 258-263.

BOSHQARUVLARI EKSPONENSIAL CHEGARALANISHGA EGA L-YAQINLASHISH DIFFERENSIAL O'YINDA QOCHISH MASALASI

¹Samatov B., ²Xonpo'latov X.

¹Namangan davlat universiteti, f.-m.f.d., professor,

²Namangan davlat universiteti magistranti

Annotatsiya. Ushbu maqolada boshqaruv funksiyalariga eksponensial chegaralanishlar qo'yilgan holda l -yaqinlashish differensial o'yin uchun qochish masalasi o'rganilgan. Bunda qochuvchi obyektga alohida joiz strategiya taklif qilingan va uning yordamida qochish masalasining yetarli shartlari topilgan.

$\check{Y}^n$ fazoda qarama-qarshi maqsadli P obyekt (quvlovchi) va E obyekt (qochuvchi) berilgan bo'lsin. P obyektning fazodagi holatini x orqali, E obyektning fazodagi holatini y orqali ifodalaymiz. Ularning harakatlari mos ravishda quyidagi differensial tenglamalar va boshlang'ich qiymatlar bilan berilgan bo'lsin:

$$P: \dot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$E: \dot{y} = v, \quad y(0) = y_0, \quad (2)$$

bu yerda $x, y, u, v \in \check{Y}^n, n \geq 2$ va x_0, y_0 nuqtalar mos ravishda quvlovchi va qochuvchining $t=0$ vaqtdagi boshlang'ich vaziyatlari. Bunda $|x_0 - y_0| > l, l > 0$ deb qaraymiz. u va v boshqaruv parametrlari bo'lib, obyektarning boshqariluvchi tezliklarini ifodalaydi.

Quvlovchining u boshqaruv parametri t bo'yicha o'lchovli funksiya sifatida tanlanadi va $u(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \check{Y}^n$ akslantirishni bajaradi. Bu boshqaruv funksiyasi quyidagi eksponensial chegaralanishni qanoatlantirishini talab etamiz:

$$|u(t)| \leq \alpha e^{-k_1 t} \text{ deyarli barcha } t \geq 0, \quad (3)$$

bu yerda $\alpha > 0, k_1 \neq 0$.

Qochuvchining boshqaruv parametri v ham t bo'yicha o'lchovli funksiya sifatida tanlanadi va $v(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \check{Y}^n$ akslantirishni bajaradi. Bu boshqaruv funksiyasi quyidagi eksponensial chegaralanishni qanoatlantirishini talab etamiz:

$$|v(t)| \leq \beta e^{-k_2 t} \text{ deyarli barcha } t \geq 0, \quad (4)$$

bu yerda $\beta > 0, k_2 \neq 0$.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Quvlovchining (3) chegaralanishni qanoatlantiruvchi barcha $u(\cdot)$ boshqaruv funksiyalar sinfini U_α^k bilan belgilaymiz. Qochuvchining (4) chegaralanishni qanoatlantiruvchi barcha $v(\cdot)$ boshqaruv funksiyalari sinfini V_β^k bilan belgilaymiz.

Biror $(x_0, u(\cdot))$, $u(\cdot) \in U_\alpha^k$ va $(y_0, v(\cdot))$, $v(\cdot) \in V_\beta^k$ juftliklar (1) va (2) tenglamalar yordamida quvlovchi va qochuvchi uchun mos ravishda ushbu

$$x(t) = x_0 + \int_0^t u(s)ds, \quad y(t) = y_0 + \int_0^t v(s)ds$$

harakat trayektoriyalarini hosil qiladi.

(1)–(4) differensial o'yinda qochuvchining maqsadi quvlovchiga $l > 0$ masofada yaqinlashmaslik (qochish masalasi), ya'ni barcha $t \geq 0$ uchun $|x(t) - y(t)| > l$ munosabatni ta'minlash. Quyidagi belgilashlarni kiritamiz: $z(t) = x(t) - y(t)$, $z_0 = x_0 - y_0$.

Ta'rif 2. (1)–(4) differensial o'yinda qochuvchining strategiyasi deb, ushbu

$$v_E(t) = -\beta e^{-k_2 t} \xi_0, \quad t \geq 0 \quad (5)$$

boshqaruv funksiyaga aytamiz, bu yerda $\xi_0 = z_0 / |z_0|$.

Ta'rif 3. (1)–(4) differensial o'yinda (5) strategiya $l > 0$ masofada qochishni kafolat- laydi deyiladi, agar quvlovchi ixtiyoriy $u(\cdot) \in U_\alpha^k$ boshqaruv funktsiya tanlaganda ham barcha $t \geq 0$ qiymatlarda $|z(t)| > l$ munosabat bajarilsa.

Teorema. Agar (1)–(4) differensial o'yinda $|z_0| \geq \frac{\alpha}{k_1} - \frac{\beta}{k_2} + l$ va $k_1 \neq k_2$ shartlar o'rinli bo'lsa, u holda (5) strategiya $t \geq 0$ vaqt oralig'ida $l > 0$ masofada qochishni kafolatlaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Isaacs R. Differential games. John Wiley and Sons, New York, 1965, 340 p.
2. Satimov N.Yu. Methods for Solving the Pursuit Problem in the Theory of Differential Games. Izd-vo NUUZ, Tashkent, 2003. (In Russian)
3. Azamov A.A., Samatov B.T. The II-Strategy: Analogies and Applications. The Fourth International Conference Game Theory and Management. St. Petersburg: Leningrad. Univ. 2010. June 28-30, pp. 33-47.
4. Samatov B.T. Problems of group pursuit with integral constraints on controls of the players. Cybernetics and Systems Analysis, 2013, Vol. 49, No. 6, pp. 907-921.
5. Samatov B.T., Uralova S.I., Mirzamahmudov U.A. The problem of Ramchundra for a problem of l -capture. Scientific Bulliten Of Namangan State University, 2019, Vol. 1, No. 2, pp. 10-14.

ТУРЛИ УСУЛЛАР БИЛАН ЕЧИЛАДИГАН ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАРНИ АНАЛИТИК ЕЧИШ УСУЛЛАРИ.

Собитов Р.А. НамДУ ўқитувчиси,
Имомназаров Қ.М. НамДУ 4-курс талабаси

Дифференциал тенгламаларни одатий ва Maple дастури орқали аналитик усулда ечишни кўриб чиқайлик. Қуйидаги мисолни аналитик усулда ишлайлик:

Мисол. $x^2 y'' - 2y = \frac{3x^2}{x+1}$. дифференциал тенгламани ечинг.

Бу тенглама бир жинсли бўлмаган Эйлер тенгламаси эканлигини равшан. $x = e^t$ алмаштириш ёрдамида уни ўзгармас коэффицентли чизиқли дифференциал тенгламага келтирамиз:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 2y = \frac{3e^{2t}}{e^t + 1}. \quad (1)$$

3-ШҶҶБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

(1) тенгламани ўзгармасларни вариациялаш усули билан ечамиз. (1) тенгламага мос бир жинсли $y_t'' - y_t' - 2y = 0$ тенгламанинг

$$y = C_1 e^{-t} + C_2 e^{2t} \quad (2)$$

кўринишдаги умумий ечими формуласида ўзгармасларни вариациялаймиз, яъни (2) умумий ечимни

$$y = C_1(t) e^{-t} + C_2(t) e^{2t} \quad (3)$$

кўринишда ифодалаб, уни (1) тенгламага қўямиз. Бунинг натижасида ҳосил бўлган

$$C_1'(t) e^{-t} + C_2'(t) e^{2t} = 0, \quad -C_1'(t) e^{-t} + 2C_2'(t) e^{2t} = \frac{3e^{2t}}{e^t + 1}$$

тенгламалар системасини ечиб,

$$C_1'(t) = -\frac{e^{3t}}{e^t + 1}, \quad C_2'(t) = \frac{1}{e^t + 1}$$

тенгламаларга эга бўламиз. Интеграллаб топамиз:

$$C_1(t) = C_1 - 2t - \frac{1}{2} e^{2t} + e^t + \ln(1 + e^t), \quad C_2(t) = C_2 + t - \ln(1 + e^t).$$

$C_1(t)$ ва $C_2(t)$ функцияларнинг ифодаларини (3) формулага қўйиб, (1) тенгламанинг умумий ечимини оламиз:

$$y = C_1 e^{-t} + C_2 e^{2t} - 2t e^{-t} - \frac{1}{2} e^t + 1 + e^{-t} \ln(1 + e^t) + t e^{2t} - e^{2t} \ln(1 + e^t)$$

Энди $x = e^t$, яъни $t = \ln x$ эканлигини эътиборга олиб, дастлабки (1) тенг-ламанинг умумий ечимини ҳосил қиламиз:

$$y = x^2 \ln \frac{C_2^* x}{1+x} - \frac{x}{2} + 1 + \frac{1}{x} \ln C_1^* (1+x), \quad C_2^* = e^{C_2}, \quad C_1^* = e^{C_1}.$$

Шу мисолни сонли усулда ишлайлик:

Maple да дифференциал тенгламаларни аналитик ечимларини топиш учун қуйидаги буйруқлар ишлатилади:

$$dsolve(eq, var, options),$$

бу yerda

eq – дифференциал тенглама;

var – ноаниқ функциялар;

options – параметрлар.

Дифференциал тенгламани киритишда ҳосилани diff буйруғи ишлатилади.

$$> eq := diff(y(x), x, x) \cdot x^2 - 2y(x) = \frac{3x^2}{x+1}$$

$$eq := x^2 \left(\frac{d^2}{dx^2} y(x) \right) - 2y(x) = \frac{3x^2}{x+1}$$

$$> dsolve(eq, y(x));$$

$$y(x) = \frac{CI}{x} + x^2 - C2 + \frac{1}{2} \frac{2 \ln(x) x^3 - 2 \ln(x+1) x^3 - x^2 - 2 \ln(x+1) + 2x}{x}$$

Кўриниб турибдики *Maple* дастури орқали ечиш анча самаралироқ.

АДАБИЁТЛАР

1. Т.Г.Эргашев “Дифференциал тенгламалар фанидан мисоллар ва масалалар ечиш” (Масалалар ечишга доир методик кўрсатмалар). N- 2012.
2. А.Ф.Филиппов. “Сборник задач по дифференциальным уравнениям” М-2000

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

THE CAPTURE PROBLEM IN A DIFFERENTIAL GAME UNDER CONSTRAINTS WITH EXPONENTIAL FUNCTIONS

¹Soyibboev U., ²Shodmonaliev G.

¹Namangan State University, PhD student,

²Namangan State University, Master's Degree student

Abstract. In the paper, we consider the capture problem in a simple motion differential game where controls are subject to exponential geometric constraints. In order to solve the problem, a parallel approach strategy (Π -strategy) is constructed for a pursuer, and sufficient conditions of capture are found.

We assume that a player X (the pursuer) chases a player Y (the evader) in the finite-dimensional space $\check{Y}^n$. Let their movements be described by the following equations with initial values

$$X: \dot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$Y: \dot{y} = v, \quad y(0) = y_0, \quad (2)$$

respectively, where $x, y, u, v \in \check{Y}^n$, $n \geq 2$; x_0, y_0 are the initial positions of the players for which it is presumed that $x_0 \neq y_0$; the velocity vectors u, v act as control parameters of the players, which are correspondingly chosen as measurable functions $u(\cdot): \check{Y}_+ \rightarrow \check{Y}^n$, $v(\cdot): \check{Y}_+ \rightarrow \check{Y}^n$ depending on the time $t \geq 0$, and they are subject to the constraints

$$|u(t)| \leq \rho a^{-kt} + a^{kt} \text{ for almost every } t \geq 0, \quad (3)$$

$$|v(t)| \leq \delta a^{-kt} + a^{kt} \text{ for almost every } t \geq 0, \quad (4)$$

accordingly, where $\rho, \delta, k > 0$ and $a > 0$, $a \neq 1$. We term the constraints (3), (4) as exponential geometric constraints (in short, G_E -constraints). Also, we denote by U and V the family of all the measurable functions satisfying (3) and (4) respectively.

Definition 1. The measurable function $u(\cdot) \in U$ ($v(\cdot) \in V$) is termed an admissible control of the player X (of the player Y).

If $u(\cdot) \in U$ and $v(\cdot) \in V$, then by means of the equations (1), (2), the pairs $(x_0, u(\cdot))$, $(y_0, v(\cdot))$ define the trajectories

$$x(t) = x_0 + \int_0^t u(s) ds, \quad y(t) = y_0 + \int_0^t v(s) ds$$

of the players correspondingly.

The chief target of the player X is to catch the player Y at some time $\theta > 0$, i.e., to attain the equality $x(\theta) = y(\theta)$. Whereas the player Y strives to not being caught, i.e., to sustain the inequality $x(t) \neq y(t)$ for all $t \geq 0$ or, if it is impossible, to put back the time θ .

Let $z(t) = x(t) - y(t)$, $z_0 = x_0 - y_0$.

Definition 2. For $\rho \geq \delta$, we term the function

$$u_{\Pi}(v, t) = v - \lambda_{\Pi}(v, t) \xi_0, \quad \lambda_{\Pi}(v, t) = \langle v, \xi_0 \rangle + \sqrt{\langle v, \xi_0 \rangle^2 + (\rho a^{-kt} + a^{kt})^2 - |v|^2}, \quad (5)$$

the Π -strategy of the player X in the capture game (1)–(4), where $\xi_0 = z_0/|z_0|$ and $\langle v, \xi_0 \rangle$ is the scalar product of the vectors v and ξ_0 in $\check{Y}^n$. Moreover, the function $\lambda_{\Pi}(v, t)$ is generally termed as the resolving function.

Definition 3. In the capture game (1)–(4), we say that the strategy (5) is winning for the Pursuer X on the time interval $[0, T]$ if, for every $v(\cdot) \in V$ there exists an instant $\eta \in [0, T]$ at which $x(\eta) = y(\eta)$ is satisfied, where the number T is called a guaranteed winning time.

3-ШЎЪБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Theorem. If one of the conditions

c) $0 < a < 1, \rho > \delta$;

d) $a > 1, \rho > \delta + k|z_0|\ln a$

is valid, then the strategy (5) will be winning for the Pursuer X on the time interval $[0, T_g]$, where

$$T_g = \frac{1}{k} \log_a \left(\frac{\rho - \delta}{\rho - \delta - k|z_0|\ln a} \right).$$

REFERENCES

1. Isaacs R. Differential games. John Wiley and Sons, New York. 1965, 340 p.
2. Pontryagin L.S. Selected Works. MAKS Press, Moscow. 2014, 551 p. (In Russian)
3. Petrosjan L.A. Differential games of pursuit. Series on optimization, Vol.2. World Scientific Publishing, Singapore. 1993, 340 p.
4. Azamov A.A. On the quality problem for simple pursuit games with constraint. Serdica Bulgariacae math., Publ. Sofia, 1986, Vol. 12, No. 1, pp. 38-43.
5. Samatov B.T. The Π -strategy in a differential game with linear control constraints. J.Appl.Maths and Mechs, Elsevier. Netherlands, 2014, Vol. 78, No. 3, pp. 258-263.
6. Samatov B.T. Problems of group pursuit with integral constraints on controls of the players. Cybernetics and Systems Analysis, 2013, Vol. 49, No. 6, pp. 907-921.

ЗАДАЧА ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ДАВЛЕНИЯ В ПЕРЕДНЕЙ ЗОНЕ ПРИ ДВИЖЕНИИ ОЧИСТНОГО УСТРОЙСТВА БЕЗ ОТВЕРСТИЙ ДЛЯ ПЕРЕПУСКА ПРОДУКТА ПЕРЕКАЧКИ В ПОТОКЕ С ВЫСОКИМИ СКОРОСТЯМИ.

Мугаллимов Ф. М., Нуриддинов Б. УГНТУ(Россия)
Ташмирзаев Ю.У. НамГУ(Узбекистан)

Рассмотрим математическую модель движения очистного устройства по эксплуатационному участку трубопровода с высокими скоростями потока.

Математическая модель разрабатывается с целью оценки динамики скоростей очистного устройства в момент прохождения его по трубопроводу, в проектном режиме эксплуатации.

В качестве очистного устройства, рассматриваем внутритрубное устройство на основе поршня-разделителя типа ПРВ, со следующими рабочими параметрами: масса очистного устройства 75 кг, длина 0,872 м, площадь перекрытия потока очистным устройством 0,1307 м². Математическая модель очистного устройства разрабатывается для промышленного трубопровода К-10 УЗА Ш-23, перекачивающего двухфазную рабочую среду (газ и газовый конденсат, со степенью обводненности 10,2%), протяженность составляет 7216 м, диаметр 426 мм.

Данная математическая модель, представлена в виде таблицы, в которой данные получены расчетным путем, а также использована функция подбора параметра для определения ряда зависимостей.

Целью расчета и построения графических зависимостей математической модели, является изучение и оценка параметров прохождения очистного устройства по трубопроводу с высокими скоростями потока. Полученная расчетная скорость очистного устройства даст возможность спрогнозировать перемещение очистного устройства по трубопроводу, а также провести анализ рисков нештатных ситуаций.

Одним из важных параметров движения очистного устройства которое необходимо определить является давление газа впереди этого устройства.

Теорема. Определить давление в передней зоне при движении очистного устройства без отверстий для перепуска продукта перекачки в потоке с высокими скоростями.

Скорость звука в газе $C = \sqrt{\frac{\gamma \cdot P}{\rho}}$; Принимаем допущение, что $C = const$.

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{C^2}{S_0} \cdot \frac{\partial M}{\partial S_x}; \quad \partial P = -C \frac{\partial M}{S_0}; \quad \partial P = -C \partial(\rho \cdot V);$$

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$\partial P = -CV_n \partial \rho - C\rho_n \partial V; \quad P \partial P = -CV_n \partial \rho - C\rho_n \partial V; \quad \partial P = -C \cdot V_n \cdot \partial \rho - C \cdot \rho_n \cdot \partial V;$$

$$\frac{P}{\rho} = Z \cdot R \cdot T;$$

Умножаем обе часть уравнения на

$$P \partial P = CV_n ZRT \rho \partial \rho - C\rho_n ZRT \partial V;$$

$$P \partial P = -C \cdot V_n \cdot Z \cdot R \cdot T \cdot \rho \cdot \partial \rho - C \cdot \rho_n^2 \cdot Z \cdot R \cdot T \cdot \partial V;$$

Интегрируем

$$\int_n^{\kappa} P \partial P = -CV_n ZRT \int_n^{\kappa} \rho \partial \rho - C\rho_n^2 ZRT \int_n^{\kappa} \partial V;$$

$$\frac{P_{\kappa}^2 - P_n^2}{2} = -C \cdot V_n \cdot Z \cdot R \cdot T \cdot \frac{\rho_{\kappa}^2 - \rho_n^2}{2} - C \cdot \rho_n^2 \cdot Z \cdot R \cdot T \cdot (V_{\kappa}^2 - V_n^2);$$

Формулы для расчета

$$P_n = \sqrt{\frac{P_{\kappa}^2 + C \cdot V_n \cdot Z \cdot R \cdot T \cdot \rho_{\kappa}^2}{1 - \frac{C \cdot (3 \cdot V_{\kappa} - 2 \cdot V_n)}{Z \cdot R \cdot T}}}; \quad P_{\kappa} = \sqrt{\frac{P_n^2 + C \cdot Z \cdot R \cdot T \cdot \rho_n^2 \cdot (3 \cdot V_n - 2 \cdot V_{\kappa})}{1 + \frac{C \cdot V_n}{Z \cdot R \cdot T}}};$$

ЛИТЕРАТУРА.

1. Фролов Ю.А., Новоселов В.Ф. Очистка полости действующих Магистральных трубопроводов. Уфа:УНИ,1989.—92с.

TRANSPORTLAR OQIMI MASALASI

To'xtayeva E.F QarDU magistri

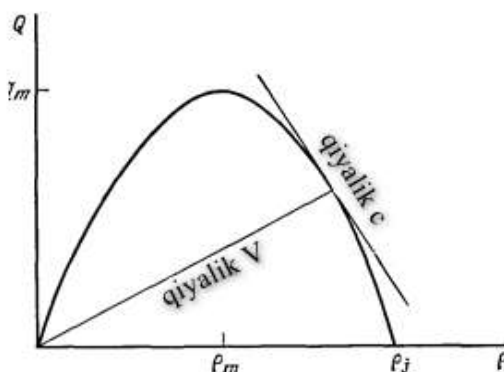
ezoza1606ezoza@gmail.com

Ко'п hollarda to'liqin tarqalishi haqidagi masala uzluksiz taqsimlangan biror moddaning yoki jism holatining (bir o'lchovli holda) birlik uzunlikdagi $\rho(x,t)$ zichligi va vaqt birligidagi $q(x,t)$ sarfni aniqlashdan iborat bo'ladi.

Agar $q = Q(\rho)$ ρ va q orasidagi bog'liqlikni ifodalasa, u holda saqlanish qonuni $\rho_t + c(\rho)\rho_x = 0$ ko'rinishda bo'ladi [1], bu yerda $c = Q'(\rho)$.

Transport oqimini Laythillom va Uizem [2] hamda Richards [3] tomonidan mustaqil ravishda o'rganilganlarga ko'ra oqim tezligi

$$V(\rho) = \frac{Q(\rho)}{\rho}$$



1-rasm. Transport oqimi uchun sarfni zichlikka bog'liqligi.

$\rho = 0$ da cheklangan maksimal qiymatdan boshlab ρ ning kamayuvchi funksiyasi bo'lishi kerak va $\rho \rightarrow \rho_j$ da nolga intilishi kerak, bunda avtomobillar bamperlari bilan bir-biriga tegib turadi. $Q(\rho)$ $\rho = 0$ va $\rho = \rho_j$ da nolga aylanadi va ρ_m zichligining qandaydir oraliq qiymatida maksimal q_m qiymatiga erishadi. 1-rasmda

3-ШҶЪБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

ko'rsatilgan qavariq funksiya. Yo'l harakati oqimini kuzatuvlari natijalari shuni ko'rsatadiki, bir qatorli harakat uchun quyidagi qiymatlar xosdir $\rho_j \sim 1,609 \text{ km ga } 225 \text{ ta mashina}$, $\rho_m \sim 1,609 \text{ km ga } 80 \text{ ta mashina}$, $q_m \sim 1,609 \text{ km ga } 1500 \text{ ta mashina}$. Magistral yo'llar uchun birinchi yaqinlashishda bu qiymatlarni qator yo'laklar soniga ko'paytirish mumkin. Qizig'i shundaki, bu raqamlarga ko'ra sarf q_m tezlik 32km/soat ga etganda maksimal qiymatga erishadi. Qo'zg'alishning tarqalish tezligi $c(\rho) = Q'(\rho) = V(\rho) + \rho V'(\rho)$ ga teng. Chunki $V'(\rho) < 0$ bo'lgani uchun bu tezlik mashinalar tezligidan kamroq; to'lqinlar transport oqimi bo'ylab orqaga tarqalib, haydovchilarni oldidagi to'siqlar haqida ogohlantiradi. c tezlik (q, ρ) -egri chizig'ining qiyaligiga teng, shuning uchun to'lqinlar $\rho < \rho_m$ da yo'lga nisbatan oldinga va $\rho > \rho_m$ da orqaga tarqaladi. Maksimal sarfda $\rho = \rho_m$ va to'lqinlar yo'lga nisbatan qo'zg'almas bo'ladi, shuning uchun avtomobillarga nisbatan tarqalish tezligi ham soatiga $\frac{q}{\rho_m} \sim 32 \text{ km}$ ni tashkil qiladi. Oqimning $\rho = \rho_j$ nuqtasi yaqinidagi holatida reaksiya vaqtini hisobga olgan holda taxminiy tasvirlash mumkin. Haydovchi (va uning mashinasi) oldinda o'zgaruvchan harakat sharoitlariga munosabat bildirish uchun δ vaqtni oladi deb faraz qilsak, xavfsizlik uchun mashinalar bir-biridan $V\delta$ masofani saqlashlari kerak. Agar h -ikkita qo'shni avtomobilning old bampirlari orasidagi masofa sifatida aniqlangan masofa va L -avtomobilning uzunligi bo'lsa, biz quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$V = \frac{h-L}{\delta}$$

$$h = \frac{1}{\rho}, L = \frac{1}{\rho_j} \quad \text{bo'lgani uchun bizda } V(\rho) = \frac{L}{\delta} \left(\frac{\rho}{\rho_j} - 1 \right), Q(\rho) = \frac{L}{\delta} (\rho_j - \rho)$$

Bu tengliklarni faqat $Q(\rho)$ egri chizig'ining ρ_j nuqtadagi qiyaligini baholash sifatida ko'rib chiqish kerak, ρ_j ga chiziqli bog'liqlikning haqiqiy ko'rinishi sifatida emas. Oxirgi tenglikdan kelib chiqadiki, bu nuqtada buzilishlarning tarqalish tezligi $c_j = -\frac{L}{\delta}$. Haqiqiy transport oqimi uchun δ odatda 0,5-1,5 sekund oralig'ida bo'ladi, garchi boshqa sharoitlarda insonning reaksiya vaqti ancha kichik bo'lishi mumkin. L ni 6 m ga va δ ni bir soniyaga teng deb hisoblasak, $c_j \sim -22.53 \text{ km/soat}$ ni olamiz.

Greenberg [4] Nyu-Yorkdagi Linkoln tunneli uchun olingan ma'lumotlar quyidagi formula bilan yaxshi ifodalanishini ko'rsatdi:

$$Q(\rho) = a\rho \ln \left(\frac{\rho_j}{\rho} \right)$$

bu yerda $a = 27,67 \text{ km/soat}$, $\rho_j = 1,609 \text{ km ga } 228 \text{ ta avtomobil}$. Bunday bog'liqlik bilan buzilishning nisbiy tarqalish tezligi $V - c$ barcha qiymatlar uchun doimiy a qiymatiga teng zichlik. ρ_m va q_m qiymatlari mos ravishda 1,609 km ga 83 ta avtomobil va soatiga 1430 ta avtomobil. Ushbu logarifmik formula $\rho \rightarrow 0$ da V uchun chekli limit bermaydi, lekin juda past zichlik uchun bu nazariyaning haqiqiyliigi shubhali, shuning uchun bu faktning o'zi muhim emas. V ning chekli va katta hamda $V'(\rho)$ ning chekli qiymatlarida, biz $\rho \rightarrow 0$ da $c \rightarrow V$ ga ega bo'lamiz va c ni kamayishi bilan $V - c$ zichlik kamayadi.

Ma'lumki, hozirgi kunda avtomobillar yo'llarida mashinalar tirbandligini o'rganish juda muhim, ma'ruzada ushbu masalaning bir sonli tahlili o'rganiladi.

ADABIYOTLAR

1. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, (1977). 73-85.
2. Лайтхилл, Уизем (Lighthill M. J., Whitham G. B). On kinematic waves. I. Flood movement in long rivers; II. Theory of traffic flow on long, crowded roads, Proc. Roy. Soc. A. 229 (1955), 281-345.
3. Ричардс. (Richards P.I). Shock waves on the highway, Oper. Res. 4 (1956), 42-51.
4. Гринберг (Greenberg H.). An anlysis of traffic flow, Oper. Res., 7 (1959). 79-85.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ТРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

Турдиев Р. М.

Наманганский государственный университет

В настоящее время известен список, состоящий из 205 гипергеометрических функций трех переменных [1]. В приложениях гипергеометрических функций очень важны их интегральные представления. Следуя работе Хасанова и Ружанского [2] построим интегральные представления некоторых функций из списка Сривастава и Карлссона.

Рассмотрим следующие гипергеометрические функции:

$$F_{1b}(a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2; c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_n (a_2)_n (a_3)_p (a_4)_p (b_1)_{m-n} (b_2)_{m-p}}{(c)_m} \frac{x^m y^n z^p}{m! n! p!}, \quad (1)$$

$$F_{1c}(a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2; c; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_m (a_2)_n (a_3)_p (a_4)_p (b_1)_{m-n} (b_2)_{n-p}}{(c)_m} \frac{x^m y^n z^p}{m! n! p!}, \quad (2)$$

$$F_{1d}(a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_m (a_2)_n (a_3)_p (b_1)_{m-n} (b_2)_{n-p} (b_3)_{p-m}}{(c)_m} \frac{x^m y^n z^p}{m! n! p!}, \quad (3)$$

$$F_{1e}(a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3; x, y, z) = \sum_{m,n,p=0}^{\infty} \frac{(a_1)_m (a_2)_p (a_3)_p (b_1)_{m-n} (b_2)_{n-p} (b_3)_{n-m}}{(c)_m} \frac{x^m y^n z^p}{m! n! p!}, \quad (4)$$

где $(\lambda)_v$ – символ Похгаммера [1,2].

Теорема. Гипергеометрические функции, определенные формулами (1)-(4) имеют интегральные представления:

$$\begin{aligned} F_{1b}(a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2; c; x, y, z) &= \frac{\Gamma(d)}{\Gamma(a_1)\Gamma(d-a_1)} \\ &\times \int_0^1 \xi^{a_1-1} (1-\xi)^{d-a_1-1} F_{1b}(d, a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2; c; x, y\xi, z) d\xi, \operatorname{Re} d > \operatorname{Re} a_1 > 0, \\ F_{1b}(a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2; c; x, y, z) &= \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(d)\Gamma(c-d)} \\ &\times \int_0^1 \xi^{d-1} (1-\xi)^{c-d-1} F_{1b}(a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2; d; x\xi, y, z) d\xi, \operatorname{Re} c > \operatorname{Re} d > 0, \\ F_{1c}(a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2; c; x, y, z) &= \frac{\Gamma(d)}{\Gamma(a_1)\Gamma(d-a_1)} \int_0^1 \xi^{a_1-1} (1-\xi)^{d-a_1-1} \\ &\times F_{1c}(d, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2; c; x\xi, y, z) d\xi, \operatorname{Re} d > \operatorname{Re} a_1 > 0, \\ F_{1c}(a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2; c; x, y, z) &= \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(d)\Gamma(c-d)} \int_0^1 \xi^{d-1} (1-\xi)^{c-d-1} \\ &\times F_{1c}(a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2; c; x\xi, y, z) d\xi, \operatorname{Re} c > \operatorname{Re} d > 0, \\ F_{1c}(a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2; c; x, y, z) &= \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a_1)\Gamma(c-a_1)} \int_0^1 \xi^{a_1-1} (1-\xi)^{c-a_1-1} \times \\ &\times (1-x\xi)^{-b_1} H_2(b_2, a_2, a_3, a_4, 1-b_1; -(1-x\xi)y, z) d\xi, \operatorname{Re} c > \operatorname{Re} a_1 > 0, \\ F_{1c}(a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, 1-b_1-a_4; c; x, y, z) &= \\ &= \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a_1)\Gamma(c-a_1)} \int_0^1 \xi^{a_1-1} (1-\xi)^{c-a_1-1} (1-x\xi)^{-b_1} (1-(1-x\xi)yz)^{-a_2} \times \\ &\times H_1\left(1-b_1-a_4, a_2, a_4, 1-b_1; -\frac{(1-x\xi)y(1+z)}{1-(1-x\xi)y, z}, \frac{z}{1-(1-x\xi)yz}\right) d\xi, \end{aligned}$$

3-ШЎБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$F_{1c}(a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2; c; x, y, z) = \frac{\Gamma(c)\Gamma(1-b)}{\Gamma(a_1)\Gamma(a_2)\Gamma(c-a_1)\Gamma(1-b_1-a_2)} \times$$

$$\times \int \int \xi^{a_1-1} \eta^{a_2-1} (1-\xi)^{c-a_1-1} (1-\eta)^{-b_1-a_2} (1-x\xi)^{-b_1} [1+(1-x\xi)y\eta]^{-b_2}$$

$$\times F(a_3, a_4; 1-b_2; -(1+(1-x\xi)y\eta)z) d\xi d\eta, \operatorname{Re} c > \operatorname{Re} a_1 > 0, \operatorname{Re}(1-b_1) > \operatorname{Re} a_2 > 0,$$

$$F_{1d}(a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3; x, y, z) = \frac{\Gamma(d)}{\Gamma(a_1)\Gamma(d-a_1)}$$

$$\int_0^1 \xi^{a_1-1} (1-\xi)^{d-a_1-1} F_{1d}(d, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3; c; x\xi, y, z) \xi, \operatorname{Re} d > \operatorname{Re} a_1 > 0,$$

$$F_{1d}(a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3; x, y, z) = \frac{\Gamma(a_1+a_2)}{\Gamma(a_1)\Gamma(a_2)} \int_0^1 \xi^{a_1-1} (1-\xi)^{a_2-1} \times$$

$$\times F_{4p}(a_1+a_2, a_3, b_1, b_2, b_3; x\xi, y(1-\xi), z) d\xi, \operatorname{Re} a_1 > 0, \operatorname{Re} a_2 > 0,$$

$$F_{1e}(a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3; x, y, z) = \frac{\Gamma(d)}{\Gamma(a_1)\Gamma(d-a_1)} \int_0^1 \xi^{a_1-1} (1-\xi)^{d-a_1-1} \times$$

$$\times F_{1e}(d, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3; c; x\xi, y, z) d\xi, \operatorname{Re} d > \operatorname{Re} a_1 > 0.$$

Доказательство теоремы непосредственным применением свойств символа Похгаммера.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Srivastava H.M., Karlsson P.W. Multiple Gaussian Hypergeometric Series. New York, Chichester, Brisbane and Toronto: Halsted Press, 1985. 428 p.
2. Хасанов А., Ружанский М. Интегральные представления типа Эйлера для гипергеометрических функций трех переменных второго порядка. Бюллетень института математики. 2019, № 6. С. 73 – 223.

BOSHQARUVLARGA EKSPONENSIAL CHEGARALANISHLAR QO‘YILGAN HOLDA 1 – TUTISH MASALASI

Turg'unboyeva Mohisanam, Tursunaliyev To'ychivoy, Xonpo'latov Xushnudbek
Namangan davlat universiteti magistranti

Ushbu maqolada boshqaruv funksiyalariga eksponensial chegaralanishlar qo'yilgan differensial o'yin uchun 1 – tutish masalasi o'rganilgan. Bunda quvlochi obyektga yaqinlashish strategiyasi (qisqacha, Π_1 -strategiya) taklif qilingan va uning yordamida 1 – tutishning yetarli shartlari topilgan.

$\check{Y}^n$ fazoda qarama-qarshi maqsadli X obyekt (quvlovchi) va Y obyekt (qochuvchi) berilgan bo'lsin. X obyektning fazodagi holatini x orqali, Y obyektning fazodagi holatini y orqali ifodalaymiz. Ularning harakatlari mos ravishda quyidagi differensial tenglamalar va boshlang'ich qiymatlar bilan berilgan bo'lsin:

$$\dot{x} = u, \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

$$\dot{y} = u, \quad y(0) = y_0, \quad (2)$$

bu yerda $x, y, u, v \in \check{Y}^n, n \geq 2$; va x_0, y_0 nuqtalar mos ravishda quvlovchi va qochuvchining $t = 0$ vaqtdagi boshlang'ich vaziyatlari. Bunda $|x_0 - y_0| > l, l > 0$ deb qaraymiz. u va v boshqaruv parametrlari bo'lib, obyektning boshqariluvchi tezliklarini ifodalaydi.

Obyektlarning u va v boshqaruv parametrlari t bo'yicha o'lchovli funksiyalar sifatida tanlanadi va $u(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \check{Y}^n, v(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \check{Y}^n$ akslantirishlarni bajaradi. Bu boshqaruv funksiyalari quyidagi eksponensial chegaralanishlarni qanoatlantirishini talab etamiz [2]:

$$|u(t)| \leq \alpha e^{-kt} \text{ deyarli barcha } t \geq 0, \quad (3)$$

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$|v(t)| \leq \alpha e^{-kt} \text{ deyarli barcha } t \geq 0, \quad (4)$$

bu yerda $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $k \neq 0$.

Quvlovchining (3) chegaralanishni qanoatlantiruvchi barcha $u(\cdot)$ boshqaruv funksiyalar sinfini U_α^k bilan belgilaymiz. Qochuvchining (4) chegaralanishni qanoatlantiruvchi barcha $v(\cdot)$ boshqaruv funksiyalari sinfini V_α^k bilan belgilaymiz.

Shuni ta'kidlash kerakki, (3) va (4) chegaralanishlarda agar $k < 0$ bo'lsa, u holda obyektlarning tezligi vaqt o'tgan sari ortib boradi, agar $k > 0$ bo'lsa, u holda obyektlarning tezligi vaqt o'tgan sari kamayadi.

Ta'rif 1. Berilgan $(x_0, u(\cdot)), u(\cdot) \in U_\alpha^k$ va $(y_0, v(\cdot)), v(\cdot) \in V_\alpha^k$ juftliklarga mos quyidagi (1) va (2) tenglamalarning yechimlari $x(t) = x_0 + \int_0^t u(s)ds$ va $y(t) = y_0 + \int_0^t v(s)ds$ obyektlarning harakat trayektoriyalari deyiladi.

(1)–(4) differensial o'yinda quvlovchining maqsadi qochuvchiga $l > 0$ masofada yaqinlashish (l – tutish masalasi), ya'ni biror $\theta > 0$ vaqtda $|x(\theta) - y(\theta)| \leq l$ munosabatga erishish.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz: $z(t) = x(t) - y(t)$, $z_0 = x_0 - y_0$.

Ta'rif 2. (1)–(4) differensial o'yinda quvlovchining yaqinlashish strategiyasi yoki Π_1 - strategiya deb quyidagi funksiyaga aytamiz ([3]–[5]):

$$u(t, v) = v - \lambda(t, v) \frac{\alpha e^{-kt} z_0 + vl}{\alpha e^{-kt} + \lambda(t, v)l} \quad (5)$$

bu yerda

$$h^2 = |z_0|^2 - l^2, \quad \lambda(t, v) = \frac{1}{h^2} \left[\langle v, z_0 \rangle + \alpha e^{-kt} l + \sqrt{\left(\langle v, z_0 \rangle + \alpha e^{-kt} l \right)^2 + h^2 \left(\alpha^2 e^{-2kt} l^2 - |v|^2 \right)} \right]$$

Xossa. Agar $\alpha \geq \beta$ bo'lsa, u holda $\lambda(t, v)$ funksiya barcha $v, |v| \leq \beta e^{-kt}$ va $t \geq 0$ uchun aniqlangan va nomanfiy bo'ladi va ushbu tenglik o'rinli $|u(t, v)| = \alpha e^{-kt}$.

Ta'rif 3. (1)–(4) differensial o'yinda quvlovchining (5) strategiyasi $[0, T_1]$ vaqt oralig'ida tutishni kafolatlaydi deyiladi, agar ixtiyoriy uchun quyidagilar bajarilsa:

c) shunday vaqt topilsaki, hosil bo'lsa;

d) vaqt oralig'ida munosabat o'rinli bo'lsa, bu yerda kafolatlangan tutish vaqti deyiladi.

Teorema. Agar (1)–(4) differensial o'yinda 1) , 2) , bo'lsa, u holda (5) strategiya quvlovchi uchun $[0, T_1]$ vaqt oralig'ida tutishni kafolatlaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Isaacs R. Differential games. John Wiley and Sons, New York, 1965.
2. Gronwall T.H., Note on the derivatives with respect to a parameter of the solutions of a system of differential equations. 1919, 20(2): 293–296.
3. Azamov A.A., Samatov B.T., The Π -Strategy: Analogies and Applications. The Fourth International Conference Game Theory and Management. St. Petersburg: Leningrad. Univ. June 28–30, 2010. Collected papers. -P. 33–47.
4. Samatov B.T. The Π -strategy in a differential game with linear control constraints. J.Appl.Maths and Mechs, Elsevier. Netherlands: 78(3),2014, 258–263.
5. Samatov B.T., Soyibboyev U.B., Akbarov A.Kh. A linear differential game with Gronwall type constraint. Scientific Bulletin. Physical and Mathematical Research. Andijan state university. Volume 2. 12.31.2020.

РЕШЕНИЕ НЕСИММЕТРИЧНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО
УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА, МЕТОДОМ ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИИ ГРИНА

Р.А.Умаров

Наманганский инженерно-строительный институт.

В области $D = \{(x, y): 0 < x < p, 0 < y < q\}$ рассмотрим следующее уравнение третьего порядка вида

$$L(u) = U_{xxx} - U_{yy} + A_1 U_{xx} + A_2 U_x + A_3 U_y + A_4 U = g_1(x, y), \quad (1)$$

где $A_i, p, q \in \mathbb{R}, i = 1, 2, 3, 4, g_1(x, y)$ заданная, достаточно гладкая функция.

Заменой $U(x, y) = \exp\left[-\frac{A_1}{3}x + \frac{A_3}{2}y\right]u(x, y)$, уравнение (1) можно привести к виду

$$u_{xxx} - u_{yy} + a_1 u_x + a_2 u = g(x, y), \quad (2)$$

где

$$a_2 = \frac{2A_1^3}{27} + \frac{A_3^2}{2} - \frac{A_1 A_2}{3} + A_4, \quad g(x, y) = \exp\left[\frac{A_1}{3}x - \frac{A_3}{2}y\right] g_1(x, y).$$

Задача А. Найти функцию $u(x, y)$ из класса $C_{x,y}^{3,2}(D) \cap C_{x,y}^{2,1}(\overline{D})$, удовлетворяющую уравнению (2) и следующим краевым условиям:

$$u_y(x, 0) = 0, \quad u(x, q) = 0, \quad 0 \leq x \leq p,$$

$$u(p, y) = \psi_2(y), \quad u_x(p, y) = \psi_3(y), \quad u_{xx}(0, y) = \psi_1(y), \quad 0 \leq y \leq q,$$

где $\psi_i(y), i = \overline{1, 3}, g(x, y)$ заданные достаточно гладкие функции, причём выполняются следующие условия согласования

$$\psi_i(q) = \psi_i'(0) = \psi_i''(q) = 0, \quad g(x, q) = 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Отметим, что в работе [1-2] рассмотрена случае $a_1 = a_2 = 0$.

Теорема 1. Если задача А имеет решение, то при выполнении условий $a_1 \leq 0, a_2 \geq 0$ оно единственно.

Замечание. Отметим, что при нарушении условий теоремы 1, т.е. $a_1 > 0, a_2 < 0$ однородная задача А для однородного уравнение (2) может имеет нетривиальное решение. Например, уравнение

$$u_{xxx}(x, y) + \left(\frac{\pi(2k+1)}{2p}\right)^2 u_x(x, y) - \left(\frac{\pi(1+2n)}{2q}\right)^2 u(x, y) - u_{yy}(x, y) = 0,$$

с однородными условиями (3)-(4) имеет нетривиальное решение

$$u(x, y) = \left(1 + (-1)^{k+1} \sin\left(\frac{\pi(2k+1)}{2p}x\right)\right) \cos\left(\frac{\pi(1+2n)}{2q}y\right), \quad n, k \in \mathbb{Z}.$$

Теорема 2. Если выполняется следующее условие:

1. $\psi_i(y) \in C^3[0, q], i = \overline{1, 3};$
2. $\frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial x \partial y} \in C[0, q];$
3. $0 \leq C < \frac{\lambda_1^2}{Kp(\lambda_1 + 1)},$

то решению задачи А существует. Здесь $C = \max\{|a_1|, |a_2|\}, \lambda_1 = \sqrt[3]{\left(\frac{3\pi}{2q}\right)^2}, K = \frac{16}{3} \left(1 - \exp\left(-\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}\right)\right)^{-1}.$

Получено решение задачи А в виде:

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^3 \sin\left(\frac{\pi(1+2n)}{2q} \eta\right) \int_0^p G_n(x, \xi) f_n(\xi) d\xi + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^3 \sin\left(\frac{\pi(1+2n)}{2q} \eta\right) \left(\int_0^p R_n(x, \xi) \int_0^p G_n(x, s) f_n(s) ds d\xi \right) + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\psi_{2n} - \psi_{3n} p + \frac{\psi_{1n}}{2} p^2 + (\psi_{3n} - \psi_{1n} p) x + \frac{\psi_{1n}}{2} x^2 \right) \sin\left(\frac{\pi(1+2n)}{2q} \eta\right).$$

Здесь

$$R_n(x, \xi) = \bar{G}_{1n}(x, \xi) + \sum_{m=2}^{\infty} \bar{G}_{mn}(x, \xi), \quad g_n(x) = \sqrt{\frac{2}{q}} \int_0^q g(x, \eta) \cos\left(\frac{\pi(1+2n)}{2q} \eta\right) d\eta$$

$$\bar{G}_{mn}(x, \xi) = \int_0^p \bar{G}_{1n}(x, s) \bar{G}_{(m-1)n}(s, \xi) ds, \quad m = 2, 3, \dots,$$

а $G_n(x, \xi)$ функция Грина в виде

$$G_n(x, \xi) = \begin{cases} G_{1n}(x, \xi), & 0 \leq x < \xi, \\ G_{2n}(x, \xi), & \xi < x \leq p. \end{cases}$$

Здесь

$$G_{1n}(x, \xi) = \frac{1}{\Delta} \left[e^{-\lambda_n x} \left(2e^{\lambda_n \left(\frac{p-\xi}{2} \right)} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda_n \xi\right) - 2e^{\lambda_n \left(\frac{\xi-p}{2} \right)} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda_n p\right) \right) - \right. \\ \left. - 2e^{\frac{\lambda_n}{2}(p-x)} \left(e^{\lambda_n \xi} + 2e^{\frac{-\lambda_n}{2} \xi} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda_n \xi\right) \right) \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda_n (p-x) + \frac{\pi}{6}\right) \right. \\ \left. + 2e^{\lambda_n \left(\frac{x-\xi}{2} \right)} \left(e^{\lambda_n p} + 2e^{\frac{-\lambda_n}{2} p} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda_n p\right) \right) \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda_n (\xi-x) + \frac{\pi}{6}\right) \right] \\ G_{2n}(x, \xi) = \frac{1}{\Delta} \left(e^{\lambda_n \xi} + 2e^{\frac{-\lambda_n}{2} \xi} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda_n \xi\right) \right) \left(e^{\lambda_n (p-x)} - 2e^{\frac{-\lambda_n}{2} (p-x)} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda_n (p-x) + \frac{\pi}{6}\right) \right), \\ \bar{\Delta} = 3\lambda_n^2 e^{\lambda_n p} \left(1 + 2e^{\frac{-3\lambda_n}{2} p} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \lambda_n p\right) \right).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Apakov Y.P., Rutkauskas S. On a boundary problem to third order PDE with multiple characteristics // Nonlinear Analysis: Modeling and Control. - Vilnius, 2011. - Vol. 16. - № 3. - pp. 255-269.

2. Апаков Ю.П. О решении краевой задачи для уравнения третьего порядка с кратными характеристиками // Украинский математический журнал. - Киев. 2012. Т.64. № 1. С. 1-11.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ, ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ НА ГРАНИЦЕ ОБЛАСТИ

Усмонов Дониёр Абдумутолиб угли – магистр, Фер.Г.У.

В настоящей статье в области $\Omega = \{(x, t) : 0 < x < 1; 0 < t < T\}$ рассмотрим следующее дифференциальное уравнение

$$t^a u_t + bu = x^\gamma (1-x)^\delta u_{xx} + \alpha x^{\gamma-1} (1-x)^\delta u_x - \beta x^\gamma (1-x)^{\delta-1} u_x, \quad (1)$$

где $a, b, \alpha, \beta, \gamma, \delta$ – заданные действительные числа, причем, $0 \leq a < 1$, $b \geq 0$; $0 \leq \alpha < 1$, $\alpha \leq \gamma < \alpha + 1$, $\gamma + \alpha < 2$, $0 \leq \beta < 1$, $\beta \leq \delta < \beta + 1$, $\delta + \beta < 2$, из которого при $a = b = \alpha = \beta = \gamma = \delta = 0$ следует уравнение Фурье, описывающее процесс распространения тепла в однородном стержене.

3-ШҶҶБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Задача Б. Найти функцию $u(x, t)$, обладающую следующими свойствами: 1) $u, x^\alpha (1-x)^\beta u_x \in C(\overline{\Omega})$; $t^\alpha u_t, x^{\gamma-\alpha} (1-x)^{\delta-\beta} \left[x^\alpha (1-x)^\beta u_x \right]_x \in C(\Omega)$; 2) в области Ω удовлетворяет уравнению (1); 3) на границе области Ω выполняются краевые условия вида

$$\begin{aligned} u(0, t) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^\beta u_x(x, t) = 0, \quad t \in [0, T]; \\ u(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in [0, 1], \end{aligned} \quad (2)$$

где $\varphi(x)$ – заданная непрерывная функция.

Методом интегралов энергии доказана следующая

Теорема 1. Задача Б не может иметь более одного решения.

При формальном применении метода Фурье к поставленной задаче Б возникает следующая спектральная задача:

Спектральная задача СБ. Найти те значения параметра λ , при которых существуют нетривиальные решения уравнения

$$Mv \equiv - \left[x^\alpha (1-x)^\beta v'(x) \right]' = \lambda x^{\alpha-\gamma} (1-x)^{\beta-\delta} v(x), \quad 0 < x < 1, \quad (3)$$

удовлетворяющие следующим условиям:

$$v(x), x^\alpha (1-x)^\beta v'(x) \in C[0, 1], \quad v(0) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^\beta v'(x) = 0. \quad (4)$$

Методом интегралов энергии доказано, что задача $\{(3), (4)\}$ имеет нетривиальные решения только при $\lambda > 0$.

Далее, задача СБ эквивалентно сведена к интегральному уравнению вида

$$v(x) = \lambda \int_0^1 G(x, s) s^{\alpha-\gamma} (1-s)^{\beta-\delta} v(s) ds, \quad (5)$$

где $G(x, s)$ – функция Грина задачи $\{(3), (4)\}$,

$$G(x, s) = \begin{cases} \int_0^x z^{-\alpha} (1-z)^{-\beta} dz, & x \leq s; \\ \int_0^s z^{-\alpha} (1-z)^{-\beta} dz, & s \leq x. \end{cases} \quad (6)$$

Затем, сведением этого интегрального уравнения к интегральному уравнению с симметричным ядром, доказано, что уравнение (5), следовательно, задача СБ имеет счётное множество положительных собственных значений $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \dots < \lambda_k, \dots$ с единственной точкой сгущения на бесконечности; им соответствуют собственные функции $v_1(x), v_2(x), v_3(x), \dots, v_k(x), \dots$, образующие систему ортонормированных функций в пространстве $L_2(0, 1)$ с весом $x^{\alpha-\gamma} (1-x)^{\beta-\delta}$ [1, 2]. Доказана следующая лемма о разложении заданной функции по этим собственным функциям.

Лемма 1. Пусть функция $h(x)$ удовлетворяет условиям:

$$h(0) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^\beta h'(x) = 0, \quad x^{(\alpha-\gamma)/2} (1-x)^{(\beta-\delta)/2} h(x), \quad x^\alpha (1-x)^\beta h'(x) \in C[0, 1];$$

$$x^{(\gamma-\alpha)/2} (1-x)^{(\delta-\beta)/2} \left[x^\alpha (1-x)^\beta h'(x) \right]' \in L_2(0, 1).$$

Тогда, ее можно разложить на отрезке $[0, 1]$ в абсолютно и равномерно сходящийся ряд по системе собственных функций $\{v_k(x)\}_{k=1}^\infty$ задачи СБ: $h(x) = \sum_{k=1}^{+\infty} h_k v_k(x)$,

$$\text{где } h_k = \int_0^1 x^{\alpha-\gamma} (1-x)^{\beta-\delta} h(x) v_k(x) dx.$$

Доказаны следующие теоремы.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Теорема 2. Пусть функции $\varphi(x)$ удовлетворяют следующим условиям:

$$x^{(\alpha-\gamma)/2} (1-x)^{(\beta-\delta)/2} g(x), \quad x^\alpha (1-x)^\beta g'(x), \quad x^{\gamma-\alpha} (1-x)^{\delta-\beta} \left[x^\alpha (1-x)^\beta g'(x) \right]' \in C[0,1];$$

$$x^{\alpha/2} (1-x)^{\beta/2} \left\{ x^{\gamma-\alpha} (1-x)^{\delta-\beta} \left[x^\alpha (1-x)^\beta g'(x) \right]' \right\}' \in L_2(0,1); \quad g(0)=0, \lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^\beta g'(1)=0,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^{\gamma-\alpha} (1-x)^{\delta-\beta} \left[x^\alpha (1-x)^\beta g'(x) \right]' = 0.$$

Тогда сумма ряда

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{+\infty} \varphi_k e^{-(b+\lambda_k)t^{1-a}/(1-a)} v_k(x),$$

определяет решение задачи B , где λ_k и $v_k(x)$, $k \in N$ - собственные значения и собственные функции

$$\text{задачи } CB, \quad \varphi_k = \int_0^1 x^{\alpha-\gamma} (1-x)^{\beta-\delta} \varphi(x) v_k(x) dx.$$

Теорема 3. Пусть функция $\varphi(x)$ удовлетворяет условиям теоремы 2. Тогда для решения задачи B справедливы следующие оценки:

$$\|u(x,t)\|_{L_{2,\rho}(0,1)} \leq \|\varphi(x)\|_{L_{2,\rho}(0,1)}, \quad \max |u(x,t)| \leq C_1 \|\varphi'(x)\|_{L_{2,r}(0,1)},$$

где

$$\|f(x)\|_{L_{2,\rho}(0,1)} = \left[\int_0^1 x^{\alpha-\gamma} (1-x)^{\beta-\delta} f^2(x) dx \right]^{1/2}, \quad \rho(x) = x^{\alpha-\gamma} (1-x)^{\beta-\delta}, \quad \|f'(x)\|_{L_{2,r}(0,1)} = \left[\int_0^1 x^\alpha (1-x)^\beta [f'(x)]^2 dx \right]^{1/2},$$

$$r(x) = x^\alpha (1-x)^\beta, \quad C_1 = [\Gamma(1-\alpha)\Gamma(1-\beta)\Gamma^{-1}(2-\alpha-\beta)]^{1/2}.$$

ЛИТЕРАТУРА:

1. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. – Москва: Наука, 1969. 528 с.
2. Михлин С. Г. Лекции по линейным интегральным уравнениям. – Москва: Физматлит, 1959. 232 с.

SODDA YOPIQ GRAFDA BOSHQARUVLARI INTEGRAL VA GEOMETRIK CHEGARALANISHGA EGA HOLDA TUTISH MASALASI

¹Usubjanov I., ²Uzoqboyev H., ³Mirzaakbarov A.

¹Namangan State University, Master's Degree student,

²Namangan State University, a teacher at NamSU,

³Namangan State University, Master's Degree student

Аннотация. Ushbu maqolada $\mathbb{R}^n$ fazoda berilgan yopiq graf ustida harakatlanuvchi bitta quvlovchi va bitta qochuvchi bo'lgan hol uchun quvish masalasi o'rganilgan. Bu yerda quvlovchining boshqaruv funksiyasiga integral chegaralanish, qochuvchining boshqaruv funksiyasiga esa geometrik chegaralanish qo'yilgan hol uchun tutish sharti topilgan.

$\mathbb{R}^n$ fazoda ABC uchburchak berilgan bo'lib, har bir tomoni birlik kesmadan iborat bo'lsin. Bu uchburchakni qirralaridagi P_0 va E_0 nuqtalarda P quvlovchi va E qochuvchi berilgan bo'lsin. P quvlovchining fazodagi holatini $P(t)$ orqali, E qochuvchining fazodagi holatini $E(t)$ orqali ifodalaymiz.

Ularning harakatlari mos ravishda quyidagi differensial tenglamalar va boshlang'ich qiymatlar bilan berilgan bo'lsin:

$$\frac{dP(t)}{dt} = u, \quad P(0) = P_0, \quad (1)$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = v, \quad E(0) = E_0, \quad (2)$$

bu yerda $P(t), E(t), u, v \in \mathbb{R}^n$, $n \geq 2$ va P_0, E_0 nuqtalar mos ravishda quvlovchi va qochuvchining $t = 0$ vaqtdagi boshlang'ich vaziyatlari. Bunda $P_0 \neq E_0$ deb qaraymiz. u va v boshqaruv parametrlari bo'lib, obyektlarning boshqariluvchi tezliklarini ifodalaydi.

Та'риф 1. Berilgan boshlang'ich P_0 va E_0 nuqtalar orasidagi masofa deb, ularni tutashtiruvchi eng qisqa yo'lga aytamiz va uni $|z_0|$ bilan belgilaymiz.

Та'риф 1 ga ko'ra, $|z_0|$ uchun ushbu tenglik o'rinli:

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$|z_0| = \min\{|BP_0| + |BE_0|, |AP_0| + |AC| + |CE_0|\}.$$

Quvlovchining u boshqaruv parametri t bo'yicha o'lchovli funktsiya sifatida tanlanadi va $u(\cdot): [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$ akslantirishni bajaradi. Bu boshqaruv funktsiyasi quyidagi integral chegaralanishni qanoatlantirishini talab qilamiz:

$$\int_0^\infty |u(s)|^2 ds \leq \alpha \text{ deyarli barcha } t \geq 0, \quad (3)$$

bu yerda $\alpha > 0$.

Qochuvchining boshqaruv parametri v ham t bo'yicha o'lchovli funktsiya sifatida tanlanadi va $v(\cdot): [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$ akslantirishni bajaradi. Bu boshqaruv funktsiyasi quyidagi geometrik chegaralanishni qanoatlantirishini talab qilamiz:

$$|v(t)| \leq 1 \text{ deyarli barcha } t \geq 0. \quad (4)$$

Quvlovchining (3) chegaralanishni qanoatlantiruvchi barcha $u(\cdot)$ boshqaruv funktsiyalar sinfini U_I bilan belgilaymiz. Qochuvchining (4) chegaralanishni qanoatlantiruvchi barcha $v(\cdot)$ boshqaruv funktsiyalari sinfini V bilan belgilaymiz.

Shuni ta'kidlash kerakki, (3) chegaralanish energiya bo'yicha chegaralanish bo'lib, α parametr quvlovchining boshlang'ich resursini ifodalaydi. (4) chegaralanish esa mexanik chegaralanish hisoblanadi va qochuvchining eng katta tezligi bir birlik ekanligini ifodalaydi.

(1)–(4) o'yinda quvlovchining maqsadi qochuvchi bilan biror $\tau > 0$ vaqtda ustma-ust tushish (tutish masalasi), ya'ni

$$P(\tau) = E(\tau) \quad (5)$$

tenglikka erishish. Qochuvchining maqsadi esa barcha $t > 0$ vaqt oralig'ida

$$P(t) \neq E(t)$$

munosabatni ta'minlash yoki imkon qadar tutilish vaqtini cho'zish.

Ta'rif 2. $u(v)$ funktsiyaga quvlovchining strategiyasi deb aytamiz, agar bu funktsiya v bo'yicha o'lchovli bo'lib, uning realizatsiyasi uchun $|u(v(t))| \in U_I$ munosabat bajarilsa.

Ta'rif 3. Quvlovchining strategiyasini biror $[0, T]$ vaqt oralig'ida yutuqli deb aytamiz, agar qochuvchi ixtiyoriy $v(\cdot) \in V$ boshqaruv tanlaganda ham biror chekli $\theta \in [0, T]$ vaqtda (5) tenglik hosil bo'lsa.

Ta'rif 4. (1)–(4) o'yinda quvlovchining strategiyasi deb quyidagi funktsiyaga aytamiz:

$$|u(v(t))| = |v(t)| + \frac{\alpha - 2|v(t)||z_0| + \sqrt{\alpha^2 - 4\alpha|v(t)||z_0|}}{2|z_0|}, \quad t \geq 0. \quad (6)$$

Xossa. Agar $\alpha \geq 4|z_0|$ bo'lsa, u holda $|u(v(t))|$ funktsiya barcha $t \geq 0$ vaqt oralig'ida aniqlangan.

Teorema. Agar (1)–(4) o'yinda $\alpha \geq 4|z_0|$ shart bajarilsa, u holda (6) strategiya $[0, T^*]$ vaqt oralig'ida yutuqli bo'ladi, bu yerda $T^* = \frac{2|z_0|^2}{\alpha - 2|z_0| + \sqrt{\alpha^2 - 4\alpha|z_0|}}.$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Azamov A.A. About the quality problem for the games of simple pursuit with the restriction, Serdika. Bulgarian math. spisanie, 1986, Vol. 12, pp. 38-43.
2. Azamov A.A., Samatov B.T. The II-Strategy: Analogies and Applications. The Fourth International Conference Game Theory and Management, June 28-30, 2010, St. Petersburg, Russia, Collected papers. P. 33-47.
3. Chikrii A.A. Conflict-controlled processes. Boston-London-Dordrecht: Kluwer Academ. Publ., 1997, 424 p.
4. Petrosyan L.A. The Differential Games of pursuit. Leningrad, LSU, 1977, 224 p. (In Russian)
5. Pshenichnyi B.N. Simple pursuit by several objects. Cybernetics and Systems Analysis, 1976, Vol. 12, No. 3, pp. 484-485.
6. Pshenichnyi B.N., Chikrii A.A., Rappoport J.S. An efficient method of solving differential games with many pursuers. Dokl. Akad. Nauk SSSR, 1981, pp. 530-535. (In Russian)

SODDA HARAkatLI DIFFERENSIAL OYINNING BIR MASALASI HAQIDA

Xonkeldiyeva O`.

Farg'ona davlat universiteti magistranti

Annottsiya. Ushbu ishda bitta qochuvchi va bir nechta quvuvchi ishtirokidagi sodda differensial o'yin o'rganiladi. Bunda barcha ishtirokchilarning dinamik imkoniyatlari bir xil. $a(t) \equiv 1$ bo'lgan xoldagi masala [1], [4] tadqiqot ishlarida tadqiq etilgan. Ushbu ishda $a(t)$ Lebeg ma'nosida integrallanuvchi funktsiya bo'lgan hol o'rganilgan.

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Kalit so'zlar: differensial o'yin, bo'lakli-dasturli strategiyasi, kontrstrategiya, chegaralanish.

R^k ($k \geq 2$) fazoda $n + 1$ ishtirokchili differentsialli o'yinni qaraylik: $P_1, \dots, P_n$ – ta'qib qiluvchilar va E – qochuvchi. Har bir P_i taqib qiluvchining harakatlanish qonuni

$$\dot{x}_i(t) = a(t)u_i(t), \quad x_i(t_0) = x^0, \quad u_i \in Q \quad (1)$$

tenglama bilan ifodalanadi. Qochuvchining harakatlanish qonuni

$$\dot{y}(t) = a(t)v(t), \quad y(t_0) = 0, \quad v \in Q \quad (2)$$

tenglama bilan ifodalanadi, bu yerda $z_i^0 = x_i^0 - y^0 \notin M_i$ ($i = 1, \dots, n$), $M_1, \dots, M_n$ – berilgan qavariq kompaktlar, $a(t)$ – t oq'ning ixtiyoriy kompakt qismida Lebeg ma'nosida integrallanuvchi funksiya, Q – chegarasi silliq bo'lgan qat'iy qavariq kompakt, $0 \in Q$.

Faraz qilaylik $T > t_0$ – ixtiyoriy son va $\sigma - [t_0, T]$ kesmani biror $t_0 = \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_s < \tau_{s+1} = T$ usulda bo'lish bo'lsin.

1-Ta'rif. $t \in [\tau_l, \tau_{l+1})$ intervalda aniqlangan $y(t)$ funksiya olinganda

$$(\tau_l, x_1(\tau_l), \dots, x_n(\tau_l), y(\tau_l)) \quad (3)$$

nuqtaga $t \in [\tau_l, \tau_{l+1})$ intervalda aniqlangan $v_l(t)$, $v_l(t) \in Q$, o'lovli funksiyani mos qo'yuvchi b^l , $l = 0, 1, \dots, s$, akslantirishlar oilasi E qochuvchining $[t_0, T]$ dagi σ bo'lishga mos V bo'lakli-dasturli strategiyasi deyiladi.

2-Ta'rif. (3) nuqtaga va $v_l(t)$, $v_l(t) \in Q$, boshqaruvga $t \in [\tau_l, \tau_{l+1})$ intervalda aniqlangan $u_l^i(t)$, $u_l^i(t) \in Q$, o'lchovli funksiyani mos qo'yuvchi c^l , $l = 0, 1, \dots, s$, akslantirishlar oilasi P_i ta'qib qiluvchining $[t_0, T]$ dagi σ bo'lishga mos U_i bo'lakli-dasturli kontrstrategiyasi deyiladi.

$z^0 = (x_1^0, \dots, x_n^0, y^0)$ bo'lsin. Bu o'yinni $G = G(n, z^0)$ orqali belgilaymiz.

3-Ta'rif. Agar ixtiyoriy $T > t_0$ uchun $[t_0, T]$ kesmani shunday σ bo'lish va E qochuvchining V strategiyasi mavjud bo'lsaki, P_i o'yinchilarning ixtiyoriy traektoriyalari uchun

$$x_i(t) - y(t) \notin M_i, \quad t \in [t_0, T], \quad i = 1, \dots, n,$$

munosabat o'rinli bo'lsa, u xolda G o'yinda qochib ketish mumkin deymiz, bu yerda $y(t)$ – E qochuvchining ushbu jarayondagi traektoriyasi.

4-Ta'rif. Agar shunday $T > t_0$ vaqt mometi topilsaki, $[t_0, T]$ intervalni ixtiyoriy σ bo'lish va E qochuvchining ixtiyoriy $y(t)$ trektoriyasi uchun P_i ta'qib qiluvchilarning σ bo'lishga mos U_i bo'lakli-dasturli kontrstrategiyalari mavjud bo'lib

$$x_m(\tau) - y(\tau) \in M_m,$$

munosabatni qanoatlantiruvchi $\tau \in [t_0, T]$ vaqt mometi va $m \in \{1, 2, \dots, n\}$ nomer mavjud bo'lsa, u holda, u xolda G o'yinda tutib olish mumkin deyiladi, bu yerda $x_m(t) - P_m$ ta'qib qiluvchining ushbu jarayondagi traektoriyasi.

(1) va (2) sistemalar o'rniga

$$\dot{z}_i(t) = a(t)(u_i(t) - v(t)), \quad z_i(t_0) = z_i^0 = x_i^0 - y^0. \quad (4)$$

sistemani qaraymiz. λ_i funksiyalarni quyidagicha kiritib olamiz:

$$\lambda_i(v, m_i) = \max\{\lambda \mid v - \lambda(z_i^0 - m_i) \in Q\}$$
$$\lambda_i(v) = \max_{m_i \in M_i} \lambda_i(v, m_i), \quad i = 1, \dots, n.$$

Q to'plam – qat'iy qavariq silliq chegarali kompaktiligidan $\lambda_i(v)$ funksiyalar Q to'plamda uzluksiz ([4] adabiyotga qarang) va

$$\delta(z^0) = \min_{v \in Q} \max_{i=1, \dots, n} \lambda_i(v)$$

munosabatdan aniqlanuvchi $\delta(z^0)$ mavjud.

1-Faraz. Shunday $C_1 > 0$ mavjudki, barcha $t \geq t_0$ larda $a(t) \geq C_1$ tengsizlik bajariladi.

1-Teorema. 1-faraz o'rinli bo'lsin.

1) agar $\delta(z^0) > 0$ bo'lsa u holda G o'yinda tutib olish mumkin;

2) agar $\delta(z^0) = 0$ bo'lsa, u holda G o'yinda qochib ketish mumkin.

Isbot. Teoremaning 1) qismini isbotlaymiz. [4] tadqiqot ishiga ko'ra $\lambda_i(v, m_i)$ funksiyalar aniqlanish soxasida uzluksiz, $M_i(v) = \{m_i \mid \lambda_i(v, m_i) = \lambda_i(v)\}$ akslantirish uzluksiz va bir qiymatlidir.

P_i ta'qib qiluvchining U_i kontrstrategiyasini quyidagicha quraylik:

$$u_l^i = v_l(t) - \lambda_i(v_l(t)) \left(z_i^0 - M_i(v_l(t)) \right), \quad t \in [\tau_l, \tau_{l+1}),$$

bu yerda $\sigma = \{t_0 = \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_{s+1} = T(z^0) = \frac{n}{C_1 \delta(z^0)}\}$, V esa bu bo'lishga mos E qochuvchining ixtiyoriy strategiyasi. Yuqoridagilarni xisobga olib (4) tenglamaning yechimini yozaylik:

$$z_i(t) = z_i^0 - \int_{t_0}^t a(s) \lambda_i(v(s)) \left(z_i^0 - M_i(v(s)) \right) ds =$$

3-ШҶЪБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$= z_i^0 \left(1 - \int_{t_0}^t a(s) \lambda_i(v(s)) ds \right) + \int_{t_0}^t a(s) M_i(v(s)) \lambda_i(v(s)) ds.$$

$\delta(z^0)$ miqdorni aniqlanishiga ko'ra

$$\min_{i=1, \dots, n} \left(1 - \int_{t_0}^t a(s) \lambda_i(v(s)) ds \right) = 1 - \min_{i=1, \dots, n} \int_{t_0}^t a(s) \lambda_i(v(s)) ds \leq$$

$$\leq 1 - \frac{1}{n} \int_{t_0}^t a(s) \sum_{i=1}^n \lambda_i(v(s)) ds \leq 1 - \frac{C_1}{n} \delta(z^0)(t - t_0).$$

Bunga ko'ra $t_0 + \frac{n}{C_1 \delta(z^0)}$ dan ortmaydigan $T(z^0)$ momentda

$$1 - \int_{t_0}^t a(s) \lambda_i(v(s)) ds$$

miqdorlardan kamida bittasi nolga aylanadi. U xolda

$$z_i(T(z^0)) = \int_{t_0}^{T(z^0)} a(s) M_i(v(s)) \lambda_i(v(s)) ds \in M_i.$$

Ixtiyoriy $p \in R^k$ vector ustida $(z_i(T(z^0)), p)$ skalyar ko'paytma $C(M_i, p)$ tayanch funksiya qiymatidan ortmaydi, u xolda

$$(z_i(T(z^0)), p) = \int_{t_0}^{T(z^0)} a(s) \lambda_i(v(s)) (M_i(v(s)), p) ds \leq C(M_i, p).$$

Shunday qilib, ta'qib qiluvchilardan kamida bittasi $T(z^0)$ momentda qochuvchini tutib oladi.

Faraz qilaylik z_0 pozitsiya uchun teoremaning ikkinchi sharti bajarilsin. U xolda shunday $v_0 \in Q$ vector mavjudki barcha $i = 1, \dots, n$ larda $\lambda_i(v_0) = 0$ tenglik bajariladi. Qochuvchining strategiyasini quyidagicha quramiz: $\sigma = \{t_0, +\infty\}$, $v(t) = v_0$.

Aytaylik bunday boshqaruvda G o'yinda tutib olish mumkin bo'lsin. U xolda shunday $T > t_0$ moment, taqib qiluvchilarning $U_1, \dots, U_n$ kontrstrategiyalari mavjudki, biror $i \in \{1, \dots, n\}$ uchun $z_i(T) \in M_i$ munosabat bajariladi. U xolda

$$z_i(t) = z_i^0 + \int_{t_0}^t a(s)(u_i(s) - v_0) ds =$$

$$= z_i^0 - v_0 \int_{t_0}^t a(s) ds + z_i^0 + \int_{t_0}^t a(s) u_i(s) ds.$$

Quyidagi funktsiyani qaraylik:

$$\hat{u}_i(T) = \frac{\int_{t_0}^T a(s) u_i(s) ds}{\int_{t_0}^T a(s) ds}.$$

$u_i(s) \in Q$ ekanligidan $\hat{u}_i(T) \in Q$ kelib chiqadi. U xolda

$$z_i(T) = z_i^0 + (\hat{u}_i(T) - v_0) \int_{t_0}^T a(s) ds \in M_i$$

munosabatga ko'ra shunday $m_i \in M_i$ nuqta mavjudki quyidagi tenglik bajariladi

$$z_i(T) = z_i^0 + (\hat{u}_i(T) - v_0) \int_{t_0}^T a(s) ds = m_i$$

yoki

$$\hat{u}_i(T) - v_0 = \frac{m_i - z_i^0}{\int_{t_0}^T a(s) ds}$$

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$$v_0 - \frac{1}{\int_{t_0}^T a(s)ds} (z_i^0 - m_i) = \hat{u}_i(T) \in Q$$

munosabatni olamiz. $\hat{u}_i(T) - v_0$ ayirma nol bo'la olmaydi, aks holda $z_i(T) = z_i^0 \in M$ ziddiyatni ko'ramiz. $\lambda_i(v_0)$ ni aniqlanishiga ko'ra

$$\lambda_i(v_0) = \max_{m_i \in M_i} \lambda_i(v_0, m_i) = \max_{m_i \in M_i} \max\{\lambda \mid v_0 - \lambda(z_i^0 - m_i) \in Q\}$$

Yuqoridagi ikki munosabatdan va teorema shartidan foydalanib

$$0 = \lambda_i(v_0) \geq \frac{1}{\int_{t_0}^T a(s)ds} \geq \frac{1}{C_1} > 0$$

ziddiyatni xosil qilamiz. Demak yuqorida $G = G(n, z^0)$ o'yinda tutib olish mumkin bo'lsin deb qilingan faraz to'g'ri bo'lishi mumkin emas. Teorema isbotlandi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Азамов А.О. О задаче убегания по заданной кривой // Прикладная математика и механика. 1982. Вып. 4. С. 694–697
2. Благодатских В.И. Введение в оптимальное управление (линейная теория). М.: Высшая школа, 2001. 240 с.
3. Понтрягин Л.С. Линейная дифференциальная игра убегания // Труды Математического института АН СССР. 1971. Т. 112. С. 30–63.
4. Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы. – Киев: Наук. думка, 1992. – 384с.

DIFFERENTIAL GAME WITH NONLINEAR RESTRICTIONS ON CONTROLS

Horilov Makhmud Abdumalikovich

Namangan State University

Let's assume that a controlled object P (the Pursuer) pursues another object E (the Evader) in P^n . Express by x and y the states of the objects P and E respectively. Consider the pursuit problem when the objects move with respect to the equations

$$\dot{x} = u, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

$$\dot{y} = v, \quad y(0) = y_0, \quad (2)$$

correspondingly, where $x, y, u, v \in P^n, n \geq 2$; x_0 and y_0 are the initial states of the objects and it is presumed that $x_0 \neq y_0$; u and v are the velocity controls which function as parameters of the equations (1), (2) and they should be measurable functions $u(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow P^n$ and $v(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow P^n$ respectively.

We put the constraint

$$\int_0^t |u(s)|^2 ds \leq \frac{\rho_1^2}{2k} (1 - e^{-2kt}) + \rho_0^2 \quad \text{for almost every } t \geq 0 \quad (3)$$

on the control function of the Pursuer and a class of such control functions is denoted by U , where ρ_0, ρ_1, k are positive parametric numbers.

In a similar way, we put the constraint

$$\int_0^t |v(s)|^2 ds \leq \frac{\sigma_1^2}{2k} (1 - e^{-2kt}) + \sigma_0^2 \quad \text{for almost every } t \geq 0 \quad (4)$$

on the control function of the Evader and a class of such control functions is denoted by V , where σ_0, σ_1, k are positive parametric numbers.

Note that the constraints (3), (4) can be regarded as the general form of integral, linear and mixed constraints. Problems with linear and mixed constraints are more complicated than problems with integral and geometric constraints.

Definition 1.1 The functions $u(\cdot) = (u_1(\cdot), \dots, u_n(\cdot))$ and $v(\cdot) = (v_1(\cdot), \dots, v_n(\cdot))$ that fulfil the conditions (3), (4) are called admissible control functions of the Pursuer and Evader respectively.

3-ШҶҶБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

Definition 2. For the pair $(x_0, u(\cdot))$, $u(\cdot) \in U$, the solution of the equation (1)

$x(t) = x_0 + \int_0^t u(s)ds$ is called a trajectory of the Pursuer on time interval $[0, \infty)$.

Definition 3. For the pair $(y_0, v(\cdot))$, $v(\cdot) \in V$ the solution of the equation (2) $y(t) = y_0 + \int_0^t v(s)ds$ is called a trajectory of the Evader on time interval $[0, \infty)$.

The goal of the Pursuer is to capture the Evader, i.e. to reach the equality $x(t) = y(t)$ (pursuit game). Meanwhile, the Evader struggles not to encounter the Pursuer (evasion game), i.e., to keep the relation $x(t) \neq y(t)$ for all $t \geq 0$, and in the opposite case, to delay the time of encounter as long as possible. This is the preliminary formulation of the pursuit-evasion problems in the considered game.

Lemma 1.4 If $u(\cdot) \in U$, then $x(t) \in S_{v(t)}(x_0)$ for all $t \geq 0$, where $v(t) = \sqrt{\left(\frac{\rho_1^2}{2k} + \rho_0^2\right)t}$.

We will give a definition of the Π -strategy for the Pursuer.

Definition 4.5 In the pursuit game (1)–(4), the function

$$u(t, v) = v - \lambda(t, v)\xi_0, \lambda(t, v) = \mu_0 + \langle v, \xi_0 \rangle + \sqrt{(\mu_0 + \langle v, \xi_0 \rangle)^2 + \delta_1 e^{-2kt}}, \quad (5)$$

is termed the Π -strategy of the Pursuer, where $\mu_0 = \delta_0/2 |z_0|$, $\delta_0 = \rho_0^2 - \sigma_0^2$, $\delta_1 = \rho_1^2 - \sigma_1^2$, $\xi_0 = z_0/|z_0|$, $z_0 = x_0 - y_0$, and $\langle v, \xi_0 \rangle$ means the inner product of the vectors v and ξ_0 in P^n .

In (5), the function $\lambda(t, v)$ is usually termed the resolving function.

Proposition 1. 6If $\rho_1 \geq \sigma_1$, then in (5), for any $v \in V$, the function $\lambda(t, v)$ is defined, nonnegative and besides that, the equality

$$|u(t, v)|^2 = |v|^2 + \frac{\delta_0}{|z_0|} \lambda(t, v) + \delta_1 e^{-2kt}, t \geq 0 \quad (6)$$

is satisfied.

Lemma 2.7 Let $\rho_1 > \sigma_1$ and $\rho_0 \geq \sigma_0$ be valid. Then the equation

$$\sqrt{\Phi(t) + \Psi(t)} - \sqrt{\Phi(t)} = |z_0| \quad (7)$$

has at least one positive root in respect to t , $t \geq 0$, where $\Phi(t) = t \left(\frac{\sigma_1^2}{2k} (1 - e^{-2kt}) + \sigma_0^2 \right)$, $\Psi(t) = \delta_0 t + \delta_1 \left(\frac{1 - e^{-kt}}{k} \right)^2$.

Definition 5. 8The smallest positive root of (7) is termed a guaranteed capture time and it is denoted by T .

Theorem 1.9 Let Lemma 2 be satisfied. Then the Π -strategy (5) guarantees realization of capture in the pursuit game (1)–(4) on the time interval $[0, T]$.

REFERENCES

1. Azamov A.A., Samatov B.T. The Π -Strategy: Analogies and Applications, *The Fourth International Conference Game Theory and Management*, St. Petersburg, 2011, vol. 4, pp. 33–47. <http://mi.mathnet.ru/cgtm177>
2. Petrosyan L.A. About some of the family differential games at a survival in the space P^n , *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 1965, vol. 161, no. 1, pp. 52–54 (in Russian).
3. Pshenichnyi B.N., Ostapenko V.V. *Differential games*, Kiev: Naukova Dumka, 1992. (In Russian).
4. Satimov N.Yu. *Methods of solving of pursuit problem in differential games*, Tashkent: NUUZ, 2003 (in Russian).
5. Samatov B.T., Horilov M.A., Akbarov A.kh. Differential games with the non-stationary integral constraints on controls, *Bulletin of the Institute of Mathematics*, 2021, vol. 4, no. 4, pp. 39–46. <http://mib.mathinst.uz/en/2021.html>

3-ШҶҒБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

6. Ibragimov G.I. Optimal Pursuit with Countably Many Pursuers and One Evader, *Differential Equations*, 2005, vol. 41, no. 5, pp. 627--635. <https://doi.org/10.1007/s10625-005-0198-y>

7. Azamov A.A., Kuchkarov A.Sh., Samatov B.T. The relation between problems of pursuit, controllability and stability in the large in linear systems with different types of constraints, *J. Appl. Maths and Mechs.*, 2007, vol. 71, no. 2, pp. 229-233. <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2007.06.006>

КОЕФФИЦИЕНТИ ТЕНГЛАМА ТАРТИБИГА БОГ'ЛИҚ DIFFERENTIAL ТЕНГЛАМА UCHUN BIR CHEGARAVIY MASALA HAQIDA

Yusubjonova G.

Quyidagi kasr tartibli differensial tenglamani tatbiq etamiz:

$${}_CF D_{\alpha x}^{\alpha+1} y(x) + \lambda {}_CF D_{\alpha x}^{\alpha} y(x) + \mu y(x) = f(x) \quad (1)$$

Bu yerda $\lambda, \mu \in R$, $f(x)$ - berilgan funksiya va

$${}_CF D_{\alpha x}^{\alpha+1} y(x) = \frac{1}{1-\alpha} \int_0^x y'(t) e^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}(x-t)} dt, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (2)$$

Singulyar yadroga ega bo'lmagan α tartibli integro-differensial operator. Bu operator quyidagi xossaga ega: ${}_CF D_{\alpha x}^{\alpha+1} y(x) = {}_CF D_{\alpha x}^{\alpha} ({}_CF D_{\alpha x}^1 y(x))$, $n \in \mathbb{N}$ (3).

Shuni ta'kidlash kerakki, agar $\alpha = n \in \mathbb{N}$ bo'lsa, u holda (2) operator oddiy differensial operator bilan

ustma-ust tushadi, ya'ni:

$${}_CF D_{\alpha x}^n y(x) = y^{(n)}(x) = \frac{d^n y}{dx^n} \quad (4)$$

(3) va (4) ni hisobga olsak, ${}_CF D_{\alpha x}^{\alpha+1} y(x) = \frac{1}{1-\alpha} \int_0^x y^n(t) e^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}(x-t)} dt$ (5)

Ni olamiz. Dastlab, (2) va (5) formulalardan foydalanib, (1) tenglamani quyidagiga yozib olamiz.

$$z'(x) - A(\alpha) z'(x) + B(\alpha) z(x) = \hat{f}(x) \quad (6)$$

Bu yerda $z(x) = y(x) e^{\frac{\alpha}{1-\alpha}x}$, $A(\alpha) = \frac{2\alpha}{1-\alpha} + \lambda + \mu(1-\alpha)$, $B(\alpha) = \frac{\alpha}{1-\alpha} [\frac{\alpha}{1-\alpha} - \lambda]$

$$\hat{f}(x) = (1-\alpha) e^{\frac{\alpha}{1-\alpha}x} [f'(x) + \frac{\alpha}{1-\alpha} f(x)].$$

(6) tenglamaning koeffitsientlari ko'rsatilgan (1) tenglamaning α tartibiga bog'liq ekanligini ko'rish qiyin emas.

Endi (1) tenglamani $x \in [0, 1]$ kesmada tatbiq etaylik.

Masala. (1) tenglamaning $[0, 1]$ kesmadagi $y(0)=0$, $y(1)=0$ shartni qanoatlantiruvchi yechimi topilsin.

Bu masala yuqoridagi xisob-kitoblarga asosan (6) tenglamaning $z(0)=z(1)=0$ (7) shartlarni qanoatlantiruvchi yechimni topishga ekvivalent bo'ladi. Bu funksiyaning Grin funksiyasi usuli bilan tatbiq etamiz. Buning uchun (6) tenglamaning xarakteristik tenglamasidagi

$$\square(\alpha) = A^2(\alpha) - 4B(\alpha)$$

Ifodaning qiymatiga bog'liq bo'ladi.

Dastlab $\square(\alpha) = 0$ bo'lgan holni qaraylik,

3-ШЎЎБА. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

$\square(\alpha) = 0 \rightarrow A^2(\alpha) - 4B(\alpha) = 0$ bundan kelib chiqadiki,

$$\mu_{1,2} = \frac{1}{1-\alpha} \left[\frac{2\alpha}{1-\alpha} - \lambda \pm \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha} - \lambda} \right] \quad (9)$$

Demak, μ koeffitsient (9) shartni qanoatlantiradi. (8) bilan aniqlangan $\square(\alpha)$ ifoda 0 ga teng bo'ladi. Bu holda (6) va (7) masalaning Grin funksiyasi

$$G(x, t) = \begin{cases} e^{\frac{\Delta(\alpha)}{2}(x-t)} x(t-1), & 0 \leq x \leq t, \\ e^{\frac{\Delta(\alpha)}{2}(x-t)} t(x-1), & t \leq x \leq 1. \end{cases}$$

ko'rinishga ega bo'ladi. Keyingi o'rinlarda $\square\alpha > 0$ va $\square\alpha < 0$ holatlar qarab chiqiladi. Barcha holatlar qarab chiqilgch, (6), (7) masalaning yechimi Gilbert teoremasiga ko'ra,

$$z(x) = \int_0^1 f(t) \hat{G}(x, t) dt$$

formula bilan aniqlanadi. Bu yerda $G(x, t)$ barcha holatlarga mos ravishda aniqlanadi. Undan keyin esa

$y(x) = e^{\frac{\alpha}{1-\alpha}x(x)}$ almashtirishga ko'ra esa (1) tenglamaning $y(0) = y(1) = 0$ shartlarini qanoatlantiruvchi yechimi topiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. M.Caputo, M.Fabrizio. A new definition of fractional derivative without singular kernel. Progr.Frac.Differ.Appl. №1, 2015, pp1-13
2. M.Mirzayeva. on an integral-differential equation with the Caputo-Fabrizio operator and its application in solving boundary-value problem for partial differential equation. Bulletin of the Inst. Of Math. Vol.4, №1, 2021, pp1-10.

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА PANJARADAGI IKKI ZARRACHALI SISTEMA ENERGIYASINING BIR EHTIMOL BILAN QABUL QILADIGAN QIYMATLARI

¹Janikul Abdullayev, ²Farhod O'rolov

¹F.-m.f.d, Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti

²Magistrant. Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti

Mikroobyektning qandaydir fizik miqdorini o'lchash uchun mikroobyektni asbob bilan o'zaro ta'sir qilishga majbur etish kerak. Bu o'zaro ta'sir natijasida asbobning makroskopik holati o'zgaradi, yani o'lchash akti yuz beradi. Odatda mikroobyekt asbob bilan o'zaro ta'sir qilganda ko'chkisimon jarayonni (masalan, Vilson kamerasida bug' kondensatsiyasini) chaqiradi, bu esa asbobning makroholatining o'zgarishiga olib keladi.

Umumiy holda o'lchash natijasini oldindan aniq aytib berish mumkin emas ekan (hatto o'lchash o'tkaziladigan sharoitlar haqida barcha mumkin bo'lgan ma'lumotlar to'planganda ham). O'lchash natijasi tasodifiy miqdor bo'lib, kvant mexanikasida bunday miqdorlarning taqsimot qonunlari o'rganiladi. Qiymatlarini tajribada aniqlash mumkin bo'lgan fizik miqdorlar kuzatiluvchan miqdorlar deyiladi. O'lchash natijalari haqiqiy sonlar deb hisoblanadi.

Quyida bayon qilingan kvant mexanikasi asosiy postulatlarining sistemasi I.fon Neyman tomonidan taklif etilgan [1].

1-postulat. *Kvant mexanikasidagi sistemaning holatlari Ω kompleks separabel Hilbert fazosining (birlik) vektorlari bilan ifodalanadi. Bunda ikkita vektor ayni bitta holatni faqat va faqat nolmas kompleks ko'paytuvchiga farq qilgandagina ifodalaydi.*

Har bir kuzatiluvchan miqdorga Ω da chiziqli o'z-o'ziga qo'shma operatorni bir qiymatli mos qo'yish mumkin. Kuzatiluvchan a miqdorga mos o'z-o'ziga qo'shma operatorni A orqali belgilaymiz.

Energiya har qanday kvantomexanik sistemada muhim fizik miqdor bo'lib hisoblanadi. Bu kuzatiluvchan miqdorga mos operatorni H orqali belgilaymiz. Quyidagi postulat H energiya operatori sistema evolyutsiyasining qonunini aniqlashini takidlaydi.

3-postulat. *Biror $t = 0$ vaqt momentida sistemaning holati ψ_0 vektor bilan tasvirlansin. U holda ixtiyoriy t vaqt momentida sistemaning holati $\psi(t) = U_t \psi_0$ vektor bilan tasvirlanadi, bu yerda U_t evolutsiya operatori deb ataluvchi unitar operator. Agar $\psi(t)$ vektor-funksiya H operatorning $D(H)$ aniqlanish sohasiga aqalli $t = 0$ tushsa, u differensiallanuvchi bo'ladi va*

$$ih \frac{d\psi(t)}{dt} = H\psi(t) \quad (1)$$

munosabat o'rinli, bu yerda $\hbar$ — Plank doimiysi.

(1) munosabat kvant mexanikasining asosiy tenglamasi bo'lib, u Shryodinger tenglamasi deyiladi.

Vaqt o'tishi bilan o'zgarmaydigan holatlar statsionar (barqaror) holatlar deyiladi. Energiya statsionar holatda ayni bitta qiymat, energiya operatorining xos qiymatini bir ehtimol bilan qabul qiladi. Statsionar holatlarni (H energiya operatorining xos vektorlarini) ifodalovchi

$$H\psi = \lambda\psi \quad (2)$$

tenglama Shryodingerning statsionar tenglamasi deyiladi va biror $\lambda \in \mathbb{C}$ uchun (2) tenglama nolmas yechimga ega bo'lsa, ψ yechimga statsionar yechim deyiladi. Boshqacha aytganda ψ holatda energiya 1 ehtimol bilan λ qiymatni qabul qiladi.

Bu pastulatdan quyidagi natijani olamiz.

1-tasdiq. Kuzatiluvchan a miqdor ψ holatda ma'lum λ qiymatni 1 ehtimol bilan qabul qilishi uchun ψ holat A operatorning λ xos qiymatiga mos xos vektori bo'lishi zarur va yetarli.

Bu ishda bir o'lchamli panjarada harakatlanayotgan ikki zarrachali sistema energiyasining statsionar holatlari o'rganiladi. Panjaradagi ikki zarrachali sistemaga mos energiya operatori $\ell_2(\mathbb{Z}^2)$ Hilbert fazosida

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \hat{V}_{12}$$

o'z-o'ziga qo'shma chegaralangan operator sifatida aniqlanadi. $\hat{H}$ operatorning koordinat tasviridan impuls tasviriga Fur'ye almashtirishi orqali o'tiladi. Ikki zarrachali sistemaga mos energiya operatori H va $L_2(\mathbb{T}^2)$ fazolar quyidagicha to'g'ri integralga yoyiladi [2-6],

$$H = \int_{\mathbb{T}} \oplus H(\mathbf{k}) d\mathbf{k}, \quad L_2(\mathbb{T}^2) = \int_{\mathbb{T}} \oplus L_2(\mathbb{T}) d\mathbf{k}$$

Har bir tayinlangan $k \in \mathbb{T}$ da $H(k) = H_0(k) - V$ operator $L_2(\mathbb{T})$ Hilbert fazosida quyidagicha aniqlanadi ($H(k)$ lar Shryodinger operatorlari deyiladi):

$$(H_0(k)f)(p) = 2(1 - \cos k \cos 2p)f(p)$$

Zarrachalar o'zaro ta'sirini ifodalovchi operator V esa:

4-ШЎБА. ЭХТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

$$(Vf)(p) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{T}} [\mu_0 + 2\mu_1 \cos(p-s)] f(s) ds.$$

Bu yerda μ_0 va μ_1 lar musbat sonlar.

Teorema. Ixtiyoriy μ_0 va μ_1 lar uchun Shryodinger operatori $H(0)$ ikkita

$$\lambda_1 = 2 - \sqrt{4 + \mu_0^2} \quad \text{va} \quad \lambda_2 = \frac{4\mu_1^2}{\mu_1^2 - (2 + \mu_1)^2}$$

xos qiymatlarga ega. Agar $\mu_1 \geq 2$ bo'lsa uchinchi xos qiymat $\lambda_3 = \frac{4(\mu_1-2)^2}{(\mu_1-2)^2 - \mu_1^2}$ paydo bo'ladi va bu qiymatlarga mos holat funksiyalari quyidagicha bo'ladi:

$$f_1(p) = \frac{1}{2\varepsilon(p) - \lambda_1}, \quad f_2(p) = \frac{\cos p}{2\varepsilon(p) - \lambda_2}, \quad f_3(p) = \frac{\sin p}{2\varepsilon(p) - \lambda_3}.$$

Natija. f_1, f_2, f_3 holatlarda energiya o'zining $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ qiymatlarini 1 ehtimollik bilan qabul qiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Ф.А. Березин, М.А. Шубин М.Ш. Уравнение Шредингера. Изд. Московского университета. 1983. 394.
2. J.I.Abdullayev, R.N.G'anixo'jayev, M.H.Shermatov, O.I.Egamberdiyev. Funktsional analiz va integral tenglamalar. Darslik. Toshkent, 2022, TURON-IQBOL, 460 bet.
3. Абдуллаев Ж.И., Кулиев К.Д. Связанные состояния системы двух бозонов на двумерной решетке. ТМФ. 2016. № 2, С. 272-292.
4. Абдуллаев Ж.И., Кулиев К.Д., Мамиров Б.У. Бесконечность числа связанных состояний системы двух фермионов на двумерной решетке. Узбекский Математический Журнал, 2016, № 4, С. 3-16.
5. J.I. Abdullaev, A.M. Toshturdiyev. Bound States of a System of Two Fermions on Invariant Subspace. AIP Conference Proceedings. 2021. Vol 2365.
6. Reed M. and Simon B. Methods of Modern Mathematical Physics Ser: Analysis of Operators 1978.

ПУАССОНОВСКИЕ ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ В СХЕМАХ РАЗМЕЩЕНИЯ ЧЕТНОГО ЧИСЛА ЧАСТИЦ В КАЖДУЮ ЯЧЕЙКУ

Ф.А. Абдушукуров

f.abdushukurov@ytit.uz

Старший преподаватель кафедры Информационных технологий

Технический институт Ёджу в городе Ташкенте

Институт математики имени В. И. Романовского Академии наук Республики Узбекистан

Рассмотрим результаты из (Ф.А. Abdushukurov [1] и Ф.А. Abdushukurov, A.N. Chuprunov [2]). Пусть n, N целое число. Однородным размещением n различных частиц по N различным ячейкам называется случайные величины $\eta'_1, \eta'_2, \dots, \eta'_N$ с совместным распределением

$$P\{\eta'_1 = k_1, \dots, \eta'_N = k_N\} = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_N!} \left(\frac{1}{N}\right)^n,$$

где $k_1, k_2, \dots, k_N$ — неотрицательные целые числа такие, что $k_1 + k_2 + \dots + k_N = n$. Рассмотрим случайные величины $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N$, с совместным распределением, определяемым по формуле

$$P\{\eta_1 = 2k_1, \dots, \eta_N = 2k_N\} = P\{\eta'_1 = 2k_1, \dots, \eta'_N = 2k_N \mid |\eta'_i \text{ принимает четное значение}, 1 \leq i \leq N\} \quad (1)$$

где $k_1, k_2, \dots, k_N$ — неотрицательные целые числа такие, что $k_1 + k_2 + \dots + k_N = n$.

Заметим, что схема (1) является схемой размещения $2n$ различных частиц по N различным ячейкам при условии, что: каждая ячейка содержит четное число частиц. Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$ независимые одинаково распределенные случайные величины. Обозначим

$$p_k = P\{\xi_i = k\}, k = 0, 1, 2, \dots$$

Случайные величины $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N$ общей схемой размещения n частиц по N ячейкам, если совместное распределение имеет вид

$$P\{\eta_1 = k_1, \dots, \eta_N = k_N\} = P\left\{\xi_1 = k_1, \dots, \xi_N = k_N \mid \sum_{i=1}^N \xi_i = n\right\}$$

где $k_1, k_2, \dots, k_N$ — неотрицательные целые числа такие, что $k_1 + k_2 + \dots + k_N = n$.

4-ШҶҶБА. ЭҶТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

Теорема 1. Пусть $0 < \alpha < \infty$. Схема (1) является общей схемой размещения $2n$ частиц по N ячейкам в котором

$$P\{\xi_i = 2k\} = \frac{\alpha^{2k}}{(2k)! \operatorname{ch}(\alpha)}, k = 0, 1, 2, \dots$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Abdushukurov F.A., Chuprunov A.N. Poisson Limit Theorems in an Allocation Scheme with an Even Number of Particles in Each Cell. Lobachevski Journal of Mathematics. 2020, v.41, N3. pp. 289-297.
2. F.A. Abdushukurov. On probability: each cell contains even number of particles. Asymptotics. Сборник материалов Республиканской научно-практической конференции Теоретические основы и прикладные задачи современной математики ii. Андижан, 28 марта 2022. Стр. 18-20.

ТЕХНОЛОГИК ЖАРАЁННИНГ ХОЛАТИНИ АНИҚЛОВЧИ НАЗОРАТ КАРТАЛАРНИ ТАҚҚОСЛАШ ҲАҚИДА

А.С.Ахмедов - ф.м.ф.н, Математика кафедраси доценти, АДУ
К.С.Аблазова – Математика кафедраси катта ўқитувчиси, АДУ.

Муаммонинг пайдо бўлиши: Маҳсулот ишлаб чиқариш билан боғлиқ жараён бошқариладиган ёки бошқарилмайдиган бўлиши мумкин. Бошқариладиган жараённинг ўзи ҳам икки хил: а) чиқаётган маҳсулотлар тўла талабга жавоб беради; б) маълум миқдорда яроқсиз маҳсулотлар мавжуд. Бошқарилмайдиган жараён икки хил: в) маҳсулотлар талабга жавоб беради, лекин жараёнга муҳим бўлган таъсир кучлари таъсир қилади, шу сабабли жараён издан чиқиб яроқсиз маҳсулотлар бирданига кўпайиб кетиши мумкин; г) жараён издан чиқиб кетиб, яроқсиз маҳсулотлар сони кўпайиб кетган [1].

Агар жараёни яхшилаш чоралари кўрилмаса энтропия туфайли г) ҳолатга қараб кетилади. XX асрда бу муаммони ечишнинг икки хил концепцияси мавжуд бўлган: 1) муҳандислик концепцияси- маҳсулот сифатини кўйим (Spec) асосида назорат қилиш; 2) Шухарт концепцияси- назорат карта (НК)лар усули ёрдамида а)-г) ҳолатларни яхшилаш ва энтропияни олдини олиш. Ҳозирги кунда назорат карталар усули қўлланилади ва ISO стандартлари мавжуд [2].

НКларни куришнинг ҳам икки хил усули мавжуд: 1) сифат билан боғлиқ статистиканинг сонли характеристикалари асосида; 2) статистиканинг тақсимоли ёки лимит тақсимоли ёрдамида ишончли интерваллар усулидан фойдаланиш.

Бу тезисда биз иккинчи усулдан фойдаланиб тузилган НКларни биринчи усул ёрдамида топилганлари билан таққослаш масаласини қараймиз [3].

Ассоциация қилсак- электр токи ишлаб чиқилди (лимит теорема исботланди) ва ундан фойдаланилган ҳолда музлаткич, телевизор ва ҳ.к.лар пайдо бўлди (лимит теорема асосида маълум функцияни бажарувчи назорат карталар курилди). Энди, масалан, қайси музлаткични олиш учун уларни таққослашмиз (бир неча хил битта функцияни бажарувчи назорат карталар таққосланаяпти).

Метод ва натижалар: Айтайлик X бирор маҳсулотнинг техник характеристикаси бўлиб, $X \sim N(\mu_0; \sigma_0^2)$ бўлсин. X дан $t = 1, 2, \dots, k$ бирлик вақтларда $\bar{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ танланмалар олиб унинг зичлик функциясининг формасини номиналга нисбатан текшириб бориш танланма асимметрия ва эксцесс коэффициентлари билан амалга оширилади. [4]да биз бу муаммони “Асимметрия-эксцесс” қўшалок НК ёрдамида амалга оширишни йўлга қўйган эдик. Бунда НК куришнинг иккинчи усулидан фойдаланганмиз. Бу НКларнинг кувват функциялари (жараёнга аралашиб эҳтимоли) ёрдамида маҳсулот ишлаб чиқариш билан боғлиқ жараён а)-г) ҳолатлардан қайси бирида эканлигини аниқлаш мумкин бўлади. Бундай ишларни биринчи усул ёрдамида топилган “Ўрта қийматлар ва стандарт оғишлар” номли қўшалок НК ва уларнинг кувват функциялари ёрдамида ҳам бажариш мумкин [3].

Ушбу ахборотда стандарт оғишлар ва эксцесс НКларининг кувват функцияларини таққослаш масаласини қараймиз.

[4]да келтирилгандек эксцесс НК кувват функцияси қуйидагича эди:

$G_Y(\sigma_{t,n}) = 1 - \operatorname{Ch}\left\{\frac{n-1}{\sigma_{t,n}^2} \sqrt{\frac{\bar{\mu}_4}{\gamma_{0.01}}} |n-1\right\}$, бу ерда $\sigma_{t,n}$ – t моментдаги n ҳажмли танланма ўртача квадратик оғиши, $\bar{\mu}_4$ -ўртача 4-тартибли момент, $\gamma_{0.01}$ -танланма эксцесснинг лимит тақсимотининг квантили. Ўртача квадратик оғиши НКсининг кувват функцияси қуйидагича эди [3]:

4-ШЎБА. ЭХТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

$G_s(\varepsilon_t) = 1 - Ch \left[\frac{\chi_{m-1,0,99}^2}{\varepsilon_t^2} / m - 1 \right]$, бу ерда $\chi_{m-1,0,99}^2$ $m - 1$ озодлик даражали χ^2 таксимотининг квантили, $\varepsilon_t = \frac{\sigma_{t,m}}{\sigma_0}$, $\sigma_{t,m} - m$ хажмли танланманинг t моментдаги ўртача квадратик оғиши, $\sigma_0 -$ жараён статистик назоратда бўлгандаги ўртача квадратик оғиш,

$$Ch(x/v) = \frac{1}{2^v \Gamma(\frac{v}{2})} \int_0^x u^{\frac{v-2}{2}} e^{-\frac{u}{2}} du, \text{ бу ерда } v = m - 1.$$

У ҳолда куйидаги муносабат ўринли бўлади;

Тасдиқ Жараён статистик назоратда бўлсин. У ҳолда $m \leq 10$ учун шундай n_0 мавжудки $n \geq n_0$ даги деярли барча t ларда куйидаги тенгсизлик ўринли бўлади:

$$G_Y(\sigma_{t,n}) \leq G_s(\varepsilon_t).$$

АДАБИЁТЛАР

1. Дональд Уилтер, Девид Чамберс Статистическое управление процессами. М.: Альпина Бизнес Букс, 2009.
2. Солонин С.И. Метод контрольных карт. Уральский федеральный университет. Екатеринбург. Электронное текстовое издание. 2014.
3. Миттаг Й., Ринне Х. “Статистические методы обеспечения качества.” – М.: “Машиностроение”. 1995.- 616 с.
4. Ахмедов С.А, Аблазова К.С.. “Некоторые статистические инструменты при исследовании устойчивости технологического процесса.” Доклады Академии наук Республики Узбекистан 2019-3:16-19

MARKOV ZANJIRI TASHKIL ETUVCHI TASODIFIY JARAYONLAR HAQIDA

Azimov J.B., Suvonqulova D.

Toshkent davlat transport universiteti,

O'zbekiston Milliy universiteti 1-bosqich magistri.

azimovjb@mail.ru, suvonqulovadurdona1@gmail.com

Ма'lumki, tasodifiy jarayonlar nazariyasida Markov zanjirini tashkil etuvchi jarayonlar muhim o'rin tutadi.

Faraz qilaylik biror tajriba chekli yoki sanoqlita $\{E_1, E_2, E_3, \dots\}$ natijalardan iborat bo'lsin. Aytaylik ushbu tajriba cheksiz ko'p marta takrorlanishi mumkin bo'lsin va n -tajriba natijasi raqamini X_n bilan belgilaylik. Umuman olganda, E_{X_n} ning ehtimoli oldingi $(n-1)$ ta tajriba natijasida qanday hodisalar ro'y berganiga bog'liqdir, Agar E_{X_n} ning ehtimoli $(n-1)$ -tajriba natijasigagina bog'liq bo'lib, avvalgi $(n-2)$ ta tajribada qanday natijalar ro'y berganiga bog'liq bo'lmasa, bunday tajribalar ketma-ketligi Markov zanjiri tashkil etadi deyiladi.

Endi faraz qilaylik $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ butun qiymatlar qabul qiluvchi tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bo'lsin. Agar n -tajriba natijasi E_j bo'lsa, u holda $X_n = j$ deb hisoblaymiz.

1-ta'rif. Agar $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ ketma-ketlik uchun

$$P(X_n = j / X_0 = k_0, X_1 = k_1, \dots, X_{n-2} = k_{n-2}, X_{n-1} = i) = P(X_n = j / X_{n-1} = i) \equiv p_{ij}(n)$$

shart bajarilsa, u holda bu ketma-ketlik Markov zanjiri tashkil etadi deyiladi.

Demak Markov zanjirini $p_j = P(X_0 = j)$, $\sum_{j=0}^{\infty} p_j = 1$ boshlangich taqsimotga ega va holatlar to'plami

$\{E_1, E_2, E_3, \dots\}$ dan iborat sistema deb qarash mumkin bo'ladi.

2-ta'rif. Agar ixtiyoriy $n \in N$ uchun $p_{ij}(n) = p_{ij}$ tenlik o'rinli bo'lsa, ya'ni o'tish ehtimolliklari Markov zanjiri bir jinsli deyiladi.

Markov zanjiriga misol tariqasida Galton-Vatson tarmoqlanuvchi jarayonini keltirish mumkin. Aytaylik $\{\xi(n, j), n, j \geq 1\}$ bog'liqsiz, bir xil taqsimlangan va manfiy bo'lmagan butun qiymatlarni qabul qiluvchi tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bo'lsin.

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

3-ta'rif. Galton-Vatson tarmoqlanuvchi jarayoni deb quyidagi

$$\mu_0 = 1, \quad \mu_n = \sum_{j=1}^{\mu_{n-1}} \xi(n, j), \quad n \geq 1$$

rekurrent munosabat bilan aniqlanuvchi tasodifiy jarayonga aytiladi.

Ma'lumki, Galton-Vatson jarayonining holatlar to'plami $\{0, 1, 2, \dots\}$ - manfiy bo'lmagan butun sonlar to'plamidan iborat, shuning uchun ham Galton-Vatson jarayoni sanoqli holatli bir jinsli Markov zanjiri bo'ladi.

Ma'lumki, Galton-Vatson jarayonini

$$F(x) = \sum_{j=0}^{\infty} p_j x^j, \quad p_j = P\{\mu_1 = j\}, \quad j = 0, 1, \dots, |x| \leq 1$$

hosil qilish funksiyasi orqali aniqlash mumkin.

Endi maxsus tipdagi immigratsiyaga ega tarmoqlanuvchi tasodifiy jarayonlarga to'xtalib o'tamiz. Agar biror butun m soni uchun $\mu_n = k$, $0 \leq k \leq m$ bo'lsa, u holda shu n - momentda jarayonga a_{kj} ehtimollik bilan j sonidagi zarralar kelib qo'shiladi, qo'shilgan zarralar sonining evolyutsiyasi keyinchalik $F(x)$ hosil qilish funksiyali odatdagi Galton-Vatson jarayoni qonuniga bo'ysunadi. Shunday qilib immigratsiya $m+1$ ta hosil qiluvchi funksiya bilan beriladi

$$A_k(x) = \sum_{j=0}^{\infty} a_{kj} x^j, \quad |x| \leq 1, \quad k = 0, 1, 2, \dots, m.$$

Bunday jarayonning n vaqtdagi zarralar soni Z_n bo'lsin. Aniqlik uchun $Z_0 = 0$ deb qabul qilamiz. Ushbu jarayon holatga bog'liq immigratsiyali tarmoqlanuvchi jarayon deb yuritiladi.

Teorema. Holatga bog'liq immigratsiyali tarmoqlanuvchi $\{Z_n, n \geq 0\}$ jarayon, holatlari soni sanoqli va o'tish ehtimolliklari

$$p_{ij} = P\{Z_{n+1} = j | Z_n = i\} = \begin{cases} p_j^*, & i \geq m+1, \\ \sum_{k=0}^j a_{ik} p_{j-k}^*, & 0 \leq i \leq m \end{cases}$$

bo'lgan bir jinsli Markov zanjirini tashkil etadi, bu yerda *-kompozitsiya belgisi.

ADABIYOTLAR

1. Sh.Q.Formanov. Ehtimolliklar nazariyasi. Darslik. Toshkent, "Universitet", 2014.
2. Foster G. A limit theorem for a branching processes with state-dependent immigration. Ann.Math.Stat. 42, 5(1971), 1773-1776.
3. Форманов Ш.К., Азимов Ж.Б. О предельных поведениях ветвящихся процессов Фостера-Пэйкса (случай бесконечной дисперсии). Узб. матем. журн., 1998. №4, 59-63.

ИНВАРИАНТНЫЕ ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕРЫ СИСТЕМЫ СЛУЧАЙНЫХ ИТЕРАЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ

Бегматов А.С., Облаева М.А.

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент.

moblayeva@mail.ru

Пусть K — компактное топологическое пространство со своими борелевскими множествами. Мы называем конечное множество $F = \{f_1, \dots, f_N\}$ непрерывных функций $f_j: K \rightarrow K, j = 1, \dots, N$ **повторяющихся функциональная система** (ПФС). Если все отображения f_j являются гомеоморфизмами, как мы, вообще говоря, будем принять здесь, то мы также рассматриваем ассоциированную (ПФС) $F^{-1} := \{f_1^{-1}, \dots, f_N^{-1}\}$ из обратные функции.

Мы обсудим различные точки зрения на случайные и детерминированные итерации функций из (ПФС) и вспомнить некоторые стандартные обозначения и факты.

Дана $(I_n)_{n \geq 1}$ стохастическая последовательность со значениями в $\{1, \dots, N\}$, для $x \in K$ определяющее

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

$$Z_n^x := (f_{I_n} \circ \dots \circ f_{I_1})(x) \quad Z_0^x = x$$

Мы можем рассматривать без ограничения общности неопределенную общую область случайных величин I_n здесь $\sum = \{1, \dots, N\}^N$, снабженный вероятностью мера P определена на ее борелевских подмножествах, где I_n определяется как $I_n(\omega) = \omega_n$ для каждого

$$\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots) \in \Sigma \text{ и } n \geq 1$$

Позже мы также рассмотрим отображение сдвига $\sigma: \Sigma \rightarrow \Sigma$ определяемое формулой $\sigma(\omega_1, \omega_2, \dots) = (\omega_2, \omega_3, \dots)$

Таким образом, для любых $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots) \in \Sigma$

$$\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots) \in \Sigma \text{ и } n \geq 0 \text{ любого } x \in K \text{ мы определяем } Z_n^x(\omega) = Z_n(x, \omega)$$

где

$$Z_n(x, \omega) := (f_{\omega_n} \circ \dots \circ f_{\omega_1})(x) \quad , \quad Z_0(x, \omega) = x \quad (1)$$

Последовательность $(Z_n(x, \omega))_{n \geq 0}$ называется траекторией, соответствующей реализации ω случайного процесса $(Z_n^x)_{n \geq 0}$, начиная с x . Обычно также $x \in K$ рассмотреть итерации в обратном порядке и определить

$$Z_n(x, \omega) := (f_{\omega_1} \circ \dots \circ f_{\omega_n})(x) \quad , \quad Z_0(x, \omega) = x \quad (2)$$

Пусть $(I_n)_{n \geq 1}$ — н.и.р. переменные. Тогда вероятностная мера P является мерой Бернулли, определяемой вектором вероятности $p = (p_1, \dots, p_N)$. Отсюда следует, что $Z_n^x = Z_n(x, \cdot)$, определенный в (1), и $Z_n^x = Z_n(x, \cdot)$ определенные в (2), имеют одинаковые распределение для любого фиксированного $n \geq 1$, и $(Z_n^x)_{n \geq 0}$ является (однородной по времени) цепью Маркова с оператором переноса T , определенным для ограниченных измеримых функций $h: K \rightarrow \mathbb{R}$ и

$$Th(x) := \sum_{j=1}^N p_j h(f_j(x)) \quad (3)$$

Если p не вырождено, т. е. если $p_j > 0$ для каждого $j = 1, \dots, N$, то мы называем пара (F, p) ПФС вероятностями. Цепь Маркова $(Z_n^x)_{n \geq 0}$ получается независимыми случайными итерациями, где на каждом шаге итерации функции f_j равны выбирается с вероятностью p_j ПФС $\{f_j\}_{j=1}^N$ минимален вперед, если для любого открытого множества $O \subset K$ и любого $x \in K$ существуют некоторые $n \geq 0$ и некоторые $\omega \in \Sigma$ такие, что

$$Z_n(x, \omega) \in O$$

Другими словами, для прямой минимальной ПФС можно перейти из любой точки, сколь угодно близкой к любой точке y , применяя некоторые конкатенации функций в ПФС.

Лемма. Пусть (F, p) — ПФС с вероятностями гомеоморфизмов на S^1 который вперед минимален. Тогда любая инвариантная вероятностная мера для (F, p) будить s -инвариантна для любого $s \in L(F, d)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.B.Katok and B.Hasselblatt: *Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems*, Cambridge University Press, 1995. 3-bob, 11-bo'lim.
2. Katrin Gelfert, Örfan Stenflo, *Random iterations of homeomorphisms on the circle*, Modern Stoch. Theory Appl. **4**(2017), no. 3, 253-271.
3. Hicham Zmarrou, Ale Jan Homburg. *Dynamics and bifurcations of random circle diffeomorphism*. *Discrete & Continuous Dynamical Systems - B*, 2008, 10 (2&3, September) : 719-731.

4-ШҶЎБА. ЭХТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА КОМБИНАТОРИКАНИНГ ГЕОМЕТРИЯ ФАНИГА ТАДБИQLАРИ

¹Bozorov Suxrob Baxodirovich *GulDU o'qituvchisi*

+998972478912; suxrobbek_8912@mail.ru

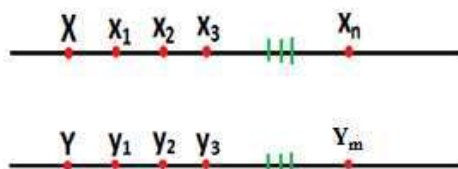
²Alpomishov Ibrohim Ubaydulla o'g'li *GulDU talabasi*

+998909923279; alpomishovibrohim@gmail.com

³Mirzayeva Xurshida Bahrom qizi *GulDU talabasi*

+998993454423; mirzayevaxurshida@gmail.com

I. Tekislikda X va Y to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishmaydi. X to'g'ri chiziqda n ta Y to'g'ri chiziqda m ta nuqta belgilangan. Belgilangan nuqtalar bir-biri bilan tutashtirilganda quyidagi shakllar hosil bo'ladi:



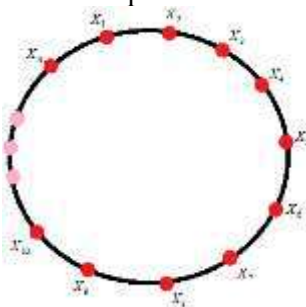
1. Kesmalar soni $N_{\bullet-\bullet} = C_n^1 \cdot C_m^1 = n \cdot m$

2. Vektorlar soni $N_{\rightarrow} = 2 \cdot C_n^1 \cdot C_m^1 = 2 \cdot n \cdot m$

3. Uchburchaklar soni $N_{\Delta} = n \cdot C_m^2 + m \cdot C_n^2$

4. To'rtburchaklar soni $N_{\square} = C_n^2 \cdot C_m^2$

II. Aylanada n ta nuqta berilgan bo'lsa, u holda bu nuqtalarni tutashtirib quyidagi shakllarni hosil qilsa bo'ladi.



1. Vatarlar soni $N_{\bullet-\bullet} = C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}, n \geq 2, n \in N$

2. Vektorlar soni $N_{\rightarrow} = 2C_n^2 = n(n-1), n \geq 2, n \in N$

3. Uchburchaklar soni $N_{\Delta} = C_n^3, n \geq 3, n \in N$

4. To'rtburchaklar soni $N_{\square} = C_n^4, n \geq 4, n \in N$

5. Ko'pburchaklar soni $N_k = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}; n \geq k \geq 5; n, k \in N$

III. Tekislikda n ta nuqta berilgan bo'lsa, u holda bu nuqtalarni tutashtirib quyidagi shakllarni hosil qilsa bo'ladi:

1. Tekislikda n ta nuqta shunday joylashganki, ulardan hech qaysi uchta bitta to'g'ri chiziqda yotmaydi. Shu nuqtalarning turli juftliklaridan jami bo'lib nechta **kesma** hosil qilsa bo'ladi?

$$N_{\bullet-\bullet} = C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}, n \geq 2, n \in N$$

2. Tekislikda n ta nuqta shunday joylashganki, ulardan hech qaysi uchta bitta to'g'ri chiziqda yotmaydi. Shu nuqtalarning turli juftliklaridan jami bo'lib nechta **vatar** hosil qilsa bo'ladi?

$$N_{\rightarrow} = 2C_n^2 = n(n-1), n \geq 2, n \in N$$

3. Tekislikda ixtiyoriy uchta bitta to'g'ri chiziqda yotmaydigan n ta nuqta berilgan. Uchlari berilgan nuqtalarda bo'lgan jami nechta **uchburchak** hosil qilsa bo'ladi?

$$N_{\Delta} = C_n^3 = \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{(n-3)!(n-2) \cdot (n-1) \cdot n}{3!(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

4-ШЎБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

4. Tekislikda ixtiyoriy uchta bitta to'g'ri chiziqda yotmaydigan n ta nuqta berilgan. Uchlari berilgan nuqtalarda bo'lgan jami nechta **to'rtburchak** hosil qilsa bo'ladi?

$$N_{\square} = C_n^4 = \frac{n!}{4!(n-4)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)!}{4! \cdot (n-4)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3)}{24}, n \geq 4, n \in N$$

5. Tekislikda ixtiyoriy uchta bitta to'g'ri chiziqda yotmaydigan n ta nuqta berilgan. Uchlari berilgan nuqtalarda bo'lgan jami nechta **ko'pburchak** hosil qilsa bo'ladi?

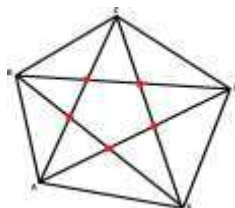
$$N_k = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}; n \geq k \geq 5; n, k \in N$$

IV. Hech qaysi uchta diagonal bir nuqtada kesishmaydigan ko'pburchaklarning diagonalari nechta nuqtada kesishishini topish.



1) $C_n^4 = 1$

2) $C_n^4 = C_5^4 = 5$



3) $C_n^4 = C_6^4 = 15$



$$N_d = C_n^4 = \frac{n!}{4!(n-4)!}; n \geq 4; n \in N$$

FOYDANILGAN ADABIYOTLAR

1. A.A.Abdushukurov. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. "Universitet", 2010
2. A.U.Abdusamidov va b. Algebra va matematik analiz asoslari, II qism. Akademik litseylar uchun darslik. "O'qituvchi", 2008
3. M.A.Mirzaahmedov va b. Algebra va analiz asoslari, geometriya II qism. 11-sinf. "Zamin nashr" MCHJ, 2018
4. M.Mirzaahmidov va b. Matematika. 6-sinf. O'qituvchi". 2017.
5. Sh.Alimov va b. Algebra. 7-sinf. O'qituvchi". 2017.
6. Sh.Alimov va b. Algebra. 8-sinf. O'qituvchi". 2019.
7. Sh.Alimov va b. Algebra. 9-sinf. O'qituvchi". 2019.
8. Matematika. DTM - 2019-2020-2021-2022.

ASYMPTOTIC PROPERTIES OF ESTIMATORS OF SURVIVAL FUNCTION

Bozorov Sukhrob Bakhodirovich

Guliston State University, Gulistan, Uzbekistan

Email: suxrobbek_8912@mail.ru

In order to investigate the asymptotic properties of estimators

$$1 - F_n(t) = \int (1 - F_n(t/z)) dQ_n(z), \quad l = 1, 2, 3, \quad t \in \mathbb{R}^+, \quad (1)$$

where $Q_n(z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(Z_i \leq z)$, $z \in \mathbb{R}^+$, is the empirical estimator of d.f. $Q(z)$ we need the following

conditions.

Conditions I:

(I.1) The kernel function π is bounded and Lipschitz condition of order 1 with respect to the Euclidean distance on $\mathbb{R}^+$.

$$(I.2) \int \pi(z) dz = 1, \int z\pi(z) dz = 0, \int z^2 |\pi(z)| dz < \infty.$$

(I.3) The bandwidth sequence $\{a_n, n \geq 1\}$ satisfies: $a_n \rightarrow 0$ and $\frac{\log n}{na_n} \rightarrow 0$ as $n \rightarrow \infty$.

(I.4) The partial derivatives $\frac{\partial F(t/z)}{\partial t}$ and $\frac{\partial G_2(t/z)}{\partial t}$ exist and are continuous in t for each z .

(I.5) The functions $q(z)$, $F(t/z)$ and $G_2(t/z)$ have bounded continuous first and second partial derivatives

with respect to z .

(I.6) For any closed interval $[a, b] \subset \mathbb{R}^+$, there exists a constants $p, \delta(\varepsilon) > 0$ such that $P(\xi_i > p / Z_i = z) \geq \delta(\varepsilon), \forall z \in [a, b]$, with $q(z) \geq \varepsilon$ and $\varepsilon > 0$ arbitrary small.

Note that in view of (1) the conditions (I.4) and (I.5) for d.f. $G_1(t/z)$ are hold too.

Moreover, from (I.6) we also have a chain of inequalities

$$1 - K(p) = P(\min(X_i, X_{1i}) > p) \geq P(\xi_i > p) = \int q(z) P(\xi_i > p / Z_i = z) dz \geq \varepsilon \cdot \int_{\{z: q(z) \geq \varepsilon\}} P(\xi_i > p / Z_i = z) dz > 0.$$

Theorem 1. Under Conditions I statistics $\{F_{ln}(t), l=1,2,3\}$ are a uniformly strongly consistent estimators for d.f. $F(t)$ on $[0, \tau]$: $\sup_{0 \leq t \leq \tau} |F_{ln}(t) - F(t)| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$, a.s

Moreover we also prove weak convergence of normed processes $\{V_{ln}(t) = \sqrt{n}(F_{ln}(t) - F(t)), t \in [0, \tau], l=1,2,3\}$ similar to Gaussian process.

In order to formulate these results we introduce Condition II.

Condition II:

$$(II.1) \quad E \left[\left(1 - F(t/Z) \right)^2 \int_0^t \frac{dF(u/Z)}{(1 - F(y/Z))^2 (1 - G_2(u/Z))} \right] < \infty, \forall t \in [0, T].$$

$$(II.2) \quad a_n^2 \sqrt{n} \rightarrow 0, \frac{\log n}{a_n \sqrt{n}} \rightarrow 0, n \rightarrow \infty.$$

Theorem 2. Under conditions I and II the processes converges weakly on Skorokhod space $D[0, \tau]$ to the same mean zero Gaussian process $\{V(t), t \geq 0\}$, with covariance function for $0 \leq s \leq t \leq \tau$:

$$\text{Cov}(V(s), V(t)) = E \{ (1 - F(t/Z)) (1 - F(s/Z)) \}.$$

$$\left[\gamma \int_0^s \frac{dF(u/Z)}{(1 - F(u/Z))^2 (1 - G_2(t/Z))} + 1 + \frac{\gamma(1-\gamma)}{p_0 + p_1} \log(1 - K(t/Z)) \log(1 - K(t/Z)) \right] - (1 - F(t))(1 - F(s)).$$

Theorem 3. Under conditions of theorem 2, for all $t \in [0, \tau]$, we have

$$\frac{\gamma}{p_0 + p_1} E \left[(1 - F(t/Z))^2 \cdot \log^2(1 - K(t/Z)) \right] < \sigma^2(t) < \sigma^{*2}(t).$$

We have introduced three new estimators (1) for the averaged unconditional d.f.

$$F(t) = \int F(t/z) dQ(z) \quad (2)$$

in partially informative competing risks model in survival analysis. These estimators generalize the unconditional exponential hazard type estimator of Altschuler-Breslow, PL-estimator of Kaplan-Meier and relative-risk power type estimator of Abdushukurov. We have showed that all three statistics are strongly consistent estimators for the $F(t)$ and they converged to same mean zero Gaussian process with asymptotic variance $\sigma^2(t)$ which is less than the asymptotic variance of Jensen – Wiedman's CIM-estimator $F_n^{JW}(t)$ not taking into account the partially informativeness of considered competing risks model. It is also worthy to note that the new estimators are good competitors to the other known estimators. Our estimators are useful tools in deriving some functionals of interest in survival analysis. For instance, the conditional residual lifetime distribution defined via averaged unconditional d.f. (2) as

$$F_t(s) = \frac{F(t+s) - F(t)}{1 - F(t)} = \int \frac{P(t < X_i \leq t+s, Z_i = z) dQ(z)}{P(X_i > t, Z_i = z)} = \int \frac{F(t+s/z) - F(t/z)}{1 - F(t/z)} dQ(z). \quad (3)$$

One of main characteristics of d.f. (3) is its mean, i.e. mean conditional residual life function

$$\mu(t) = (1 - F(t))^{-1} \int_t^{+\infty} (1 - F(s)) ds, t > 0. \quad (4)$$

We can estimate functional $\mu(t)$ by plugging in estimators (1) instead of $F(t)$ in (4). But from section 3 we know that (Theorem 1) estimators (1) have consistent properties in some interval $[0, \tau]$. Therefore, we can consider the following truncated version of (4):

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

$$\mu^{\tau}(t) = (1 - F(t))^{-1} \int_t^{\tau} (1 - F(s)) ds, \quad 0 < t < \tau. \quad (5)$$

Now we can estimate (5) by statistics

$$\mu_{ln}^{\tau}(t) = (1 - F_{ln}(t))^{-1} \int_t^{\tau} (1 - F_{ln}(s)) ds, \quad 0 < t < \tau, \quad l = 1, 2, 3.$$

REFERENCES

- 1.A. A. Abdushukurov Nonparametric estimation of the distribution function based on relative risk function. Commun Statist: Theory & Meth. 1998.V.27.N.8.p.1991-2012.
- 2.A.Abdushukurov Estimates of unknown distributions from incomplete observations and its properties. LAMBERT Academic Publishing, 2011.p.301. (Russian).
- 3.P.E. Cheng Nonparametric estimation of survival curve under dependent censorship. J. Statist. Plann. Infer. 1989 V.23.p.181-191.
- 4.S.Csörgő Estimating in proportional hazards model of random censorship. // Statistics. 1988.v.19.N. 3.p.437-463.
- 5.U. Gather, J. Pawlitschko. Estimating the survival function under a generalized Koziol-Green model with partially informative censoring. Metrika. 1998.V.48.p.189-207.
- 6.T. Herbst Test of fit with the Koziol-Green model for random censorship. Statist. Decisions. 1992.v.10. p. 163-171.
- 7.U. Jensen, J. Wiedmann Estimation of a Survival Curve under Dependent Censoring. Second Internat. Conf. on Math. Meth-s in Reliability. Bordeaux. France. July 4-7.2000.V.2.p.571-574.

GEOMETRIK MISOLLARNI KOMBINATORIKA ORQALI YECHISH

¹Bozorov Suxrob Baxodirovich *GulDU o'qituvchisi*
+998972478912; suxrobbek_8912@mail.ru

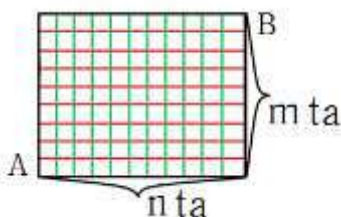
²Alpomishov Ibrohim Ubaydulla o'g'li *GulDU talabasi*
+998909923279; alpomishovibrohim@gmail.com

³Ergasheva Qo'ysinoy Xakimjonovna *Guliston shahar 18-maktab o'qituvchisi*
+998971731990; qoysinovergasheva@gmail.com

I. A dan B ga olib boruvchi eng qisqa yo'llar sonini topish.

Agar to'g'ri to'rtburchakning o'lchamlari $x \times y$ bo'lsa, u $x \cdot y$ ta kvadratchalarga ajratilgan bo'lsa, u holda A dan B ga olib boruvchi eng qisqa yo'llar soni quyidagicha bo'ladi:

$$N_{A \rightarrow B} = C_{m+n-2}^{n-1} = C_{m+n-2}^{m-1}$$



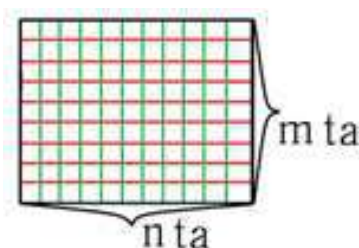
Yechilishi: $N_g = y + 1 = m$ ta – Gorizontal parallel chiziqlari soni

$N_v = x + 1 = n$ ta – Vertikal parallel chiziqlar soni

$$N_{A \rightarrow B} = C_{m-1+n-1}^{n-1} = C_{m-1+n-1}^{m-1} = C_{m+n-2}^{n-1} = C_{m+n-2}^{m-1}$$

II. To'g'ri to'rtburchaklar sonini topish.

Agar to'g'ri to'rtburchakning o'lchamlari $x \times y$ bo'lsa, u $x \cdot y$ ta kvadratchalarga ajratilgan bo'lsa, u holda jami to'g'ri to'rtburchaklar soni quyidagiga teng bo'ladi:



4-ШҶЎБА. ЭҶТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

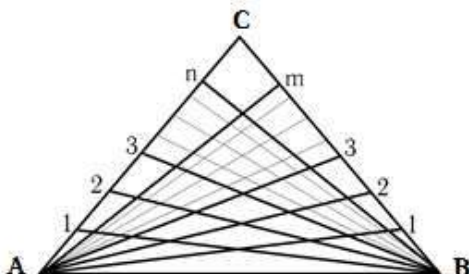
Yechilishi: $N_g = y + 1 = m$ ta – Gorizontaal parallel chiziqlari soni

$N_v = x + 1 = n$ ta – Vertikal parallel chiziqlar soni

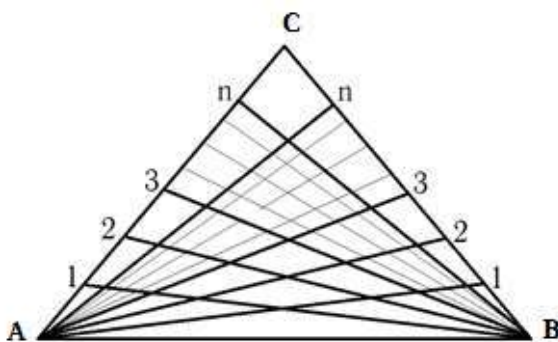
$$N_{\square} = C_n^2 \cdot C_m^2 = \frac{n(n-1)}{2} \cdot \frac{m(m-1)}{2} - \text{To'g'ri to'rtburchaklar soni}$$

III. Uchburchaklar sonini topish .

Agar ABC uchburchakda A uchidan BC tomon ichiga m ta, B uchidan AC tomon ichiga n ta kesmalar chiqarilgan bo'lsa, jami hosil bo'lgan uchburchaklar sonini topish.



1. Agar $m \neq n$ bo'lsa, u holda jami uchburchaklar soni $N_{\Delta} = \frac{(m+1)(n+1)}{2}(m+n+2)$ ta bo'ladi.

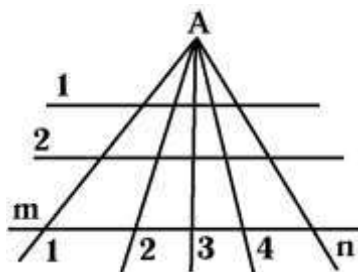


2. Agar $m=n$ bo'lsa, u holda jami uchburchaklar soni $N_{\Delta} = (n+1)^3$ ta bo'ladi.

$$\begin{aligned} N_{\Delta} &= \frac{(m+1)(n+1)}{2}(m+n+2) = \frac{(n+1)(n+1)}{2}(n+n+2) = \\ &= \frac{(n+1)(n+1)(2n+2)}{2} = \frac{(n+1)(n+1)2(n+1)}{2} = (n+1)^3. \end{aligned}$$

3. Agar A nuqtadan n ta nur chiqqan bo'lib, bu nurlarni kesib o'tuvchi m ta to'g'ri chiziq o'tkazilgan bo'lsa, u holda jami nechta turli uchburchak hosil bo'ladi:

$$N_{\Delta} = C_m^1 \cdot C_n^2 = m \cdot \frac{n(n-1)}{2}$$



FOYDANILGAN ADABIYOTLAR

1. M.Mirzaahmidov va b. Matematika. 6-sinf. O'qituvchi". 2017.
2. Sh.Alimov va b. Algebra. 7-sinf. O'qituvchi". 2017.
3. Sh.Alimov va b. Algebra. 8-sinf. O'qituvchi". 2019.
4. Sh.Alimov va b. Algebra. 9-sinf. O'qituvchi". 2019.
5. Matemtika. DTM - 2019-2020-2021-2022.

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА PIRSONNING MUVOFIQLIK ALOMATIGA ASOSLANGAN NAZORAT KARTA HAQIDA

Dadamirzayeva O . AndDU tayanch doktoranti

Sifat belgisi bo'yicha nazorat kartalar (NK) qurishda sifat belgini ifodolovchi X tasodifiy miqdorning qanday qonunga bo'ysunishini bilish amaliy nuqtai nazardan muhim hisoblanadi. Buning uchun ishlab chiqarishdan to'plangan ma'lumotlar (tanlanmalar) asosida X ning taqsimoti haqidagi gipotezani tekshiriladi.

Ushbu axborotda biz K.Pirsonning muvofiqlik alomatiga asoslangan holda X ning taqsimoti Normal qonuniga bo'ysunishini tekshiruvchi NKni qurishni va uni amalda ishlatish haqida fikr yuritamiz.

Ma'lumki, K.Pirsonning muvofiqlik alomati emperik (kuzatilgan) chastotalar bilan nazariy chastotalarni taqqoslash uchun ishlatiladi. Bunda X ning tayin $F_0(x)$ taqsimotga ega bo'lishi haqidagi bosh gipoteza tekshiriladi:

$$H_0: F(x) = F_0(x); \quad H_1: F(x) \neq F_0(x).$$

Amaliyotda NK usuli bilan bu gipotezalarni tekshirish qo'yilgan. Buni ko'p afzalliklari borligi haqida masalan [1] da bayon qilingan.

Bu usulga asosan nazorat qilinuvchi miqdor va uni chegaralovchi harakteristikalar kiritiladi. Ma'lumotlarni Normal qonuniga bo'ysunishini tekshirish nazorat qilinuvchi miqdorning qiymatlarini belgilangan chegarada yotishini aniqlashga keltiriladi.

Aytaylik $t = 1, 2, \dots, v$ momentdagi tanlanmalar asosida emperik va nazariy chastotalar aniqlangan bo'lsin:

$$\begin{array}{ccccccc} n_{it}: & n_{1t} & n_{2t} & \dots & n_{rt} & & \\ n'_{it}: & n'_{1t} & n'_{2t} & \dots & n'_{rt} & & \end{array} \quad \sum_{i=0}^r n_{it} = \sum_{i=0}^r n'_{it} = n$$

Ular asosida quyidagi miqdorni aniqlaymiz:

$$\Pi_t = \sum_{i=0}^r \frac{n_{it}^2}{n'_{it}}$$

Masalani mohiyatiga ko'ra Π_t uchun yuqori nazorat chegarani aniqlashimiz kerak bo'ladi. Bu chegarani biz UCL_{Π} deb belgilaymiz va uni aniqlovchi quyidagi teorema o'rinli.

Teorema. $\alpha = 0,01$ va H_0 gipoteza o'rinli bo'lsin. U holda

$$UCL_{\Pi} = \chi^2_{kr}(0,01; r-3) + n$$

formula o'rinli.

Natija. Agar $t = 1, 2, \dots, v$ da $\Pi_t < UCL_{\Pi}$ bo'lsa, u holda shu momentlarda H_0 gipoteza o'rinli bo'ladi

Natijaga asoslanib qurilgan NK lar ishlab chiqarishni izidan chiqargan muhim sabablarini aniqlashda va joriy nazorat uchun alternative alomatlar uchun quriladigan NK larning chegaralarini to'g'ri aniqlashda ishlatiladi.

Ma'ruzada teoremaga asoslanib quriladigan NK ga misol keltiriladi.

ADABIYOTLAR

1. С.И.Солонин. Метод контрольных карт. УФУ, Е. 2014.
2. С.А.АхмедовЖараёнларни статистик бошқариш Анд ДУ, А.2005.

ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ ВЕТВЯЩЕГОСЯ ПРОЦЕССА С ИММИГРАЦИЕЙ (1-СХЕМА)

Эгамов Ж. НамГУ

Введем следующие обозначения

$$F_i(s) = \sum_{k \geq 0} F_k^i s^k, \quad \sum_{k \geq 0} F_k^i = 1, \quad i=1,2$$

F_k^i -вероятность непосредственного превращения одной частицы в k частиц i - того типа а процесс иммиграции задаётся производящей функцией плотностей

$$g_i(s) = \sum_{k \geq 0} g_k^i s^k, \quad \sum_{k \geq 0} g_k^i = 0$$

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

вероятность иммиграции к частиц i - того типа за время $t \rightarrow 0$ равно $g_k^i t + o(t)$ при $k > 0$ и $1 + g_k^i t + o(t)$ при $k = 0$.

В этих условиях справедливо следующая

ТЕОРЕМА. Пусть процесс иммиграции непрерывным временем, а процесс размножения с дискретным временем и

Если $F^i(s) = \sum_{k \geq 0} P_k^i s^k$ $m^i = F'(1) = 1$, $F_i''(1) = b_i$

$$\mu_i = \int_0^\infty t dG_i(t) \quad t^2(1 - G_i(t)) \rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty \quad i=1,2$$

тогда

$$\gamma_i(t) = L_i(t)t^{-\theta_i}; \quad (t \rightarrow \infty)$$

здесь $\theta_i = 2\mu_i b_i^{-1}$, $L_i(t)$ - медленно меняющихся функции.

Доказательство Из выше указанных условиях

$$\ln \gamma_i(t) = \lambda_i \int_0^t \left(\frac{1}{1 + \frac{\mu_i}{b_i} x} + \varepsilon_i(x) \right) dx + \int_0^t \delta_i \left(\frac{1}{1 + \frac{\mu_i}{b_i} x} + \varepsilon_i(x) \right) dx,$$

$$\text{здесь } \varepsilon_i(x) = ((1 - \Phi_i(t, 0)) - \frac{1}{1 + \frac{\mu_i}{b_i} x}) = o\left(\frac{1}{x}\right) \quad x \rightarrow \infty.$$

$$\text{и так, } \ln \gamma_i(t) = -\frac{\lambda_i \mu_i}{b_i} \ln(t) + \int_0^t \left(\delta_i \left(\frac{1}{1 + \frac{\mu_i}{b_i} x} + \varepsilon_i(x) \right) - \varepsilon_i(x) \right) dx + \frac{\lambda_i \mu_i}{b_i}$$

$\sum_{k \geq 1} k V_k^i \ln k < \infty$ будет временно изменяющимся.

$$\delta_i(S) = V_i(1 - S) - V_i(1) + \lambda_i S \sum_{k \geq 1} k^2 p_k^i \ln k < \infty, \quad \int_0^\infty \left| S_i \left(\frac{1}{1 + \frac{\mu_i}{b_i} x} + \varepsilon_i(x) \right) - \varepsilon_i(x) \right| dx < \infty$$

$$L_i(t) \rightarrow C > 0$$

Теорема доказана.

Данная теорема используется для таких процессов которых период жизни соответствует частиц совпадает с периодом занятости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Севостянов Б. А. «Ветвящихся процессы» М. Наука, 1971.
2. Ватулин В.А. «Теория вероятностей и её применения» Т.19. № 1. 1974г.стр.26-35.
3. Бадалбоев И.С. Машраббоев А. В.кн: «Вероятностные распределения и математическая статистика» Ташкент, ДАН, 1986г. стр. 60-80.

ESTIMATION OF CUMULATIVE HAZARD FUNCTION IN COX REGRESSION MODEL UNDER RANDOM CENSORING FROM BOTH SIDES

S. A. Erisbaev

Nukus State Pedagogical Institute named after Ajiniyaz. E-mail: sabitbekn@mail.ru

In the analysis of survival data one of widely applied models is the proportional hazards model of Cox (1972, 1975). According to this model, the relationship between a lifetime Z and the covariate V is modeled via cumulative hazard function $\Lambda(x/v)$ of Z given covariate $V = v$ as

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

$$\Lambda(x/v) = \Lambda(x/0) \exp((\beta^T, v)), \quad x \in \bar{R}^+ = [0, \infty), \quad (1)$$

where the unspecified baseline cumulative hazard function $\Lambda(x/0) = \Lambda_0(x)$ is assumed to be continuous,

$$\Lambda(x/v) = \lim_{h \downarrow 0} P(Z \leq x+h / Z \geq x, V=v) \quad (2)$$

and $V = (V_1, \dots, V_p)$ is the vector of covariate, $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_p)$ is the vector of regression parameters. In this model of Cox the primary goal consist in estimation of cumulative hazard function from independent observations $\{(Z_i, V_i), i = \overline{1, n}\}$ of vector (Z, V) . At present time there is an enormous literature on researches of the above mentioned problem of estimation when a random variables Z_i are either observed completely, or subject to random censoring from the right (see, [3-6]). We consider this problem when random variable Z is exposed to random censoring at the left and on the right by random variables L and Y correspondingly. In view of presence of censoring from the left the problem is reduced to estimation of truncated cumulative hazard function from the left at some point $\tau > 0$. Consider Cox's model under random censoring from both sides (see, [1,2]). Let us denote joint distribution functions

$$\pi(v) = P(V < v) = P(V_1 \leq v_1, \dots, V_p \leq v_p), \quad v = (v_1, \dots, v_p) \in R^p,$$

$$H(x/v) = P(Z \leq x / V=v), \quad K(x/v) = P(L \leq x / V=v), \quad G(x/v) = P(Y \leq x / V=v), \quad x \in \bar{R}^+.$$

It is easy to see that according to (1) and (2): $H(x/v) = 1 - \exp\{-\exp((\beta^T, v))\Lambda_0(x)\}$.

We consider the conditions, which assumed to hold:

(C1) Joint distribution of (Z, L, Y, V) is such that components of (Z, L, V) are conditionally independent for given V ;

(C2) Joint distribution of (Z, L, Y, V) is such that for numbers τ and T , $\tau < T$, $\Lambda_0(T) < \infty$ and

$$\inf_{\tau \leq x \leq T} \int_{R^p} P(L \leq x \leq \min(Z, Y) / V=v) d\pi(v) > 0; \quad (3)$$

According to (C1) the condition (3) one can represent as

$$\inf_{\tau \leq x \leq T} \int_{R^p} K(x/v)(1-G(x/v))(1-H(x/v)) d\pi(v) > 0.$$

(C3) The observation is available for the $(\zeta, L, \chi_1, \chi_2, \chi_3, V)$, where $\zeta = \max(L, \min(Z, Y))$, $\chi_1 = I(\min(Z, Y) < L)$, $\chi_2 = I(L \leq Y < Z)$ and $\chi_3 = I(L \leq Z \leq Y)$.

Let $S^{(n)} = \{(\zeta_j, L_j, \chi_{1j}, \chi_{2j}, \chi_{3j}, V_j), j = \overline{1, n}\}$ is observed vectors of independent sample. It is easy to establish the equality

$$E(x/v) = P(\zeta_j \leq x / V_j = v) = T_1(x/v) + T_2(x/v) + T_3(x/v), \quad (4)$$

where conditional subdistributions: $T_1(x/v) = \int_{[0,x]} (1 - (1-G(u/v))(1-H(u/v))) dK(u/v)$,

$$T_2(x/v) = \int_{[0,x]} K(u/v)(1-H(u/v)) dG(u/v), \quad T_3(x/v) = \int_{[0,x]} K(u,v)(1-G(u/v)) dH(u/v).$$

Then according to (4) the distribution function of random variable ζ is

$$E(x) = P(\zeta_j \leq x) = \int_{R^p} E(x/v) d\pi(v) = \sum_{m=1}^3 T_m(x), \quad T_m(x) = \int_{R^p} T_m(x/v) d\pi(v).$$

Let us introduce corresponding empirical estimators for $E(x)$, $T_m(x)$, $m = 1, 2, 3$ and $\pi(t)$ [1]:

$$E_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n I(\zeta_j \leq x) = \sum_{m=1}^3 T_{mn}(x), \quad x \in \bar{R}^+, \quad \pi_n(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(V_{1j} \leq t_1, \dots, V_{pj} \leq t_p), \quad t \in R^p,$$

$$T_{mn}(x) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n I(\zeta_j \leq x, \chi_{mj} = 1), \quad m = 1, 2, 3; \quad x \in \bar{R}^+.$$

For simplify of calculations we consider a case of one-dimensional covariates ($p = 1$). Let

4-ШҶҶБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

$$w^{(s)}(u; \beta) = \int_R v^s \cdot \exp(\beta v) P(L_j \leq u \leq \min(Z_j, Y_j) / V_j = v) d\pi(v), s = 0, 1, 2.$$

It is easy to check up that by definition of $T_3(x/v)$ and by (1)

$$T_3(x/v) = \exp(\beta v) \cdot \int_{[0, x]} P(L_j \leq u \leq \min(Z_j, Y_j) / V_j = v) d\Lambda_0(u). \quad (5)$$

Integrating equality (5) on $\pi(v)$, and then having resolved the received integrated equation with respect to $\Lambda_0(x)$, we have following expression for $\Lambda_{\tau_0} = \Lambda_0(x) - \Lambda_0(\tau-)$:

$$\Lambda_{\tau_0}(x) = \Lambda_{\tau_0}(x; \beta) = \int_{[\tau, x]} \frac{dT_3(u)}{w^{(0)}(u; \beta)}. \quad (6)$$

Let us enter the following, intermediate estimator for (6), depending on β :

$$\Lambda_{\tau_0}^{(n)}(x) = \Lambda_{\tau_0}^{(n)}(x; \beta) = \int_{[\tau, x]} \frac{dT_{3n}(u)}{w_n^{(0)}(u; \beta)}. \quad (7)$$

Here $w_n^{(0)}(u; \beta)$ an estimator for $w^{(0)}(u; \beta)$, defined as $s = 0$ from the formula:

$$w_n^{(s)}(u; \beta) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n v_j^s \cdot \exp(\beta \cdot v_j) I(L_j \leq u \leq \min(Z_j, Y_j)), s = 0, 1, 2.$$

Let us enter the likelihood function of sample $S^{(n)}$:

$$L_n(\beta) = \prod_{\substack{i=1 \\ \zeta_i \leq T}}^n \left\{ \frac{\exp(\beta v_i)}{\sum_{j=1}^n \exp(\beta v_j) I(L_j \leq \zeta_j \leq \min(Z_j, Y_j))} \right\}^{\chi_{3j}}, \quad (8)$$

where $T = \sup\{x : E(x) < 1\}$. We estimate parameter β by solving the following log-likelihood function equation:

$$U_n^T(\beta) = \frac{d \log L_n(\beta)}{d\beta} = \sum_{i=1}^n \int_{[0, T]} \left(v_i - \frac{w_n^{(1)}(u; \beta)}{w_n^{(0)}(u; \beta)} \right) dN_i(u) = 0, \quad (9)$$

where $N_i(u) = I(L_j \leq Z_i \leq \min(Y_i, u))$ is the counting process. Let β_n is a solution of equation (9). Then the corresponding estimate for $\Lambda_{\tau_0}(x)$: $\Lambda_{\tau_0}^{(n)}(x) = \Lambda_{\tau_0}^{(n)}(x; \beta_n)$, $x \geq \tau$. Spent in two stages: at first we construct the intermediate estimator $\Lambda_{\tau_0}^{(n)}(x; \beta)$ by formula (7) for conditional cumulative hazard function $\Lambda_{\tau_0}(x)$ at fixed β , and then solving equation (8) we find the maximum likelihood estimator (MLE) β_n and by substitution MLE β_n instead of β we obtain the final estimator $\Lambda_{\tau_0}^{(n)}(x; \beta_n)$ for cumulative hazard function. In Theorem 1 we state the uniform consistency of $\Lambda_{\tau_0}^{(n)}(x; \beta)$. Let us denote $\mathcal{L}_n(x) = \Lambda_{\tau_0}^{(n)}(x; \beta) - \Lambda_{\tau_0}(x; \beta)$.

Theorem 1. In conditions (C1) – (C3) at $n \rightarrow \infty$: $\sup_{\tau \leq x \leq \min(T, \zeta_{(n)})} |\mathcal{L}_n(x)| \xrightarrow{P} 0$.

In following theorem we declare the consistency property of estimator β_n of parameter β .

Theorem 2. Assume the conditions (C1) – (C3) hold, distribution function is absolutely continuous and

$$\sup_{t \in B(\varepsilon_0; \beta)} E[V \exp(tV)]^2 \leq K < \infty, \quad (10)$$

where $B(\varepsilon_0; \beta)$ is the interval of length $2\varepsilon_0$ with the center at a point β (true value). Then equation (8) has a solution $\{\beta_n, n \geq 1\}$ and $P\left(\lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n = \beta\right) = 1$.

4-ШҶҶБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

Define information function $J(\beta) = \int_{[0,T]} \left[\frac{w^{(2)}(u; \beta)}{w^{(0)}(u; \beta)} - \left(\frac{w^{(1)}(u; \beta)}{w^{(0)}(u; \beta)} \right)^2 \right] dT_3(u)$, and its intermediate

estimator $J_n(\beta) = \int_{[0,T]} \left[\frac{w_n^{(2)}(u; \beta)}{w_n^{(0)}(u; \beta)} - \left(\frac{w_n^{(1)}(u; \beta)}{w_n^{(0)}(u; \beta)} \right)^2 \right] dT_{3n}(u)$.

(C4) Functions $\{w^{(k)}(u; t), k = 0, 1, 2\}$ are uniform continuous functions on $u \in [0, T]$ and $t \in B(\varepsilon_0; \beta)$, and also are bounded on $[0, T] \times B(\varepsilon_0; \beta)$.

Theorem 3. Assume the conditions (C1)-(C4) and (10) are satisfied. Then at $n \rightarrow \infty$

$$\sqrt{n}(\beta_n - \beta) \xrightarrow{D} N(0; (J(\beta))^{-1}).$$

REFERENCES

1. Abdushukurov A. A. (2011). Nonparametric estimation based on incomplete observation. International Encyclopedia of Statistical Sciences. Berlin. Springer. (Part. 14) p. 962-964. DOI:10.1007/978-3-642-04898-2_413
2. Abdushukurov A. A. (2015). Estimation of survival function in Cox regression model under random censoring from both sides. Commun. Statist. Theory & Methods. 44: p. 533-553. DOI:10.1080/03610926.2012.746981
3. Bednarski T. (1993). Robust estimation in Cox's regression model. Scandinavian Journal of Statistics. 20(3). p. 213-225.
4. Breakers R., Veraverbeke N. (2005). Cox's regression model under partially informative censoring. Commun. Statist. Theory & Methods. 34(8). p. 1793-1811. DOI:10.1081/sta-200066346
5. Pons O. (2000). Nonparametric estimation in a varying-coefficient Cox model. Math. Math Statist. 9(4): p. 376-398.
6. Tsiatis A. A. (1981). A large sample study of a Cox's regression model. Ann. Statist. 9(1). p. 93-106. DOI: 10.1214/aos/1176345335

A BAUM-KATZ THEOREM FOR RANDOM VARIABLES UNDER EXPONENTIAL MOMENT CONDITIONS.

M.K. Holmurodov (*NamDU dotsenti*), **I. Abduqahharov** (*NamDU magistri*)

Consider Z_+^d ($d \geq 2$)—the positive d -dimensional lattice points with partial ordering $\leq$, let $\{X_k, k \in Z_+^d\}$ be i.i.d. random variables with mean 0, and set $S_n = \sum_{k \leq n} X_k, n \in Z_+^d$. Define

$d(x) = \text{card}\{n \in Z_+^d, |n| = [x]\}$ and $M(x) = \sum_{k=1}^{[x]} d(k)$. We have $M(x) = O\left(x(\log^+ x)^{d-1}\right)$ and

$d(x) = o(x^\delta)$ as $x \rightarrow \infty$ for any $\delta > 0$, where for $x > 0$.

For $x > 0$ we set $\log^+ x = \max\{1, \log x\}$.

Theorem 1. Let $\alpha > 1$, and suppose that $\{X_k, k \in Z_+^d\}$ are i.i.d. random variables with $E(X) = 0$ and partial sums $S_n = \sum_{k \leq n} X_k, n \in Z_+^d$. The following are equivalent:

$$E \exp\{(\log |X|)^{\alpha/\gamma}\} |X|^{(2\ell-1)/\gamma} (\log^+ |X|)^{\alpha+d-1} < \infty;$$

$$\sum_n \exp\{(\log |n|)^\alpha\} \cdot \frac{(\log |n|)^{\alpha-1}}{|n|^{2(\ell-1)}} P(|S_n| > |n|^\gamma \varepsilon) < \infty \text{ for all } \varepsilon > 1;$$

$$\sum_n \exp\{(\log |n|)^\alpha\} \cdot \frac{(\log |n|)^{\alpha-1}}{|n|^{2(\ell-1)}} P(\max_{k \leq n} |S_k| > |n|^\gamma \varepsilon) < \infty \text{ for all } \varepsilon > 1;$$

$$\sum_n \exp\{(\log |n|)^\alpha\} \cdot \frac{(\log j)^{\alpha-1}}{j^{2(\ell-1)}} P(\sup_{j \leq |k|} |S_k| / |k|^\gamma > \varepsilon) < \infty \text{ for all } \varepsilon > 1.$$

This result generalizes results of work [5]. ($\gamma = 1, \ell = 2$).

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

Theorem 2. Let $0 < \alpha < 1$, and suppose that $\{X_k, k \in \mathbb{Z}_+^d\}$ are i.i.d. random variables with $E(X) = 0$ and partial sums $S_n = \sum_{k \leq n} X_k, n \in \mathbb{Z}_+^d$. The following are equivalent:

$$\begin{aligned} E \exp\{|X|^\alpha\} |X|^{(\alpha-1)/\gamma} (\log^+ |X|)^{\alpha+d-1} &< \infty; \\ \sum_n \exp\{|n|^\alpha\} \cdot |n|^{\alpha-2} P(|S_n| > |n|^\gamma \varepsilon) &< \infty \text{ for all } \varepsilon > 1; \\ \sum_n \exp\{|n|^\alpha\} \cdot |n|^{\alpha-2} P(\max_{k \leq n} |S_k| > |n|^\gamma \varepsilon) &< \infty \text{ for all } \varepsilon > 1; \\ \sum_n \exp\{j^\alpha\} \cdot j^{\alpha-2} P(\sup_{j \leq |k|} |S_k| / |k|^\gamma > \varepsilon) &< \infty \text{ for all } \varepsilon > 1. \end{aligned}$$

REMARK 3.1 The equivalence with respect to the moment assumptions should be interpreted as in our earlier results. This result generalizes results of work [5]. ($\gamma = 1$).

Once again, we refer to the original source Gut and Stadtmüller (2011c) for proofs and further details.

The proofs of the theorems amount to rather straightforward generalizations of those in [2, 3] and are omitted, except for the following extension of Lemma 2.1.

REFERENCES

- [1] BAUM, L.E. AND KATZ, M. (1965). Convergence rates in the law of large numbers. Trans. Amer. Math. Soc. 120, 108-123.
- [2] GUT, A. (1978). Marcinkiewicz laws and convergence rates in the law of large numbers for random variables with multidimensional indices. Ann. Probab. 6, 469-482.
- [3] GUT, A. (1980). Convergence rates for probabilities of moderate deviations for sums of random variables with multidimensional indices. Ann. Probab. 8, 298-313.
- [4] GUT, A. (2007). Probability: A Graduate Course, Corr. 2nd printing. Springer-Verlag, New York.
- [5] GUT, A. Stadtmüller, U. (2011) An intermediate Baum-Katz theorem. U.U.D.M. Report 2011:8
- [6] HSU, P.L. AND ROBBINS, H. (1947). Complete convergence and the law of large numbers. Proc. Nat. Acad. Sci. USA 33, 25-31.
- [7] LAI, T.L. (1974). Limit theorems for delayed sums. Ann. Probab. 2, 432-440.
- [8] M.K. Holmurodov. On probabilistic one-sided deviations for sums of independent random variables with multidimensional indices. Fan. Tashkent. 1985. 207-215.
- [9] S.Kh.Sirajidinov, M.U.Gafurov. The Method of Series in Limit Problems for Random Walks. Fan. Tashkent. 1987.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ ДЛЯ СУММ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН С МНОГОМЕРНЫМИ ИНДЕКСАМИ

М.К.Холмуродов (доцент), Ф.Сойипов (магистрант)
Наманганский государственный университет

Пусть $\mathbb{Z}_+^d$ – мерное арифметическое пространство, элементы которого имеют положительные целые координаты. Определим в $\mathbb{Z}_+^d$ частичную по координатную упорядоченность, то есть $\bar{k} < \bar{n} \Leftrightarrow k_i \leq n_i, i = 1, \dots, d$ для $\bar{n} = (n_1, \dots, n_d)$. Пусть $|\bar{n}| = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_d \cdot a$, $\bar{n} \rightarrow \infty$ означает $n_i \rightarrow \infty, i = 1, 2, \dots, d$.

В данной заметке получены следующие результаты.

Теорема 1. Пусть X и $\{X(\bar{n}), \bar{n} \in \mathbb{Z}_+^d\}$ независимые случайные величины с нормальной функцией распределения, такие, что $EX(n) = 0$, $EX^2(n) = 1$ и $S_{(n)} = \sum_{k < n} X(k)$, а также

$$\sigma^2(n) = \text{Var} X \cdot I\left\{X \leq \sqrt{|n|}\right\}, \text{ здесь } I\{\bullet\} - \text{индикатор события.}$$

Если $EX^{2(2-a)} \exp(X)(\log^+ |X|)^{\beta+d-1} < \infty$, тогда

$$\sum \frac{\exp(n) \log^\beta n}{|n|^\alpha} \sup \left| P\left(\frac{S(\bar{n})}{\sqrt{|\bar{n}|}} \leq x\right) - \Phi\left(\frac{x}{\sigma_{\bar{n}}}\right) \right| < \infty,$$

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

где $\log^+ x = \max(0, \log x)$.

Эта теорема обобщает результаты работ [2–3] ($a=1, \beta=0$).

Теорема 2. Пусть X и $\{X(\bar{k}), \bar{k} \in Z_+^d\}$ независимые и одинаково распределённые случайные величины, и

$$S(\bar{n}) = \sum_{k < n} X(\bar{n}), \bar{n} \in Z.$$

Тогда равносильны следующие утверждения:

$$A) \sum_n \frac{\exp(n) \log^\beta n}{|\bar{n}|^a} \sup \left| P\left(\frac{S(\bar{n})}{\sqrt{|\bar{n}|}} \leq x\right) - \Phi(x) \right| < \infty$$

$$B) \sum_n \frac{\exp(n) \log^\beta n}{|\bar{n}|^a} (1 - \sigma_{\bar{n}}^2) < \infty;$$

$$B) E|X|^{2(2-a)} \exp(X) (\log^+ |X|^{\beta+d}) < \infty.$$

Для случая ($a=1, \beta=0$) этот результат получен в [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Сиражиддинов С.Х., Гафуров М.У., «Метод рядов в граничных задачах для случайных блужданий». Ташкент. 1987, 140 с.
2. Cut.A. Convergence rates in the central limit theorem for multidimensionally indexed random variables. U.U.D.M. report. 2007.
3. Cut.A. Stadtmüller U. An intermediate Baum-Katz theorem. U.U.D.M. Report 2011:8

AHOLI KUTILAYOTGAN UMR DAVOMIYLIGI UCHUN REGRESSION MODEL

Jo'rayev Sh. F.

Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti
shohruxjuraev10@gmail.com

Hayot davomiyligi hayot darajasi va sifatining eng muhim xususiyatlaridan biridir. Bu ko'rsatkich sog'liqni saqlash tizimining samaradorligi, aholining xulq-atvori, psixologik faravonligi, ekologik turmish sharoiti va hokozolardan tortib, turli xil omillarni kompleks ravishda aks ettiradi. Hayot davomiyligini o'rganish iqtisodiy va ijtimoiy jarayonlarni boshqarish va tartibga solishda muhim ahamiyatga ega. Hayot davomiyligini oshirish, mamlakat jami aholisining ko'payishiga va shuning uchun iqtisodiyotning rivojlanishiga yordam beradi. Noyob mintaqaviy xususiyatlarni aniqlash ijtimoiy, iqtisodiy, tibbiy va demografik muammolarni sifatli hal etishda yordam beradi.

Tadqiqotimizning maqsadi aholi kutilayotgan umr davomiyligini korelatsion tahlil qilish, matematik model tuzish va model asosida bashorat qilishdan iborat.

Tadqiqot uchun 135 ta davlat va aholi kutilayotgan umr davomiyligiga ta'sir eltuvchi omillar sifatida aholining kutilayotgan ta'lim olish yillari, aholi jon boshiga to'g'ri keladigan yalpi milliy daromad, 100000 ta tirik tug'ilgan chaqaloqqa homiladorlik bilan bog'liq sababga ko'ra onalar o'limlari soni, 1000 ta tanlangan ayoldan 15-19 yosh oralig'ida ona bo'lganlar soni, parlamentda ishlaydiganlar orasida ayollar egalik qiladigan o'rinlar soni, 25 va undan yuqori yoshdagilar orasida eng kamida maktabdan keying ta'limda tahsil olganlar ulishi va davlatning aholi ta'lim olishi uchun ajratgan sarmoyasi tanlab olindi.

Bu tanlangan statistik ma'lumotlar 2020 yilning Inson Taraqqiyoti Hisoboti (*Human Development Index*) statistikasidan tanlab olindi.

Aholi kutilayotgan umr davomiyligining analitik ifodasini topishga asoslangan taxmin qilish usulidan foydalanildi. Taxmin qilishning rivojlanishi o'rganilayotgan qiymatning boshlang'ich kuzatilgan ma'lumotlar asosida unga ta'sir qiluvchi omillarga bog'liqligini ifodalovchi ekstrapolyatsiya (oldindan yig'ilgan ma'lumotlarga asoslangan taxmin qilish jarayoni) funksiyasi turini $y = f(x)$ aniqlashdan iborat va bu ishda biz chiziqli funksiyadan foydalanamiz

$$y = b_0 + b_1x_0 + b_2x_1 + b_3x_2 + \dots + b_nx_{n-1}.$$

4-ШҶЎБА. ЭҶТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

Ma'lumotlar tahlili Minitab va MS Exel dasturlari yordamida amalga oshirildi. Minitab dasturi orqali aholi kutilayotgan umr davomiyligi va unga ta'sir qiluchi omillar orasida korelatsion tahlil o'tkazganimizda quydagi hulosaga keldik.

Aholi kutilayotgan umr davomiyligi va aholining kutilayotgan ta'lim olish yillari ($r=0.816$), yalpi milliy daromad ($r=0.753$) va 25 yoshdan yuqori eng kamida maktabdan keyingi ta'limda tahsil olganlar ulishi ($r=0.739$) orasida kuchli musbat korelatsion bog'lanish bor. Aholi kutilayotgan umr davomiyligi va 100000 ta tirik tug'ilgan chaqaloqqa homiladorlik bilan bog'liq sababga ko'ra onalar o'limlari soni ($r=-0.852$), 1000 ta tanlangan ayoldan 15-19 yosh oralig'ida ona bo'lganlar soni ($r=-0.815$) orasida kuchli manfiy korelatsion bog'liqlik bor ekan. Aholi kutilayotgan umr davomiyligi va parlamentda ishlaydiganlar orasida ayollar egalik qiladigan o'rinlar soni ($r=0.256$) va davlatning aholi ta'lim olishi uchun ajratgan sarmoyasi ($r=0.223$) orasida kuchli bo'lmagan musbat korelatsion bog'lanish bor. Ya'ni musbat korelatsiyalangan omillar miqdori oshib borishi bilan aholi kutilayotgan umr davomiyligi ham oshadi, manfiy korelatsiyalangan omillar oshib borishi bilan esa, aholi kutilayotgan umr davomiyligi kamayib boradi.

Endi biz aholi kutilayotgan umr davomiyligiga ta'sir qiluvchi omillar orasidagi o'zaro korelatsion bog'liqlikni ko'rib chiqamiz. Aholining kutilayotgan ta'lim olish yillari va aholi jon boshiga to'g'ri keladigan yalpi milliy daromad ($r=0.737$) va 25 va undan yuqori yoshdagilar orasida eng kamida maktabdan keying ta'limda tahsil olganlar ulishi ($r=0.763$) orasida kuchli musbat korelatsion va 100000 ta tirik tug'ilgan chaqaloqqa homiladorlik bilan bog'liq sababga ko'ra onalar o'limlari soni ($r=-0.711$), 1000 ta tanlangan ayoldan 15-19 yosh oralig'ida ona bo'lganlar soni ($r=-0.727$) orasida esa kuchli manfiy korelatsion bog'lanish bor. 100000 ta tirik tug'ilgan chaqaloqqa homiladorlik bilan bog'liq sababga ko'ra onalar o'limlari soni bilan 1000 ta tanlangan ayoldan 15-19 yosh oralig'ida ona bo'lganlar soni ($r=0.755$) orasida kuchli musbat korelatsion bog'liqlik bor. Aholi kutilayotgan umr davomiyligi uchun regression model quramiz va quydagi chiziqli tenglamaga ega bo'lamiz.

$$Y = 69,7 + 0,549 X_1 + 0,000100 X_2 - 0,0165 X_3 - 0,0314 X_4 + 0,0118 X_5 - 0,0231 X_6 - 0,197 X_7$$

Bu tenglamamizda $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ lar mos ravishda Aholi kutilayotgan umr davomiyligiga ta'sir qiluchi omillar va bu regression modelimizni tahlil qilganimizda X_5, X_6 va X_7 (parlamentda ishlaydiganlar orasida ayollar egalik qiladigan o'rinlar soni, 25 va undan yuqori yoshdagilar orasida eng kamida maktabdan keying ta'limda tahsil olganlar ulishi va davlatning aholi ta'lim olishi uchun ajratgan sarmoyasi) ta'sir qiluchi omillarimiz testdan o'tolmadi.

Shuning uchun aholi kutilayotgan umr davomiyligiga ta'sir qiluchi qolgan X_1, X_2, X_3 va X_4 (aholining kutilayotgan ta'lim olish yillari, aholi jon boshiga to'g'ri keladigan yalpi milliy daromad, 100000 ta tirik tug'ilgan chaqaloqqa homiladorlik bilan bog'liq sababga ko'ra onalar o'limlari soni, 1000 ta tanlangan ayoldan 15-19 yosh oralig'ida ona bo'lganlar soni) omillar uchun regression tenglama quramiz va quydagi tenglamaga ega bo'lamiz.

$$Y = 68,9 + 0,441 X_1 + 0,000097 X_2 - 0,0158 X_3 - 0,0285 X_4$$

Bashorat qilish uchun X_1, X_2, X_3 va X_4 ta'sir qiluvchi omillarga taxminiy qiymat beramiz va Aholi kutilayotgan umr davomiyligini, ishonch va bashorat intervallariga ega bo'lamiz. $X_1=13.6$ yil, $X_2=20800$ dollar, $X_3=156$ ta va $X_4=48$ ta bo'lganda Aholi kutilayotgan umr davomiyligi 73.19 yoshni, ishonch intervallari (72.74, 73.65) yosh oralig'ida va bashorat intervallari (27.72, 118.67) yosh oralig'ida bo'lar ekan.

ADABIYOTLAR

1. G.M.Raimova. Ekonometrika: Korelatsion va Regression modellar ma'ruzalar matni Toshkent 2020
2. Jacob, Assa, Cecilia, Calderon, Fernado, Pavez, Ricardo, Fuentes, Yu-Chieh, Hsu, Milor Kovacevic, Christina Lengfelder, Brian Lutz, Tasneem Mirza, Shivani Nayyar, Josefin Pasanen, Carolina Rivera V'azquez, Heriberto Tapia and Yanchun Zhang. HUMAN DEVELOPMENT REPORT 2020.

PROPORSIONAL INTENSIVLIK MODEL BAHOSI

D. R. Mansurov

Navoiy davlat pedagogika instituti

KIRISH

Medik-biologik tadqiqotlarda bemorning yashovchanligini tekshirishda, injenerlik tajribalarida texnik qurilmaning ishonchliligi o'rganilayotganda tekshirilayotgan obyekt haqidagi ma'lumotlar o'ng tomondan senzurlanishi mumkin. Bunga misol qilib biror klinikada davolanayotgan bemorning ma'lum sabablarga ko'ra (doimiy yashash manzili o'zgarganligi, boshqa klinikaga o'tganligi v.h.) klinikadan ketib qolishini keltirish mumkin. Bu holatda bemorning klinikaga kelgan vaqtdan boshlab, toki klinikani tark etganigacha bo'lgan ma'lumotlar bor. Ammo ketganidan keyingi ma'lumotlar mavjud emas. Klinikada faqatgina bemorning chiqib

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

ketgan vaqt momentigina bor xolos. Shu va shu kabi misollar o'ng tomondan senzurlanishli ma'lumotlarga misol bo'la oladi.

Faraz qilaylik X – o'rganilayotgan obyektning umr davomiyligi bo'lib, u o'ng tomondan qandaydir Y tasodifiy miqdor bilan senzurlangan bo'lsin. Bu X va Y tasodifiy miqdorlar o'zaro bog'liqsiz bo'lib, ularning taqsimot fuksiyalari mos ravishda uzluksiz F va G bo'lsin.

SENZURLANGAN TANLANMALARNING INFORMATIV MODEL

Faraz qilaylik $\{(X_k, Y_k), k \geq 1\}$ ketma-ketlik (X, Y) juftlikning bog'liq bo'lmagan amaldagi qiymati va

$$S^{(n)} = \{(\square_i, \delta_i), i = 1, \dots, n\}$$

–kuzatilgan tanlanma bo'lsin. Bu yerda $\square_i = \min\{X_i, Y_i\}$, $\delta_i = I(X_i \leq Y_i)$, va $I(A)$ – A hodisaning indikator. Shuni ta'kidlash kerakki, $S^{(n)}$ tanlanmada X_i tasodifiy miqdorni kuzatilishlar soni $\delta_1 + \dots + \delta_n$ ga teng bo'ladi. Bu yerdagi asosiy statistik masala $S^{(n)}$ tanlanma yordamida F taqsimot funksiyani baholash. Buning uchun $\square_i = \min(X_i, Y_i)$ ning taqsimot funksiyasini H yordamida belgilab olamiz. U holda minimumning taqsimotiga ko'ra:

$$H(t) = 1 - (1 - F(t))(1 - G(t)), \quad t \in \square^1. \quad (1)$$

(1) ga qo'shimcha sifatida F va G taqsimot funksiyalar uchun qandaydir musbat θ parametr topilib, barcha $t \in \square^1$ lar uchun quyidagi funksional bog'lanish o'rinli bo'lsin:

$$1 - G(t) = (1 - F(t))^\theta. \quad (2)$$

Bu modeldagi θ parametr o'ng tomondan senzurlanish darajasini aniqlaydi. (1) va (2) formulalardan o'rniga qo'yish usuli yordamida F uchun qo'yidagi ifodaga ega bo'lamiz:

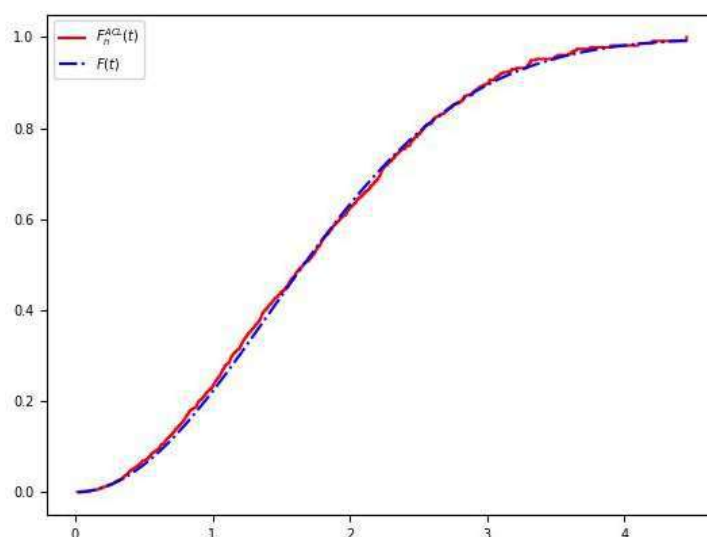
$$F(t) = 1 - [1 - H(t)]^p, \quad t \in \square^1, \quad (3)$$

bu yerda $p = \frac{1}{1 + \theta}$. (3) ifodadagi $(H(t), p)$ juftlikni $S^{(n)}$ tanlanma yordamida olingan bahosini (3) ga qo'yib, F uchun

$$F_n^{ACL}(t) = 1 - [1 - H_n(t)]^{p_n}, \quad t \in \square^1, \quad (4)$$

Bahoni [1] hosil qilamiz. Bu yerda $p_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i$ va $H_n(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(\square_i \leq t)$, $t \in \square^1$. Ushbu baho bog'liqsiz ravishda [1] va [3] adabiyotlarda o'rganilgan bo'lib, [4] da uni ACL (Abdushukurov-Cheng-Lin) bahosi deb atalishi tavsiya qilingan.

Endi python programmalash tili yordamida (3) bahoning modelini yaratib uning chizmasini (Rasm 1) chizib ko'ramiz.



Rasm 1. ACL bahosi. ($n=1000$, senzurlanish o'rtacha 30%)

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

Yuqoridagi chizmadan (Rasm 1) bahoning bosh to'planning taqsimot funksiyasiga qay darajada yaqinlashganini ko'rishimiz mumkin. Bu bahoning o'ng tomondan tasodifiy senzurlanishda keng qo'llaniladigan Kaplan-Meier (Kaplan-Meier) bahosidan bir qator afzalliklari turli adabiyotlarda ko'rsatib o'tilgan.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

- [1] Abdushukurov, A.A. (1987) Nonparametric Estimation in Proportional Hazards Model of Random Censorship. VINITI, 3448, page.
- [2] Абдушукуров А. А. (2022) Обобщение степенной оценочной функции относительного риска при зависимых случайно цензурированных данных. Современная математика. Фундаментальные направления. Том 68, № 1. С. 1–13. <https://doi.org/10.22363/2413-3639-2022-68-1-1-13>
- [3] Cheng, P.E. and Lin, G.D. (1987) Maximum Likelihood Estimation of Survival Function under the Koziol-Green Proportional Hazards Model. Statistics & Probability Letters, 5, 75-80. [https://doi.org/10.1016/0167-7152\(87\)90030-7](https://doi.org/10.1016/0167-7152(87)90030-7)
- [4] Csörgő, S. (1988) Estimation in the Proportional Hazards Model of Random Censorship. Statistics, 19, 437-463. <https://doi.org/10.1080/02331888808802115>

ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ ВЕТВЯЩЕГОСЯ ПРОЦЕССА БЕЛЛМАНА-ХАРРИСА С ИММИГРАЦИЕЙ СХЕМА-II

Машраббоев А. доцент (НамГУ)
Нормирзаева З. магистрант (НамГУ)

Пусть задан ветвящийся процесс Беллмана-Харриса с двумя типами частиц. В этой модели имеются частицы типа T_1 и T_2 .

Каждая из частиц типа T_i , $i = 1, 2$, имеет случайную продолжительность жизни τ^i с функцией распределения $P\{\tau^i < t\} = G^i(t)$. В конце своей жизни частица превращается в некоторое количество частиц типа T_1 и T_2 нулевого возраста.

Через $P^i(\alpha)$ обозначим вероятность превращения частиц типа T_i , $i = 1, 2$, в совокупность частиц, состоящие из α_j частиц типа T_j , $j = 1, 2$, где $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$.

$$s = (s_1, s_2), \quad s^\alpha = s_1^{\alpha_1} \cdot s_2^{\alpha_2}, \quad \partial s^\alpha = \partial s_1^{\alpha_1} \partial s_2^{\alpha_2}, \quad |n| = n_1 + n_2$$

$$s \cdot y = \sum_{i=1}^2 s_i y_i, \quad [x]^{[k]} = x(x-1)\dots(x-k+1)$$

Если $s_i \leq y_i (s_i < y_i)$, то $(s < y)$, если $i = P, P+1, \dots, m$ то будем писать $i = P+m$.

Введем производящие функции распределения частиц непосредственных потомков частиц типа T_i : $f^i(s) = \sum_{\alpha} P^i(\alpha) s^\alpha$, $i = 1, 2$.

Пусть вектор $z_i(t) = (z_{i1}(t), z_{i2}(t))$ означает, что в момент t существуют z_{ij} частиц типа T_j , $j = 1, 2$ в предположении, что в начальный момент $t = 0$ одна частица типа T_i , $i = 1, 2$.

Введем производящие функции $F^i(t, s) = \sum_{\alpha} P\{z_i(t) = \alpha\} s^\alpha$, $i = 1, 2$. Известно [1], что $F^i(t, s)$ удовлетворяют следующей системе интегральных уравнений:

$$F^i(t, s) = s_i(1 - b_1^i(t)) + \int_0^t f^i(F(t-u, s)) dG^i(u), \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

$$F^0(t, s) = (1 - b_1^0(t)) + \int_0^t F^0(t-u, s) f^0(F(t-u, s)) dG^0(u).$$

Пусть $d_{ij} = \frac{\partial f^i}{\partial s_j} = a_j < \infty$, $j = 1, 2$, где $\frac{\partial f^0}{\partial s_j} = a_j < \infty$, $j = 1, 2$.

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

$D = \|d_{ij}\|$ - матрица математических ожиданий, перронов корень матрицы $D: \rho = 1$. В этом случае ветвящийся процесс с иммиграцией называется критическим.

Пусть

$$F^i(t, s) = s + (1-s)^{1+\alpha_i} L_i\left(\frac{1}{1-s}\right), \quad 0 \leq \alpha_i \leq 1,$$

где $L_i(t)$ - медленно меняющаяся функция;

$$A_i(s) = \int e^{-st} d\gamma_i(t)$$

и

$$U_i(t) = P\{\tau_i > t | Z_i(-1) = 0, Z_i(0) > 0\}$$

λ_i – вероятность иммиграции k частиц.

Для схема 2

Теорема. В условиях теорема 2 [4]

$$\gamma_i(t) = C_3^i \alpha_i^{[t]} (1 + C_4^i e^{\beta_i t} (1 + o(1))),$$

где C_3 некоторая константа

$$C_4 = \frac{r_i}{\alpha_i} \quad r_i > 0 \quad i = 1, 2$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Севастьянов Б.А. Ветвящиеся процессы. М., «Наука», 1971.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложения. Т-1,2. М.: Мир, 1967, 528 с., 738с.
3. Бадалбаев И.С., Машраббоев А. Периоды жизни ветвящегося процесса Беллмана-Харриса с иммиграцией. // Вероятностные распределения и математическая статистика Т.: «ФАН», 1986, 60-82 с.
4. Машраббоев А., Ибрагимов И. Предельная теорема для ветвящегося процесса Беллмана-Харриса с иммиграцией. // Материалы. V – Международной Ферганской конференции «Предельные теоремы теории вероятностей и их приложения», (г. Фергана, 10-12 мая 2005 г.) Ташкент 2005. с. 130-131.

ИММИГРАЦИЯЛИ БЕЛЛМАН-ХАРРИС ТАРМОҚЛАНИШ ЖАРАЁНИНИ ЯШАШ ДАВРИ

Машраббоев Ахмадали НамДУ математик анализ кафедраси доценти,
Умматалиев Умиджон Икромжон угли НамДУ 2-курс магистранти.

$V_i(s) = \sum_{k \geq 0} V_k^i S^k$ билан иммиграция дискрет вақтда рўй берувчи тармоқланиш жараёнини ҳосил қилувчи функциясини белгилаймиз, $i = 1, 2, 3, \dots, m$ $V_i(s) = \sum_{k \geq 0} V_k^i S^k$ — билан узлуксиз вақтда иммиграция рўй берувчи тармоқланиш жараёнини ҳосил қилувчи функциясини белгилаймиз ($\Delta t \rightarrow 0$ вақтда k — та заррачани келиб қўшилиш эҳтимоллиги $V_k^i \Delta t + o(\Delta t)$, агар $k > 0$ ва $1 - v_0^i \Delta t + o(\Delta t)$, агар $k = 0$, $\sum_{k \geq 0} v_k^i = 0$).

Ҳар бир иммиграцияланувчи заррача "0" ёшга эга бўлиб кейинчалик Беллман-Харрисни [1, 137-180 б.] тармоқланиш жараёни схемаси бўйича $G_i(t)$ — "ёш" тақсимот қонунга эга ва бевосита авлодларни тақсимотини ҳосил қилувчи функцияси. $F_i(s) = \sum_{k \geq 0} P_k^i S^k$.

Бундан кейин барча ҳолларда $G_i(+0) = 0$ деб ҳисоблаймиз.

$\mu_i(t)$ - иммиграциясиз оддий Беллман-Харрис жараёнидаги "0" ёшли битта заррачани t - вақтдаги кўпайишлари сони, μ_n^i билан $\mu_i(t)$ - жараёни n -нчи авлодидаги заррачалари сонини белгилаймиз. Жараёни куйидаги моделларини кўриб ўтамиз:

а) Иммиграция шундай вақт моментидан рўй берадики, яъни у қандайдир панжара ҳосил қилади; бу ҳолда тақсимот функцияни ўсиш нуктаси иммиграция моменти билан устма-уст тушади, лекин ҳаммаси билан шарт эмас. Масалан: Ўсишнинг тақсимотини максимал қадами иммиграция моментлари орасидаги минимал масофадан катта бўлиши мумкин.

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

Бу ҳолда умумийликни бузмаган ҳолда иммиграция бутун сонли вақт моментиди рӯй беради деб фарз қилиш мумкин, шунинг учун заррачани ёши бутун қийматларни қабул қилади;

Биз келтирадиган теоремалар юқоридаги натижаларни умумлаштиради, яъни кўпайиш жараёни Беллман-Харрис бўлган ҳол учун [4] даги А.М.Зубков леммасига мос лемма 1 ни исбот учун бутунлай бошқача йўл тутишга тўғри келади, бундан ташқари олинган натижалар янги, А.М.Зубков тасдиқларидан эса бутунлай фарқ қилади."

Биз юқорида айтганимиздек а) схемани кўриб ўтаемиз. Яъни иммиграция дискрет вақтда рӯй беради, ўсиш эса узлуксиз тақсимланган.

r —тасодифий микдорни ўрганишда жараёни, тасодифий микдорни бошланғич даври билан уни биринчи марта нолга тушиш моментини ҳисоблашда айрим қийинчиликлар туғилади, буни ечиш учун кўшимча изланишлар олиб бориш керак бўлади. Шунинг учун а) ва б) схемаларни алоҳида қараш мақсадга мувофиқдир.

Моментда бошланғич иммиграцияли жараёни яшаш даври r узунликка эга деб атаймиз, агарда заррачалар сони $Z_i(T-0)=0$, $Z_i(t)>0$ барча $T-t<T+\tau$ ва $Z_i(\tau+T)=0$ бўлса.

$Z_i(t)$ — жараёни траекторияси ўнгдан узлуксиз деб фарз қилайлик.

Фараз қилайлик

$$\lambda_i = V_i^t(1) < \infty, \quad v_n^i = v_i(0), \quad \lambda_i = v_i^t(1) < \infty, \quad V_i(0) = v_n^i < 0 \quad (1)$$

$$V_i(t) = P_i \{r > t\} \quad (2)$$

агар а) схема қаралаётган бўлса

$$u_i(s) = \sum_{t=0}^{\infty} V_i(t) s^t$$

агар иммиграция узлуксиз вақтли бўлса, у ҳолда

$$u_i(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} u_i(t) dt \quad (3)$$

Лемма 1. Агар а) схема қаралаётган бўлса, у ҳолда

$$u_i(s) = \frac{A_i^1(s)}{1-A_i(s)} \quad (4)$$

бу ерда.

$$A_i(S) = \sum_{k \geq 0} a_k^i S^{k+1} = \sum_{k \geq 0} (\gamma_i(k) - \gamma_i(k+1)) S^{k+1}, \quad A_1^1(S) = \frac{A_i(S)}{(1-v_0^i)S}$$

$$\gamma_i(k) = P\{z_i(k) = 0 / z_i(0) = 0\} = \prod_{t=0}^{k-1} V_i(\Phi_i(t, 0)), \quad (5)$$

($\prod_{t=0}^{k-1} 1 = 1$ агар $k = 0$ бўлса),

$$\Phi_i(t, s) = \sum_{t=0}^{\infty} P\{\mu_i(t) = k / \mu_i(0) = 1\} s^t. \quad (6)$$

Юқоридагиларни ҳисобга олган ҳолда тўла эҳтимоллик формуласидан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned} P\{z_i(t) = 0 / z_i(0) > 0\} &= \sum_{n=1}^{\infty} P\{z_i(0) = n / z_i(0) > 0\} P\{z_i(t) = 0 / z_i(0) = n\} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{v_n^i}{1-v_0^i} \Phi_i^n(t, 0) \gamma_i(t) = \gamma_i(t) \frac{V_i(\Phi_i(t, 0)) - v_0^i}{1-v_0^i} \end{aligned} \quad (7)$$

Иккинчи томонда

$$P\{z_i(t) = 0 / z_i(0) = 0\} = \sum_{k=1}^{\infty} \Delta u_i(k) \gamma_i(t-k) \quad (8)$$

(7) ва (8) ни s^t -га кўпайтириб t бўйича йиғсак, у ҳолда

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{\gamma_i(t+1) - v_0^i \gamma_i(t)}{1-v_0^i} s^t = \sum_{t=1}^{\infty} \Delta u_i(t) s^t \sum_{t=0}^{\infty} \gamma_i(t) s^t$$

$A(s)$ ва $u(s)$ ни аниқлаб, охириги ифодадан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{\gamma_i(t+1) - v_0^i \gamma_i(t)}{1-v_0^i} s^t = u_i(s) (1 - A_i(s)) + \frac{1-A_i(s)}{1-s},$$

ёки худди шундай

$$\sum_{t=0}^{\infty} \frac{\gamma_i(t+1) - \gamma_i(t)}{1-v_0^i} s^t = u_i(s) (1 - A_i(s))$$

Бу ифода эса (4) га эквивалент бўлади.

Теорема: Фараз $m_i = F_i'(1)$ ва (1) шарт бажарилган бўлсин. Агар $m_i < 1$, $\mu = \int_0^{\infty} t d G_i P(t) < \infty$ бўлса, у ҳолда $\gamma_i(t) \downarrow \gamma_i t \rightarrow \infty$ бўлади.

АДАБИЁТЛАР

1. Севостьянов Б.А. Ветвящиеся процессы. М, Наука, 1971.
2. Бадалбоев И.С., Машраббоев А. Периоды жизни ветвящегося процесса Беллмана-Харриса с иммиграцией. — В сб.: Вероятностные распределения и математическая статистика. Ташкент: Фан, 1986, с. 60-82.
3. Athreya K.B., Ney P. Branching processes. Berlin et al, shringler, 1972, XI. 287pp.

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

4. Зубков А.М. Периоды жизни ветвящегося процесса с иммиграцией, - Теор.вероятн. и ее примен., 1972, т. VIII, ел, с. 179-188.

ТАРМОҚЛАНИШ ЖАРАЁНИДА ЯГОНА ЗАРРАГА АЙЛАНАДИГАН ЁКИ ХАЛОҚ БЎЛАДИГАН ЖАРАЁН

Д. Маҳмудова, Ш.Махсудова

НамДУ таянч докторанти

Аннотация: Ушбу мақолада тармоқланиш жараёнида ягона заррага айланадиган ёки халок бўладиган жараёнини тадқиқ этиш масалалари ёритилган.

Калит сўзлар: тармоқланиш жараёни, Гальтон Ватсон жараёни, эҳтимоллик, ҳосил қилувчи функция, математик кутилма, дисперсия

Агар μ_n ни

$$\mu_n = \mu_1^1 + \mu_1^2 + \dots + \mu_1^{\mu_{n+1}} \quad (1)$$

кўринишда ёзиш мумкин бўлса, Гальтон Ватсон тармоқланиш жараёнини ташкил қилади дейилади,

бу ерда μ_1^i лар боғлиқсиз ва μ_1 билан бир ҳил тақсимланган. $\mu_0 = 1$

Қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$$f_1(x) = MX^{\mu_1}, \quad A = M\mu_1, \quad \tau^2 = D\mu_1, \quad P_n^*(k) = P(\mu_n = k / \mu_n > 0).$$

(1) дан

$$f_n(x) = MX^{\mu_n} = f_1(f_{n-1}(x)) = f_{n-1}(f_1(x)) \quad (2)$$

бўлади.

Бу ерда $f_n(x)$ μ_n ни ҳосил қилувчи функцияси. (2) рекуррент формуладан $M\mu_n = A^n$;

$D\mu_n = \frac{\tau^2 A^n (A^n - 1)}{A(A-1)}$ га эга бўламиз.

Агар 1) $A < 1$ бўлса $n \rightarrow \infty$ га $P(\mu_n = 0) \rightarrow 1$

2) $A = 1$ бўлса $n \rightarrow \infty$ га $P(\mu_n = 0) \rightarrow 1$

3) $A > 1$ бўлса $n \rightarrow \infty$ га $P(\mu_n = \infty) \rightarrow 1$

Демак, $A = 1$; $A < 1$ да μ_n га $\mu_n > 0$ шарт қўйилса мақсадга мувофиқдир.

Агар $A < 1$ ва $A > 1$ бўлса μ_n нинг тақсимот функциясини аниқ кўринишини ёзиб бўлмайди, шу туфайли бу ҳоллар учун оддий схемаларни кўрилади.

Фараз қилайлик битта заррача ўзидан кейин битта заррачага айлансин ёки авлод қолдирмасин.

Биринчи схема: $f_1(s) = \frac{3}{4} + \frac{s}{4}$;

$$f_2(s) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \left(\frac{3}{4} + \frac{s}{4} \right) = \frac{3}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{s}{4^2};$$

$$f_3(s) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{s}{4^2} \right) = \frac{3}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \frac{s}{4^3};$$

$$f_n(s) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1 - \frac{1}{4^n}}{1 - \frac{1}{4}} + \frac{s}{4^n} = 1 - \frac{1}{4^n} + \frac{s}{4^n};$$

4-ШЎЎБА. ЭХТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

$$f'_n(s) = \frac{1}{4^n}; \quad f'_n(1) = \frac{1}{4^n} = A < 1$$

Иккинчи схема: $f_1(s) = \frac{8}{9} + \frac{1}{9}S;$

$$f_2(s) = \frac{8}{9} + \frac{1}{9}\left(\frac{8}{9} + \frac{S}{9}\right) = \frac{8}{9} + \frac{8}{9^2} + \frac{1}{9^2}S;$$

$$f_3(s) = \frac{8}{9} + \frac{1}{9}\left(\frac{8}{9} + \frac{8}{9^2} + \frac{1}{9^2}S\right) = \frac{8}{9} + \frac{8}{9^2} + \frac{8}{9^3} + \frac{1}{9^3}S$$

$$f_n(s) = \frac{8}{9} + \frac{8}{9^2} + \dots + \frac{8}{(9)^n} + \frac{1}{9^n}S = \frac{\frac{8}{9}\left(1 - \frac{1}{9^n}\right)}{1 - \frac{1}{9}} + \frac{1}{9^n}S = 1 - \frac{1}{9^n} + \frac{1}{9^n}S$$

$$f'_n(S) = \frac{1}{9^n}; \quad f'_n(1) = \frac{1}{9^n}$$

Умумлашган схема: $f_{m1}(s) = \frac{m^2-1}{m^2} + \frac{1}{m^2}S; \quad m \in N$

$$f_{m2}(s) = \frac{m^2-1}{m^2} + \frac{1}{m^2} \cdot \left(\frac{m^2-1}{m^2} + \frac{1}{m^2}S\right) = \frac{m^2-1}{m^2} + \frac{m^2-1}{m^4} + \frac{1}{m^4}S;$$

$$f_{m3}(s) = \frac{m^2-1}{m^2} + \frac{m^2-1}{m^4} + \frac{1}{m^4} \cdot \left(\frac{m^2-1}{m^2} + \frac{1}{m^2}S\right) = \frac{m^2-1}{m^2} + \frac{m^2-1}{m^4} + \frac{m^2-1}{m^6} + \frac{1}{m^6}S;$$

$$f_{mn}(s) = \frac{m^2-1}{m^2} + \frac{m^2-1}{m^4} + \dots + \frac{m^2-1}{m^{2n}} + \frac{1}{m^{2n}}S = \frac{m^2-1}{m^2} \left(1 + \frac{1}{m^2} + \frac{1}{m^4} + \dots + \frac{1}{m^{2n-2}}\right) + \frac{1}{m^{2n}}S =$$

$$= \frac{m^2-1}{m^2} \cdot \frac{1 - \frac{1}{m^{2n}}}{1 - \frac{1}{m^2}} + \frac{1}{m^{2n}}S = 1 - \frac{1}{m^{2n}} + \frac{1}{m^{2n}}S;$$

$$M\mu_n = \frac{1}{m^{2n}};$$

Қуйидаги теоремалар ўринли.

1-теорема (Локал теоремаси);

а) 1-схема учун $P(\mu_n = 0) = 1 - \frac{1}{4^n}$

$$P(\mu_n = 1) = \frac{1}{4^n} \text{ ўринли.}$$

б) 2-схема учун $P(\mu_n = 0) = 1 - \frac{1}{9^n}$

$$P(\mu_n = 1) = \frac{1}{9^n} \text{ ўринли}$$

в) 3-схема учун $P(\mu_n = 0) = 1 - \frac{1}{m^{2n}}$

$$P(\mu_n = 1) = 1 - \frac{1}{m^{2n}} \text{ ўринли.}$$

Теорема исботи $f_n(S)$ хоссасидан келиб чиқади.

2-Теорема: (Локал лимит теорема).

1-3 - схемалар учун

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

$$\begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} P(\mu_n = 0) = 1 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} P(\mu_n = 0) = 0 \end{cases} \quad (3) \quad (4)$$

ўринли.

2-теоремани исботи 1-теоремадан келиб чиқади. Демак жараён «1» эҳтимоллик билан тугайди. Маълумки (1) да $n \rightarrow \infty$ бўлганда $P_n^*(k) \rightarrow P_k^*$ бўлади.

3-Теорема: Уччала схема учун $P_n^*(k) - P_k^* = 0$ бўлади. Исботи. Бизга маълумки.

$$P_n^*(k) = P(\mu_n = k / \mu_n > 0) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} P_k^*$$

2-томондан $P_n^*(k)$ ни ҳосил қилувчи функцияси.

$$f_n^*(s) = \frac{f_n(s) - f_n(0)}{1 - f_n(0)} = \frac{1 - \frac{1}{m^{2n}} + \frac{1}{m^{2n}} S - 1 + \frac{1}{m^{2n}}}{1 - 1 + \frac{1}{m^{2n}}} = \frac{\frac{1}{m^{2n}} S}{\frac{1}{m^{2n}}} = S$$

Бундан ва 1-теоремадан 3-теоремани исботи келиб чиқади.

АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ:

1. K.B.Athreya, P.Ney. “Branching processess” Berlin.et.al. springer. 1972, xi, 287 pp.
2. CC Heyde, E.Seneta, “Analogues of classical limit theorems for the supper critical Galton-Watson process with immigration”. Math. Biosci. 1971, II, № 3-4.

KUCHSIZ BOG’LANGAN KUZATUVLAR BO’YICHA BUTSTREPTNING KESISHMAYDIGAN BLOKLAR USULIDA DISPERSIYANI BAXOLASH XAQIDA

Miraxmedova Lobar

O'zbekiston Milliy universiteti, Toshkent, O'zbekistan

e-mail; mirahmedovergash@gmail.com

Agar $\{X_n\}$ $n \geq 1$ ketma-ketlik statsionar bo’lsa va ba’zi kuchsiz bog’liqlik shartlarini qanoatlantirsa bu ketma-ketlik uchun markaziy limit teorema o’rinli bo’ladi.

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^k (X_i - MX_i) \xrightarrow{P} N(0; \sigma^2) \quad (1)$$

Bu yerda

$$\sigma^2 = D x_i + 2 \sum_{i=1}^{\infty} cov(X_1, X_2, \dots, X_{i+1}) \quad (2)$$

Amalda σ^2 noma’lum va uni statistic baholash lozim bo’ladi. [2]

Biz σ^2 ni kesishmaydigan bloklar butstept usulida baholashni ko’rib chiqamiz. Bu usulda berilgan

$X_1, X_2, \dots, X_n$ tanlanmani xar birini uzunligi l ga teng bo’lgan k ta bloklarga bo’linadi ya’ni $k = \left\lfloor \frac{n}{l} \right\rfloor$ va

$$B_i = \{X_{i-1} \dots X_{il}\} \quad i = \overline{1, k}$$

$B_i \dots B_k$ bloklardan tasodifan va bog’liqsiz ravishda k marta tanlab ularni ketma-ket qo’yib ya’ni tanlanma tanlanma xosil qilamiz. Bu tanlanmani $X_1^*, X_2^*, \dots, X_{kl}^*$ ko’rinishida belgilaymiz

[1] monografiyada bu usulda tuzilgan o’rta qiymatning butstrep almashtirish

$$\bar{X}_n^* = \frac{1}{kp} \sum_{i=1}^{kp} X_i^*$$

Asosli ekanligini isbotlang. Biz bu baho yordamida σ^2 ni baholaymiz va fikserlangan n larda l ni optimal tanlash masalasini ko’ramiz. Ma’ruzada olingan natijalar keltiriladi

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

- [1] .S.N.Lahiri. resampling Methods for Dependent Data. Springer Series in Statistics, 2003
- [2] .H. Dehling, R.Fried, O.Sh.Sharipov , D.Vogel , M.Wornowizki.Estimation of variance of partial sums of dependent processes. Statistics and Probabiliti Letter 83 (2013)

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ АВТОРЕГРЕССИИ

Т.С.Мирзаев, Э.Т.Умаров, Г.Б.Расулова, М.Ш.Махмудуллаева
Наманганский государственный университет

В данной работе рассматривается следующая модель авторегрессии на целочисленной решетке плоскости Z^2

$$X_{k,l} = \begin{cases} \alpha(X_{k-1,l} + X_{k,l-1}) + \varepsilon_{k,l}, & \text{если } k,l \geq 1, \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (1)$$

где $\{\varepsilon_{k,l} : (k,l) \in Z^2, k,l \geq 1\}$ независимые случайные величины (н.с.в) с $E(\varepsilon_{k,l}) = 0$, $E(\varepsilon_{k,l}^2) = 1$.

Эти модели начали интенсивно исследоваться сравнительно недавно и еще не вошли в монографическую и учебную литературу. Некоторый обзор результатов мы дадим следуя работе [1].

Анализ пространственных моделей представляет интерес во многих областях, таких как география, геология, биология и сельское хозяйство. Дискуссию по этому поводу см. в работе [2]. Эти авторы рассматривали случай, так называемой, односторонней модели AR(p), имеющей форму

$$X_{k,l} = \sum_{i=0}^{p_1} \sum_{j=0}^{p_2} \alpha_{i,j} X_{k-i,l-j} + \varepsilon_{k,l}, \quad \alpha_{0,0} = 0.$$

В работе [1] рассматривается особый случай этой модели, а именно, когда $p_1 = p_2 = 1$, $\alpha_{0,1} = \alpha_{1,0} =: \alpha$, $\alpha_{1,1} = 0$, и получены специфические результаты об асимптотическом поведении оценки α в неустойчивом случае. В литературе очень немного результатов этого типа для пространственных моделей. С общей точки зрения, желательно иметь дело с моделями, где $X_{k,l}$ является линейной комбинацией всех соседей по решетке. В частности, было бы интересно рассмотреть обобщение модели [1], когда $X_{k-1,l}$ и $X_{k,l-1}$ имеют различные веса α и β . Но даже в данной модели с $\alpha = \beta$ возникают сложные математические проблемы с достаточно нестандартными результатами (см. [1], Теорема 1).

В устойчивом (асимптотически стационарном) случае, когда $|\alpha| < 1$ и $|\beta| < 1$, асимптотическая нормальность некоторых оценок Юла-Уолкера $(\hat{\alpha}_{m,n}; \hat{\beta}_{m,n})$ параметра $(\alpha; \beta)$, основанных на наблюдениях $\{X_{k,l} : 1 \leq k \leq m \text{ and } 1 \leq l \leq n\}$, была доказана в ряде работ (см., например, [2]). А именно, было показано, что

$$\sqrt{mn} \begin{pmatrix} \hat{\alpha}_{m,n} - \alpha \\ \hat{\beta}_{m,n} - \beta \end{pmatrix} \xrightarrow{D} N(0, \Sigma_{\alpha,\beta})$$

при $m, n \rightarrow \infty$, $m/n \rightarrow \text{const} > 0$ с некоторой матрицей ковариаций $\Sigma_{\alpha,\beta}$.

В неустойчивом случае, когда $\alpha = \beta = 1$, рассматривались оценки Гаусса-Ньютона $(\hat{\alpha}_{n,n}; \hat{\beta}_{n,n})$ и была доказана их асимптотическая нормальность (см. [3]):

$$n^{3/2} \begin{pmatrix} \hat{\alpha}_{n,n} - \alpha \\ \hat{\beta}_{n,n} - \beta \end{pmatrix} \xrightarrow{D} N(0, \Sigma),$$

где Σ — некоторая ковариационная матрица.

В неустойчивом случае, когда $\alpha = 1$, а $|\beta| < 1$, оценка также асимптотически нормальна (см. [3]).

Рассматриваемый пространственный авторегрессионный процесс $\{X_{k,l} : k, l \in Z_+\}$ определяется следующим образом

$$X_{k,l} = \begin{cases} \alpha(X_{k-1,l} + X_{k,l-1}) + \varepsilon_{k,l}, & \text{если } k,l \geq 1, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (1)$$

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

Эта модель устойчива (асимптотически стационарна), если $|\alpha| < 1/2$ и неустойчива, если $|\alpha| = 1/2$.

Пусть для простоты $m = n$. Оценку будем строить основываясь на наблюдениях, расположенных вдоль диагонали квадрата $R_{n,n} = \{X_{k,l} : 1 \leq k \leq n, 1 \leq l \leq n\}$. В соответствии с (1) эти наблюдения удовлетворяют следующему рекуррентному соотношению

$$X_{k,k} = \begin{cases} \alpha(X_{k-1,k} + X_{k,k-1}) + \varepsilon_{k,k}, & \text{если } k \geq 1, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (2)$$

Суммируя (2) по k от 1 до n , получим уравнение оценивания

$$\sum_{k=1}^n X_{k,k} = \alpha \sum_{k=1}^n (X_{k-1,k} + X_{k,k-1}) + \sum_{k=1}^n \varepsilon_{k,k}.$$

Разделив обе части полученного уравнения на коэффициент при α , получим

$$\alpha_{n,n}^* - \alpha = \frac{Z_{n,n}}{Y_{n,n}}, \quad (3)$$

где $Z_{n,n} = \sum_{k=1}^n \varepsilon_{k,k}$, $Y_{n,n} = \sum_{k=1}^n (X_{k-1,k} + X_{k,k-1})$, $\alpha_{n,n}^* = \frac{X_{n,n}}{Y_{n,n}}$ — предлагаемая оценка параметра

α , а $X_{n,n} = \sum_{k=1}^n X_{k,k}$.

Для построенной оценки имеет место следующее утверждение.

Теорема. Если $\{\varepsilon_{i,j} : i, j \geq 1\}$ — независимые одинаково распределенные случайные величины с $E(\varepsilon_{i,j}) = 0$ и $E(\varepsilon_{i,j})^2 = 1$, то при $n \rightarrow \infty$ в критическом случае ($\alpha = \pm 1/2$)

$$2\sigma^{-1}n^{3/4}(\alpha_{n,n}^* - \alpha) \Rightarrow \frac{\xi_1}{\xi_2} \text{sign} \alpha,$$

где $\sigma^2 = \frac{16}{15\sqrt{\pi}}(7 + 8\sqrt{2})$, а ξ_1 и ξ_2 — независимые случайные величины, имеющие стандартное нормальное распределение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Baran. S., Pap. G., Martien C.A. Van Zuijlen. Asymptotic inference for an unstable spatial AR model // Statistics, 2004. -V.38(6). -Pp. 465-482.
2. Basu. S., Reinsel. G. C. Properties of the spatial unilateral first-order ARMA model // Adv. Appl. Probab, 1993. -V. 25. -Pp. 631-648.
3. Bhattacharyya B.B., Khalil T.M., Richardson G.D. Gauss-Newton estimation of parameters for a spatial autoregression model // Statist. Probab. Lett, 1996. -№28. -Pp. 173-179.

БИРИНЧИ ТАРТИБЛИ БИР ЎЛЧОВЛИ ОДДИЙ АВТОРЕГРЕССИЯ МОДЕЛИ УЧУН ЛИМИТ ТЕОРЕМАЛАР. КРИТИКА ЯҚИН БЎЛГАН ХОЛ ($\alpha = \alpha(n) \rightarrow 1$).

Т.С.Мирзаев, Э.Т.Умаров, Г.Б.Расулова

Наманган давлат университети

Ушбу биринчи тартибли авторегрессия моделини қаралади

$$X_t = \alpha X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (1)$$

Бу ерда $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$ — боғлиқ бўлмаган бир хил тақсимланган тасодикий микдорлар (б.б.б.х.т.т.м.)

булиб, улар учун $E\varepsilon_1 = 0$, $E\varepsilon_1^2 = 1$, X_0 — бошланғич ҳолат.

4-ШҶҶБА. ЭҶТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

Юқоридаги (1) жараён $|\alpha| < 1$, бўлса турғун дейилади, $|\alpha| = 1$ бўлса критик дейилади ва $|\alpha| > 1$ бўлганда портлаш типига мансуб дейилади.

Критик ҳолда $\hat{\alpha}_n$ баҳонинг мураккаб структураси $\{\varepsilon_i\}$ микдорлар нормал тақсимотга эга бўлган ҳолда ҳам лимит тақсимотни аниқлашни қийинлаштиради.

Маълумки $\sqrt{n}(\hat{\alpha}_n - \alpha)$ лар $\alpha \in (-1, 1)$, бўлганда нормал лимит тақсимотга эга бўлади ([1], [2] га қараймиз). $|\alpha| \geq 1$ бўлганда эса лимит тақсимот мураккаб ҳисобланади ва ундан ташқари $|\alpha| > 1$ бўлганда $\{\varepsilon_i\}$ т.м. ларнинг тақсимотиға боғлиқ бўлиб қолади.

Критик ҳол учун $(\alpha = 1)$ [2] адабиётда AR(1) модель учун олинган баҳонинг лимит тақсимотини бир хил ва нормал $N(0, \sigma^2)$ тақсимотга эга бўлган ε_t , хатолик билан қуйидагича ифодалаган

$$n(\hat{\alpha}_n - 1) \Rightarrow \frac{1}{2}(w^2(1) - 1) \bigg/ \int_0^1 w^2(t) dt, \quad (2)$$

Бу ерда $w(t)$ – стандарт винер процесс, $\Rightarrow$ символ кучсиз яқинлашишни ифодалайди.

Шуни таъкидлаш лозимки $\alpha(n) \rightarrow 1$, $n \rightarrow \infty$ ҳолда бирор бир натижа келтирилмаган. Буларни ҳисобга олиб $\alpha(n) \rightarrow 1$, $n \rightarrow \infty$ ҳолда (1) ($k = 1$) ностандарт баҳони кўриб чиқамиз.

Баҳони қуриш ва унинг лимит ҳолати

Баҳолаш тенгламасини (1) муносабатда t бўйича 1 дан токи n гача йиғинди олиш йўли билан қуйидагича тузамиз

$$\sum_{t=1}^n X_t = \alpha \sum_{t=1}^n X_{t-1} + \sum_{t=1}^n \varepsilon_t$$

қисқартирилган ҳолда

$$Y_n = \alpha Y_{n-1} + E_n. \quad (3)$$

(3) тенгламани E_n , ни ҳисобга олмаган ҳолда ечиб қуйидаги баҳони ҳосил қиламиз

$$\alpha_{n,1}^* = \frac{Y_n}{Y_{n-1}}.$$

Энди (3) дан четланишни топамиз

$$\alpha_{n,1}^* - \alpha = \frac{E_n}{Y_{n-1}}. \quad (4)$$

Шуни аниқлаш мумкинки, (1) дан қуйидагига эга бўламиз

$$X_{t-1} = \frac{1}{\alpha}(X_t - \varepsilon_t)$$

ва натижада

$$Y_{n-1} = \frac{1}{\alpha}(Y_n - E_n). \quad (5)$$

Теорема 1. Агар $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$ – б.б.б.х.т.т.м. $E(\varepsilon_1) = 0$, $E(\varepsilon_1^2) = 1$ ҳамда $X_0 = 0$

бўлса, у ҳолда $n \rightarrow \infty$ бўлганда $\alpha = 1 - \frac{c}{n}$, $|c| < \infty$ ҳол учун

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

$$P\left(n\sigma_c\left(\alpha_{n,1}^* - \alpha\right) < x\right) \Rightarrow \frac{\sqrt{1-\delta_c^2}}{\pi} \int_{-\infty}^x \frac{du}{u^2 + 2\delta_c u + 1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg \frac{x + \delta_c}{\sqrt{1-\delta_c^2}}, \text{ бўлади}$$

$$\text{бу ерда } \sigma_c^2 = \frac{1}{2|c|^3} \left[2|c| - 3 + 4e^{-|c|} - e^{-2|c|} \right], \quad \delta_c = \frac{1}{c^2 \sigma_c} \left(e^{-|c|} + |c| - 1 \right).$$

Теорема 2. Агар $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$ — б.б.б.х.т.т.м. бўлиб, $E(\varepsilon_1) = 0$, $E(\varepsilon_1^2) = 1$ ҳамда

$$X_0 = 0, \text{ бўлса, у холда } \alpha(n) = 1 - \frac{c}{\gamma_n}, \quad \gamma_n \rightarrow \infty, \quad \gamma_n = O(n) \text{ хол учун}$$

$$n \rightarrow \infty \text{ бўлганда қуйидаги муносабат ўринли бўлади} \quad \frac{\sqrt{2}\gamma_n}{|c|} \left(\alpha_{n,1}^* - \alpha \right) \Rightarrow \frac{\xi_1}{\xi_2},$$

$$\text{бу ерда } (\xi_1, \xi_2) - \text{ўрта қиймати нолга тенг бўлган ва} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \end{pmatrix} \text{ ковариацион матрицага эга}$$

бўлган нормал тасодифий вектор

Теорема 3. Агар $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$ — б.б.б.х.т.т.м. $E(\varepsilon_1) = 0$, $E(\varepsilon_1^2) = 1$ ҳамда $X_0 = 0$,

$$\text{бўлса, у холда } \alpha(n) = 1 - \frac{c}{\gamma_n}, \quad \gamma_n \rightarrow \infty, \quad \frac{n}{\gamma_n} \rightarrow 0 \quad n \rightarrow \infty \text{ бўлганда қуйидаги тасдиқ ўринли}$$

$$\text{бўлади} \quad \frac{2n}{\sqrt{3}} \left(\alpha_{n,1}^* - \alpha \right) \Rightarrow \frac{\xi_1}{\xi_2},$$

$$\text{бу ерда } (\xi_1, \xi_2) - \text{ўрта қиймати нолга тенг бўлган ва} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\ \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} & 1 \end{pmatrix} \text{ ковариацион матрицага эга}$$

бўлган нормал тасодифий вектор.

ФҶЙДАЛАНГАН АДАБИЁТЛАР

1. Anderson T.V. On asymptotic distributions of estimates of parameters of stochastic difference Equations // Ann. Math. Statist, 1959. -V.30. -Pp. 676-687.
2. White, J.S. The limiting distribution of the serial correlation coefficient in the explosive case // Ann. Math. Statist, 1958. -V. 29. -Pp. 1188-1197.

AKSIYA VA UNING DAROMADLILIGINI BAHOLASH

Muhamedov A. Q., Abdulloyeva Sh. I.

O'zMU dotsenti; Toshkent, O'zbekiston;

e-muhamedov1955@gmail.com

O'zMU magistranti; Toshkent, O'zbekiston;

shaxnoza.abdulloyeva@mail.ru

Asosiy moliyaviy vositalardan biri daromadi fiksirlangan qimmatli qog'ozlarning keng tarqalgan turi aksiyalardir. Aksiya narxi va daromadliligini aniqlashga e'tibor qaratamiz.

Aksiya – aksionerlik (hissadorlik) jamiyatining mol-mulkida va oladigan foydasida aksiya egasining hissasi borligini tasdiqlovchi yuridik hujjat. Aksiyalarda aksiya egalarning kompaniya ishidagi ulushi, dividend to'losh usullari va boshqa shartlar ko'rsatilgan bo'ladi. Aksiyalar ikki turda bo'ladi: imtiyozli va

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

oddiy. Imtiyozli aksiya egalari daromaddan doimiy fiksirlangan daromad -dividend olish huquqiga ega bo'lib, bu dividend to'lovlari oddiy aksiyalar bo'yicha dividendlar taqsimlanmasdan oldin to'lanadi. Imtiyozli aksiyalar uning egalariga aksiyonerlik yig'ilishlarida hech qanday ovoz va, o'z navbatida, aksiyonerlik jamiyatlarini boshqarish huquqini bermaydi. Imtiyozli aksiyalar obligatsiyalarga o'xshash bo'lib, undan farqi muddati chegaralanmaganligidir, ya'ni muddatsiz qimmatli qog'ozdir. Imtiyozli aksiya egasi, odatda, foyda oladi, uning foydasi kompaniya foydasi o'sishi bilan oshmaydi, lekin kompaniya bankrot bo'lganda, uning yo'qotishi kamroq bo'ladi, ya'ni aksiyalar nominal qiymatlarda so'ndiriladi. Imtiyozli aksiyalar qoidasiga ko'ra, aksionerlik jamiyati nizom jamg'armasining 10 foizidan ortiq chiqarilishi mumkin emas. Ular turli ko'rinishlarda chiqarilishi mumkin: chiqarib oluvchi aksiyalar, komulyativ aksiyalar, retrektiv aksiyalar, konversiyalanuvchi aksiyalar, suzuvchi yoki o'zgaruvchan kursli aksiyalar. Chiqarilgan aksiyalarning asosiy massasi oddiy aksiyalar bo'lib, oddiy aksiya egalari kompaniya foydasidan oddiy foiz oladi, lekin aksiyonerlik yig'ilishlarida ulushli ovozga, aksiyonerlik jamiyatlarini boshqarish huquqiga egadirlar. Aksiyonerlik jamiyati imtiyozli aksiyalar bo'yicha dividend to'lovlari ajratgandan so'ng qolgan foydani oddiy aksiyalar bo'yicha taqsimlaydi, foyda oshsa dividendlar oshadi, kamaysa kamayadi. Agar kompaniya bankrot bo'lsa, ular hech narsaga ega bo'lmaydilar. Bu daromadning biroz qaltis formasidir.

Imtiyozli aksiyaning narxi va daromadliligi

Imtiyozli aksiya bo'yicha daromad amalda doimiy muddatsiz (postnumerando) rentadir. Agar aksiya yil boshida sotib olingan va u bo'yicha kafolatlangan dividend miqdori „D“, joriy daromad normasi „i“ bo'lsa, u holda uning narxi shu momentdagi muddatsiz rentaning joriy qiymatiga teng bo'ladi: $P = D/i$. Agar aksiyaning sotib olish narxi (P) ma'lum bo'lsa, bu formuladan aksiyaning yillik daromadliligi „i“ ni quyidagicha topish (baholash) mumkin: $i = D/P$.

Agar imtiyozli aksiya sotib olinganda navbatdagi dividend to'lovigacha qolgan muddat θ bo'lsa, u holda uning qiymati quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$P(\theta) = \frac{D}{i} \cdot (1+i)^{1-\theta} \cong \frac{D}{i} \cdot [1+i \cdot (1-\theta)] = \frac{D}{i} + D(1-\theta) = P + A(\theta) \quad (1)$$

U holda imtiyozli aksiyaning yillik daromadliligi quyidagicha topiladi:

$$i = \frac{D}{P - A(\theta)} = \frac{1}{P/D - (1-\theta)}. \quad (2)$$

Oddiy aksiyalarning qiymati (narxi) va daromadliligi

Investor nuqtai nazaridan oddiy aksiya bo'yicha daromad dividendlarning cheksiz tushumlar oqimidan iborat. Shuning uchun aksiyaning narxi cheksiz o'zgaruvchan rentaning hozirga (joriy) qiymatiga teng bo'ladi:

$$P = \sum_{k=1}^{\infty} D_k \cdot v^k. \quad (3)$$

Oddiy aksiyalar bo'yicha dividendlar kamayishi, oshishi va o'zgarmas bo'lishi mumkin. Dividendlarni kamayishi investor manfa'tiga to'g'ri kelmaydi, shuning uchun u tahlil uchun qiziq emas.

1) Dividend miqdori yillar davomida o'zgarmas (o'sish tempi (darajasi) nol) $D_1 = D_2 = \dots = D$

bo'lganda aksiya narxi $P = D/i$; joriy yillik foiz stavkasi (yillik daromadliligi) $i = D/P$ bo'ladi.

Masalan, o'sish tempi nol, dividend miqdori 500 so'm, daromadlilik darajasi 10% bo'lgan aksiyaning narxini toping?

$D=500$; $q=1$; $i=0.1$; $P = ?$

Hisoblaymiz: $P = D/i = 500/0.1 = 5000$ so'm.

2) Dividend miqdorining yillik o'sishi doimiy tempda (darajada) bo'lganda aksiya narxi quyidagicha:

$$D_1 = D_0 \cdot (1+q); D_2 = D_0 \cdot (1+q)^2; \dots D_k = D_0 \cdot (1+q)^k ::$$

Akaiya narxining bevosita matematik hisoblash formulasi quyidagicha:

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

$$P = D_0 \cdot \frac{1+q}{i-q} = \frac{D_1}{i-q}, \quad (4)$$

Joriy yillik foiz stavkasi (yillik daromadliligi) esa:

$$i = q + \frac{D_0 \cdot (1+q)}{P} = q + \frac{D_1}{P} \quad (5)$$

bu erda k - yil nomeri, q – yillik o'sish tempi. Bu modelni „Gordon modeli“ deyiladi.

ADABIYOTLAR

1. Baqoev M.T., Muhamedov A.Q. Moliyaviy matematika. O'quv qo'llanma. – T.: Jahon iqtisodiyoti va diplomatiya universiteti, 2013. – 256 b.
2. Shodiyev H., Hamroyev M. Moliya statistikasi. - T.: Abu Ali ibn Sino nomidagi tibbiyot nashriyoti, 2002.
3. Rasulov A., Sarimsoqova H. Ekonometrika fanini o'qitishda case study usulining tatbiq etilishi to'g'risida uslubiy ko'rsatmalar. – T.: JIDU, 2007.

DAROMADI FIKSIRLANGAN QIMMATLI QOG'OZLAR NARXI VA DAROMADLILIGINI BAHOLASH

Muhamedov A. Q., Abdulloyeva Sh. I.

O'zMU dotsenti; Toshkent, O'zbekiston;

e-muhamedov1955@gmail.com

O'zMU magistranti; Toshkent, O'zbekiston;

shaxnoza.abdulloyeva@mail.ru

Moliyaviy mablag'ning yetishmasligi yoki ko'paytirish muammosini ssuda, kredit, qarz olish yoki berish bilan bir qatorda qimmatli qog'ozlarni chiqarish va sotish yoki sotib olish orqali ham hal qilish mumkin.

Qimmatli qog'ozlar deganda korxona va tashkilotlarning (mulk shaklidan qat'iy nazar) mol-mulkida va shu mol-mulkdan olinadigan daromadda qimmatli qog'ozlar egasining hissasi borligini tasdiqlovchi, undan kelib chiqadigan huquqlarni boshqa shaxslarga berish imkoniyatini nazarda tutuvchi yuridik hujjat tushuniladi. Qimmatli qog'ozlar – blanklar, sertifikatlar shaklida yoki schyotlardagi yozuv shaklida bo'lishi va hisob-kitob qilishda, kreditlar bo'yicha garov sifatida foydalanilishi mumkin. Qimmatli qog'ozlar chiqarish emissiya, ularni chiqaruvchilar – emitentlar deyiladi. Asosiy moliyaviy vositalar, ularga aksiyalar, obligatsiyalar, veksellar, xazina majburiyatlari, bank sertifikatlar misol bo'ladi.

Quyida biz asosiy moliyaviy vositalardan biri va daromadi fiksirlangan qimmatli qog'ozlarning keng tarqalgan, muhim turi hisoblangan obligatsiya haqida tushunchalar keltiramiz. Obligatsiya narxi va daromadliligini aniqlashga e'tibor qaratamiz.

Obligatsiya - qarz bo'yicha majburiyat bo'lib, emitent obligatsiya egasiga kelajakda, ma'lum fiksirlangan vaqtda aniq qiymatni va fiksirlangan yoki o'zgaruvchan (suzuvchan) stavka bo'yicha belgilangan foizlarni to'lab borishni kafolatlaydi. Obligatsiya uzoq muddatli investitsiyalarning muhim ob'yektidir. Bu qimmatli qog'ozlarni chiqarishda biroz qaltislik (risk) bor, shuning uchun yirik va ishonchli, barqaror kompaniyalar kichikroq foiz to'lashadi, kichik kompaniyalarni esa bankrot bo'lish ehtimoli kattaroq. Obligatsiyaning o'ziga xos xarakterli tomoni sharti bo'yicha u o'rnatilgan muddatda va narxda sotib olinishi kerak.

Obligatsiya narxi deganda u bo'yicha barcha to'lovlarni hozirgi qiymati tushuniladi. Bu to'lovlar foiz to'lovlari va so'ndirish qiymatidir. Odatda, obligatsiyaning bozor narxini o'rnatish uchun baholash momentida foiz to'lovlarning hozirgi qiymati aniqlanadi va bu narx foiz yoki bozor stavkasi deyilib, u so'ndirish muddatigacha o'zgarmaydi. Kelgusidagi to'lovlar aynan shu stavka bo'yicha diskontlanadi. Kuponli (qismli, foizlar qismlar bo'yicha to'lanadigan) obligatsiyaning hozirgi qiymati nominal qiymati va kupon muddatlari oxirida to'lanadigan kupon oqimlarining hozirgi qiymatlari yig'indisiga teng bo'ladi.

Obligatsiya kursi –bu obligatsiyaning nominal va o'ziga qarab bozor narxlari har-xil bo'lishi mumkin. Bu miqdorlar orqali ularni bir biri bilan bevosita solishtirib bo'lmaydi. Ularni baholash uchun obligatsiya kursi ko'rsatkichi ishlatiladi. Bu ko'rsatkich obligatsiya narxi P ni nominal narx N ga nisbati kabi foizda aniqlanadi:

$$K = \frac{P}{N} \cdot 100\% \quad (1)$$

4-ШҶЎБА. ЭҶТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

Masalan, obligatsiyaning nominal qiymati 100000 so'm bo'lsa va u 90000 so'mga sotilsa, u holda obligatsiya kursi $90000/100000 \cdot 100\% = 90\%$ bo'ladi.

Endi muddati „n“ bo'lgan, yiliga kuponlar bo'yicha to'lov to'lanadigan obligatsiyaning chiqarilish (emissiya) momentidagi kursini baholaymiz. Faraz qilaylik „c“ – kupon stavkasi bo'lsin. Kuponlar bo'yicha barcha tushumlar oqimining joriy qiymati:

$$P_c = c \cdot N \frac{1 - v^n}{i} \quad (2)$$

bu erda $v = \frac{1}{1+i}$ - diskont ko'paytuvchisi, i –joriy foiz stavkasi.

Nominal qiymatning joriy qiymati esa:

$$P_N = v^n \cdot N \quad (3)$$

U holda obligatsiyaning boshlang'ich kursi:

$$\frac{K}{100} = \frac{P}{N} = \frac{P_N + P_c}{N} = v^n + c \cdot \frac{1 - v^n}{i} = 1 + (c - i) \cdot \frac{1 - v^n}{i} \quad (4)$$

Yuqorida aytganimizdek (4) formula obligatsiyaning boshlang'ich kursini aniqlaydi. Lekin qimmatli qog'ozlar bozorida obligatsiya vaqtning ixtiyoriy momentida sotilishi yoki sotib olinishi mumkin. Shuning uchun u nafaqat emissiya momentida baholanmay so'ndirilguncha vaqtning har qanday momentida baholanishi mumkin. Bunday hollarda yuqoridagi hisoblash formulalaridagi „n“ baholash momentidan so'ndirilish vaqtigacha bo'lgan muddat deb olinadi. Bunda so'ndirilish muddatigacha bo'lgan vaqtning ixtiyoriy „t“ ($0 \leq t \leq n$) oralig'ida obligatsiyaning kursi (4) formuladan kelib chiqqan holda quyidagicha hisoblanadi:

Obligatsiya kursining bevosita matematik hisoblash formulasi quyidagicha:

$$\frac{K(t)}{100} = 1 + (c/i - 1) \cdot (1 - v^t) = c \cdot \left(\frac{1}{i} - \frac{1}{i \cdot (1+i)^t} \right) + \frac{1}{(1+i)^t} \quad (5)$$

Obligatsiya kursi (5) formuladan ko'rinib turibdiki, vaqtga nisbatan o'zgarib boradi. Agar obligatsiya diskont bilan ($i > c$) sotib olingan bo'lsa, u holda obligatsiya kursi so'ndirish muddatiga yaqinlashgan („t“ kamaygan) sari $1 - v^t$ kamayib boradi, $c/i - 1 < 0$ bo'lgani uchun obligatsiya kursi (diskontni jamg'arilishi hisobiga) oshib boradi. Shu kabi mulohazalardan obligatsiya premiya bilan sotib olingan holda obligatsiya kursi so'ndirish muddatiga yaqinlashgan sari (premiyani to'lash hisobiga) kamayib borishi kelib chiqadi. Ayniqsa obligatsiya kursi so'ndirishgacha bo'lgan oxirgi kupon davri uchun quyidagicha sodda formula bilan baholanadi:

$$P(t) = N \cdot (1 + c) \cdot v^t; \quad \frac{K(t)}{100} = (1 + c) \cdot v^t \quad (6)$$

Agar (5) formulada obligatsiyaning so'ndirilish muddatigacha bo'lgan vaqt oralig'i butun son bo'lmaganda, ya'ni $t = T + \theta$, T - butun son, $0 < \theta < 1$, θ - baholash momenti T dan navbatdagi kupon to'lovigacha bo'lgan vaqt oralig'i, obligatsiyaning joriy kursi quyidagicha aniqlanadi:

$$\frac{K(T + \theta)}{100} = \left[\frac{K(T)}{100} + c \right] \cdot v^\theta \quad (7)$$

ADABIYOTLAR

1. Baqoev M.T., Muhamedov A.Q. Moliyaviy matematika. O'quv qo'llanma. – T.: Jahon iqtisodiyoti va diplomatiya universiteti, 2013. – 256 b.
2. Shodiyev H., Hamroyev M. Moliya statistikasi. - T.: Abu Ali ibn Sino nomidagi tibbiyot nashriyoti, 2002.
3. Rasulov A., Sarimsoqova H. Ekonometrika fanini o'qitishda case study usulining tatbiq etilishi to'g'risida uslubiy ko'rsatmalar. – T.: JIDU, 2007.

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА HAYOT SUG'URTA BO'YICHA REZERV LARNI SHAKLLANTIRISH METODIKASI

Q.Muhammedov O'zMU dotsenti, Ostonova D.O'zMU magistranti

e-mail: Yeshodasalimovna@gmail.com

Hayot sug'urtasida zahiralar uning har bir turi bo'yicha sug'urta badallarining bir qismini o'tkazish bilan shakllantiriladi. Sug'urta badallarining qiymati ta'rif stavkalari asosida aniqlanadi. Hayot sug'urtasida ta'rif stavkalari har bir tur bo'yicha o'ziga hos hisoblangani uchun zahiralarini shakllantirishda ham u o'z aksini topadi. Shuning uchun zahiralar matematik zahiralar deyiladi. Sug'urta zahirasi miqdori oldinda turgan to'lovlarini to'liq qoplash uchun yetarli bo'lishi zarur. Sug'urta zahirasi sug'urta kompaniyasi moliyaviy barqarorligi va majburiyatlarining bahosidir. Shuning uchun sug'urta zahirasi to'g'ri hisoblash va shakllantirish sug'urta kompaniya faoliyatida muhim ro'l o'ynaydi. Ikkinchi tomondan, hayot sug'urtasi uzoq muddatli sug'urta bo'lgani uchun, zahira jamg'armalari investitsiya qilish uchun zarur mablag' hisoblanadi. Shu sababli hayot sug'urtasi mamlakat iqtisodiyotida muhim rol o'ynaydi. Ushbu tezisda hayot sug'urtasi turlari bo'yicha zahiralarini shakllantirish usullari o'rganilib, amaliy masalalarni hal qilishda qanday qo'llanilishi ko'rsatilgan.

Hayot sug'urtasida zahiralarini shakllantirishdan maqsad sug'urtachining sug'urtalanuvchilar oldidagi majburiyatlarini o'z vaqtida va to'liq bajarishni ta'minlashdan iborat. Zahiralarini shakllantirish shartnoma shartlari asosida amalga oshiriladi.

Hayot sug'urtasi zahirasi quyidagi zahiralar tarkibini o'z ichiga oladi:

- 1) matematik zahiralar (badallar zahirasi);
- 2) sug'urta majburiyatlari xizmatlari zahirasi;
- 3) e'lon qilingan, lekin bartaraf etilmagan sug'urta hodisalari bo'yicha to'lovlar zahirasi;
- 4) sug'urta hodisalari ro'y bergan, lekin e'lon qilinmagan to'lovlar zahirasi;
- 5) qo'shimcha to'lovlar zahirasi (sug'urta bonuslari);
- 6) tenglashtiriladigan zahiralar.

Ta'rif stavkalarini va zahiralarini hisoblashda yillik foiz stavkasi 5% dan oshmasligi kerak.

Hayot sug'urtasi bo'yicha har xil shartlarda sug'urtalanuvchi tomonidan to'lanadigan badallarining matematik zahiralarini hisoblash tartibini ko'rib chiqamiz.

Hayot sug'urtasida bir yo'la to'lanadigan badallarining matematik zahirasi.

x yoshdagi shaxsning n yilgacha yashash sug'urtasida zahira. Aytaylik sug'urtalanuvchi shartnoma tuzgan vaqtda bir yo'la badal to'ladi, shartnoma tuzilgan vaqtdan bu yog'iga t yil o'tdi. U holda zahira qiymati t – chi yil oxiriga kelib sug'urtachining qolgan muddat uchun majburiyati minus sug'urtalanuvchi tomonidan qolgan muddatga to'g'ri keladigan sug'urta badalining joriy qiymatiga teng bo'ladi, ya'ni go'yoki, shartnoma yangidan $x+t$ yoshdagi sug'urtalanuvchi uchun $n-t$ qolgan yilga tuzilgani kabi 5-bobdagi (9) formula orqali hisoblanadi. Matematik zahira V harfi bilan, t -chi yil oxirida bir yo'la to'lanadigan badaldan zahira ${}_tV_{x:n}$ kabi belgilanadi. Shunday qilib:

$$A_{x+t:n-t} = {}_{n-t}E_{x+t} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} = {}_tV_{x:n}.$$

O'lim hodisasi uchun sug'urtada zahirani hisoblash.

Bu sug'urta turi uchun ham matematik zahirani hisoblash formulasi yashash sug'urtasi uchun hisoblangani kabi, zahira $x+t$ yoshdagi sug'urtalanuvchining $n-t$ yoshgacha o'lim hodisasi sug'urtasida bir yo'la to'lagan netto-badaliga teng bo'ladi. Ma'lumki, n yilga hayot sug'urtasining aktuar stavkasi:

$${}_nA_x = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}.$$

Bundan matematik zahiraning hisoblash formulasi:

$${}_tV_x = {}_{n-t}A_{x+t} = \frac{M_{x+t} - M_{x+n}}{D_{x+t}}.$$

Hayot sug'urtasida davriy to'lanadigan badallarining matematik zahirasi.

Yashash sug'urtasi. Matematik zahira sug'urtalovchi va sug'urtalanuvchilarning joriy majburiyatlari ayirmasiga teng bo'lgani uchun ularning o'zaro joriy majburiyatlari qiymatlarini topish kerak bo'ladi.

Sug'urtachining qolgan davr uchun joriy majburiyati ${}_{n-t}E_{x+t}$, ya'ni $x+t$ yoshli shaxs $n-t$ muddatga bir yo'la to'lanadigan netto-badal qiymatiga teng bo'ladi. Sug'urtalanuvchilarning qolgan $n-t$ davrdagi majburiyati

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

yillik to'lov qiymati ${}_n E_x^{yil}$ ni kechiktirilgan mos postnumerando yoki prenumerando koeffitsienti ${}_{n-t} a_{x+t}$ ga ko'paytiriladi. Sunday qilib, sug'urtalanuvchilarning joriy majburiyati ${}_n E_x^{yil} * {}_{n-t} a_{x+t}$ ga teng bo'ladi. Demak, matematik zahirani hisoblash formulasi mos ravishda quyidagicha bo'lishi kelib chiqadi:

$$\frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} \cdot \frac{M_{x+1} - M_{x+t+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}} {}_t V_{x,n} = {}_{n-t} E_{x+t} + {}_n E_x^{yil} \cdot {}_{n-t} a_{x+t}.$$

Kommutatsion funksiyalar orqali postnumerando badallar uchun

$${}_t V_{x,n} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} \cdot \frac{M_{x+1} - M_{x+t+1}}{N_{x+1} - N_{x+n+1}}; \quad \text{prenumerando badallar uchun} \quad {}_t V_{x,n} = \frac{D_{x+n}}{D_{x+t}} \cdot \frac{M_x - M_{x+t}}{N_x - N_{x+n}}.$$

KUCHSIZ BOG'LANGAN KUZATUVLAR BO'YICHA BUTSTREPNING KESISHADIGAN BLOKLAR USULIDA DISPERSIYANI BAHOLASH

Nashvandov Xumoyun

O'zbekiston Milliy universiteti

xumoyunnashvandov@gmail.com

Faraz qilaylik, $\{X_n, n \geq 1\}$ statsionar tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo'lsin. Bu ketma-ketlik kuchsiz bo'g'liqlik shartlarini qanoatlantirganda ([1] ni ko'ring), uning uchun markaziy limit teorema o'rinli bo'ladi, ya'ni quyidagi sust yaqinlashish o'rinli bo'ladi,

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n X_i \Rightarrow N(0, \sigma^2)$$

bu yerda $N(0, \sigma^2)$ matematik kutilmasi nol va dispersiyasi σ^2 bo'lgan Gauss tasodifiy miqdori.

Amalda σ^2 ning qiymati noma'lum bo'lgani uchun uni statistik baholash kerak bo'ladi ([2] ni ko'ring).

Biz σ^2 ni butstrepning kesishadigan bloklar usulida baholaymiz. Buning uchun $X_1, X_2, \dots, X_n$ tanlanmani bloklarga ajratamiz

$$B_i = \{X_i, X_{i+1}, \dots, X_{i+p}\}, \quad i = \overline{1, n-p+1}$$

Bu bloklarni tasodifan va bo'g'liqsiz ravishda (qaytarib qo'yish usulida) k marta tanlaymiz va ketma - ket qo'yamiz. Hosil bo'lgan tanlanmani quyidagicha yozamiz.

$$X_1^*, X_2^*, \dots, X_{kp}^*$$

Bu tanlanma bo'yicha σ^2 dispersiya baholash muammosi o'rganilgan. Ma'ruzada olingan natijalar muhokama qilinadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

[1].S.N.Lahiri. Resampling Methods for Dependent Data. Springer Series in Statistics, 2003

[2].H.Dehling, R.Fried, O.Sh.Sharipov, D.Vogel, M.Wornowizki. Estimation of variance of partial sums of dependent processes. Statistics and Probability Letters 83 (2013)

IQTISODIY YO'NALISHLARGA EHTIMOLLAR NAZARIYASI VA МАТЕМАТИК СТАТИСТИКАНИ “АМАЛИЙ-КАСБИЙ YO'NALTIRILGANLIK” KONSEPSIYASI ASOSIDA O'QITISHNING АҲАМИЯТИ

Nishonov Tulanmirza

Andijon davlat universiteti

Matematika ta'limi uzviy va izchil muayyan amaliy tajriba, mashqlardan boshlanadi hamda abstrakt tushunchalarga tomon boriladi. Kasbiy tajriba esa amaliyotda shakllanadi. Shu ma'noda ehtimollar nazariyasi va matematik statistikani o'rganishda “o'qitishning amaliy-kasbiy yo'naltirilganligi” alohida ahamiyatga ega [1].

O'qitishning amaliy-kasbiy yo'naltirilganligi - kasbiy kompetensiyani shakllantirishga mo'ljallangan amaliy mashg'ulotlarni o'z ichiga olgan ta'lim faoliyati turi, ta'lim mazmuni, shakli va vositalari. Buning natijasida kasbiy muammolarni dinamik ravishda hal qilishga tayyor mutaxassisning har tomonlama rivojlangan shaxsi shakllanadi [2].

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

Bo'lajak iqtisodchi mutaxassislarni kasbiy tayyorlashda ehtimollar nazariyasi va matematik statistikasi "o'qitishning amaliy-kasbiy yo'naltirilganligi" amaliy-kasbiy masalalar bilan bevosita va bilvosita bog'liqligini ko'rish mumkin.

Amaliy-kasbiy masalalar katta hajmdagi o'quv materialini o'rganishga emas, balki kiritilayotgan ehtimoliy-statistik atama va faktlarni tushunish chuqurligiga, nazariy o'rganilgan bilimlarni kasbiy faoliyatda tatbiq eta olish salohiyatini shakllantirishga xizmat qilishi zarur.

Biz iqtisodchilar uchun ehtimollar nazariyasi va matematik statistikaga oid masalalarni berilish usuliga qarab quyidagi uch tipga ajratdik [2].

1. Sof matematik masalalar. Qat'iy algoritm asosida matematik formula va tushunchalardan foydalanib yechish mumkin bo'lgan sof matematik mazmundagi masalalar.

Bunday masalalarni yechish usullari tayyor bo'lib, amalda kasbga yo'naltirilmagan deyishimiz mumkin.

2. Amaliy-kasbiy masalalar. Kasbiy faoliyatga oid matematik masalalar.

Amaliy-kasbiy masalalar uchun yechish usuli shakllangan va uni yechish uchun kerakli qiymatlarni taqqoslash ozgina aqliy kuch talab etadi xolos. Ushbu masalani yechish natijasida kasbiy kompetentsiya tegishli hisoblash formulalarini ishlatish orqali muayyan darajada rivojlanadi, ya'ni avtomatizm shakllanadi.

3. Muammoli amaliy-kasbiy masalalar. Masala matematik tilda bayon qilinmaydi, balki muammo shaklida keltiriladi. Bunda talab qilingan vazifani hal etish zarur, bu biror amaliy faoliyat orqali amalga oshiriladi va natijada masalaning matematik formasi shakllantiriladi.

Muammoli amaliy-kasbiy masalalarda bir qator savollarga javob topish talab qilanadi. Dastlabki ma'lumotlarni qanday to'plash kerakligi, ularni qayta ishlashda nimalarni tahlil qilish, qanday matematik formulalardan foydalanish kerak va hokazo? Shubhasiz, bunday masalalar kasbiy kompetentsiyani shakllantirish nuqtai nazaridan eng foydalidir, undan muammoli vaziyatni anglash va hal etish boshlanadi.

Hodsalar va ular orasidagi munosabatlarga doir muammoli amaliy-kasbiy masalalarga namunalar keltiramiz.

Muammo. Har bir talaba biror hodisalar turkumini shakllantirsin va u hodisalar kombinatsiyalarining mazmunini aniqlasin.

Namunaviy masala. "Avicenna's Lab" MChJ "Laktovita" mahsulotlarini 3 xil usulda reklama qiladi: televideniye orqali, reklama bannerlari orqali va internet saytlari orqali. Firma mahsulotini sotib olishga kelgan mijozlardan birortasi tavakkaliga tanlanganda uning reklamani televideniye orqali ko'rganligi hodisasini A bilan, reklama bannerlari orqali ko'rganligi hodisasini B bilan va reklamani internet saytlari orqali ko'rganligi hodisasini C bilan belgilaylik. Quyidagi hodisalarni izohlab bering:

- a) AB ; b) $AB + C$; c) $\overline{AB}$; d) $\overline{BC}$.

Uning yechimi:

a) AB – tavakkaliga tanlangan mijoz mahsulot reklamasini televizorda va reklama bannerlarida ko'rganligi;

b) $AB + C$ – tavakkaliga tanlangan mijoz mahsulot reklamasini televizorda va reklama bannerlarida yoki internet saytlarida ko'rganligi;

c) $\overline{AB}$ – tavakkaliga tanlangan mijoz mahsulot reklamasini televizorda ko'rmasdan reklama bannerlarida ko'rganligi;

d) $\overline{BC}$ – tavakkaliga tanlangan mijoz mahsulot reklamasini reklama bannerlari va internet saytlarida ko'rmasligi hodisasidir.

Muammo. Har bir talaba biror hodisalar turkumini shakllantirsin va u hodisalarning o'zaro munosabatlari aniqlasin.

Namunaviy masala. "Ishonch" do'konlar tarmog'iga tashrif buyurgan mijozlardan tavakkaliga bittasi tanlanganda uning televizor sotib olish uchun kelgan bo'lishi hodisasini A bilan, changyutgich sotib olish uchun kelgan bo'lishi hodisasini B bilan, "Artel" rusumli televizor sotib olish uchun kelgan bo'lishi hodisasini C bilan, "Artel" rusumli changyutgich sotib olish uchun kelgan bo'lishi hodisasini D bilan va "Artel" firmasi mahsulotini sotib olish uchun kelgan bo'lishi hodisasini E bilan belgilaylik. Ushbu hodisalar o'rtasidagi munosabatlarni aniqlang.

Uning yechimi:

Ushbu hodisalar barchasi juft-jufti bilan birgalikda. Masalan, mijoz "Samsung" televizori va "Artel" changyutgichi olgani kelgan bo'lishi mumkin, bunda A va D hodisalar bir vaqtda kuzatiladi, yoki mijoz changyutgich va "Artel" kir yuvish mashinasi olgani kelgan bo'lishi mumkin, bunda B va E hodisalar bir vaqtda kuzatiladi.

Ushbu hodisalarning barchasi birgalikda. Chunki mijoz bir vaqtning o'zida "Artel" televizori, "Artel" changyutgicha va "Artel" kir yuvish mashinasi olgani kelgan bo'lishi ham mumkin. Yana shuni qo'shimcha

4-ШҶЎБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

qilish mumkinki, tasodifiy tanlangan mijoz uchun faqatgina A, B, C, D yoki E hodisalargina kuzatiladi deyish noto'g'ri bo'ladi.

C hodisa A hodisani ergashtiradi. Chunki, mijoz "Artel" rusumli televizor sotib olish uchun kelgan bo'lishi uning televizor sotib olish uchun kelgani hodisasini anglatadi.

C hodisa E hodisani ergashtiradi. Chunki, mijoz "Artel" rusumli changyutgich sotib olish uchun kelgan bo'lishi uning changyutgich sotib olish uchun kelgani hodisasini anglatadi.

D hodisa B hodisani ergashtiradi. Chunki, mijoz "Artel" rusumli televizor sotib olish uchun kelgan bo'lishi uning "Artel" mahsulotini sotib olish uchun kelgani hodisasini anglatadi.

D hodisa E hodisani ergashtiradi. Chunki, mijoz "Artel" rusumli changyutgich sotib olish uchun kelgan bo'lishi uning "Artel" mahsulotini sotib olish uchun kelgani hodisasini anglatadi.

Yuqorida keltirilgan metodik tavsiyalar amaliy kasbiy-masalalarni yechish jarayonining barcha bosqichlarida: masala mohiyatini tushunish va zaruriy amaliy harakatlarni olib borish, rejalashtirish, masalani yechish va tekshirishda qo'llanilishi maqsadga muvofiq.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Александрова, Е. В. Пути усиления профессиональной направленности курса теории вероятностей и математической статистики в сельскохозяйственном вузе / Е. В. Александрова; Всероссийский институт научной и технической информации. - М., 2004. - 19 с.

2. Nishonov T.S. Professional approach to teaching of elements of probability theory for students of economics. Наука и образование сегодня № 12 (59), 2020. 85-87 pp.

MARKOV ZANJIRLARI XOSSALARINI GRAFLAR NAZARIYASI YORDAMIDA TEKSHIRISH

¹Q.Ostonov, ²M.Abdusobirova

¹Dotsent. Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti

²Magistrant. Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti

Avvalo Markov zanjirlarining asosiy tushunchalarini keltiramiz. Fizik sistemada sodir bo'ladigan jarayon, istalgan vaqtda, sistemaning kelajakdagi har qanday holatining ehtimoli faqat sistemaning hozirgi paytdagi holatiga bog'liq bo'lsa va sistema qanday paydo bo'lganiga bog'liq bo'lmasa bunday holat Markov zanjiri deb ataladi. Markov zanjiri - bu sinovlar ketma-ketligi bo'lib, ularning har birida to'liq guruhdagi k birgalikda bo'lmagan hodisalaridan faqat bittasi A_i ro'y beradi. Bunda A_j hodisasining $(s-1)$ sinovda sodir bo'lishi sharti bilan, s - chi sinovda A_i hodisasi sodir bo'lishining shartli ehtimolligi $p_{ij}(s)$ oldingi sinovlar natijalariga bog'liq emas. Masalan, bog'liq bo'lmagan tajribalar Markov zanjirining xususiy holi hisoblanadi. Hodisalar sistema holatlari, tajribalar esa tizim holatining o'zgarishlari deb ataladi. Holatlarning o'zgarishlarining tabiatiga ko'ra, Markov zanjirlarini ikki guruhga bo'lish mumkin. Diskret vaqtli Markov zanjiri vaqtning ma'lum tayin momentlarida holatlari o'zgarib turadigan zanjirga aytiladi. Uzlaksiz vaqtli Markov zanjiri har qanday tasodifiy vaqtda holati o'zgarishi mumkin bo'lgan zanjir hisoblanadi.

Aytaylik, holatlar soni cheklangan va k ga teng bo'lsin. U holda shartli o'tish ehtimollaridan tuzilgan matritsa quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$P_1 = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1k} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{k1} & p_{k2} & \dots & p_{kk} \end{pmatrix}$$

Ushbu matritsa sistemaning o'tish matritsasi deb ataladi. Chunki har bir satrda to'liq guruhni tashkil etuvchi hodisalar ehtimollari mavjud, u holda ravshanki, matritsaning har bir satri elementlarining yig'indisi birga teng. Tizimning o'tish matrissasi asosida sistema holatlari grafi deb ataladigan tushunchanikiritishimiz mumkin, u yana holatlarning belgilangan grafi (ob'ektlari juft-juft bog'lanishlariga ega ixtiyoriy tabiatli real sistemaning matematik abstraksiyasi, matematik ob'ekt sifatida ikkita to'plam jamlanmasidan ob'ektlarning o'zlarining to'plami, ular uchlar to'plami deyiladi va ularning juft-juft bog'lanishlari to'plami, qirralar to'plamidan iborat) deb ham ataladi. Bu zanjirni ko'rgazmali tasvirlash uchun qulay. Grafni qurish tartibini misol yordamida ko'rib chiqamiz.

Grafda sistemaning bir holatdan boshqa holatga o'tish ehtimoli ko'rsatilmaydi. Muayyan sistemalarni ko'rib chiqishda avvalo holat grafini qurish, so'ngra sistemaning bir holatdan bir xil holatga o'tish ehtimolini aniqlash (matritsa satr elementlarining yig'indisi birga teng bo'lishi talabi asosida) va keyin sistemaning o'tishlar matritsasini tuzish qulaydir. $p_{ij}(n)$ - n ta sinov natijasida sistemaning i - holatdan j - holatga o'tish

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

ehtimoli, $r - esa i$ va j holatlar orasidagi qandaydir oraliq holat bo'lsin. Bir holatdan ikkinchi holatga o'tish ehtimoli $p_{ij}(1) = p_{ij}$. Keyin $p_{ij}(n)$ ehtimolni Markov tengligi deb ataladigan formula yordamida topish mumkin:

$$P_{ij}(n) = \sum_{r=1}^k P_{ir}(m) P_{rj}(n-m)$$

Bu yerda m - sistema i holatdan r holatiga o'tgandagi qadamlar (tajribalar) soni. Aslida, Markovning tengligi to'la ehtimollik uchun biroz o'zgartirilgan formuladan boshqa narsa emas. O'tish ehtimollarini bilish (ya'ni, o'tish matritsasi R_1 ni bilib) ikki qadamda $P_{ij}(2)$, n holatidan holatga o'tish ehtimolini topish mumkin, ya'ni R_2 matritsasini, uni bilgan holda - R_3 matritsasini topish va hokazo. Yuqorida olingan formulani to'g'ridan-to'g'ri qo'llash juda qulay emas, shuning uchun matritsalarini hisoblash texnikasidan foydalanish mumkin (axir, bu formula ikkita matritsani ko'paytirish formulasidan boshqa narsa emas). Keyin, umuman olganda, biz yozishimiz mumkin: $P_n = P_1^n$.

Oragraflar (orgraf –bu qirralariga yo'nalish berilgan orientirlangan yoki yo'nalishli graf) ko'p hayotiy vaziyatlarda paydo bo'ladi. Bunday vaziyatlarning ko'p qismini qamrab olishga urinmasdan, biz ulardan birini ko'rib chiqish bilan cheklanamiz.

Barcha komponentlari manfiy bo'lmagan va yig'indisi birga teng bo'lgan vektor-satrni ehtimollik vektori deb ataymiz. U holda o'tish matritsasi kvadrat matritsa sifatida aniqlanadi, unda har bir satr ehtimollik vektori hisoblanadi. Endi biz Markov zanjirini (yoki oddiy zanjirni) (P, x) juftlik sifatida aniqlashimiz mumkin, bu yerda $R - nxn$ - o'tish matritsasi va $x - (1 \times n)$ - vektor-satr. Agar biz R dagi har bir p_{ij} elementni E_i holatdan E_j holatga o'tish ehtimoli sifatida va x ni esa ehtimollarning boshlang'ich vektori sifatida qarasak, biz diskret statsionar Markov zanjirining klassik tushunchasiga kelamiz. E_i holat odatda zanjir holati deb ataladi. Ularni tasniflashning turli usullarini tavsiflaymiz.

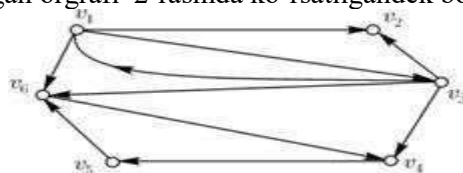
Bizni quyidagilar qiziqtiradi: ma'lum bir holatdan ikkinchisiga o'tish mumkinmi va agar shunday bo'lsa, qancha minimal vaqt ichida. Masalan, echki masalasida E_4 dan E_1 ga uch daqiqada borish mumkin va umuman E_1 dan E_4 ga borib bo'lmaydi. Shuning uchun bizni asosan p_{ij} ehtimolliklarning o'zi emas, balki ularning musbat yoki musbat emasligi qiziqtiradi. U holda bu ma'lumotlarning barchasini orgraf shaklida tasvirlash mumkin, ularning uchlari holatlarga mos keladi va yo'ylar bir daqiqada bir holatdan ikkinchisiga o'tish mumkinligini ko'rsatadi. Aniqroq qilib aytadigan bo'lsak, agar har bir E_i holat o'nga mos v_i uch bilan ifodalangan bo'lsa, u holda $p_{ij} \neq 0$ o'rinli bo'lgan o'sha va faqat o'sha uchlar uchun v_i dan v_j gacha yoy o'tkazish orqali biz kerakli orgrafni olamiz. Bundan tashqari, agar matritsaning har bir nolga teng bo'lmagan elementini birga almashtirsak, bu orgrafni uning qo'shnilik matritsasi yordamida aniqlash mumkin. Bu orgrafni berilgan Markov zanjirining bog'langan orgrafi deb ataymiz.

Misol. Agar Markov zanjiri 1-rasmda ko'rsatilgan o'tish matritsasiga ega bo'lsa,

$$\begin{pmatrix} 0 & 1/4 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/3 & 0 & 1/12 & 0 & 1/12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1-rasm

u holda bu zanjirning bog'langan orgrafi 2-rasmda ko'rsatilgandek bo'ladi.



2-rasm

Endi ma'lum bo'ldiki, Markov zanjirida E_i holatdan E_j holatga o'tish mumkin, agar bog'langan orgrafda v_i dan v_j gacha orzanjir (takrorlanuvchi yo'ylari bo'lmagan yo'nalishli yo'l yoki qirra) mavjud bo'lsa va u yerga borish mumkin bo'lgan eng qisqa vaqt bunda orzanjirlarning eng qisqasining uzunligiga teng bo'ladi. Har qanday holatdan boshqasiga o'tish mumkin bo'lgan Markov zanjiri keltirilmaydigan deyiladi. Ko'rinib turibdiki, Markov zanjiri keltirilmaydigan bo'ladi, agar uning bog'langan orgrafi kuchli bog'langan bo'lsa.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Кемени Дж.Дж., Снелл Дж.Л. Конечные цепи Маркова. – М. Наука. 1970, -272. ст.
2. Чжун Кай-лай, Однородные цепи Маркова. Перев. с. Англ. –М. Мир, 1964. – 425 с.

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА ASORATSIZ FINIT OQIMLARNING UMUMIY FORMASI

R.Polvanov, F.Sharipov
Namangan davlat universiteti

Har qanday asoratsiz finit oqimlarni ko'rib o'tamiz, bunda $\Lambda(t)$ funksiya chegaralangan, biroq hohlagancha uzulishga ega bo'lishi mumkin. Ma'lumki, $\Lambda(t)$ funksiyaning uzulish nuqtalari – berilgan oqimning singulyar nuqtalaridir.

Endi S oqim quyidagi xossalarga ega bo'lsa, uni singulyar deb atashni kelishib olamiz:

1) S oqimning hodisalari qandaydir oldindan aniqlangan vaqt momentlaridagina sodir bo'lishi mumkin.

2) Har xil bosqichlarga to'g'ri keladigan hodisalarning soni o'zaro bog'liqmas tasodifiy miqdorlar bo'ladi.

3) $q_k^{(i)}$ ($k \geq 0, i \geq 1$) miqdor t_i pog'onada k - ta hodisa mos kelishining ehtimolini bildirsin, u holda ixtiyoriy $t > 0$ da

$$\sum_{0 \leq t_i \leq t} \sum_{k=0}^{\infty} k q_k^{(i)} < +\infty.$$

2) – xossa asoratning yo'qligini bildiradi, 3) – xossa esa S oqimning finitligini anglatadi.

Ravshanki, singulyar oqim t_i va $q_k^{(i)}$ ($i \geq 1, k \geq 0$) sonlarning berilishi bilan bir qiymatli aniqlanadi. Shu sababli bunday oqimning strukturasi juda aniqdir: t_i va $q_k^{(i)}$ sonlarning tanlanishi

$$t_i \geq 0, \quad q_k^{(i)} \geq 0 \quad \text{va} \quad \sum_{k=0}^{\infty} q_k^{(i)} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots)$$

talablarga javob beradi.

Bizga ixtiyoriy k - asoratsiz finit oqimi berilgan bo'lsin. $t_1, t_2, \dots$ lar orqali bu oqimning ixtiyoriy tartibda nomerlangan singulyar nuqtalarini belgilaymiz. k oqimni ikkita R va S oqimlarning superpozitsiyasi sifatida qaraymiz. Agar k oqimning ayrim hodisalari $t_1, t_2, \dots$, momentlarning birida ro'y bersa, bu hodisani S oqimga tegishli deb, aks holda bu hodisa R oqimga tegishli deb hisoblaymiz. S va R oqimlar asoratsiz va o'zaro bog'liqmasligini ko'rsatish qiyin emas.

t_i lardan farqli t nuqta, t_i larning aniqlanishiga ko'ra k oqim uchun regulyar bo'ladi va demak, $R \subset k$ uchun ham regulyar bo'ladi. Shunday qilib, R oqim singulyar nuqtalarga ega emas va demak, u regulyardir.

S oqimga kelsak, uning singulyarligi aniqlanishidanoq ravshandir; t_i ($i \geq 1$) sonlar uning pog'onalari bo'lib xizmat qiladi. Yana qo'shimcha, $q_k^{(i)}$ xarakteristik ehtimollar, mos ravishda, quyidagi sonlar

$$P_k(t_i) = \lim_{h \rightarrow +0} v_k(t_i - h, t_i + h) \quad (k \geq 0, i \geq 1)$$

bilan ustma-ust tushadi.

k_i ($i \geq 1$) oqim yuqoridagi kabi aniqlansin va $v_k^{(i)}(\alpha, \beta)$ ehtimollik (α, β) oraliqda k_i - oqimning k - ta hodisasi ro'y berish ehtimoli bo'lsin. U holda k oqim uchun, ravshanki, $i \geq 1, k \geq 0$ larda

$$v_k(t_i - h, t_i + h) = \sum_{l=0}^k q_l^{(i)} v_{k-l}^{(i)}(t_i - h, t_i + h)$$

ifodaga ega bo'lamiz.

t_i lar k_i oqimning regulyar nuqtalari bo'lgani uchun, $h \rightarrow +0$ da

$$v_{k-l}^{(i)}(t_i - h, t_i + h) \rightarrow \begin{cases} 1, & l = k, \\ 0, & l < k. \end{cases}$$

Shuning uchun (1) munosabat $h \rightarrow +0$ da limitda quyidagini beradi.

$$P_k(t_i) = \lim_{h \rightarrow +0} v_k(t_i - h, t_i + h) = q_k^{(i)} \quad (i \geq 1, k \geq 0),$$

shuni isbotlash kerak edi.

Ushbu natijalarni xulosalab quyidagi jumlagi kelimiz:

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

Teorema. Har qanday asoratsiz finit oqim shunday tipdagi ikkita o'zaro bog'liqmas oqimlarning superpozitsiyasi sifatida qaralishi mumkin, ulardan biri-regulyar, ikkinchisi esa – singulyar; singulyar oqimning t_i darajalari bo'lib berilgan oqimning singulyar nuqtalari xizmat qiladi, $q_k^{(i)}$ - xarakteristik ehtimol bo'lib berilgan oqimning mos $P_k(t_i)$ ($i \geq 1, k \geq 0$) sonlari bo'ladi.

Bevosita tekshirish mumkinki, tasdiqning aksi ham o'rinli, ya'ni bayon etilgan tipdagi har qanday oqimlarning superpozitsiyasi qandaydir asoratsiz finit oqim bo'ladi.

ADABIYOTLAR

1. S.H.Sirojiddinov, M.M.Mamatov. "Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika elementlari", T.: 1980 yil.
2. С.Х.Сиражиддинов. «Предельные теоремы для однородных цепей Маркова», Т.: 1955 г.
3. R.R.Polvanov, F.Sharipov. NamDU axborotnomasi, 8-son. 2021 yil.

RISKLI SUG'URTALARDA SUG'URTA ZAXIRALARI VA ULARNING TURLARI

Qo'chqorova Ziyodaxon Farzodjon qizi

Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti

"Aktuar va moliyaviy matematika" yo'nalishi magistri

Sug'urta tashkilotlarining faoliyat yuritish amaliyoti shuni ko'rsatadiki, ularning har birida sug'urta zaxiralari mavjud. Sug'urta zaxiralarning mavjudligi sug'urtalovchiga xos bo'lgan asosiy xususiyat hisoblanadi. Har qanday iqtisodiy faoliyat foyda olishga qaratilganidek, tijorat banklari faoliyatida ko'zlangan natija — bu birinchi navbatda foyda olishdir. U esa albatta risk bilan bog'liq bo'ladi. Risk tadbirkorlik faoliyatining eng asosiy elementlaridan biri hisoblanib, u keng ma'noga ega bo'lgan ko'p qirrali tushunchadir. Shuning uchun bank faoliyatining samaradorligiga erishish, uning moliyaviy barqarorligini ta'minlash uchun iqtisodiyotdagi mavjud risklar. ulaming bank faoliyatiga ta'sir qilish tomonlarini chuqur o'rganib chiqish zarur.

Ma'lumki, risk so'zi barcha lug'atlarda "zarar ehtimoli" ma'nosida ta'riflanadi[1]. Xavf-xatar amalga oshirilgan bitim, kelishuv yoki bozoring boshqa tranzaksivasi natijasida qat'iy ishonmaslikni bildiradi. Bu tabiiy albatta, chunki tijoratda u yoki bu xo'jalik operatsivalar xususiyatlaridan kelib chiqadigan pul yo'qotishlar xavfi doim mavjud bo'lgan va boladi. Risk-sug'urta munosabatlari paydo bo'lishining asosiy shartidir. Risk bo'lmas ekan, sug'urtaning bolishi mumkin emas. Riskning hajmi, miqdori ehtimollar nazariyasi va matematik statistika usullari yordamida aniqlanadi.

Avvalo, sug'urta zaxiralari deganda, sug'urta qildiruvchi tomonidan so'm yoki xorijiy valyutada to'langan sug'urta mukofotlari hisobiga sug'urtalovchi tomonidan shakllantiriladigan hamda sug'urtalovchining balansida aktiv yoki majburiyat ko'rinishida hisobga olinadigan, sug'urta to'lovlari bo'yicha moliyaviy majburiyatlarni bajarish, zararlarni bartaraf etish bo'yicha xarajatlar va ogohlantirish chora-tadbirlarini moliyalashtirish uchun zarur bo'lgan mablag'lar tushuniladi[2]. Iqtisodiy ma'noda sug'urta zaxiralari – bu sug'urtachining mablag'i emas, balki sug'urta jamg'armasini shakllantirishda ishtirok etuvchi sug'urtalanuvchilarning mablag'idir. Sug'urta zaxiralari yoki sug'urta jamg'armasi Moliya vazirligi tomonidan chiqarilgan buyruq asosida shakllantiriladi va faqat sug'urta to'lovlarini amalga oshirish uchun mo'ljallanadi. Sug'urta zaxirasining miqdori oldinda turgan to'lovlarni to'liq qoplash uchun yetarli bo'lishi zarur. Sug'urta zaxirasi hisob kuniga mos majburiyatlarning bahosidir. Sug'urta zaxiralari har bir shartnoma bo'yicha alohida hisoblanadi yoki muayyan hollarda davlat sug'urta nazorat organi tomonidan uni statistik usullarini qo'llagan holda baholashga yo'l qo'yiladi.

Sug'urta tashkilotlari riskli sug'urta bo'yicha quyidagi zaxiralarni shakllantiradilar:

- ishlab topilmagan badallar zaxirasi (**ITB**);
- e'lon qilingan, lekin bartaraf etilmagan zararlar zaxirasi (**EQBEZ**);
- ro'y bergan, lekin e'lon qilinmagan zararlar zaxirasi (**RBEQZ**);
- barqarorlashtiruvchi zaxiralar (**BZ**);
- ogohlantirish tadbirlari zaxiralari (**OTZ**) va boshqalar[3].

Ishlab topilmagan badalning joriy sanadan shartnoma muddati tugash davrigacha mos qolgan qismi. Badalning o'tgan davriga mos qismi ishlab topilgan badal hisoblanadi. Sug'urta shartnomalari turlaridan, qonunga ko'ra, 19 ta hisobga olish guruhlar ajratilgan, ishlab topilmagan zaxiralar ushbu guruhlar bo'yicha shakllantiriladi. Ular quyidagilardan iborat:

1-hisob guruhi. Baxtsiz hodisa va kasalliklardan sug'urta.

4-ШҶЎБА. ЭҶТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

2-hisob guruhi. Ixtiyoriy tibbiy sug'urta.

3-hisob guruhi. Yo'lovchilar (turistlar, ekskursantlar) sug'urtasi.

4-hisob guruhi. Chet el safariga chiquvchi fuqarolar sug'urtasi.

5-hisob guruhi. Yer ustida yuruvchi transport vositalari sug'urtasi.

6-hisob guruhi. Havo transport vositalari sug'urtasi.

7-hisob guruhi. Suvda yuruvchi transport vositalari sug'urtasi.

8-hisob guruhi. Yuk sug'urtasi.

9-hisob guruhi. Omborxonadagi tovarlar sug'urtasi.

10-hisob guruhi. Qishloq ho'jaligi ekinlari sug'urtasi.

11-hisob guruhi. 5-10 va 12 hisob guruhlariga kirmagan mulk sug'urtasi

12-hisob guruhi. Tadbirkorlik risklari sug'urtasi.

13-hisob guruhi. Avtotransport vositalari egalarining fuqarolik javobgarligi sug'urtasi.

14-hisob guruhi. Tashuvchining fuqarolik javobgarligi sug'urtasi.

15-hisob guruhi. 13-hisob guruhiga kirmagan yuqori xavfli manbaalar egalarining fuqarolik javobgarligi sug'urtasi.

16-hisob guruhi. Professional javobgarlik sug'urtasi.

17-hisob guruhi. Majburiyatni bajarmaslik javobgarligi sug'urtasi.

18-hisob guruhi. 13-17- hisob guruhlariga kirmagan javobgarlik sug'urtasi.

19-hisob guruhi. Qayta sug'urtaga olingan shartnomalar (hammasi emas, bu hisob guruhi uchun izohi bor).

Ishlab topilmagan zaxiralarning umumiy qiymati barcha guruhlar bo'yicha ishlab topilmagan zaxiralar yig'indisidan iborat bo'ladi. Ishlab topilmagan zaxirani hisoblashda brutto-badaldan agent to'lovi va amaldagi qonunda nazarda tutilgan hisobdan chiqarishlar ayrib tashlanadi. Natijada qolgan badalga bazaviy sug'urta badali deyiladi. Agar shartnoma qayta sug'urtaga berilgan bo'lsa, unga tegishli badal ham ayirib tashlanadi.

Ishlab topilmagan badallar zaxirasini hisoblash usullariga to'xtaladigan bo'lsak, ishlab topilmagan badallar zaxirasini hisoblashda quyidagi usullardan foydalaniladi:

- "pro rate temporis" usuli (bu usuldan 1-18 hisob guruhlarida foydalanish mumkin);
- "1/24" usuli (bu usuldan 3, 4, 8, va 9 hisob guruhlarida foydalanish mumkin);
- "1/8" usuli (bu usuldan 3, 4, 8, va 9 hisob guruhlarida foydalanish mumkin).

ITB ni hisoblashning "pro rate temporis" usuli

"Pro rate temporis" usuli bo'yicha i-chi shartnomada ishlab topilmagan badal (ITB_i) qiymati quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$ITB_i = BSB_i \cdot \frac{n_i - m_i}{n_i},$$

bu yerda BSB_i - i-chi shartnoma bo'yicha bazaviy sug'urta badali;

n_i - shartnomani amal qilish muddati, kunlarda;

m_i - shartnomani tuzilgan vaqtdan hisob kunigacha bo'lgan muddati, kunlarda. Umumiy

$ITB = \sum ITB_i$ bo'ladi. "pro rate temporis" usuli ancha aniq usul hisoblanadi.

ITB ni hisoblashning "1/8" usuli.

ITB ni "1/8" usuli bilan hisoblashda bitta hisob guruhiga tegishli shartnomalar muddat davri (choraklarda) bir xil bo'lgan bir xil chorakdan boshlanadigan shartnomalar bo'yicha qism guruhlariga ajratiladi. Har bir guruh bo'yicha $ITB_i = BSB_i \cdot k$ kabi hisoblanadi, bu yerda k koeffitsient bo'lib, u har bir qism guruh shartnomasi tugallanmagan muddatini (yarim choraklar hisobida) butun muddatga (yarim choraklar hisobida 1 yilda 8 ta yarim chorak bor) nisbati kabi aniqlanadi. Bu usulda 1 muddat yarim chorak hisoblanadi, 1 yilda 8 ta muddat bo'ladi, shuning uchun 1/8 usul deyiladi. Umumiy hisob guruhi uchun qism guruh ko'rsatkichlari qo'shiladi.

E'lon qilingan, lekin bartaraf etilmagan zararlar zaxirasini hisoblash.

E'lon qilingan, lekin bartaraf etilmagan zararlar (EQBEZ), bu hisobot sanasiga sug'urtachining sug'urta to'lovlari bo'yicha hali bajarmagan yoki to'liq bajarmagan majburiyatlarining bahosidir. Buni ichida sug'urta hodisasi ro'y berganda uni aniqlash, bartaraf etish bilan bog'liq harajatlar ham kiradi. EQBEZ har bir hisob guruhi bo'yicha hisoblanadi, umumiysi esa bu hisob guruhlar zararlarining yig'indisidan iboran bo'ladi. EQBEZ ga sug'urta hodisasi haqida sug'urtachiga e'lon qilingan shartnoma bo'yicha sug'urta to'lovlari va muddatidan oldin tugatilgan shartnomalar bo'yicha qaytariladigan sug'urta badallari ham kiradi. Bu zaxira turida sug'urtachining zararlarini bartaraf qilishi uchun uning qiymatiga 3% qo'shib hisoblanadi.

4-ШҶЪБА. ЭХТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

Ro'y bergan, lekin e'lon qilinmagan zararlar zaxirasi.

Sug'urta hodisasi ro'y bergan, lekin e'lon qilinmagan zararlar (RBEQZ), bu hisobot sanasiga sug'urta hodisasi ro'y bergan, lekin e'lon qilinmagan shartnomalarning sug'urta to'lovlarining bahosidir. Buni ichida joriy va avvalgi hisob yilida sug'urta hodisasi ro'y bergan, lekin e'lon qilinmagan shartnomalar bo'yicha zararlar ham kiradi.

Barqaror (barqarorlashtiruvchi) zaxira (BZ) – bu sug'urtachining ixtiyoriga bog'liq bo'lmagan holda, sug'urta operatsiyalarining natijasi manfiy bo'lib chiqishini, zararlarni oshib ketishini himoyalashning bahosi hisoblanadi.

Bu zaxira qiymati quyidagicha hisoblanadi:

$$BZ = \frac{ST + EBQEZ + RBQEZ}{ITSB},$$

bu yerda ST – hisobot yilida ro'y bergan va u bo'yicha amalga oshirilgan sug'urta to'lovlar qiymati;

EQBEZ – e'lon qilingan, lekin bartaraf etilmagan zararlar zaxirasi;

RBEQZ – ro'y bergan, lekin e'lon qilinmagan zararlar;

ITSB – hisobot davri uchun ishlab topilgan sug'urta badallari.

Sug'urta kompaniyasining moliyaviy barqarorligini baholash haqida to'xtaladigan bo'lsak, umumiy holda, kompaniyaning iqtisodiy barqarorligi bir nechta ko'rsatkichlar, masalan, kompaniyaning shaxsiy mablag'i, to'lov qobiliyati, likvidlik kabi ko'rsatkichlar orqali baholanadi. Sug'urta kompaniyasining sug'urta operatsiyalari bo'yicha moliyaviy barqarorligi deganda sug'urta badallari hisobidan shakllantirilgan sug'urta jamg'arma fondidagi mablag' bo'yicha daromadning harajatlardan kam bo'lmashligi tushuniladi. Agar aksi bo'lsa, u holda jamg'arma fondidagi mablag'ning tahchilligi kuzatiladi. Sug'urta kompaniyasining sug'urta operatsiyalari bo'yicha moliyaviy barqarorligini baholash uchun jamg'arma fondidagi mablag'ning tahchillik ehtimolligining darajasi sifatida quyidagicha aniqlanadigan F.V.Konshin (K) koeffitsienti qo'llaniladi:

$$K = \sqrt{\frac{1 - \bar{T}}{n \cdot \bar{T}}},$$

bu yerda $\bar{T}$ - sug'urta portfeli bo'yicha o'rtacha ta'rif stavkasi, n – sug'urtalangan obyektlar soni. K koeffitsient qancha kichik bo'lsa, kompaniyaning moliyaviy barqarorligi shuncha yaxshi bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Sug'urta nazarivasi va amalivoti: O'quv qo'llanma / I.X.Abduraxmonov; — T.: «Iqtosod-Moliya», 2017. — 416 b.
2. Sug'urtalovchilarning sug'urta zaxiralari to'g'risidagi Nizom // URL: <https://lex.uz/ru/docs/-1416862>
3. Baqoev M.T., Muhamedov A.Q. Moliyaviy matematika, o'quv qo'llanma – T: JIDU, 2013.
4. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики, том 1, Факты и модели и том 2, Изд-во ФАЗИС-М., 1998

QAVARIQ QOPLAMA UCHLARI JARAYONINING KUCHLI QORISHMALILIK XOSSASI HAQIDA

Raxmatova D.K

O'zbekiston Milliy Universiteti

So'ngi yillarda qavariq qoplama funkcionallarini asimptotik tahlil qilish va ularning limit taqsimotini tadqiq qilish masalasi dunyoning juda ko'p olimlarini qiziqtirib kelmoqda (Masalan, P.Groeneboom[1], I.Hueter [2], T.Hsing [3], J.Pardon [4] va boshqalar) Bu soxadagi eng katta kashfiyotlardan biri P.Groeneboom [1] ga tegishli bo'lib u qavariq chegaralangan sohada tekis taqsimlangan binomial nuqtaviy jarayonni Puasson jarayoni bilan appraksimatsiyaladi, so'ngra qavariq qoplama uchlari jarayonining kuchli qorishmali xossaga ega ekanligidan foydalanib, tanlanma qavariq qoplamasining asosiy funkcionallaridan biri uchun limit teoremlarni isbotladi. Limit teoremani P.Groeneboom [1] tomonidan isbotlash usuli A.J.Cabo[5], P.Groeneboom [1] va T.Hsing [3] ishlarida qavariq ko'pburchakda tekis taqsimlangan tanlanmadan yaralgan qavariq qoplama yuzasi uchun limit teoremasini isbotlashga ham tadbiq qilindi. Shuningdek, I.Hueter [2] ham bu usuldan foydalanib o'zining tekislikdagi normal taqsimlangan nuqtalardan yaralgan qavariq qoplamalar funkcionallari uchun limit teoremasini isbotladi.

Ushbu tezisda biz [1-3,5,6] ishlardagi usullardan foydalanib, parabola ichida Puasson nuqtaviy jarayonidan yaralgan qavariq qoplama uchlari jarayonining kuchli qorishmalik xossasini tadqiq qilamiz.

$$R_n = \left\{ (x, y) : \frac{x^2}{2b_n} \leq y \right\}.$$

deb belgilab, quyidagi o'lchovni kiritamiz

$$\Lambda_n(A) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi\sqrt{b_n}L(b_n)} \iint_A \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(y - \frac{x^2}{2b_n} \right)^\beta L \left(\frac{b_n}{y - \frac{x^2}{2b_n}} \right) \right] dx dy, & \text{agar } A \subset R_n; \\ 0, & \text{agar } A \not\subset R_n, \end{cases}$$

Faraz qilaylik, $\Pi_n(\cdot) - \Lambda_n(\cdot)$ intinsiv o'lchovli, bir jinsli bo'lmagan Puasson nuqtaviy jarayoni va $(X_1, Y_1); (X_2, Y_2); \dots; (X_k, Y_k); \dots$ R_n da toraytirilgan $\Pi_n(\cdot)$ bir jinsli bo'lmagan Puasson nuqtaviy jarayoni realizatsiyasi bo'lsin.

Har bir $a \in R$ uchun uchlari jarayoni $W_n(a) = (X_n(a), Y_n(a))$, deb $\Pi_n(\cdot)$ bir jinsli bo'lmagan Puasson nuqtaviy jarayoni realizatsiyasi ichidagi $Y_m - aX_m$ ga minimal qiymat beruvchi (X_m, Y_m) nuqtaga aytiladi.

Ta'rifga ko'ra, $W_n(a)$ sakrab o'zgaruvchi nostatsionar Markov jarayoni bo'ladi (Qarang. I.M.Hamdammov [6]).

$W_n(a)$ sakrab o'zgaruvchi nostatsionar jarayondan yaralgan σ -algebra

$$\mathfrak{I}_n^0 = \sigma\{W_n(c) : c \leq 0\}, \quad \mathfrak{I}_n^{a+} = \sigma\{W_n(c) : c \geq a\}$$

Ko'rinishda belgilasak quyidagi teorema o'rinli bo'ladi.

Teorema. Ixtiyoriy $A \in \mathfrak{I}_n^0$ va $B \in \mathfrak{I}_n^{a+}$ uchun

$$|P(A \cap B) - P(A)P(B)| \leq \tau_n(a),$$

o'rinli bo'ladi. Bu yerda

$$\tau_n(a) \leq c_1 \exp \left\{ -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{a^2 b_n}{8} \right)^{\beta + \frac{1}{2}} B \left(\beta + 1; \frac{1}{2} \right) \right\}.$$

Xususan agar $a > \frac{a_n \varepsilon_n^*}{b_n}$, $a_n = \sqrt{2b_n \log n}$, $\varepsilon_n^* = (\log n)^{\frac{2\beta - \delta - 1}{2(2\beta + 1)}}$, $0 < \delta < 1$ bo'lsa, u holda

$$\tau_n(a) \leq c_1 \exp \left\{ -c_2 (\log n)^{1 + \frac{\delta}{3}} \right\}.$$

ADABIYOTLAR

1. Groeneboom P., Limit theorems for convex hulls//Probab. Th. Rel. Fields, 1988, v.79, N3, pp.327-368.
2. Hueter I., The convex hull of a normal sample//Adv. Appl. Prob. 1994, 26, pp.855-875.
3. Hsing T., On the asymptotic distribution of the area outside a random convex hull in a disk//The Annals of Applied Probability, 1994, V.4, No.2, pp.478-498.
4. Pardon J., Central limit theorems for random polygons in an arbitrary convex set// The Annals of Probability, 2011, Vol. 39, No. 3, 881-903.
5. Cabo A.J., Groeneboom P. Limit theorems for functionals of convex hulls, Probab.Theory Relat.Fields 1994, 100, p.31-55.
6. Khamdamov I.M., Properties of convex hull generated by inhomogeneous Poisson point process//Ufimsk. Mat. Zh., 2020, Volume 12, Issue 3, pp.83-98.

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ ВЕТВЯЩЕГОСЯ ПРОЦЕССА БЕЛЛМАНА-ХАРРИСА С ИММИГРАЦИЕЙ СХЕМА-1

Рахмонов А доцент (НамИТИ), Ибрагимова Н магистрант (НамГУ)

Пусть задан ветвящийся процесс Беллмана-Харриса с двумя типами частиц. В этой модели имеются частицы типа T_1 и T_2 .

Каждая из частиц типа $T_i, i=1,2$, имеет случайную продолжительность жизни τ^i с функцией распределения $P\{\tau^i < t\} = G^i(t)$. В конце своей жизни частица превращается в некоторое количество частиц типа T_1 и T_2 нулевого возраста.

Через $P^i(\alpha)$ обозначим вероятность превращения частиц типа $T_i, i=1,2$, в совокупность частиц, состоящие из α_j частиц типа $T_j, j=1,2$, где $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$.

$$s = (s_1, s_2), \quad s^\alpha = s_1^{\alpha_1} \cdot s_2^{\alpha_2}, \quad \partial s^\alpha = \partial s_1^{\alpha_1} \partial s_2^{\alpha_2}, \quad |n| = n_1 + n_2$$

$$s \cdot y = \sum_{i=1}^2 s_i y_i, \quad [x]^k = x(x-1) \dots (x-k+1)$$

Если $s_i \leq y_i (s_i < y_i)$, то $(s < y)$, если $i = P, P+1, \dots, m$ то будем писать $i = P+m$.

Введем производящие функции распределения частиц непосредственных потомков частиц типа $T_i: f^i(s) = \sum_{\alpha} P^i(\alpha) s^\alpha, i=1,2$.

Пусть вектор $z_i(t) = (z_{i1}(t), z_{i2}(t))$ означает, что в момент t существуют z_{ij} частиц типа $T_j, j=1,2$ в предположении, что в начальный момент $t=0$ одна частица типа $T_i, i=1,2$.

Введем производящие функции $F^i(t, s) = \sum_{\alpha} P\{z_i(t) = \alpha\} s^\alpha, i=1,2$. Известно [1], что $F^i(t, s)$ удовлетворяют следующей системе интегральных уравнений:

$$F^i(t, s) = s_i (1 - b_i^i(t)) + \int_0^t f^i(F(t-u, s)) dG^i(u), i=1,2, \quad (1)$$

$$F^0(t, s) = (1 - b_1^0(t)) + \int_0^t F^0(t-u, s) f^0(F(t-u, s)) dG^0(u).$$

Пусть $d_{ij} = \frac{\partial f^i}{\partial s_j} = a_j < \infty, j=1,2$, где $\frac{\partial f^0}{\partial s_j} = a_j < \infty, j=1,2$.

$D = \|d_{ij}\|$ - матрица математических ожиданий, перронов корень матрицы $D: \rho=1$. В этом случае ветвящийся процесс с иммиграцией называется критическим.

Пусть $F^i(t, s) = s + (1-s)^{1+\alpha_i} L_i\left(\frac{1}{1-s}\right), 0 \leq \alpha_i \leq 1$, где $L_i(t)$ - медленно меняющаяся функция;

$$A_i(s) = \int e^{-st} d\gamma_i(t) \text{ и } U_i(t) = P\{\tau_i > t | Z_i(-1) = 0, Z_i(0) > 0\}$$

λ_i - вероятность иммиграции k частиц. Для схема 1

Теорема. В условиях теорема 1 [4]

$$\gamma_i(t) = C_i^1 e^{\alpha_i t - c_i^2 \{t\}} (1 + o(1)),$$

$$\text{где } C_i^1 = e^{\frac{-r_i q_i g'(q_i)}{\alpha_i (\beta_i - 1)}} \quad C_i^2 = \frac{-r_i q_i g'(q_i)}{\alpha_2} \quad r_i > 0 \quad i=1,2$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Севастьянов Б.А. Ветвящиеся процессы. М., «Наука», 1971.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложения. Т-1,2. М.: Мир, 1967, 528 с., 738 с.
3. Бадалбаев И.С., Машраббоев А. Периоды жизни ветвящегося процесса Беллмана-Харриса с иммиграцией. // Вероятностные распределения и математическая статистика Т.: «ФАН», 1986, 60-82 с.
4. Машраббоев А., Ибрагимов И. Предельная теорема для ветвящегося процесса Беллмана-Харриса с иммиграцией. // Материалы. V – Международной Ферганской конференции «Предельные теоремы теории вероятностей и их приложения», (г. Фергана, 10-12 мая 2005 г.) Ташкент 2005. с. 130-131.

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА ДВУХТИПНЫЙ ВЕТВЯЩИЙСЯ ПРОЦЕСС С ИММИГРАЦИЕЙ (2-СХЕМА)

Рахманов А. (НамИТИ), Тулаков С. (НамГУ)

Рассмотрим следующие модели ветвящихся процессов с иммиграцией.

Процесс иммиграции происходит в целочисленные моменты времени с производящей функцией

$$G^i(s) = \sum_{k \geq 0} G_k^i s^k, \quad i = 1, 2$$

(G_k^i - вероятность того, что иммигрировало k частиц i -того типа), а процесс размножения является ветвящимся процессом с непрерывным временем с производящей функцией плотностей

$$f^i(s) = \sum_{k \geq 0} f_k^i s^k,$$

(Вероятность превращения одной частицы i -того типа в k частиц за время $t \rightarrow 0$ равна $f_k^i t + o(t)$ когда $k \neq 1$, и $1 + f_1^i t + o(t)$, когда $k = 1$, причем $\sum_{k \geq 0} f_k^i = 0$).

Будем говорить, что начальный период жизни ветвящегося процесса, начинающегося с n частиц с иммиграцией, имеет длину τ , если число частиц

$$\eta^i(0) = n_i, \quad \eta^i(t) > 0 \quad \text{для всех } t, 0 \leq t < \tau, \quad \text{а } \eta^i(\tau) = 0$$

$$\gamma_i(t) = P\{\eta^i(t) = 0 / \eta^i(0) = 0\}$$

Теорема. Пусть $F_i'(1) > 1$, $F_i(0) > 0$ и $g_i(0) < 0$ тогда при $n \rightarrow \infty$

$$Q_n^i = R_i q_i^n n^{-\gamma_i} (W_i(\ln n) + O(\frac{1}{n})). \quad 0 < R_i < \infty$$

$$\text{где} \quad \gamma_i = \frac{\alpha_i}{\ln \beta_i}, \quad W_i(\ln n) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\alpha_i t - r_i n \beta_i [t]} n^{\gamma_i} dt$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Севастьянов Б.А. Ветвящиеся процессы М.Наука, 1971г, 436 с
2. Харрис Т. Теория ветвящихся случайных процессов М, 1966 г, 356 с
3. Замонавий математиканинг назарий асослари ва амалий масалалари. Республика илмий-амалий анжумани материаллари тўплами. Андижон Давлат Университети-2022 йил II-қисм
4. Ватулин Б.А Асимптотика вероятности попадания в нуль ветвящихся процессов с иммиграцией «Теор. вероятн. и ее примен.» 1974, XIX, е1. С26-35.
5. Ибрагимов Р, Машраббоев А, Собитов Р. Двухтипный ветвящийся процесс с иммиграцией (схема 1) Материалы VII ферганской конференции «Предельные теоремы теории вероятностей и их приложения» (Ферганский коллоквиум) Посвященной памяти академика С. Х. Сираждинова (г. Наманган, 11-12 мая 2015 г) С. 30-31

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ ДУБЛИРОВАННОГО УСТРОЙСТВА ПРИ БЫСТРОМ ВОССТАНОВЛЕНИИ

Раззоков Э. О.

Магистрант, Навоийский государственный педагогический институт

Elyosrazzoqov2016@gmail.com

Рассмотрим дублированную систему с восстановлением в ненагруженном режиме (см.[1]). Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k, \dots$ — последовательные длительности времени безотказной работы основного элемента, и $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k, \dots$ — последовательные длительности восстановлений отказавшего элемента. Предположим, что $\{\xi_k\}$ и $\{\eta_k\}$ — последовательности независимых, одинаково распределенных случайных величин соответственно с функциями распределения $F(x)$ и $G(x)$.

Пусть $P = P\{\xi_k < \eta_k\}$ и τ_p — длительность времени до первого отказа системы. Нетрудно проверить, что $\tau_p = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_v$, где $P\{v = m\} = p(1-p)^{m-2}$, $m = 2, 3, \dots$

Б. В. Гнеденко [1] установил что преобразования Лапласа-Стилтьеса случайной величины τ_p имеет вид

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

$$\varphi_p(s) = Me^{-s\tau_p} = f(s) \frac{f(s) - g(s)}{1 - g(s)}$$

где

$$f(s) = Me^{-s\xi_1} \text{ и } g(s) = \int_0^\infty e^{-sx} G(x) dF(x)$$

В [2] при быстром восстановлении, т.е. при $p \rightarrow 0$ и при $M\xi_1 = a < \infty$ доказано, что

$$\lim_{p \rightarrow 0} P\left\{\frac{\tau_p}{M\tau_p} < x\right\} = E(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 1 - e^{-x}, & x > 0. \end{cases}$$

где $M\tau_p = \frac{(1+p)a}{p}$. Пусть теперь $G(x) = G_n(x)$. Тогда ясно, что $p = p(n)$. Пусть

$$\alpha(x) = \frac{x[1 - F(x)]}{\int_0^x [1 - F(z)] dz}.$$

Нами доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть при $n \rightarrow \infty$, $p(n) \rightarrow 0$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha(x) = 0$. (1)

Тогда существует нормирующая постоянная B_n такая, что при $n \rightarrow \infty$ $B_n \rightarrow \infty$ и

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{\tau_p}{B_n} < x\right\} = E(x).$$

Легко видеть, что если $M\xi_1 < \infty$ то в этом случае можно полагать $B_n = (M\tau_p)^{-1}$ (см.[3]).

Заметим что, существует случайная величина ξ_i с $M\xi_1 = \infty$, при этом выполнено (1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гнеденко Б.В. О ненагруженном дублировании.// Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 1994, N4, 3-12.
2. Соловьев А. Д. Асимптотические распределения времени жизни дублированного элемента.// Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 1994, N5, 118-121.
3. Джамирзаев А. А. Обобщение теоремы А. А. Хинчина об относительной устойчивости.// Научные труды ТашГУ, 1972, вып. 402, Изд-во "Фан".

PROPORTIONAL INTENSIVLIKLAR MODELIDAGI APPROKSIMATSIYA

Sayfulloyeva Gulnoz Sayfulloyevna

Navoiy davlat pedagogika instituti tayanch (PhD) doktoranti

Faraz qilaylik, taqsimot funksiyasi $H(x) = P(Z \leq x)$, $x \in \mathbb{R}^1$ dan iborat Z tasodifiy miqdor berilgan bo'lsin. $A^{(1)}, \dots, A^{(k)}$ fikslangan butun son $k \geq 1$ uchun, juft-jufti bilan birgalikda bo'lmagan hodisalar bo'lib, ular orqali tuzilgan subtaqsimotlar esa $H(x; i) = P(Z \leq x, A^{(i)})$, $i = \{1, \dots, k\} = J$ bo'lsin. Biz $H(x)$ va $H(x; i)$, $i \in J$ funksiyalar uzluksiz deb hisoblaymiz. Agar $p^{(i)} = P(A_i)$, $i \in J$ desak, $0 < p^{(i)} < 1$, $i \in J$ deb hisoblaymiz. Sodda proporsional intensivliklar modelida $(Z, A^{(i)})$ ga mos kelgan $1 - F(x; i)$ chidamlilik funksiyasining $H(x)$ taqsimot funksiyasi orqali

$$1 - F(x; i) = (1 - H(x))^{p^{(i)}}, \quad i \in J, \quad x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

tenglik orqali ifodalanadi. Ushbu (1) model dastlab [1] da kiritilgan edi. U holda $H(x; i)$, $i = 1, \dots, k$ subtaqsimotlar va $H(x)$ t.f. uchun modifikatsiya qilingan quyidagi Kats empirik baholarini qaraymiz:

$$\begin{aligned} \tilde{H}_n(x; i) &= 1 - (1 - H_n^*(x; i))I(H_n^*(x; i) < 1), \quad (x; i) \in \mathbb{R} \times J, \\ \tilde{H}_n(x) &= 1 - (1 - H_n^*(x))I(H_n^*(x) < 1), \quad x \in \mathbb{R}. \end{aligned} \quad (2)$$

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

Bu yerda $H^*(x)$ va $H^*(x; i)$, $i = \overline{1, k}$ lar empirik Kats baholari:

$$H_n^*(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{v(n)} I(Z_m \leq x), & \text{agar 1 ehtimollik bilan } v_n \geq 1 \text{ bo'lsa,} \\ 0, & \text{aks holda,} \end{cases}$$

$$H_n^*(x; i) = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{v(n)} I(Z_m \leq x, \delta_m^{(i)} = 1), & \text{agar 1 ehtimollik bilan } v_n \geq 1 \text{ bo'lsa,} \\ 0, & \text{aks holda.} \end{cases}$$

Bu yerdan $\tilde{p}_n^{(i)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{H}_n(x; i) = \tilde{H}_n(+\infty; i)$, $i = 1, \dots, k$. (1) ifodalanish asosida o'rniga qo'yish usuli orqali $(\tilde{F}_n(x_1, 1), \dots, \tilde{F}_n(x_k, k))$ vektor – bahoni tuzib olamiz, bu yerda

$$\tilde{F}_n(x; i) = 1 - (1 - \tilde{H}_n(x))^{p_n^{(i)}}, i \in J, x \in R. \quad (2)$$

Quyidagi vektor protsesslarni kiritamiz:

$$\square_n(t) = (\square_n^{(1)}(t_1), \square_n^{(2)}(t_2), \dots, \square_n^{(k)}(t_k)) \quad (3)$$

$$\tilde{V}_n(t) = (\tilde{V}_n^{(1)}(t_1), \tilde{V}_n^{(2)}(t_2), \dots, \tilde{V}_n^{(k)}(t_k)), \quad (4)$$

bu yerda $\tilde{\square}_n^{(i)}(x) = \sqrt{n}(\tilde{F}_n(x; i) - F(x; i))$ va

$$\tilde{V}_n^{(i)}(x) = (1 - H(x))^{p^{(i)}} \left\{ \frac{p^{(i)} W_n^{(0)}(x)}{1 - H(x)} + W_n^{(i)}(\infty) \log(1 - H(x)) \right\},$$

hamda $W_n^{(i)}(\infty) = \lim_{x \uparrow \infty} W_n^{(i)}(x)$. Bu yerdagi $W_n^{(0)}(x)$ va $W_n^{(i)}(+\infty)$ ketma-ketliklar Gauss protsesslari ketma-ketligi bo'lib, ularning o'rta qiymatlari nol va kovariatsiya funksiyasi

$$E W_n^{(0)}(x) W_n^{(i)}(+\infty) = \min\{p^{(i)} H(x), 1\} = p^{(i)} H(x), \quad 0 < p^{(i)} < 1, x \in \square \quad (5)$$

ga teng. Demak, $E \tilde{V}_n^{(i)}(x) = 0$, $i \in J$ va $x, y \leq T$ uchun

$$E \tilde{V}_n^{(i)}(x) \tilde{V}_n^{(j)}(y) = p^{(i)} p^{(j)} (1 - H(x))^{p^{(i)}} (1 - H(y))^{p^{(j)}} \times$$

$$\times \left\{ \frac{H(\min(x, y))}{(1 - H(\min(x, y)))^2} + \log(1 - H(x))(1 - H(y)) \right\}, \quad i, j \in J. \quad (6)$$

Proporsional intensivliklar modelida kiritilgan (2) baholarni approksimatsiya xossalarini tadqiq qilamiz. Quyida keltiriladigan teoremda (3) empirik Kats protsesslari, (6) kovariatsiya funksiyasi bilan aniqlangan (4) Gauss protsesslari ketma-ketligi bilan approksimatsiya qilinadi.

Teorema. Faraz qilaylik, $\{T_n, n \geq 1\}$ o'suvchi sonlar ketma-ketligi shunday tanlansinki, $u r \geq 2$ da

$$T_n < T_H = \inf\{x : H(x) = 1\} \leq \infty \quad (7)$$

$$\min_{i \in J} \left\{ P(A^{(i)}) - H(T_n, i) \right\} \geq 1 - H(T_n) \geq 2 \left(\frac{r \log n}{2wn} \right)^{1/2} \quad (8)$$

tengsizliklarni hamda

$$\frac{n}{\log n} \geq 16\varepsilon^2 (p^{(i)})^{-2}, \quad i \in J \quad (9)$$

shartlarni qanoatlantirsin. U holda $\{\Omega, A, P\}$ ehtimollik fazosida quyidagi approksimatsiya o'rinli bo'ladi:

$$P \left(\sup_{t \in (-\infty; T_n]^{(k)}} \|\tilde{\square}_n(t) - \tilde{V}_n(t)\|^{(k)} > r(n) \right) \leq kQn^{-\beta}, \quad (10)$$

bu yerda $r(n) = C^* b_n^2 n^{-1/2} \log n$, $C^* = C^*(p^{(1)}, \dots, p^{(k)})$ va Q – absolyut o'zgarmas son.

ADABIYOTLAR

1. Abdushukurov A.A. Statistics of incomplete data. Tashkent. University Press, 2009, 269 p.

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

2. Abdushukurov A.A. Sayfulloyeva G.S. Empirical Kac processes under general random censorship model.//ITMM2021. 20th International Conference named after A.F.Terpugov Information Technologies and Mathematical Modelling, Russia, Tomsk, 2021.

KUCHSIZ BOG'LANGAN KUZATUVLAR BO'YICHA BUTSTREPNING SIRKULAR BLOKLAR USULIDA DISPERSIYANI BAHOLASH

Solijonova Mavluda

O'zbekiston Milliy universiteti

Ushbu tezisda kuchsiz bog'langan kuzatuvlar bo'yicha butstrepning sirkulyar bloklar usulida dispersiyani baholash ko'riladi.

Faraz qilaylik, $\{X_n, n \geq 1\}$ statsionar tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi berilgan bo'lsin. Bu ketma-ketlik kuchsiz bo'g'liqlik shartlarini qanoatlantirganda ([1] ni ko'ring), uning uchun markaziy limit teorema o'rinli bo'ladi, ya'ni quyidagi sust yaqinlashish o'rinli bo'ladi,

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n X_i \Rightarrow N(0, \sigma^2)$$

bu yerda $N(0, \sigma^2)$ matematik kutilmasi nol va dispersiyasi σ^2 bo'lgan Gauss tasodifiy miqdori.

Amalda σ^2 ning qiymati noma'lum bo'lgani uchun uni statistik baholash kerak bo'ladi ([2] ni ko'ring).

Biz σ^2 ni butstrepning kesishadigan bloklar usulida baholaymiz. Buning uchun $X_1, X_2, \dots, X_n$ tanlanmani bloklarga ajratamiz :

$$B_i = \{X_i, X_{i+1}, \dots, X_{i+p}\}, \quad i = \overline{1, n}$$

Bu yerda $i > n$ bo'lganda $X_i = X_{i-n}$ deb olinadi.

Sirkulyar bloklar usuli Politis va Romanolar ([3] ni ko'ring) tomonidan kiritilgan .

Biz bu usulda σ^2 dispersiyani aniq tanlanmalar bo'yicha hisobladik. Bunda p ni optimal tanlash muammosini tahlil qildik. Ma'ruzada olingan natijalar keltiriladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

- 1.S.N.Lahiri. Resampling Methods for Dependent Data. Springer Series in Statistics , 2003
- 2.H.Dehtling , R.Fried , O.Sh.Sharipov , D.Vogel , M.Wornowizki. Estimation of variance of partial sums of dependent processes. Statistics and Probability Letters 83 (2013)
3. Politis, D. N. and Romano, J. P. (1992b), A circular block resampling procedure for stationary data, in R. Lepage and L. Billard, eds, 'Exploring the Limits of Bootstrap', Wiley, New York, pp. 263-270.

UZLUKSIZ VAQTLI VA MIGRATSIYALI TARMOQLANUVCHI TASODIFIY JARAYON O'TISH EHTIMOLLIKLARI UCHUN LIMIT TEOREMA

Toshmuradov A.

O'zbekiston Milliy universiteti 1-bosqich magistri.

Har bir zarrasi uzluksiz vaqtli Markov tarmoqlanuvchi jarayoni sxemasiga muvofiq rivojlanadigan populyatsiyani qaraymiz, shu bilan birga vaqtning har bir $t > 0$ momentida populyatsiyaga $(t, t+\Delta t)$ oraliqda $\delta_{ok} + a_k \Delta t + o(\Delta t)$ ehtimollik bilan $k, k = 0, 1, 2, \dots$ ta zarracha kelib qo'shiladi yoki populyatsiyadan $q_r \Delta t + o(\Delta t)$ ehtimollik bilan t momentda mavjud bo'lgan zarrachalardan $r, r=1, \dots, m$ tasi emigratsiya bo'ladi, bu yerda m - ixtiyoriy o'zgarmas natural son

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k + \sum_{r=1}^m q_r = 0, \quad a_0 < 0, \quad \delta_{00} = 1, \quad \delta_{0k} = 0, \quad k \neq 0.$$

Zarrachalar bir-biridan, populyatsiyaning sonidan, kelib chiqishidan va migratsiya jarayonidan bog'liqsiz ravishda ko'payadi deb faraz qilamiz. Bunday jarayonning t vaqtidagi zarralar sonini Z_t bilan belgilaymiz.

Faraz qilaylik $\xi_i^{(t)}(\Delta t), \xi_t(\Delta t), \forall t \geq 0, i = 1, 2, \dots$ bog'liqsiz, butun qiymat qabul qiluvchi tasodifiy miqdorlar va $\xi_t(\Delta t)$ har qanday t uchun bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdor bo'lsin.

$$P(\xi_t(\Delta t) = k) = \delta_{ok} + a_k \Delta t + o(\Delta t), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

$$P(\xi_t(\Delta t) = -r) = q_r \Delta t + o(\Delta t), \quad r = 1, 2, \dots, m$$

va o'z navbatida, $\xi_i^{(t)}(\Delta t)$, $i = 1, 2, \dots$ barcha t uchun bir xil taqsimlangan bo'lsin.

Demak, $P(\xi_i^{(t)}(\Delta t) = k) = \delta_{ik} + p_k \Delta t + o(\Delta t)$, $\delta_{11} = 1$, $\delta_{ik} = 0$, $k \neq 1$ va hosil qilish funksiyasi

$$f(\Delta t, s) = Es^{\xi_i^{(t)}(\Delta t)} = s + f(s)\Delta t + o(\Delta t), \quad f(s) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k s^k, \quad \sum_{k=0}^{\infty} p_k = 0$$

deb olishimiz mumkin. Kiritilgan $\xi_i^{(t)}(\Delta t)$ tasodifiy miqdorni t momentdagi i -zarraning Δt vaqt ichidagi avlodlari soni deb qarash mumkin. U holda bitta zarraning u vaqt mobaynidagi qoldirgan zarralar soninig hosil qilish funksiyasini $f(u, s) = Es^{\xi_i^{(t)}(u)}$ orqali belgilash mumkin.

Kelgusida biz $f'(1-) = 0$, ya'ni $f'(\Delta t, 1-) = 1$, $p_0 = f(0) > 0$, $f(s) = (1-s)^2 L(1-s)$, bu yerda $L(1-s)$ funksiya $1-s \rightarrow 0$ da sekin o'zgaruvchi funksiya,

$$q_m > 0, \quad \lambda = \sum_{k=0}^{\infty} k a_k - \sum_{r=1}^m r q_r = 0, \quad \sum_{k=0}^{\infty} k^2 a_k < \infty$$

deb faraz qilamiz.

Aytaylik $\{Z_t, t \in [0, \infty)\}$ Markov zanjirining holatlar to'plami N , $p_{rj}(t)$ jarayonnig t vaqtda r holatdan j holatga o'tish ehtimolligi bo'lsin, $r, j \in N$, $t \in [0, \infty)$.

Quyidagi funksiyani kirilamiz: $M(t) = \int_0^t \frac{N(u)}{u} du$, bu yerda $N(t)$ funksiya $t \rightarrow \infty$ da sekin

o'zgaruvchi funksiya va $N(t)L(t^{-1}N(t)) \rightarrow 1$, $t \rightarrow \infty$.

Quyidagi teorema o'rinli.

Teorema. Agar $M(t) \rightarrow \infty$, $t \rightarrow \infty$, u holda $t \rightarrow \infty$ da

$$p_{or}(t) \sim \frac{A_r}{M(t)}, \quad r \in N,$$

bu yerda A_r musbat o'zgarmas son.

ADABIYOTLAR

1. Нараев С.В., Хан Л.В. Предельные теоремы для критического ветвящегося процесса Гальтона-Ватсона с миграцией. Теория вероятн. и ее примен. 25, 3 (1980), 523-534.
2. Хан Л.В. Предельные теоремы для ветвящегося процесса Гальтона-Ватсона с миграцией. Сиб. Мат. журнал. 21, 2 (1990), 183-194.
3. Бадалбаев И.С., Якубов Т.Д. Предельные теоремы для критического марковского ветвящегося процесса с непрерывным временем и миграцией. Рук. Деп. В ГФНТИ ГКНТ РУз. 1994, 2153, 30 стр.

KO'P O'LCHOVLI STATISTIK USULLAR YORDAMIDA BOZOR TAHLILI VA SEGMENTATSIYASI

Xasanboyeva Sh.B.

O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston

email:hasanboyeva98@gmail.com

Ko'p o'lchovli statistik tahlil usullari bu cheklangan miqdordagi kuzatuvchilar asosida ko'p o'lchovli ijtimoiy-iqtisodiy hodisalar va jarayolarning o'zaro bog'liqligini, ularning qonuniyatlarini tizimli taxlil qilish imkoniyatini beradigan kuchli apparatdir. Ko'p o'lchovli usullar bir o'lchovli usullardan farq qiladi, birinchi navbatda ular ishlatilganda, e'tibor hodisalar tasniflarining o'rtacha va sochilish ko'rsatkichlaridan o'zgaradi va ushbu hodisalar o'tasida munosabatlar darajasiga (korrelatsiya yoki kovariatsiya) e'tibor beradi. Bunday usullardan foydalanish ma'lumotlar turlari bo'yicha (uzluksiz, rang, nominal, miqdoriy) izchillik shartlariga rioya qilishni talab etadi. Cheklangan sondagi ma'lumotlarga ega bo'lgan holda, ushbu usullar tadqiqotchi ega bo'lgan omillarning bir vaqtning o'zida ta'sirini hisobga olishga imkon beradi.

Zamonaviy sharoitda korxonalarning samarali ishlashi mavjud resurslardan foydalanishni ratsionallashtirish va iste'molchilarni sifat ehtiyojlarini qondirish uchun bozorda sodir bo'layotgan jarayonlar va hodisalarni chuqur tahlil qilishni talab qiladi. Bozor segmentatsiyasi-bu bozordagi iste'molchilarni va potensial iste'molchilarni turli guruhlariga (yoki segmentlarga) ajratish jarayoni bo'lib, ular doirasi

4-ШҶҒБА. ЭХТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

iste'molchilar ma'lum oxshash talablarga ega. Marketing asosiy yonalishlaridan biri bu bozor segmentatsiyasi bo'lib, u kompaniya o'z biznesining ma'lum bir yo'nlishi bo'yicha mablag'larini samarali sarflash imkonini beradi. Ko'p o'lchovli statistik usullar nafaqat miqdoriy ma'lumotlar bilan, balki sotish hajmi darajasi, reklama faoliyati darajasi, narxlar darajasi, sifat va boshqalar kabi kategorik, intervalli va tartibli ma'lumotlar bilan ishlashga imkon beradi. Bu sabab xayot ushbu turdagi tadqiqotlarga ehtiyojni belgilaydi.

Klaster tahlili-bu klassifikatsion taxlil uslubidir. Uning asosiy vazifasi bu ko'plab tadqiq qiliniyatgan ob'ektlar va belgilarni ma'lum ma'nodagi bir guruhga yoki klasterga bo'lib tashlashdir. Ko'p o'lchovli ijtimoiy-iqtisodiy hodisalar va jarayolarni ma'lum ma'nodagi bir guruhga yoki klasterga bo'lib tashlash, ularning oxshashligiga asoslanadi. Bu oxshashlik tushunchasi va oxshashlikni o'lchash tartibi unchalik oson emas. Aslida oxshashlik tushunchasi shunday asos bo'ladigan epistimalagik muamolar bilan uzviy bog'liq. O'xshashlikni miqdoriy baxolash metrika tushunchasidan kelib chiqadi. O'xshashlikka bunday yondashuvda hodisalar koordinatalar sistemasidagi nuqtalar bilan ifodalanadi va nuqtalar orasida kuzatilgan oxshashlik va farqlar ular orasidagi metrik masofalarga tog'ri keladi. O'xshashlikni metrik baxolash uchun 4 ta shart bajarilishi kerak:

- 1) Simmetriya ikki ob'yekt x va y orasidagi masofani shartli ravishda belgilaydi $d(x,y)=d(y,x)\geq 0$
- 2) Uchburchaklar tengsizligi uchta ob'yektlar orasidagi masofani shartli belgilaydi $d(x,y)\leq d(x,z)+d(z,y)$, $x<z<y$
- 3) Nomutanosib ob'ektlar orasidagi tafovud agar $d(x,y)\neq 0$ bo'lsa, $x\neq y$
- 4) $d(x,x')=0$, bu yerda x va x' lar oxshash jismlardir.

Metrikaning yaqqol axamiyatligiga qaramay, u ob'ektlarni o'xshashligini ifodalovchi birgina vosita emas. O'xshashlikni bir necha turlari mavjud bo'lib, koeffitsent va o'lchovlarining ko'pchiligi klassifikatsiya qilinganda sanoqli yondashuvlarga metrik bo'la oladi. Shunday qilib, o'xshashlik o'lchovlarini tanlash klassifikatsiyaning nazariy, amaliy va falsafiy mazmunini ifodalovchi tadqiqotlar rejasining ajralmas qismi bo'lishi kerak.

Ikki ob'yekt orasidagi o'xshashlikni baxolashda ular aynan o'xshash bo'ladi agar ularni ta'riflovchi kattaliklar bir xil qiymat qabul qilsa, ya'ni ular orasidagi masofa nolga teng bo'ladi. Masafa o'lchamlari odatda yuqoridan chegaralanmaydi va o'lchamlar shkalasi tanlovchiga bog'liq bo'ladi. Eng mashxur masofalardan biri bu Evklid masofasi bo'lib u quyidagicha ifodalanadi:

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^p (x_{ik} - x_{jk})^2}$$

Bu yerda, d_{ij} - i va j ob'ektlar orasidagi masofa, x_{ik} - i ob'yekt uchun k o'zgaruvchining qiymati. Kvadratildizdan foydalanmaslik uchun ko'pincha masofani kvadratga oshirilgan holatda foydalaniladi va masofa d_{ij}^2 kabi belgilanadi. Shuning uchun bu ifoda "kvadrat Evklid masofasi" deb ham ataladi.

Evklid masofasi kabi mashxur masofalardan yana biri Manxetten(city-block) masofasi hisoblanadi, u quyidagicha ifodalanadi:

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^p |x_{ik} - x_{jk}|.$$

Boshqa metrikalarni ham aniqlash mumkin. Lekin ularning ko'pchiligi masofaning metrik funksiyalari maxsus sinfining xususiy formulasi hisoblanadi, xuddi quyidagi formula bilan ifodalanadigan Minkovskiy metriksi kabi

$$d_{ij} = \left(\sum_{k=1}^p |x_{ik} - x_{jk}|^r \right)^{1/r}$$

Minkovskiy metriksi bo'lmagan masofalar ham mavjud, ulardan eng muhimi-Maxalanobis D^2 masofasi, bu masofa umumlashgan masofa nomini olgan. Bu metrika

$$d_{ij} = (x_i - x_j)' \sum^{-1} (X_i - X_j) \quad d_{ij} = (x_i - x_j)' \sum^{-1} (X_i - X_j)$$

ifoda bilan aniqlanadi. Bu yerda $\sum$ -umumiy grupp ichidagi dispersion-kavariatsiya matritsasidir, X_i va X_j lar esa i va j ob'ektlar uchun o'zgaruvchilar qiymatlarining vektorlaridir.

Evklid va Minkovskiy metrikalaridan farqli o'laroq bu metrika dispersiya- kavariatsiya asoslari yordamida o'zgaruvchilar korreksiyasi bilan bog'liq. O'zgaruvchilar orasidagi korrelyatsiya nolga teng bo'lganda Maxalanobis masofasi Evklid masofasiga ekvivalent bo'ladi.

Yuqorida aytib o'tilgan Evklid va boshqa metrikalarning muhimligiga qaramasdan ular jiddiy kamchiliklarga ega. Ularda eng muhumlari shundan iboratki, o'xshashlikning baxosi ma'lumotlarning siljishidagi farqqa kuchli bog'liqdir. Bir vaqtning o'zida absolut qiymatlar va standart og'ishlar katta bo'lgan

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

o'zgaruvchilar, kichik absolut o'lchamdagi va standart og'ishlarga ega o'zgaruvchilarga ta'sir otkazishi mumkin.

ADABIYOTLAR

1. А.М.Хотинского, С.Б.Королева, Факторный, дискриминантный и кластерный анализ, Москва "Финансы и статистика" 1989 стр. 215

HILBERT FAZOSIDA QIYMAT QABUL QILUVCHI MANFIY ORTANT BOG'LIQ TASODIFIY MIQDORLAR UCHUN MOMENT TENGSIZLIKLARI

Xayitova Sarvinoz

O'zbekiston Milliy universiteti

Ushbu tezisda Hilbert fazosida qiymat qabul qiluvchi manfiy ortant bog'liq tasodifiy miqdorlar uchun moment tengsizliklari va bu tengsizliklar yordamida katta sonlar qonuni ko'riladi. Tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi $\{X_n, n \geq 1\}$ uchun manfiy ortant bog'liqlik shartini kiritamiz([1]ni ko'ring).

Ta'rif. $\{X_i, 1 \leq i \leq n\}$ tasodifiy miqdorlarning chekli sinfi

- a) $\forall x_1, x_2, \dots, x_n \in R$ uchun manfiy yuqori ortant bog'liq deyiladi agar

$$P(X_i > x_i, i = 1, 2, \dots, n) \leq \prod_{i=1}^n P(X_i > x_i)$$

tengsizlik o'rinli bo'lsa

- b) $\forall x_1, x_2, \dots, x_n \in R$ uchun manfiy quyi ortant bog'liq deyiladi agar

$$P(X_i \leq x_i, i = 1, 2, \dots, n) \leq \prod_{i=1}^n P(X_i \leq x_i)$$

tengsizlik o'rinli bo'lsa

- c) Agar bu sinf manfiy yuqori ortant bog'liq ham manfiy quyi ortant bog'liq bo'lsa u manfiy ortant bog'liq deyiladi.

Agar har bir n da $X_1, X_2, \dots, X_n$ manfiy ortant bog'liq bo'lsa, $\{X_n, n \geq 1\}$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi manfiy ortant bog'liq deyiladi.

Biz bu ta'rifni Hilbert fazosi uchun umumlashtiramiz. H-separabel Hilbert fazosi bo'lsin. Hilbert fazosida norma quyidagicha kiritiladi

$\|f\| = \langle f, f \rangle^{1/2}$ ($\langle \cdot, \cdot \rangle$ skalyar ko'paytma) $\{e_i, i \geq 1\}$ Hilbert fazosidagi ortonormal basis bo'lsin.

Hilbert fazosida qiymat qabul qiluvchi tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi $\{X_n, n \geq 1\}$ ning har bir elementi yoyilmasi

$$X_n = \sum_{i=1}^{\infty} X_n^{(i)} e_i, \quad X_n = (X_n^{(1)}, X_n^{(2)}, \dots)$$

ko'rinishga ega.

Biz manfiy ortant bog'liq tasodifiy miqdorlar uchun moment tengsizliklarini Hilbert fazosida umumlashtirdik. Ma'ruzada olingan natijalar keltiriladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

- [1]. D.Qui, Q.Wu, P.Chen. Complete convergence for negatively orthant dependent random variables. Journal of inequalities and applications 2014.

MARKAZIY LIMIT TEOREMANING NOKLASSIK VARIANTI HAQIDA

Xusainova B.B., Rahmonova D.A.

O'zbekiston Milliy Universiteti, Toshkent, O'zbekiston

bikajon.khusainova@yandex.com, donoxonrahmonova.6997@gmail.com

Aytaylik $X_{n1}, X_{n2}, \dots$ bog'liqsiz tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi va

$$S_n = \sum_{j=1}^n X_{nj}$$

yig'indi berilgan bo'lsin.

X_{nj} ($j=1, 2, \dots$) ni matematik kutilmasini 0 va dispersiyasini σ_{nj}^2 , va $\sum_j \sigma_{nj}^2 = 1$ deb faraz qilamiz.

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

$F_n(x)$ sifatida tasodifiy miqdorlar yig'indisi S_n ning taqsimot funksiyasini, $f_{nj}(x)$ bilan X_{nj} ning xarakteristik funksiyasini va $\Phi(x)$ bilan esa standart normal taqsimotning taqsimot funksiyasini belgilaymiz.

Teorema1. Ushbu

$$\sup_x |F_n(x) - \Phi(x)| \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty$$

munosabat o'rinli bo'lishi uchun, $\forall T > 0$ da

$$\sup_{t \leq T} \sum_j |f'_{nj}(t) + \sigma_{nj}^2 t f_{nj}(t)| \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty$$

shartning bajarilishi zarur va yetarli bo'ladi.

Yuqorida keltirilgan teorema noklassik xarakterga ega.

ADABIYOTLAR

1. Zolotarev V.M. Generalization of Lindeberg- Feller's theorem. // Theory prob. and its appl., 12(4) , 1967, P.666-667.
2. Rotar V.I. To the generaliration of Lindeberg - Feller's theorem. // Math. Notes, 18(1), 1975, P.129-133.
3. Tikhomirov A.N. On the rate of convergence in the central limit theorem for weakly dependent variebles. // Theory probab. and its appl., 25(4) , (1980) P.800-818

ОБ АСИМПТОТИКЕ КРИТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ГАЛЬТОНА – ВАТСОНА

Я.М.Хусанбаев, С.Абдурахмонова

O`zbekiston Milliy universiteti. E-mail: abdurahmonovasayyora64@gmail.com

Пусть $\{p_k\}_{k=0}^{\infty}$ -дискретное распределение вероятностей на множестве неотрицательных чисел $\square_0 = \square \cup \{0\}$ такая, что $p_0 + p_1 < 1$. Обозначим через

$$f(s) = \sum_{k=0}^{\infty} s^k p_k, \quad 0 \leq s \leq 1$$

производящую функцию $\{p_k\}_{k=0}^{\infty}$.

Пусть $\{\xi_{k,j}, k, j \in \square\}$ – семейство независимых и одинаково распределенных с распределением $\{p_k\}_{k=0}^{\infty}$ случайных величин, η - заданная случайная величина, принимающая целые положительные значения и независимая от семейства $\{\xi_{i,j}, i, j \in \square\}$. В дальнейшем будем рассматривать ветвящиеся процессы Гальтона – Ватсона, определенные рекуррентными соотношениями

$$Z_0 = \eta, Z_n = \sum_{j=1}^{Z_{n-1}} \xi_{nj}, \quad n \in \square. \quad (1)$$

Обычно случайный процесс (1) интерпретируют как математический модель развития численности некоторой популяции частиц, имеющая в начальном моменте Z_0 частиц, при этом случайная величина ξ_{ij} означает число потомков j - той частицы $i-1$ - того поколения. При такой интерпретации Z_n представляет общее число частиц в популяции в n - том поколений. В случае, когда $Z_0 = 1$ с вероятностью 1, исследованию свойств и распределений Z_n посвящено много работ В случае $f'(1) = E\xi_{1,1} < \infty$ классификация процессов вида (1) зависить от значения $f'(1)$. Точнее, ветвящийся процесс $Z_n, n \geq 0$ называют докритическим, критическим и надкритическим если $f'(1) < 1$, $f'(1) = 1$ и $f'(1) > 1$ соответственно.

Мы рассмотрим только критические ветвящиеся процессы, т.е. когда $f'(1) = 1$.

В 1947 году А.М.Яглом при предположениях $Z_0 = 1, f'(1) = 1, f''(1) < \infty$ доказал справедливость соотношения

$$P\left(\frac{2Z_n}{f''(1) \cdot n} < x / Z_n > 0\right) \rightarrow 1 - e^{-x}, \quad \text{при } n \rightarrow \infty \quad (2)$$

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА

для любого $x \geq 0$. Однако, как заметил В.Феллер, если в начальном моменте развития в популяции имеются много частиц ($Z_0 = O(n)$), то в отличие от (2), безусловное распределение Z_n (при соответствующих нормировках) слабо сходится к собственному распределению. Более точно, В.Феллер рассмотрел ступенчатый случайный процесс $Z_{[nt]}$, где знак $[a]$ означает целую часть числа

a , когда $f'(1)=1$, $f''(1)<\infty$, $Z_0 = \frac{f''(1) \cdot n}{2} \cdot x + o(n)$, $x > 0$ (x -фиксированный параметр) и доказал, что при любом x процесс $n^{-1}Z_{[nt]}$ при $n \rightarrow \infty$ слабо сходится к диффузионному процессу $Y(t)$ с начальным состоянием x .

Введем обозначения: $f_0(s) = s$, $f_1(s) = f(s)$, $f_n(s) = f(f_{n-1}(s))$, $n \in \mathbb{N}$.

Теорема. Пусть имеет место представление

$$f(s) = s + (1-s)^2 \cdot L(1-s), \quad 0 \leq s \leq 1$$

где $L(s)$ - медленно меняющаяся функция в нуле и

$$Z_0 = a_n(x) = \left[\lambda \alpha n \cdot L(1 - f_n(0)) \right]$$

с вероятностью 1, где $x \geq 0$ фиксированное число. Тогда для любого $\lambda \geq 0$ и $t \in [0, 1]$ имеет место сходимость

$$E \left(e^{-\lambda(1-f_n(0))Z_{[nt]}} / Z_0 = a_n(x) \right) \rightarrow e^{-\frac{x\lambda}{(1+\lambda t)}}$$

при $n \rightarrow \infty$.

MARKAZIY LIMIT TEOREMADA YAQINLASHISH TEZLIGINI BAHOSI HAQIDA

Xusanova B.B., Maxmadiyeva M.M. O'zMU

Bog'liqsiz va bir xil $F(x)$ taqsimot bilan taqsimlangan tasodifiy miqdorlar

$$X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$$

ketma-ketligi uchun

$$EX_1 = a, DX_1 = \sigma^2 > 0, \beta_3 = E|X_1 - a|^3 < \infty. \quad (1)$$

bo'lsin.

Teorema1.(Berri-Esseen) Faraz qilaylik (1) shart bajarilsin. U holda normallashtirilgan yig'indi taqsimoti

$$F_n(x) = P\left(\frac{X_1 + \dots + X_n - na}{\sigma\sqrt{n}} < x\right), \quad -\infty < x < \infty$$

uchun $n \geq 2$ bo'lganda

$$\rho(F_n, \Phi) = \sup_x |F_n(x) - \Phi(x)| \leq c * \frac{\beta_3}{\sigma^3 \sqrt{n}}$$

tengsizlik o'rinli.

Bu yerda $\Phi(x)$ -standart normal taqsimot funksiyasi, $c > 0$ - afsalyut o'zgarmas son ($0.409 < c < 0.705$).

Bu teorimaning isboti quydagi Berri-Essen tengsizligiga asoslanadi va bu tengsizlik ikkita F va G_1 taqsimotlarning yaqinligini, ularga mos keluvchi xarakteristik funksiyalar yaqinligi orqali baholash imkonini beradi.

Teorema2.(Berri-Essen tengsizligi) Aytaylik F va G_1 - taqsimot funksiyalar bo'lib, G_1 -taqsimot funksiyasi differensiyallanuvchi bo'lib, uning hosilasi

$$\sup_x |G_1(x)| \leq A < \infty$$

tengsizlikni qanoatlantirsin. Bu holda qanday $T > 0$ uchun

$$\rho(F, G_1) = \sup_x |F(x) - G_1(x)| \leq c_1 \int_0^T \frac{|f(t) - g(t)|}{t} dt + c_2 * \frac{A}{T}$$

Bu yerda f va g - F va G_1 taqsimotlarga mos keluvchi xarakteristik funksiyalar, c_1 va c_2 - har xil Absolyut o'zgarmas musbat sonlar.

FOYDALANILGAN ADABIYOT:

1. V.V.Senatov. Центральная Предельная Теорема (тогность аппроксимации насимптотичесние разложение) URSS. Москва 2009, стр.350

4-ШҶҒБА. ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИ ВА МАТЕМАТИК СТАТИСТИКА СТҶЮДЕНТ АЛОМАТИГА АСОСЛАНГАН НАЗОРАТ КАРТАЛАР БИЛАН ПЕДАГОГИК ТАЖРИБАЛАРНИ СТАТИСТИК ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ ҲАҚИДА

Х.Д. Юлдашев - *АндДУ таянч докторанти*

Педагогик ёки психологик тажрибаларни ўтказиш давомида тажриба ўтказувчи статистик методлар билан баъзи бир гипотезаларни текширишга тўғри келади.

Масалан, тажриба режасига асосан бирор аломатни икки танланган гуруҳларда ҳолатни аниқлашга керак бўлади. Бундан биринчи гуруҳ тажриба гуруҳи бўлиб, иккинчиси оддий назорат гуруҳидан иборат. Тажриба гуруҳини тажриба ўтказувчи кузатилаётган аломатни рўй беришини оширувчи омиллар билан таништириб боради. Назорат гуруҳида эса бу ишлар амалга оширилмайди.

Сўнгра белгиланган муддатларда текширув ишларини олиб бориб маълумотлар асосида маълум хулосалар ҳосил қилади. Бу хулосаларнинг юқори даражада тўғри ёки нотўғри эканлиги эса статистик усуллар билан амалга оширилади. Айтайлик тажриба ўтказувчи маълумотлар асосида қуйидаги гипотезаларни тўғри ёки нотўғри эканлигини текшириш зарур бўлсин:

H_0 : Иккала гуруҳда ҳам аломатнинг ўртача қийматлари бир-биридан статистик фарқ қилмайди;

H_1 : Иккала гуруҳда ҳам аломатнинг ўртача қийматлари бир-биридан статистик фарқ қилади.

Маълумки бу масала турли ҳолларда Стъудент критерийлари билан таҳлил қилинган. Биз бу масалаларни статистик гипотезаларни кетма-кет текшириш принципига асосланган назорат карталар усули билан таҳлил қилишни ният қиламиз. Бунда биз аниқлик учун қуйидаги ҳолатни кўриб чиқамиз. X ва Y тасодифий миқдорлар мос равишда биринчи ва иккинчи гуруҳларда аломатни қийматларини аниқловчи, математик кутилмалари a_1 ва a_2 дисперсиялари бир хил σ^2 бўлган тасодифий миқдорлар бўлсин. X дан белгиланган $t = 1, 2, \dots, k$ вақтларда $\vec{X}_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})$, Y дан $\vec{Y}_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{mt})$

$(n, m > 30)$ танламалар олинган бўлсин. Қуйидаги белгилашларни киритамиз: $\bar{X}_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{it}$,

$\bar{Y}_t = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_{it}$, $S_t^2 = \frac{S_{1t}^2(n-1) + S_{2t}^2(m-1)}{n+m-2}$, бу ерда S_{1t}^2 ва S_{2t}^2 X ва Y да t моментда олинган танламалар

асосида топилган дисперсия баҳолари. Агар кўп ҳолларда $\bar{X}_t - \bar{Y}_t > 0$ бўлса, у ҳолда юқоридаги гипотезаларни қуйидагича ёзиш мумкин бўлади: $H_0: a_1 = a_2$; $H_1: a_1 > a_2$.

Тажрибанинг натижаси сифатида H_1 гипотеза тўғри бўлиб чиқса у ҳолда тажриба ўтказувчининг аломатни рўй беришига йўналтирилган омиллари тўғри топилган ҳисобланади.

Назорат карталар методига асосан муаммони ҳал қилиш учун тажрибанинг сифат кўрсаткичи билан боғлиқ $g(t, \vec{X}, \vec{Y})$ статистикани ва уни қуйи назорат чегараси (LCL_g) ни аниқлаш зарур бўлади. Қуйи назорат чегара учун қуйидаги тасдиқ ўринли бўлади:

Теорема. H_0 гипотеза ўринли бўлиб $\alpha = 0,01$ бўлсин. У ҳолда қуйидаги формула ўринли: $LCL_g = t_{кр} \sqrt{\frac{m+n}{n \cdot m}}$, бу ерда $t_{кр} = t(0,01; l)$, $l = n + m - 2$ - озодлик даражали Стъудент тақсимотининг квантили.

Натижа. Агар $t = 1, 2, \dots, k$ да $g(t, \vec{X}, \vec{Y}) = \frac{\bar{X}_t - \bar{Y}_t}{S_t} > LCL_g$ ўринли бўлса, у ҳолда H_1 гипотеза ўринли бўлади.

Педагогик тажрибаларнинг натижаларини натижага мос диаграммалар билан таҳлил қилишни қулайликлари кўп. Энг асосийси диаграммага қараб тажрибани камчиликларини тўғрилаб бориш мумкин бўлади.

Маъруза давомида натижани амалиётдаги тадбиғи кўрсатилади. $g(t, \vec{X}, \vec{Y})$ статистикани ҳисоблаш ва назорат картани диаграммасини чизишни дастурий таминоти ишлаб чиқилган.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Миттаг Й., Ринне Х. “Статические методы обеспечения качества.” М.: “Машино-строение”. 1995.- 616 с.
2. В.Е.Гмурман. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высш. шк. 2003.

5-ШҶЪБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ КАТТА ҲАЈМЛИ МА'ЛУМОТЛАР (BIG DATA) ДАВРИ

Abdullayev Axrorbek Anvarjon o'g'li

Namangan davlat universiteti, e-mail: axrorbek44@inbox.ru Tel: +998942315317

Annotatsiya. Ushbu maqolada katta hajmli ma'lumotlar ularning turlari va tibbiyotda sohasida qo'llanilishi, ularni qayta ishlashdagi yutuqlari haqida fikr-mulohazalar bildirildi.

Kalit so'zlar. Katta ma'lumotlar (Big Data), server kompyuteri, IT sohasi, Google Ads, Google Analytics, Facebook Business platformasi, Telegram Bots, Microsoft Excel, Python.

Zamonaviy jamiyatning turli sohalarida axborot texnologiyalarini joriy etish darajasi oshgani sayin, ularning katta hajmdagi ma'lumotlarni o'z ichiga olgan yangi muammolarni hal qilish uchun moslashuviga bo'lgan talablar ham ortib bormoqda.

An'anaviy usullar bilan qayta ishlanishi mumkin bo'lmagan ko'plab ma'lumotlar, jumladan, tuzilgan ma'lumotlar, media ma'lumotlari va tasodifiy ob'ektlar mavjud. Va agar bugungi kunda mavjud bo'lgan birinchi texnologiyalarni tahlil qilish bilan shug'ullanish qiyinroq bo'lsa, ikkinchi va uchinchilarni tahlil qilish amalda zerikarli ish bo'lib qolmoqda. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, videokuzatuv, fotosurat, raqamli sog'liqni saqlash ma'lumotlari va ko'plab arxivlar va bulutlarda saqlanadigan tasodifiy ob'ektlar kabi ommaviy axborot vositalarining ma'lumotlari hajmi yildan-yilga ortib bormoqda. Ma'lumotlarning ulkan hajmi global jarayonga aylandi va Big Data deb nomlanadi.[2]

Bugungi kunda ma'lumotlar hamma joyda mavjud, shuning uchun bu qanchalik foydali bo'lishini o'rganish oqilona bo'ladi. Hozir Data asrida yashayapmiz, bundan buyon qayerga ishga kirmang (davlat yoki xususiy sektor) Big Data bilan ishlashga majbur bo'lasiz. Shu munosabat bilan ushbu ma'lumotlardan samarali foydalanish va monetizatsiya qilish zarurati ortib bormoqda.[3]

Katta ma'lumotlarning aniq ta'rifini ifodalash qiyin, chunki loyihalar, sotuvchilar, amaliyotchilar va biznes mutaxassislari uni turli yo'llar bilan ishlatishadi. Buni hisobga olgan holda, katta ma'lumotlarni quyidagicha ta'riflash mumkin:

Katta ma'lumotlar to'plami.

Katta ma'lumotlar to'plamini qayta ishlash uchun foydalaniladigan hisoblash strategiyalari va texnologiyalari toifasi.

Shu nuqtai nazardan, "katta ma'lumotlar to'plami" an'anaviy vositalar yordamida bitta kompyuterda qayta ishlash yoki saqlash uchun juda katta bo'lgan ma'lumotlar to'plamini anglatadi.

"Katta hajmli ma'lumotlar" (Big Data) atamasi 2008 yilda Tabiat muharriri Clifford Lynch tomonidan dunyo miqyosidagi ma'lumotlar hajmining keskin o'sishiga bag'ishlangan maxsus sonida kiritilgan. Albatta, katta ma'lumotlarning o'zi oldin ham mavjud edi. Mutaxassislarning fikriga ko'ra, kuniga 100 GB dan ortiq ma'lumotlar oqimining katta qismi Katta ma'lumotlar toifasiga kiradi.[4]

Atrofimizdagi milliardlab to'planib qolgan ma'lumotlarni yig'ish, qayta ishlash va ulardan samarali foydalanish orqali ma'lum holat yoki obyekt to'g'risida muhim bo'lgan bilimlarga ega bo'lishimiz mumkin. Buning uchun dastlab, ushbu ma'lumotlarning manbasini aniqlash muhim amallardan biri hisoblanadi.

«Katta hajmli ma'lumotlar» tushunchasi katta o'Ichamdagi ishlarni bajara oladigan operatorlarga nisbatan ishlatiladi. Bu asrlar davomida o'rnatilgan tartibni o'zgartirib yuboradi va bizning fundamental bilimlarimizni, qaror qabul qilishni shubha ostiga qo'yadi. Haqiqiy evolyutsiya bu ma'lumotlarni chiqarib beradigan kompyuterlarda emas, balki, ma'lumotlarning o'zlarida va biz ularni to'g'ri qo'llay olishimiz zaruriyati haqida ko'p gapirish mumkin.

Hozirda Sensor ma'lumotlar, fotosuratlar, matnli xabarlar, audio va video ma'lumotlarning cheksiz o'sib borayotgan oqimi Big Dataning markazida yotadi, biz undan bir necha yil oldin tasavvur ham qila olmagan usullarda foydalanishimiz mumkin.

Tibbiyotda katta ma'lumotlar ishlatilishi mumkin.: - Kasallikni davolash va saraton kasalligini oldini olish. Katta ma'lumotlardan foydalanishga asoslangan tibbiyot sohasida katta ma'lumotlar texnologiyalarini amalga oshirish shifokorlar kasallikning diqqat bilan ko'rib chiqishga va ma'lum bir ish uchun samarali davolanish kursini tanlash imkonini beradi. Axborotni tahlil qilish tufayli tibbiyot xodimlari qayta tiklanishini va profilaktika choralarini ko'rish osonroq bo'ladi. Natijada - aniq tashxis qo'yish imkonini beradi va yangi davolash usullarini yaratishga yordam beradi.[1]

Yangi uslub, boshqa tomondan bemorlarning muammolariga qarash imkoniyatini yaratdi, bu ilgari noma'lum muammoni. Masalan, ba'zi irqar boshqa etnik guruhlar vakillariga emas, balki yurak kasalliklariga genetik jihatdan qanchalik ko'p moyil bo'lishadi. Endi bemor ma'lum bir kasallik haqida shikoyat qiladi, shifokorlar xuddi shu muammo haqida shikoyat qilgan irq vakillari to'g'risidagi ma'lumotlarni hisobga olishadi.

5-ШҶЪБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Big Data printsiplari: Siz biror narsa haqida qanchalik ko'p bilsangiz, kelajakda nima bo'lishini shunchalik aniqroq bashorat qila olasiz. Alohida ma'lumotlarni va ular o'rtasidagi munosabatlarni taqqoslash (biz katta hajmdagi ma'lumotlar va ular orasidagi aql bovar qilmaydigan darajada ko'p bo'lishi mumkin bo'lgan ulanishlar haqida gapirayapmiz) ilgari yashiringan tahlillarni aniqlashga imkon beradi. Bu muammoning ichiga qarash va oxir-oqibat u yoki bu jarayonni qanday boshqarishimiz mumkinligini tushunish imkonini beradi.

Katta ma'lumotlar bilan ishlashni xohlovchilar uchun ikkita asosiy mutaxassislik mavjud: katta ma'lumotlar bilan ishlash texnologiyalarini yaratuvchi tahlilchilar va IT-maslahatchilar. Ko'pchilikda faqat IT sohasida o'qiydiganlar kompyuter dasturlari bilan ishlashi kerak, qolganlar uchun shart emas degan tushuncha mavjud. Quyida tibbiyot va Iqtisod, sohasida o'qiydiganlar uchun hozirgi mehnat bozori talab qiladigan va oylik maoshingizni bir necha bor oshirishga xizmat qiluvchi dasturlarning (hard skills) ba'zilarini keltirib o'tamiz. O'rganishingiz shart bo'lgan dasturlar: Microsoft Excel (Advanced user), Python, JavaScript, C++, C#, PHP.

T/r	Dasturlar	% foizda
1	Python	49.47%
2	JavaScript	43.73%
3	C++	27.42%
4	C#	16.6%
5	PHP	14.74%

Marketing sohasida: o'rganishingiz shart bo'lgan dasturlar: Google Ads (Youtube, Banner ads, Mobile ads), Google Analytics, Facebook Business platformasi, Telegram Bots (Biznes uchun botlar yaratish va boshqarish); [5]

O'zbekistonda ushbu platformalarning ommabopligiga va foydalanuvchilar soni bo'yicha foizlarni jadval assosida tayyorlab quyidagi natijani oldik.

T/r	Dasturlar	% foizda
1	Youtube	85,4%
2	Facebook	34,9%
3	Telegram	30,4 %

XULOSA

Xulosa o'rnida aytish joizki, Tibbiyotda sohasida Big Data texnologiyasidan hozirgi va yaqin kelajakda foydalanish jamiyat, butun insoniyat uchun o'zlarini kashf qilish uchun ko'p yillar ketishi mumkin bo'lgan narsalarning (hodisalar yoki ixtirolarning) cheksizligini kashf etishga yordam beradi.

Big Data va uning vositalari tahlilning etarli tezligini ta'minlaydi olingan natijani bemorning kasallik tarixi tahliliga tayanish, qisqa vaqt ichida kerakli darajadagi qayta ishlashga erishmoqchi bo'lgan haqiqiy yoki eng yaqin qiymatni topish balki boshqa shifokorlarning tajribasini, bemorning hududining ekologik holati to'g'risidagi ma'lumotlar va boshqa shifokorlar tajribasini hisobga olish mumkin

ADABIYOTLAR

1. Big Data Management: Data Governance Principles for Big Data Analytics Piter Gavami
2. Big Data Analytics with SAS(Packt) by David Pope
3. Big Data: A Very Short Introduction
4. Katta hajmli ma'lumotlar (big data) davri haqida maktab o'quvchilariga tushunchalar A.Abdullayev
5. <https://brusdom72.ru/uz/repair/metody-analiza-bolshih-dannyh-big-data-big-data-cto-takoe-sistemy-bolshih/>

UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTABLARDA INFORMATIKA VA KIMYO FANINI INTEGRALLASHGAN USULDA VIRTUAL LABORATORIYALARDAN FOYDALANGAN HOLDA DARSLARNI TASHKIL ETISH

Abdullayev Axrorbek Anvarjon o'g'li
Namangan davlat universiteti

Annotatsiya: Maqola umumiy o'rta ta'lim maktablarida o'quvchilarga ta'lim berishda ilg'or pedagogik texnologiyalardan foydalanish masalalariga qaratilgan. Ta'limga xos dasturiy ta'minotlar, interaktiv virtual laboratoriya dasturlaridan foydalanishning samaradorligi hamda mustaqil bilim olishda axborot texnologiyalarining muhimligi, o'quvchilarning dunyoqarashiga mos manbaalarni zamonaviy

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

ko‘rinishni, interaktiv va kreativ tarzda informatika fanini integrallashgan uslda o‘qitishning bugungi kundagi dolzarb masalalari haqida so‘z boradi.

Kalit so‘zlar: Virtual laboratoriya, pedagogika, kreativ, interaktiv, kontent, mustaqil ta‘lim, elektron resurs va elektron test.

Umumiy o‘rta ta‘lim maktablarida fanlardan Dars ishlanmalarini turli dasturiy ta‘minotlar, animatsiyalar hamda ta‘lim kontentlaridan foydalanib shakllantirish davr talabi bo‘lib qolmoqda. Dasturiy ta‘minotlar, zamonaviy ta‘lim kontentlari, axborot texnologiyalardan foydalanish haqida bilimlarni pedagoglar chuqur va puxta bilishlari muhim hisoblanadi.

Prezident Shavkat Mirziyoev ilm-ma‘rifat va texnologiyalar rivojiga alohida ahamiyat qaratib: “Taraqqiyotga erishish uchun, raqamli bilimlar va zamonaviy axborot texnologiyalarini egallashimiz zarur va shart. Bu bizga yuksalishning eng qisqa yo‘ldan borish imkoniyatini beradi” deb ta‘kidlagan edi. Darhaqiqat ta‘lim tizimining kelajagini raqamli texnologiyalarsiz rivojlantirib bo‘lmaydi.

Shuni ta‘kidlash kerakki, bugungi kunda o‘quvchilarga zamonaviy texnologiyalardan foydalanilgan holda darslarni tashkil etish respublika miqyosida ijobiy deb bo‘lmaydi.

Xususan, foydalanib kelinayotgan ta‘lim standartlari, o‘quv dasturlari faqatgina nazariy bilim berishga yo‘naltirilgan bo‘lib, ularni mantiqiy fikrlashga, amaliy ko‘nikmalarni shakllantirish, bir so‘z bilan aytganda, o‘rganuvchi yoshlarni hayotga tayyorlashga o‘rgatmayotgani qayd etildi.[1]

O‘quvchi-yoshlarning mustaqil bilim olish faoliyatida axborot texnologiyalari yetarli qo‘llanilmayapti desak bu ham to‘g‘ri bo‘ladi. Axborot texnologiyalaridan foydalanish o‘quvchining bilim olishida shunchalar muhimki, bugungi avlodlarimiz IT olamida, internet asrida ulg‘aymoqda va yashamoqda. Ularning dunyoqarashiga mos manbaalar: jumladan, zamonaviy ko‘rinishdagi interaktiv va kreativ axborot texnologiyalarini tayyorlash hamda uzatish juda dolzarb masaladir.

Keyingi yillarda multimedia hujjatlarini yaratishga oid juda ham ko‘plab dasturiy ta‘minotlar ishlab chiqilgan. Ulardan biri «Physics Education Technology» (PhET) dasturidir. Istalgan fayl yoki fayllar to‘plamini bitta muhitga birlashtirish, (integrallash) qolaversa, Multimedia texnologiyalariga asoslangan virtual laboratoriyalar orqali video darslarini yaratish va turli natijalar olish uchun PhET dasturidan foydalanish foydalanuvchilar uchun juda oson va qulay interfeysni taqdim etadi.

PhET dasturi bilan ishlashda deyarli dasturlash ishlari talab qilinmaydi. Foydalanuvchi faqat turli dizaynli muhitni tanlash uchun bir nechta tayyor shakllardagi loyiha shablonlaridan foydalanishi mumkin. Bunda amaliy dastur muhitini dizaynga boy holatga tashkil etish uchun PhET dasturi tarkibida tayyor obyektlar mavjud bo‘lib, ular tarkibiga buyruq tugmasi, tovush kuchaytirgichi, fayllarni printerdan bosmaga chiqarishni ta‘minlovchi ularga murojaatni amalga oshirib beruvchi qator funksional obyektlarni kiritish mumkin.[6]

Informatika va Kimyo fanidan integrallashgan usulda tashkil etilgan dars mashg‘ulotida virtual laboratoriyalardan foydalanishni ko‘rsatib o‘tamiz: 11-sinf kimyo fanidan “Eritma” mavzusini Informatika fanidan Delphi dasturida “Takrorlanuvchi dasturlar tuzish” mavzusi bilan birlashtirib o‘rganilsa o‘quvchilar tomonidan mavzularni tushunish yegillashadi.[4]

Misol: 25 gr osh tuzi 75 gr suvda eritilganda, hosil bo‘lgan eritmaning foiz konsentiratsiyasini toping?

Yechish: **Kimyo** 25 gr tuz + 75 gr suv = 100 gr eritma xosil bo‘ladi desak formula asosida konsentiratsiyasini topib olamiz $w = \frac{m}{M} * 100$ bu yerda m eritmada erigan moddaning massasi, M esa eritmaning massasi ekanligini bilgan xolda formulaga tushirib olamiz $w = \frac{25}{100} * 100 = 25\%$ natija : 25%

Yechish: Algoritim

- 1) Boshlansin
- 2) Kiritilsin W,M,n;
- 3) Hisoblansin $W=25/100*100$;
- 4) Chiqarilsin W;
- 5) Tamom

Dastur kodi

```
Var W,M,n:integer; Begin
M:=StrToInt(edit1.text)
n:=StrToInt(edit1.text)
W:=25/100*100;
Label1.caption:=IntToStr(W); end;
Natija : 25% [3]
```

Xulosa: Informatika darslarini boshqa fanlar bilan aloqadorlikda o‘rganish voqelikni faol his qilishga ko‘maklashadi.

Integratsiya o‘quvchilarning o‘quv-bilish faoliyatini faollashtirishga yordam beradi, o‘quvchilar ijodkorligini rivojlantirishga hissa qo‘shadi, olgan bilimlarini real sharoitlarda qo‘llashga imkon beradi;

Fanlararo aloqalar o‘quvchiga harakat usullarini bir ob’ektdan ikkinchisiga o‘tkazishga imkon beradi, bu esa o‘rganishni yengillashtiradi va dunyoning yaxlitligi haqidagi g‘oyani anglashni osonlashtiradi;

Muammoli vaziyatlardan yaxlit darslarni qurishda foydalanish o‘quvchilarning aqliy faoliyatini faollashtiradi;

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Integratsiya o'quvchilarga ishning har bir bosqichini mazmunli idrok etib, maqsaddan natijaga harakatlarni bajarish jarayonini kuzatib borishga imkon beradi. Bu bilan ularning fanga qiziqishlari yanada ortadi.

ADABIYOTLAR

1. «Ta'lim-tarbiya – bu bizning kelajagimiz, hayot-mamot masalasi», Shavkat Mirziyoyev videoselektor yig'ilishida so'zlagan nutqi. 28.01.2022
2. Бородашев С.А. Обушение коммуникационным технологиям будущих учителей информатики в электронном образовательном пространстве педагогического вуза: наук –СПБ.2010.
3. A.Abdullayev “Maktabda informatika fanini integrallashgan usulda O'qitish metodikasini ishlab chiqish” Yangi Ўзбекистонни куриш ва ривожланишида ёшларнинг фаоллиги мавзусидаги IV-онлайн конференция. Техника ва информатика № 2 2020 б 197
4. N.Otaxanov A.Abdullayev “Informatika fanining boshqa fanlar bilan aloqadorligi” Международный научно-образовательный электронный журнал «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ». Выпуск №10 (том 3) (январь, 2021). Б 627,628
5. <http://phet.colorado.edu>
6. <http://www.yenka.com>
7. <http://www.crocodile-clips.com/en/Downloads/>

СПЛАЙН-ФУНКЦИЯ УСУЛЛАРИ

Азимов Рахимжон Каримович

(АДУ математика кафедраси катта ўқитувчиси, ф.-м.ф.н)

Азимов Бунёд Рахимжонович

(ТАТУ Сунъий интеллект кафедраси катта ўқитувчиси, PhD)

Бугунги кунда аниқлиги юқори ҳисобланган сплайн моделлари орқали сигналларни рақамли ишлаш жараёни амалга оширилиб келинмоқда. Сабаби қаралаётган моделларнинг яқинлашиш даражасини ошиши тенгламалар системасининг тартибини ошишига боғлиқ бўлмайди.

Кубик сплайнлар жуда катта математик афзалликка эга. Улар берилган нукталарни интерполяцияловчи ва квадрат билан интегралланувчи иккинчи тартибли ҳосиласи мавжуд бўлган барча функциялар ичида минимал яссилик хусусиятига эга бўлган ягона функциядир.

Сплайн-функция $[a, b]$ ораликни n та бўлакка бўлиб битта ораликда кубик сплайн-функция курилади.

Агар (1) - шарт бажарилса, сплайн функция ҳақиқий талаб даражасига тўла жавоб берадиган сплайн функция дейилади.

$$S_i(x_i) = S_{i+1}(x_i), \quad S_i^{(1)}(x_i) = S_{i+1}^{(1)}(x_i), \quad S_i^{(2)}(x_i) = S_{i+1}^{(2)}(x_i) \quad (1)$$

Агар сплайн функция учинчи даражали бўлса ва (1)- шарт бажарилса бу курилган кубик сплайнни *дефекти бирга* тенг дейилади. Агар охириги шарт бажарилмаса кубик сплайнни *дефекти иккига* тенг дейилади.

Амалда учинчи даражали тугун нукталарга боғлиқ бўлмаган ва тугун нукталарга боғлиқ ҳолда куриладиган сплайн усуллари кенг қўлланилади.

Тугун нукталарга боғлиқ бўлмаган сплайн усули. Бундай ҳолда қаралаётган моделнинг яқинлашиш даражасини ошиши тенгламалар системасининг тартибини ошишига боғлиқ бўлмайди. Тугун нукталарга боғлиқ бўлмаган сплайн-функцияларни, уларнинг ҳосилаларини аниқлаш ва хатолигини баҳолаш усуллари интерполяцион сплайн-функция усуллари каби аниқланади. Фақат уларни курилиш жараёнида тугун нукталардан фойдаланмаслик яқинлашиш яъни аниқлик даражасини пасайтиради. Тугун нукталар асосида куриладиган локал кубик сплайнлар- биламизки, $f(x)$ функцияга мос келадиган ва берилган $\{x_i\}_{i=0}^N$, тугун нукталардан ўтувчи $S(x)$ функция интерполяцион кубик сплайн деб қаралади ва қуйидаги шартларга жавоб беради:

- 1) ҳар бир $[x_i, x_{i+1}]$ ($i = \overline{0, n}$) ораликда $S(x)$ функция учинчи даражали кўпхад бўлиши керак;
- 2) $S(x)$ функциянинг биринчи ва иккинчи тартибли ҳосилалари $[a, b]$ ораликда узликсиз бўлиши керак;
- 3) $S(x_i) = f(x_i), i = \overline{0, n}$.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Охирги шарт интерполяция шarti деб номланади ва учала шартни қаноатлантирувчи функция интерполяция кубик сплайн деб аталади.

Сплайн-функциялар одатда аниқлик даражаси юқори ва нисбатан тежамкор бўлади. Қаралаётган масалага қараб кубик сплайн-функция моделларини локал ва глобал кўринишда куриш мумкин.

Берилган $y_i = f(x_i)$ ($i = \overline{0, n}$) функция учун $[x_i, x_{i+1}]$ оралиқда $S_{m,i}(x)$ сплайнни куришда x_i ($i = \overline{0, n}$) тугун нукталарда куйидаги интерполяция шarti бажарилиши лозим:

$$S_{m,i}(x_i) = f(x_i).$$

Шунингдек, сплайнда иштирок этувчи номаълум параметрларни қийматларини аниқлаш учун $[x_{i-1}, x_i]$ ва $[x_i, x_{i+1}]$ оралиқларнинг x_i туташган нуктасида $S_{m,i-1}^{(p)}(x)$ ва $S_{m,i}^{(p)}(x)$ сплайнларнинг узлуксизлик шarti

$$S_{m,i-1}^{(p)}(x) \Big|_{x=x_i} = S_{m,i}^{(p)}(x) \Big|_{x=x_i}$$

бажарилиши талаб этилади.

Агар ҳар бир $[x_i, x_{i+1}]$ оралиқдаги сплайннинг номаълум параметрлари бошқа оралиқлардаги сплайнларнинг номаълум параметрларига боғлиқ бўлмаган ҳолда алоҳида топилса, бундай сплайнлар *локал сплайнлар* дейилади.

Агар ҳар бир $[x_i, x_{i+1}]$ оралиқдаги сплайннинг номаълум параметрлари бошқа оралиқлардаги сплайнларнинг номаълум параметрлари билан биргаликда аниқланса, бундай сплайнлар *глобал сплайнлар* дейилади.

Глобал сплайнларда қисмий кесмалардаги сплайнларнинг номаълум параметрлари чизиқли алгебраик тенгламалар системасининг ҳайдаш (прогонка) усули орқали топилади.

Глобал сплайнлар локал сплайнларга альтернатив сифатида хизмат қилади. Глобал усулда аппроксимация қилиш локал усулда аппроксимация қилишга нисбатан сплайн дефектининг минималлигини таъминлайди. Шу сабабли глобал сплайнлар ҳисоблаш амалиётида кенг қўлланилади. Глобал сплайнга куйидагича кенгрок таъриф бериш мумкин.

$[a, b]$ кесмада аниқланган ва $C_r[a, b]$ силлиқлик синфига тегишли бўлган, Ω_n тўрнинг ҳар бир $[x_i, x_{i+1}]$ қисмий кесмаларида аниқланган $S_{m,i}(x)$ ($i = \overline{0, n-1}$) кўпхадларнинг бирлашмасидан

тузилган $S_m(x) = \bigcup_{i=0}^{n-1} S_{m,i}(x)$ функция m даражали ва дефекти q ($0 \leq r \leq m$, $q = m - r$) га тенг

бўлган глобал сплайн дейилади, агарда ҳар бир $[x_i, x_{i+1}]$ ($i = \overline{0, n-1}$) қисмий кесмалардаги $S_{m,i}(x)$ $x \in [x_i, x_{i+1}]$ сплайн функцияларни

$$S_{m,i}(x) = \sum_{k=0}^m a_{k,i} (x - x_i)^k$$

$a_{k,i}$ коэффициентли m даражали кўпхадлар кўринишида тасвирлаш мумкин бўлса ва ушбу $a_{k,i}$ коэффициентлар куйидаги интерполяция ва узлуксизсизлик шартларидан аниқланса:

$$S_{m,i}^{(p_1)}(x) \Big|_{x=x_j} = f^{(p_1)}(x) \Big|_{x=x_j}, \quad j = i, i+1,$$

$$S_{m,i-1}^{(p_2)}(x) \Big|_{x=x_i} = S_{m,i}^{(p_2)}(x) \Big|_{x=x_i}, \quad i = \overline{1, n-1}.$$

p_1 ($0 \leq p_1 \leq r$) ва p_2 ($0 \leq p_2 \leq r$) ҳосилалар тартибига мос келувчи бутун қийматларни қабул қиладиган ўзгармас сонлардир.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ “BOSHQOTIRMA” O‘YININING METODIK XUSUSIYATLARI HAQIDA

Bahromova Muhayyo Mansurjon qizi, Jamolov Olimjon Orifjon o‘g‘li

Namangan davlat universiteti Informatika kafedrasi o‘qituvchisi

Biz iste’dodli, fidoiy farzandlarimizga
bilim va kasb cho‘qqilarini zabt etish
uchun qanot berishimiz kerak!
Sh.M.Mirziyoyev

Hozirgi davrda zamonaviy axborot texnologiyalari kirib bormagan sohaning o‘zi qolmadi. Ta’lim, tibbiyot, qurilish, ishlab chiqarish, tadbirkorlikning turli ko‘rinishlaridan tortib, xatto, tarbiyalashda ham axborot texnologiyalari vositalaridan foydalanilmoqda. Texnologiyalar xilma-xil yumushlarni yengillashtirgani, ba’zi vazifalarni o‘ziga olganligi sababli, jarayon nihoyatda tezlashdi. Ertaga, o‘z ish o‘rningizni robotga bo‘shatib berishingizni so‘rashsa, ajablanarli bo‘lmay qoladi. Kun sari raqamli texnologiyalardan foydalana olmagan shaxsning nafaqat ishlashi, balki yashashi ham qiyinlashib qolishi mumkin. Chunki, uyg‘onilgandan uyquga yotgungacha bir necha xil qurilmalar bilan ishlanadi. Eng oddiy misol smart eshiklarning ochilishi. Tasvirdan obyektни tanib olib binoga kirishga ruxsat berilishi yoki ta’qiqlanishi va hokazo.

Zamon shiddatkor rivojlanishda ekan, farzandlarni unga bardoshli qilib tarbiyalash zarur. Ya’ni ularning media madaniyatini to‘g‘ri shakllantirish va unumli rivojlantirish kerak.[1] Bunda bir qator ta’limga yo‘naltirilgan o‘yinlardan foydalanish mumkin. Bu bo‘yicha O‘zbekistonda ham bir nechta izlanishlar o‘zining ijobiy natijasini bera boshladi. Jumladan, “Boshqotirma” o‘yini.

“Boshqotirma” o‘yini bolalarda obrazli tafakkurning proyeksion shaklini o‘yin tarzida rivojlantirish uchun xizmat qiladi. Ya’ni bola o‘yin o‘ynash davomida o‘zi sezmag holatda tafakkur doirasi kengayib boradi. O‘yin boshida taqdim etilgan tasvir bo‘laklarga parchalanadi va uni qurish uchun birinchi qadamda yordamchi animatsiya mavjud. Navbatdagi qadamlarda esa bola tasvir bo‘lakchalarini to‘g‘ri qurishi so‘raladi. Bunda tanlangan obyekt o‘rinlari o‘zaro almashadi. Tasvirni unutib qo‘ymaslik uchun o‘ng tomonda uning kichikroq shakli ko‘rinib turadi. Agar to‘g‘ri terilmasa, jarayon takrorlanaveradi. Tasvir bo‘laklari to‘g‘ri tartibda terilganda u harakatga keladi. Bu bola uchun rag‘bat hamdir. O‘yinga milliylik ruhi tasvir va ovoz effektlarida singdirilganligi bilan birga unda bola psixologik himoya ostida bo‘ladi. Ya’ni, bolalar uchun ahamiyatli bo‘lgan uzluksiz rag‘batlar hamda foydalanuvchining mag‘lubiyatga uchramasligi u uchun ayni o‘rinlidir. O‘yinda vaqt indikator mavjud bo‘lib, belgilangan vaqt ichida bo‘laklar to‘g‘ri birlashtirilmasa, o‘yin 1 ta bosqich ortga qaytadi va soddaroq bo‘lgan boshqa tasvir taqdim etiladi. Bolani fiziologik himoya qilish maqsadida o‘yin boshlanganidan 10 daqiqa o‘tgach, dastur qulflanadi. Dastur qulflangan vaqtda ko‘zni mashq qildiruvchi effektlar o‘yinga xuddi uning tarkibidek birlashtirilgan.



O‘yinning e’tiborli jihatlari quyidagilar:

1. Bosqichlarning ketma-ket o‘ynalishi talab etiladi. (ya’ni, bola bir bosqichni muvaffaqiyatli o‘ynab, zarur ballni qo‘lga kiritgandan so‘ng, unga navbatdagi bosqich ochiladi. O‘zi xohlasa ham soddasini o‘ynab yutmasdan turib, murakkabini o‘ynay olmaydi.)
2. Bolani rag‘bat ruhida tarbiyalashning ahamiyatini inobatga olgan holda bolaga hech qachon yutqazganligi to‘g‘risida namoyish ko‘rsatilmaydi. Bola noto‘g‘ri almashtirishni tanlagan holda, unga shunchaki qayta ishlash uchun yana imkoniyatlar beriladi.
3. Noto‘g‘ri urinishlar soni hamda vaqti o‘yinning murakkablik darajasiga qarab belgilangan miqdordan ortib ketsa, o‘yin bitta oldingi soddaroq bosqichga soddaroq tasvir bilan qaytadi.
4. Bolaning kompyuter o‘yinini o‘ynashi uning ko‘ziga salbiy ta’sir ko‘rsatmasligi uchun har 5 daqiqada ekranning o‘ng yuqori burchagidan har gal turli rangda va turli sonda kapalaklar uchib chiqib, ko‘zni mashq qildiruvchi trayektoriya bo‘ylab harakatlanib chiqib ketadi.
5. O‘yinning yuqori qismida maxsus indikator mavjud bo‘lib, u vaqtни ifodalaydi. Ya’ni, bola o‘yinni yakunlashi uchun qolgan vaqt.
6. Har bir bosqich muvaffaqiyatli yakunlanganida tasvir harakatga keladi.
7. Bosqichlar orasida rag‘batlantirish effektlari namoyish qilinadi.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

8. Bolaning o`yin davomidagi barcha harakatlari ma`lumotlar bazasiga yozib boriladi. (Bu ishlab chiquvchilar uchun ma`lumotlarni tahlil qilish, qayta ishlash imkonini beradi. Nazorat qiluvchilar uchun esa, bolaning proyeksiyon tafakkur shakli qay darajada rivojlanganligini baholash imkoniyatini beradi.)
9. O`yinning ma`lum sinov bosqichi yakunlanganida yoki foydalanuvchi o`zgarganda ma`lumotlar bazasini tozalash (barcha ma`lumotlarni o`chirib yuborish) mumkin.
10. O`yin davomida bola agar xohlasa, rag`bat tovushlarining balandligini o`zgartirishi ham mumkin.

“Boshqotirma” o`yining yuqorida sanab o`tilgan xususiyatlari uning interaktiv hamda intellektualligini ta`minlaydi. Ushbu o`yin asosan boshlang`ich sinf o`quvchilarida dasturlash elementlarini, xususan, algoritmlashning dastlabki ko`nikmalarini shakllantirish va rivojlantirish uchun xizmat qiladi. Bundan tashqari, o`yin bolada qo`yilgan masalaga optimal yo`l topish, tezkor qaror qabul qilish, diqqatni jamlash, harakatni aniq va tez amalga oshirish kabi bir nechta sifatlarni shakllantiradi. O`yindan boshlang`ich sinf o`quvchilari dars jarayonlarida, to`garaklarda, oilada foydalanishlari mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Muhayyo Mansurjon Qizi Bahromova (2021). MULTIMEDIALI INTELLEKTUAL O`YINLAR ORQALI BOLALARDA DASTURLASH KO`NIKMASINI RIVOJLANTIRISH. Academic research in educational sciences, 2 (6), 1189-1193. doi: 10.24412/2181-1385-2021-6-1189-1193
2. Каплунович С. М. Психолого-педагогические методы естественной диагностики структуры мышления учащихся // Вестник НовГУ. 2009. №53. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/psihologo-pedagogicheskie-metody-estestvennoy-dagnostiki-struktury-myshleniya-uchaschihsya>.

“BOLALARDA TAFAKKUR SHAKLLARINING RIVOJLANGANLIK DARAJASINI ANIQLASH” DASTURI HAQIDA

Bahromova Muhayyo Mansurjon qizi

Namangan davlat universiteti Informatika kafedrası o`qituvchisi

Ma`lumki, dasturlash sohasi hozirgi zamonda keng e`tibor qaratilayotgan hamda kelajak kasbi deya e`tirof etilayotgan sohalaridan biri hisoblanadi. O`zbekiston Respublikasi Prezidentining 05.10.2020 y. N PF-6079 Farmoni “Raqamli O`zbekiston-2030” Strategiyasini tasdiqlash va uni samarali amalga oshirish chora-tadbirlari to`g`risida. Ushbu yo`nalishdagi yetishmayotgan kadrlarning o`rnini bolalarni sohaga yo`naltirib tarbiyalash va ular orasidan kuchli dasturchi kadrlarni yetishtirib chiqarish orqali to`ldirish bugunning dolzarb muammosidir. Bunda ularning fikrlash darajasi qanday ekanligi muhim bo`lib hisoblanadi. Bolalarda tafakkur shakllari, fikrlash qobiliyatini aniqlash bo`yicha O`zbekistonda ham bir nechta izlanishlar o`zining ijobiy natijasini bera boshladi. Jumladan, “Bolalarda tafakkur shakllarining rivojlanganlik darajasini aniqlash” dasturi. (1-rasm) Dastur foydalanuvchining topologik, proyeksiyon, tartibli, metrik hamda kompozitsion tafakkur shakllarining qanday darajada rivojlanganligini aniqlash uchun xizmat qiladi. Kelajakda buning natijasiga qarab, shakllanmay qolgan tafakkur shakllarini shakllantirish, rivojlanmay qolganlarini rivojlantirish uchun choralar ko`rish yoki qaysi turdagi o`yinlarni o`ynash haqida qaror qabul qilish mumkin. Shuningdek, o`yinga milliylik ruhi singdirilganligi bilan birga unda bola psixologik himoya ostida bo`ladi. Ya`ni, bolalar uchun ahamiyatli bo`lgan uzluksiz rag`batlar hamda foydalanuvchining mag`lubiyatga uchramasligi bola uchun ayni o`rinlidir. O`yindan maktabgacha yoshdagi bolalar hamda boshlang`ich sinf o`quvchilari o`zining fikrlash doirasidan kelib chiqib foydalanishlari mumkin.



1-rasm

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

О'yin dasturi tanlov natijalarini o'zining ma'lumotlar omborida saqlab boradi. Natijalarga qarab, tafakkur shakliga mos predmet 70% tanlangan holatda shu tafakkur yetarli darajada shakllangan va rivojlangan deb baholanadi. 70% dan past bo'lgan holatda demak yetarli darajada rivojlanmagan deb baholanadi. Va bu bolaning aqliy qobiliyati darajasini aniqlash uchun xizmat qiladi. O'yinning davomiyligini aniqlash uchun alohida vaqt o'lgachidan ham foydalanilgan bo'lib, bu bola salomatligiga bo'lishi mumkin bo'lgan salbiy fiziologik ta'sirlarning oldini oladi. Xususan, yosh toifasidan kelib chiqib, ma'lum muddat yakunlanishida ekranning to'rtta burchagida o'ziga qaratuvchi animatsiya chiqib, ko'zni diagonal ravishda mashq qildiradi. Shu asnoda ko'z qorachiqslari mashq qildiriladi. Shuningdek, tanaffus vaqtidagi turli xil ko'z mashqlari o'yinga xuddi uning tarkibidek birlashtirilgan. Bu orqali o'yinga bog'lanib qolgan bolani undan majburiy ajratib olish natijasida yuzaga kelishi mumkin bo'lgan agressiv ta'sirdan himoya qilinadi.

Bolalarda tafakkur shakllarining qaysi biri qay darajada rivojlanganligining natijasiga qarab, uning dasturlashga bo'lgan layoqati baholanadi. Yoki qaysi kasbga qobiliyatli ekanligini ham aniqlab olish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

3. Muhayyo Mansurjon Qizi Bahromova (2021). MULTIMEDIALI INTELLEKTUAL O'YINLAR ORQALI BOLALARDA DASTURLASH KO'NIKMASINI RIVOJLANTIRISH. Academic research in educational sciences, 2 (6), 1189-1193. doi: 10.24412/2181-1385-2021-6-1189-1193
4. Икромов Мушаррафхон Нематиллаевна РАҚАМЛИ ТАФАККУР ВА УНИ ТАЪЛИМГА ЖОРИЙ ЭТИШ МАСАЛАЛАРИ (ИЛМИЙ МАНБАЛАР ТАҲЛИЛИ) // Современное образование (Узбекистан). 2021. №3 (100). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ra-amli-tafakkur-va-uni-talimga-zhoriy-etish-masalalari-ilmiy-manbalar-ta-lili>

КЎП ЎЛЧАМЛИ ДИНАМИК ТИЗИМЛАРНИ МОДАЛ БОШҚАРИШ ВА УЛАРНИНГ ХУСУСИЯТЛАРИ

О.Х. Бобоева - ассистент (НДКИ)

Модал бошқариш деганда, одатда, ростлагичларни олдиндан берилган спектр асосида конструкциялаш тушунилади, яъни шундай тескари алоқа танланади-ки, комплекс текисликдаги берк тизимларнинг ҳамма ёки фақат баъзи бир кутблари сурилиши ёки зарурий жойлашиши таъминлансин [1,2]. Ҳолат ўзгарувчилари орқали синтезлашнинг модал усули бошқарувчи таъсирларни $u = Kx$ ростлагичи кўринишида шакллантиради. Чизикли стационар тескари алоқали коэффициентларини ўз ичига олган K матрица шундай танланади-ки, берк тизимнинг характеристик полиноми коэффициентлари ёки талаб этилган илдизлари таъминлансин. Ҳолат векторини датчиклар ёрдамида бевосита ўлчашнинг имкони бўлмаса, тўлиқ ёки пасайтирилган тартибли кузатувчи элементлардан фойдаланилади.

Куйидаги кўп ўлчамли динамик тизимни кўрамиз:

$$\sum: Dx(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (1)$$

бу ерда t – вақт, узлуксиз $t \in R_+ = [0, +\infty)$ ёки дискрет $t \in N_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$; $x \in R^n$ – ҳолат вектори; $u \in R^r$ – кириш вектори, $n > r$; D – вақт бўйича дифференциалловчи оператор белгиси, яъни $Dx(t) = \dot{x}(t)$ ёки вақт бўйича силжиш оператори $Dx(t) = x(t+1)$.

Фараз қилайлик $B \in R^{n \times r}$ ва $C \in R^{m \times n}$ матрицалар тўлиқ рангга эга, $A \in R^{n \times n}$ матрица эса нотурғун, яъни унинг хусусий қийматлари кўп:

$$eig(A) = \{\lambda_i \in C : \det(\lambda I_n - A) = 0\}$$

бўлиб, шундай $\lambda_i \in C$ ларни ўз ичига олади-ки

$$Dx(t) = \dot{x}(t) \text{ ҳолат учун } \operatorname{Re}(\lambda_i) > 0$$

ва

$$Dx(t) = x(t+1) \text{ ҳолат учун } |\lambda_i| > 1 \text{ бўлсин.}$$

Бу ерда $|\lambda_i|$ – хусусий қийматлар (λ_i га тегишли) модули.

Турғунлик соҳаси тушунчасини C^{stab} критамиз. У, ўрнатилаётган кўп ўлчамли тизимнинг тури (узлуксиз ёки дискрет)га қараб, шу соҳанинг C^- чап ярим текислигида:

$$C^{\text{stab}} \doteq C^-$$

ёки маркази C нинг бошида бўлган бирлик радиусли доира ичида бўлади:

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

$$C^{\text{stab}} \doteq C_{|\lambda|<1}.$$

(1) даги кўп ўлчамли тизим учун тескари алоқали бошқариш мавжуд деб ҳисобланади ва у қуйидаги қўринишга эга:

$$u(t) = -Kx(t), \quad (2)$$

бу ерда $K \in R^{r \times n}$ – кўп ўлчамли тизимнинг ҳолат бўйича тескари алоқа (ростлагич) коэффициентларининг доимий матрицаси.

(1) тизимни (2) қонунлари ёрдамида бошқариш классик масала бўлиб, шундай K матрицани топиш керак-ки, бошқариш жараёнига қўйилган баъзи талаблар таъминлансин. Бу талабларни шартли равишда уч гуруҳга ажратиш мумкин [2,3]:

1) берк тизимнинг кутбларини ($A - BK$ матрицаларининг хусусий қийматлари) берилган C^{stab} нуқталарида ёки C^{stab} нинг берилган соҳасида (масалан, чап ярим текислик C^- нинг ҳаммасида) жойлаштиришда;

2) берк тизимнинг кутблари ва нолларини (кўп ўлчамли-тизимнинг у ёки бу узатишлари нолларини) берилган C^{stab} нуқталарида ёки C^{stab} нинг берилган соҳаларида жойлаштиришда;

3) берк тизимдаги, берилган функционални минималга келтириладиган ўтиш жараёнларида.

Биринчи гуруҳ талаб стабиллаш масаласининг маълум таърифларига тааллуқли. Бунда, қоидага кўра, тизимнинг тўлиқ бошқарилувчанлик ва тўлиқ кузатиловчанлик қўшимча талаблари илгари сурилади.

Эслатиб ўтамиз, характеристик полином:

$$\det(\lambda I_n - A + BK), \quad (3)$$

(бу ерда $Dx(t) = \dot{x}(t)$ ҳолат учун $\lambda = s$; $Dx(t) = x(t+1)$ ҳолат учун $\lambda = z$) берк тизимнинг кутблари S да тақсимланишини билдиради. Шу маънода, полином берк кўп ўлчамли тизим (1) нинг турғунлигини таъминлашда ҳал қилувчи аҳамиятга эга. Талабларни кутбларнинг зарурий тақсимотига татбиқ этиб, берк тизимдаги ўтиш жараёнларининг берилган сифатини ва турғунлигини таъминлаш мумкин.

Кутбларнинг тақсимланишига бўлган талабларни полином (3)ни кўпайтирувчиларга ёйиш ёрдамида бериш мумкин, масалан:

$$\det(\lambda I_n - A + BK) = (\lambda - \tilde{\lambda}_1)(\lambda - \tilde{\lambda}_2) \dots (\lambda - \tilde{\lambda}_n), \quad (4)$$

бу ерда $\tilde{\lambda}_i$ – полином илдизлари берилган қийматлари ($A - BK$ матрицасининг хусусий қийматлари) ёки матрицанинг ёйилиши:

$$A - BK = \Lambda W^{-1}, \quad (5)$$

бу ерда Λ – диагонал-катак турдаги матрица; W – ўзгартириш матрицаси.

Λ матрицада характеристик полином (4) нинг берилган илдизи қийматига мос келувчи ҳар бир i - ҳақиқий кутб λ_i учун 1×1 ўлчамли катакка эга бўлади, ҳар бир жуфт комплекс туташган илдизлар учун эса 2×2 ўлчамли катакка эга бўлади:

$$\begin{pmatrix} \text{Re}(\lambda_i) & -\text{Im}(\lambda_i) \\ \text{Im}(\lambda_i) & \text{Re}(\lambda_i) \end{pmatrix} \in R^{2 \times 2}. \quad (6)$$

Агар қаррали илдизлар берилган бўлса, бу матрицанинг жордан шаклидаги каби [1,4] Λ матрица структурасида акс этади.

Модал бошқаришнинг асосий вазифаси – (2) қўринишидаги ҳолат бўйича шундай чизикли тескари алоқани топишдан иборат-ки, берк тизимнинг матрицаси (5) зарурий хусусий сонлар тўпламига эга бўлсин. Бу масала битта киришли бошқариш тизими учун оддий ва ягона ечимга эга. Киришлари сони кўп бўлган ҳолатда ечим ягона бўлмайди.

Типик технологик объектларнинг ишлаш хусусиятларини ва уларга қўйиладиган талабларни таҳлил қилиш автоматик бошқариш тизимларини синтез қилишда асос сифатида танланган модал бошқарув усулларида самарали фойдаланиш учун ҳал қилиниши керак бўлган вазифалар доирасини белгилашга имкон беради.

АДАБИЁТЛАР

1. Григорьев В.В., Журавлёва Н.В., Лукьянова Г.В., Сергеев К.А. Синтез систем автоматического управления методом модального управления//Учебное пособие.–С-Пб: СПбГУ ИТМО, 2007.–108 с.
2. Тютиков В.В., Тарарыкин С.В. Робастное модальное управление технологическими объектами. – Иваново: ИГЭУ, 2006. – С. 256.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

3. Кузовков П.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.
4. Боева О.Х. Устойчивое вычисление параметров регулятора в линейных системах на основе модального управления // МНК «Инновационные решения инженерно-технологических проблем современного производства». Бухара.14-16 ноября, 2019. – С.250-253.

УДК 622.691

RESIVER O'RNATILGAN GAZ QUVURINI HISOBLASH MASALASINING ANALITIK YECHIMI HAQIDA

Sh.K.Boltibayev, Z.B.Мухаммадалиева М.У.Тохиржонов

Namangan davlat universiteti

Hozirgi vaqtda jamiyatda axborot texnologiyalari va kompyuter modellashtirishdan foydalanish faol rivojlanmoqda. Gaz uzatish tizimi energetika sohasidagi iste'molchilarni gaz bilan ta'minlaydi. Magistral gaz quvuri gaz uzatish tizimlarining asosiy qismi bo'lib, u uchun bir qancha modellar va hisoblash algoritmlari ishlab chiqilgan.

[1-3] ishlarda gaz quvurining parametrlari gaz iste'molining kunlik chastotasini hisobga olingan. [1,2] da elementar uchastkaning kirish va chiqishidagi parametrlari bosim va massa sarfining berilgan ikkitasi yordamida gaz quvuri tarmog'ini hisoblashning yagona algoritmi ishlab chiqilgan. [3] da, yagona algoritmdan foydalangan holda, oraliq tugunlardan berilgan tugunda noma'lum bo'lgan gaz olish/qo'shishni qolgan tugunlarda berilgan gaz olish/qo'shish qiymatlari berilganda bosim va massa sarfini hisoblash algoritmi ishlab chiqilgan. Quyida davriy rejimda faoliyat yuritayotgan kirish joyida resiver o'rnatilgan quvurning elementar qismini ishlash masalasi ko'rib chiqilgan.

Tadqiq etilayotgan tizimni modellashtirishda gaz quvuridagi real gaz holatini ifodalovchi chiziqlashtirilgan kvazichiziqli tenglamalardan foydalanamiz [4,5]

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \sin \alpha + \frac{\lambda w_*}{2D} \rho w + k \frac{\partial \rho w}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial \rho w}{\partial x} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} = 0, \quad p = Z \rho R T. \end{cases} \quad (1)$$

T -quvurdagi gaz harorati, Z -siqiluvchanlik koeffitsienti, R -gaz doimiysi, w_* -hisoblash sohasida oqim tezligi, D -gaz quvuri diametri, $f = \pi D^2/4$ -gaz quvurining ko'ndalang kesim yuzasi va c -muhitda tovush tezligi parametrlari doimiy hisoblanadi. p -gaz bosimi, ρ -zichligi, $M = \rho w f$ -massa sarfi va w -o'rtacha tezligi t vaqt va x masofaning funksiyasi hisoblanadi. Quvurning kompressoriga ulangan nuqtasi $x = 0$ da V_0 hajmli resiver ulangan va uni quyidagi chegaraviy shart orqali hisobga olingan:

$$Q(t) = -\frac{V_0 c^2}{f Z R T} \frac{\partial M(0, t)}{\partial x} + M(0, t)$$

I.A.Charniy [5] monografiyasida shunga o'xshash holat, ammo gaz quvurining chiqishida bosimga nisbatan tuzilgan. Bizning holatda, masala massa sarfiga qarab shakllantirilgan, gaz quvuridan chiqishda massa sarfi

$$M(l, t) = q(t) = \zeta_0 + \sum_{m=1} (\xi_m \sin \omega_m t + \zeta_m \cos \omega_m t) \quad (2)$$

l -ko'rib chiqilayotgan qismning uzunligi; $\omega_m = \frac{2\pi m}{\Pi}$ - m -chi qo'zg'alish chastotasi; Π - qo'zg'alish davri.

Ushbu ishda shunga o'xshash shaklda resiverni kirishdagi holatini

$$f_0 \frac{\partial M(0, t)}{\partial x} + M(0, t) = v_0 + \sum_{m=1} (\mu_m \sin \omega_m t + v_m \cos \omega_m t), \quad (3)$$

bu yerda $f_0 = -\frac{V_0 c^2}{f Z R T}$, tenglikning o'ng tomonini $Q(t)$ ifodalaydi

Shunday qilib, (1), (3), (4) gaz massasi sarfi bo'yicha keltirilgan masala boshlang'ich shartlarsiz tuziltuzildi.

(1) tenglamalar sistemasidan foyalanib massa sarfiga bog'liq quyidagi tenglama keltirib chiqarildi

5-ШУЎБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

$$k \frac{\partial^2 M}{\partial t^2} + \lambda_m \frac{\partial M}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + a \frac{\partial M}{\partial x} \quad (4)$$

Yuqoridagi (2), (3) chegaraviy shartlar va (4) differensial tenglamani analitik usulda [1, 6-7] dagi kabi statsionar va davriy qismlardan iborat analitik yechimi olindi.

Shu yo'l bilan gaz bosimining davriy o'zgarishli xarakterga oid gaz bosimi uchun ham analitik yechimini olish mumkin.

Olingan natijalar gaz bosimini keskin ortishi va kamayishini bartaraf etish uchun foydalanish mumkin, masalan, kompressor stantsiyasidan keyin o'rnatilgan resiver kompressor agregatlarini yoqish/o'chirishda, tarmoqqa ulangan davriy rejimda ishlayotgan iste'molchilarni gaz olishi hamda tugunlarda gaz olish/qo'shish jarayoni amalga oshirilganda hosil bo'ladigan bosim o'zgarish jarayonini kamaytirishlarda foydalaniladi.

ADABIYOTLAR

1. Хужаев И.К., Болтибаев Ш.Х. Периодическое изменение газодинамических показателей линейного участка горизонтального газопровода при различных граничных условиях // Вопросы вычислительной и прикладной математики. – Т., 2009. – Вып. 121. – С. 100-115.
2. Садуллаев Р., Хужаев И. К., Болтибаев Ш. К. Разработка обобщенного алгоритма расчета многозвенного магистрального газопровода в условиях суточной неравномерности расхода газа // Узбекский журнал «Проблемы информатики и энергетики». – Ташкент, 2010.- №6.-С. 16-20.
3. Hujayev I. K., Boltibayev Sh. K. The algorithm for calculation of multilink gas pipeline which is functioning in periodic mode // European Applied Sciences, September, 2013, 9 (1) - pp. 110-115.
4. Селезнев В.Е., Алешин В.В., Прялов С.Н. Современные компьютерные тренажеры в трубопроводном транспорте. Математические методы моделирования и практическое применение / Под ред. В.Е.Селезнева. М.: МАКС Пресс, 2007. – 200 с
5. Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. Изд. 2-е. – М.: Недра, 1975. – 296 с.
6. Тихонов А. М., Самарский А. А. Уравнения математической физики. - М: Наука, 1977. - 736 с
7. Hujayev I.K., Boltibayev Sh.K. The algorithm for calculation of multilink gas pipeline which is functioning in periodic mode // European Applied Sciences. – Stuttgart (Germany), 2013, 9 (1). – PP. 110-115.
8. Hujayev I. K., Boltibayev Sh. K., Bozorov O. Sh. Distribution of periodic perturbations of mass flow of gas at the elementary linear section of pipeline // European science review, November-December, 2015, №11-12. – pp. 210-213.
9. Hujayev I.K., Boltibayev Sh.K. The Distribution of Periodic Perturbations of the Mass Flow of Gas on an Inclined Site of Gas Pipeline in Isothermal Mode // American Journal of Mathematical and Computational Sciences. Vol. 1, No. 1, 2016, pp. 1-9.

BIR TARMOQLI QUVURLAR TARMOG'I GAZODINAMIK KO'RSATKOCHLARINING SUTKALIK O'ZGARISHINI HISOBLASH

Sh.K.Boltibayev, *Namangan davlat universiteti*
A.A.Muradov *Namangan muhandislik-qurilish instituti*

Jahonda kompyuterli modellashtirish va zamonaviy informatsion texnologiyalar asosida neft va gaz tashish jarayonlarini avtomatlashtirish va ularni boshqarish muhim o'rin egallaydi. Zamonaviy kompyuterlar imkoniyati va hisoblash usullarining jadal rivojlanishi ilmiy va amaliy masalalarni hal qilishda matematik modellashtirishning ahamiyatini ortishiga sabab bo'ldi. Hozirgi vaqtda quvurlar neft va gaz tashishda ekologik va iqtisodiy jihatdan samarali hisoblanadi. Gaz uzatish tizimlari hisoblash va hisoblash tajribalari uchun modellar va algoritmlarni ishlab chiqish va takomillashtirish asosida neft va gazni tashishning eng yaxshi iqtisodiy ko'rsatkichlariga erishish muhim ahamiyatga ega.

Magistral gaz quvurlarining uzoq masofaga gaz yetkazib beruvchi qismining gazodinamik holatini modellashtirishda N.E.Jukovskiyning chiziqli va soddalashtirilgan tenglamalari tizimi olingan[1-3].

Ushbu tizimning tarmoqning alohida chiziqli bo'g'inidagi kirish va chiqishdagi massa sarfi va bosim orasidagi munosabat bo'lib, bir bo'g'indan ikkinchi bo'g'inga o'tishda bog'lanishlar ulanish nuqtalarida ko'rsatkichlarning keskin o'zgarishi mumkin: gaz olish yoki qo'shish (massa oqimining o'zgarishi), chiziqli bo'gin parametrlarining o'zgarishi (-diametr, -ko'ndalang kesim yuzasi). Shu munosabat bilan, tarmoqni

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

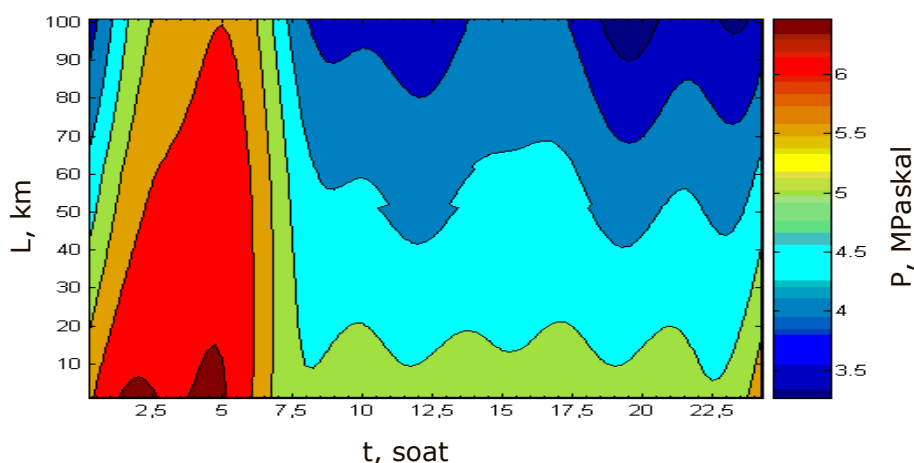
hisoblashda, -bosim va -massa sarfiga nisbatan tarmoqning kirish va chiqishidagi chegara shartlariga qo'shimcha ravishda, ichki shartlar shakllanadi.

Tarmoqning elementar bo'g'ini uchun berilgan chegara shartlariga, shuningdek tarmoq tugunlarida massa sarfi va bosimni mos kelishining ma'lum shartlariga qarab, kirish va chiqish va ularning davriy ko'rsatkichlari uchun olti xil shartlarni shakllantirish mumkin [1]. Bo'g'in uchun ikkita funktsiya berilgan bo'lsa va qolgan ikkita funktsiya aniqlangan bo'lsa, boshqa masalalar uchun berilgan va yangi topilgan shartlar ushbu funktsiyalar to'plami kelib chiqadi. Ushbu holat hisoblash va dasturiy ta'minotda bajariladigan amallar miqdorini sezilarli darajada kamaytirish imkonini beradi. Birinchidan, turli xil qo'yilgan masalalar yechimlari vaqt va masofaning giperbolik va trigonometrik funktsiyalarini o'z ichiga olganligi sababli (ular Makleron va Teylor qatorlariga yoyish yo'li bilan hisoblanadi) bo'g'inning hisoblash algoritmini tuzishda hisoblash hajmi kichik bo'lgan tegishli yechimni tanlash mumkin bo'ladi. Ikkinchidan, tarmoqni hisoblash algoritmini barcha masalaning qo'yilishi uchun mumkin bo'lgan variantlari yechimini umumlashtirish imkonini beradi.

Furye qatori ko'rinishida olingan analitik yechimlarni taqqoslash shuni ko'rsatdiki, ko'rib chiqilayotgan ko'p bo'g'inli tarmoqning kirish qismidagi gazning bosimi va massa sarfining qiymatlariga mos keladigan yechim o'xshash sifatlarga ega [4-5]. Shunga asoslanib, bo'ginni hisoblash algoritmi qurildi, u quyidagi bosqichlardan iborat:

- bo'g'inlar uchun ma'lumotlarni shakllantirish va kerakli ma'lumotlarni hisoblash;
- statik va davriy komponentlar bilan ikkita chegaraviy shartni shakllantirish;
- bo'g'inning kirish ma'lumotlarini aniqlash imkonini beruvchi va markazlashgan gaz qazib olish yoki qo'shishni hisobga oladigan matritsalarini shakllantirish;
- rekurrent munosabat orqali faqat kirish va chiqish shartlarini bog'laydigan yakuniy matritsa tenglamasini tuzish;
- masalaning qo'yilishi bo'yicha yakuniy matritsa tenglamasidan gazning bosimi va massa sarfi uchun yetishmayotgan chegara funktsiyalarining koeffitsientlarini topish;
- ikkinchi bosqichda hosil bo'lgan matritsalar bo'yicha ichki tugunlarda bosim va massa sarfi koeffitsientlarini aniqlash.

Algoritmnining bosqichlaridan ko'rinib turibdiki, faqat ikkinchi va beshinchi bosqichlar muammoning qo'yilishiga bog'liq, qolganlari esa yechilayotgan vazifalarning barcha variantlari uchun bir xil.



3-rasm. Bir sutka ichida magistral gaz quvuri uzunligi bo'ylab bosimning (MPaskalda) o'zgarishi

3-rasmda bosimning vaqt bo'yicha, to'rt bo'g'inli va uch kesimli gaz olinishi bo'lgan magistral gaz quvuri uzunligiga bog'liq ravishda o'zgarishi keltirilgan. Hisoblashlarda Furye qatorining dastlabki 13 hadi qatnashgan.

Olib borilgan sonli tajribalar ishlab chiqilgan algoritmnining samarali ekanligini, nafaqat alohida masala uchun, balki gazni quvur orqali uzatish yaxlit texnologik jarayonining barcha bosqichlarida mashina vaqti va xotirasini iqtisod qilishini ko'rsatdi. Bu natijalar gaz transporti tizimlarini ularga xos omillarni hisobga olgan holda optimal boshqaruv masalalariga o'tish imkonini beradi

ADABIYOTLAR

1. Хужаев И.К., Болтибаев Ш.К., Абдуллаев Ф.А. Двойственные свойства уравнений трубопроводного транспорта сверхсжимаемых сред // Доклады Академии наук Республики Узбекистан. – Ташкент, 2010. - Вып. 1. – С. 53-56.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

2. Хужаев И.К., Болтибаев Ш.К. Исследование периодического изменения состояния реального газа и малосжимаемой жидкости в элементарном участке трубопровода // Узбекский журнал: Проблемы информатики и энергетики, Ташкент, 2013. – №5-6. – С. 24-30

3. Mamadaliyev Kh., Khujayev I., Boltibaev Sh. Modeling of the propagation of mass consumption waves in the pipeline with damper of pressure disturbances. J. Ponte. – Florence (Italy), Volume 74, Issue 8, Aug 2018, pp. 163-170.

4. Khujayev I.Q., Boltibaev Sh. K. Analytical solution of the task for the daily change of gasodynamic parameters of the main gas pipeline // ISJ Theoretical & Applied Science, Volume 53, Issue 9, 2017, pp. 150-154.

5. Садуллаев Р., Хужаев И. К., Болтибаев Ш. К. Разработка обобщенного алгоритма расчета многозвенного магистрального газопровода в условиях суточной неравномерности расхода газа // Узбекский журнал: Проблемы информатики и энергетики, Ташкент, 2010. – №6. – С. 16-21.

НУТҚ ФОНЕМАЛАРНИ ТАНИШ УЧУН ИШЛАБ ЧИҚИЛГАН СУНЪИЙ НЕЙРОН ТҶРИ МОДЕЛИ

Дадаханов М.Х. – НамДУ, Информатика кафедраси катта ўқитувчиси, PhD.

Қурбонов М.Х. – НамДУ, I-курс Амалий математика ва ахборот технологиялари мутахассислиги магистри.

Бугунги кунда ишлаб чиқарилаётган дастурий маҳсулотларнинг фойдаланувчилар билан мулоқот интерфейсининг қулайлигига алоҳида эътибор берилмоқда. Албатта, ишлаб чиқарилган дастурий маҳсулотлар бирор амалий масалани ечиш учун қаратилиб, одамларнинг мушкулени осон қилади. Бунда, албатта, фойдаланувчи дастур орқали натижа олиш учун масалага тегишли бошланғич малумотларни киритиши ва дастур билан мулоқотга киришиши шарт. Фойдаланувчи ва дастур интерфейси ўртасидаги мулоқот соддалаштирилса ҳамда қулайлаштирилса, дастурга бўлган талаб ва эҳтиёж сезиларли даражада ортиши маркетинг тажрибаларида тасдиқланган. Ана шундай мақсадларда йирик фирма ва компаниялар томонидан дастур интерфейсига катта эътибор қаратилмоқда. Хусусан, Microsoft, Apple, Google ва бошқа кўплаб йирик фирмалар томонидан ишлаб чиқилган дастурлар интерфейсининг қулай ва содда бўлиши учун бармоқ, кўз имо-ишоралари орқали (Жест), товушли нутқ ва хатто тўғридан-тўғри бош мия импульслари орқали дастур билан мулоқот қилиш имкониятлари яратилмоқда. Масалан, Apple ва Google компанияларининг iOS ҳамда Android операцион тизимларининг бугунги мавқеи ва оммалаштиришида дастур интерфейсининг бармоқ ишоралари орқали ташкил этилиши, дастур интерфейсида ўзига хос қулайлик яратиб, бугунги кунда катта муваффақиятларга эришининг асосий сабабларидан бири бўлди.

Товушли нутқ инсонлар ўртасида мулоқотнинг энг қулай воситаси бўлгани сабабли фойдаланувчи ва дастур интерфейси ўртасидаги мулоқотни янада такомиллаштириш мақсадида дунё олимлари томонидан кўп йиллардан бери фойдаланувчи ва компьютерларнинг ўзаро товушли нутқ орқали мулоқотини ташкил этишга киришилган. Бу борада кўплаб салмоқли натижаларга эришиб келинмоқда. Хусусан, бугунги кунда муваффақиятли ишлаётган Google кидирув тизимининг нутқ сўровлари ёрдамидаги кидирув имкониятини, iOS ва Android тизимларида ташкил этилган кўплаб товушли дастур интерфейсларини мисол сифатида келтириш мумкин. Бироқ, юқорида таъкидлаб ўтилган, ҳозирда мавжуд товушли интерфейслар фақатгина инглиз, француз, немис, итальян, япон, испан, корейс, португал ва рус тиллари учун ишлаб чиқилган бўлиб, уларни бошқа тиллар учун, шу жумладан, ўзбек тили учун ҳам қўллаб бўлмайдиган [1]. Юқоридаги фикрлардан келиб чиқиб, бугунги кунда нутқни таниб олиш масаласи, қолаверса, ўзбек тилидаги нутқни таниб олиш масаласи катта аҳамият касб этмоқда.

Нутқни таниб олиш масаласини ҳал этишда, асосан, икки хил тамойилларга асосланилади:

- Овознинг асосий белгилари асосида таниб олиш;
- Лексик белгилар асосида таниб олиш.

Биринчи ёндашувда, аввалдан ёзиб олинган эталон билан солиштириш орқали нутқни таниб олиш амалга оширилади. Бу тамойил асосида ташкил этилганда нутқни таниб олиш алгоритми осонроқ бўлса-да, аммо лўғатдаги барча сўзларни аввалдан ёзиб олишни талаб этилади, бу ўз навбатида дастурчидан кўп меҳнатни ва компьютер хотирасидан катта жой талаб этиши билан турли қийинчиликлар туғдиради.

Иккинчи ёндашувда нутқни таниб олиш алгоритмини ишлаб чиқиш анча мураккаб бўлиб, бунда товуш сигналларидан фонема ва алфонлар каби лексик элементлар ажратиб олинади. Бу усул барча сўзларни аввалдан компьютер хотирасига киритиб қўйишни талаб этмаслик жихатидан

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

афзалликка эга. Натижада биринчи тамойилдаги каби муаммолар келиб чиқмаслиги таъминланади. Шу сабабли фонема ва алфонлар асосида нутқни таниб олиш алгоритмлари истикболли ҳисобланади [2].

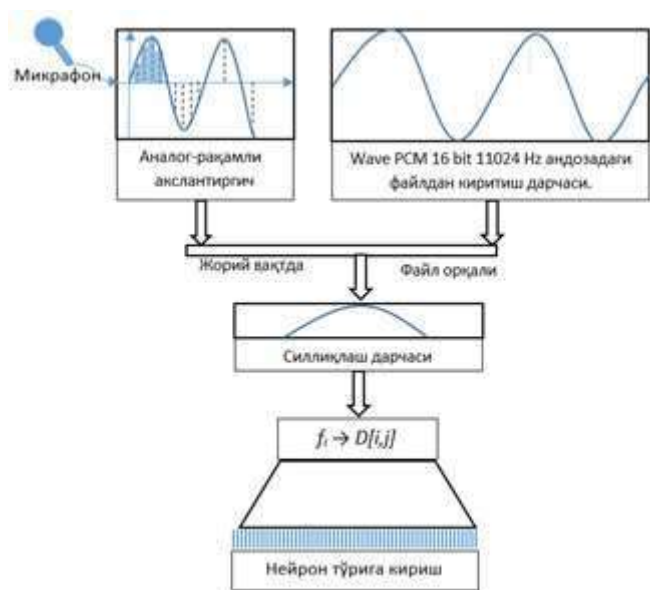
Ушбу мақолада ҳам келгусида ўзбек тилидаги нутқни таниб олиш масаласида қўллаш мумкин бўлган фонема ва алфонларни таниб олиш масаласи қўйилган.

Нутқни таниб олиш методларини қуйидаги синфларга ажратиш мумкин [3]:

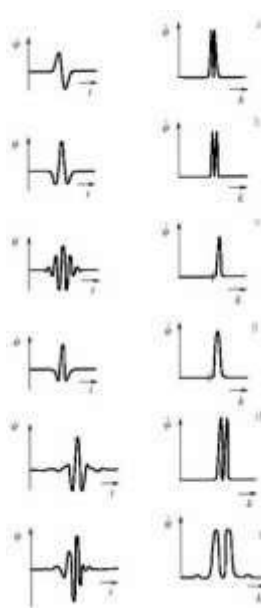
- Динамик дастурлаш;
- Байес дискриминацияси (Bayesian discrimination) га асосланган дискриминант таҳлил методлари;
- Яширин Марков моделлари (Hidden Markov Model);
- Нейрон тармоқлари (Neural networks).

Мақолада юқорида санаб ўтилган методлардан нейрон тармоқлари (Neural networks) яъни сунъий нейрон тўри (келгусида нейрон тўри дейилганда сунъий нейрон тўри назарда тутилади) модели асосида фонемаларни таниб олиш кўзда тутилган. Бугунги кунда нейрон моделлари тимсолларни таниб олиш масалаларини самарали ҳал этмоқда. Хусусан, нейрон моделларини нутқни таниб олиш масалаларига қўллаш орқали етарли натижаларга эришиш мумкин. Қолаверса, нутқни таниб олиш масаласи табиатда аъло даражада ўз ечимини топган яъни биологик нейрон тўри бу ишни ҳеч бир қийинчиликсиз уддаламоқда. Айни шу далиллар асосида ушбу мақолада қўйилган масалани ҳал этишда нейрон тўри моделидан фойдаланиш ғояси илгари сурилган.

Нутқни таниб олиш алгоритмларини ишлаб чиқишдан аввал аналогли товушларни рақамли товушларга айлантириш, рақамли товуш сигналларидан информатив белгиларни ажратиб олиш учун маълумотларга дастлабки ишлов бериш, сўнгра ишлов берилган сигналларни нейрон тўрига киритиб, нейронларни ўргатиш ва фонемаларни таниш масаласига қўллаш лозим. Ишлов берилган сигналларни нейрон тўрига киритишнинг схематик тасвири 1–расмда кўрсатилган.



1-расм



2- расм

Товуш сигналларини қабул қилиш жорий вақтда товуш карталари орқали ёки аудио файл орқали амалга оширилади. Товуш сигналларини қабул қилиш андозаси Microsoft Wave PCM кодлаш услуби ва дискретлаш частотаси 11024, 16 бит разряд талаблари асосида амалга оширилади. Ушбу талаблар инсон нутқи асосан 20 Гц дан 4000 Гц оралиғида бўлганлиги ва Котельников теоремасига асосан белгиланган. Нутқ товушларининг сифатини йўқотмаслик учун Котельников теоремасига кўра 8000 Гц дискретлаш частотасида қабул қилиш етарли. Бироқ, товуш карталарида стандартлашган 11012 Гц частотани олиш мақсадга мувофиқ.

Бизга N та нуқталарда ўлчанган f_i дискрет сигнал берилган бўлсин $\{f_1, f_2, f_3 \dots f_N\}$. Ушбу сигналда ўзгаришлар динамикаси кўзга ташланиши учун ундаги аҳамиятга молик бўлмаган шовқинларни ўчириб, кичик тебранишларни олиб ташлаб, силлиқлаш зарур. Берилган f_i сигнални силлиқлаш учун сирғанувчи ўрта қиймат усулидан фойдаланиш мумкин. Бунда ҳар-бир нуқтадаги сигнал қиймати бошқаларига нисбатан ўрта қиймат ҳисобланади ва бу унинг янги қиймати бўлади.

5-ШҶЪБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Қаралаётган i нуктанинг сирғанувчи ўрта қийматини топиш учун K та аввалги ва кейинги нукталардаги қийматларнинг ўрта арифметиги ҳисобланади [4], яъни қуйидаги формула ёрдамида ифодалаш мумкин:

$$f'_i = \frac{1}{2K+1} (f_{1-K} + f_{1-K+1} + \dots + f_i + \dots + f_{i+K}).$$

ёки қисқароқ шаклда:

$$f'_i = \frac{1}{2K+1} \sum_{j=-K}^K f_{i+j}$$

Сунъий нейрон тўри модели турлича талаффуздаги яъни турли частота ва фазаларда ҳам фонемаларни танишни тезроқ ўрганиб олиши ҳамда юқори аниқлик билан таниши учун нутқ сигналлари силликланганидан сўнг, сигналларни нормаллаштириш катта аҳамиятга эга. Бунинг учун нутқ сигналларини қуйидагича нормаллаштириш мумкин:

$f''_i = \frac{f'_i}{|f'_i|}, |f'_i| = (\sum_{i=0}^N (f'_i)^2)^{\frac{1}{2}}$. бунда f'_i векторининг ҳар бир ташкил этувчиси вектор узунлигига бўлинади.

Товуш сигналларига дастлабки ишлов берилганидан сўнг, бу сигналлар қайси фонемани ифодалашини нейрон тўри хулоса қилиб бериши лозим. Бунинг учун қуйида нейрон тўри моделининг топологиясини келтирамыз.

Бизга маълумки, ўзбек алифбосида 26 та ҳарф ва 3 та ҳарфлар бирикмаси мавжуд. Демак, ўзбек тилида 29 та фонема мавжуд бўлиб, улардан 6 таси унли ва 23 таси ундош фонемалардир.

Шу ўринда таъкидлаш жоизки, мустақилликка эришганимиздан сўнг лотин алифбосини танлаб, тўғри йўл тутганимиз қуйидаги далиллар асосида яна ҳам равшан бўлади.

- Алифбодан фойдаланувчи тилдаги фонеманинг ўз ҳарфи бўлиши керак.

Ўзбек араб алифбосида, масалан, ўзбек тилининг унли фонемалари ҳарф билан таъминланмаган. Ўзбек кирилл алифбосида бир унли фонема (от - "исм" сўзидаги унлига) ва бир ундош фонема (жуда сўзидаги биринчи ундошга) алоҳида ҳарф сифатида олинмаган. Шундай ҳолат ўзбек лотин алифбосида ҳам мавжуд. Шунга карамай, бу талаб жиҳатидан ўзбек лотин алифбоси ўзбек кирилл алифбоси ва ўзбек араб алифбосидан устун туради [5].

- Алифбода шу тилда йўқ фонема учун ҳарф бўлмаслиги керак, ҳарфлар фақат шу тилда бор фонемалар учун олинishi керак.

Ўзбек араб алифбосида барча ислохотлардан кейин ҳам иккита араб фонеманинг ҳарфлари (ҳойи хўтти, аъйн ҳарфлари) сақланиб қолди. Ўзбек кирилл алифбосида биргина ҳарф (ц) бошқа тил фонемасини кўрсатишга хизмат қилади. Ўзбек лотин алифбосида эса бундай ҳарфий ортиқчалик йўқ. Демак, бу талаб жиҳатидан ўзбек лотин алифбоси колган икки алифбомиздан устун туради [5].

Албатта, ўзбек лотин алифбосининг бошқа афзалликлари ҳам мавжуд бўлиб, юқорида фақатгина фонемага оид афзалликларигина санаб ўтилди, холос. Қолаверса, ўзбек лотин алифбосининг юқорида санаб ўтилган афзалликлари нутқ товушларини таниб олиш масалаларини ҳал этишда дастурчи муҳандисларга катта енгиллик яратади. Бу фонемаларнинг асосини ташкил этувчи айрим вейвилетлар 2-расмда тасвирланган.

Ҳар бир нейрон мос равишда ўзининг фонемасини танишни ўрганади. Масалан, биринчи нейрон фонема [а] ни, иккинчи нейрон фонема [б] ни ва ҳоказо. Демак, нейрон тўри моделида 29 та нейрон қатнашади.

Нейрон модели товуш сигналларининг ҳар бир частота, амплитуда ва вақт бўйича параметрларини ҳис этиши учун f''_i векторни қуйидагича акслантирамыз:

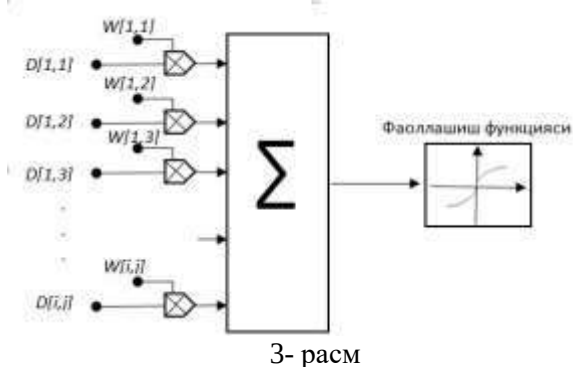
$f''_i \rightarrow D[i, j]$, f''_i сигнал T_i вақтда A_j амплитуда қийматига эга бўлса, $D[i, j] = 1$, акс ҳолда $D[i, j] = 0$ бўлади, яъни қуйидаги формула асосида акслантирилади:

$$D[i, j] = \begin{cases} 1, \text{агар } f''_j = j \\ 0, \text{агар } f''_j \neq j \end{cases}, i = 1 \dots n, j = 1 \dots m$$

n —товушли маълумотни блоклаб олишдаги блокнинг ҳажми, m —товуш тўлқини амплитудасининг максимал қиймати.

$D[i, j]$ матрицани нейронларнинг бирига киритишнинг схематик кўринишини келтирамыз:

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ



3- расм

3-расмда тасвирланганидек, ҳар бир нейронга кириш сигналлари $D[i, j]$ ни мос вазнлар $W[i, j]$ га кўпайтирилади яъни синапс кучлари таъсир этади. Кириш сигналларига синапс кучлари таъсиридан сўнг барча кўпайтмаларнинг йиғиндиси Net ҳисобланади. F фаоллашиш функцияси ёрдамида нейроннинг фаоллиги ҳисобланиб, чиқиш сигнали Out га узатилади. Таъкидлаб ўтилган ғояни формал кўринишда қуйидагича ёзиш мумкин:

$$S[i, j] = D[i, j]W[i, j].$$

$$Net = \sum_{k=1}^{i \cdot j} S_k[i, j]$$

$$Out = F(Net)$$

$$F = 1, Net > T$$

$$0, Net \leq T, T - \text{муайян чегаравий қиймат.}$$

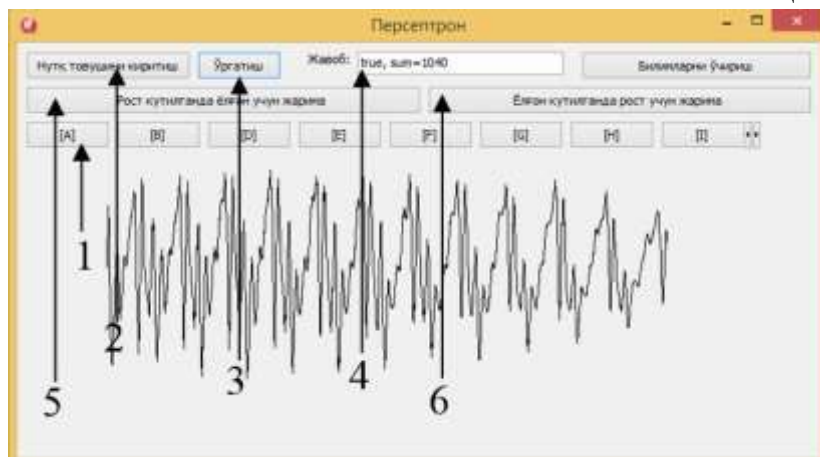
Юқорида келтирилган нейрон модели фонемаларни таниб олиши учун аввал нейронларни ўргатиш лозим. Бунинг учун нейроннинг тўғри ва нотўғри жавоблари учун унга рағбатлантириш ва жарималарни жорий этиб, ўргатишни ташкил этиш лозим. Шу тариқа нейрон билимларини бойитиб борамиз. Нейрон киритилган сигналларни мос равишда ўзининг фонемаси деб таниса, рост, акс ҳолда ёлғон жавоб беради, яъни агарда нейрон рост жавоб бериши лозим бўлган кириш сигналлари $D[i, j]$ учун ёлғон жавобни берса, синапс вазнлари $W[i, j]$ дан кириш сигналлари $D[i, j]$ ларни мос равишда қўшамиз. Агарда нейрон ёлғон жавоб бериши лозим бўлган кириш сигналлари $D[i, j]$ учун рост жавобни берса, синапс вазнлари $W[i, j]$ дан кириш сигналлари $D[i, j]$ ларни мос равишда айирамиз. Агарда нейрон рост жавоб бериши лозим бўлган кириш сигналлари $D[i, j]$ учун рост ва ёлғон жавоб бериши лозим бўлганда ёлғон жавобни берса, синапс вазнлари $W[i, j]$ ҳеч қандай ўзгаришсиз қолдирилади.

Нейрон тўри модели дастурининг шу тарздаги ишлашини 4-расмда келтирамиз.

- Аввалам бор нейронга қайси фонемани таниш ўргатилишини белгилаб берамиз. Бунинг учун дастур интерфейсидан бирор фонемани танлаймиз 4-расм, 1.
- Нутқ товушини киритамиз. Бунинг учун “Нутқ товушини киритиш” тугмаси босилади 4-расм;
- “Ўргатиш” тугмаси танлаймиз 4-расм, 3;
- Натижани таҳлил қиламиз 4-расм, 4;
- Агар рост жавоб кутилганда нейрон ёлғон жавобни берса, “Рост кутилганда ёлғон жавоб” тугмасини танлаб, нейрон жазоланади 4-расм, 5;
- Агар ёлғон жавоб кутилганда нейрон рост жавобни берса, “Ёлғон кутилганда рост жавоб” тугмасини танлаб, нейрон жазоланади 4-расм, 6;

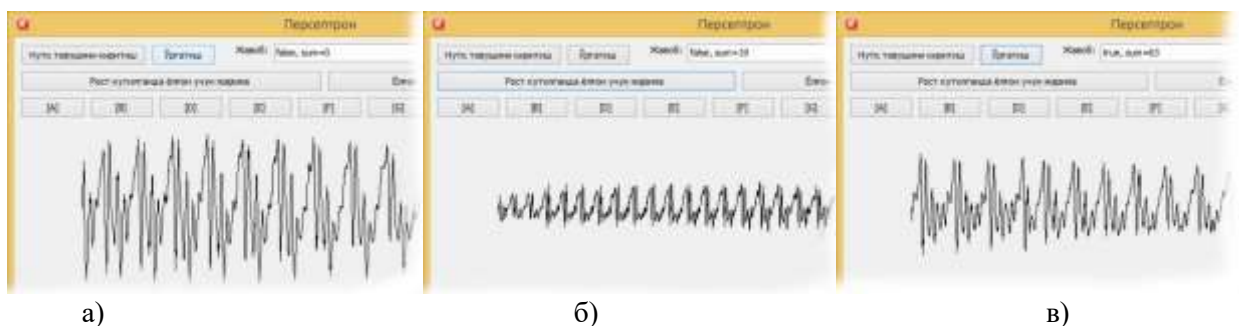
Бу жараён турлича талаффузларда, бошқа фонемаларда ва шовқинларда бир неча маротаба такрорланиб, нейроннинг билимлари орттириб борилади. Натижада нейрон ўзининг фонемасини турли ҳолларда талаффуз этилганида ҳам таний бошлайди. Албатта, нейрон етарли билим олганидан сўнг унинг билимлар базасини доимий хотирага сақлаб қўйилади ва келгусида амалда қўлланилади. Мана шу тартибда барча фонемалар ўргатилиб, тайёр бўлганидан сўнг фонемаларни таниш масаласида фойдаланиш мумкин бўлади.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ



4-расм

5-расмда нейроннинг бошланғич билимларининг шаклланиш жараёнини келтирамиз. Бунда [А] фонемани таниш ўргатилган. Бошланишига фақат [А] фонеманинг турлича талаффузларини танишни ўргатамиз.



5-расм

Табиийки, биринчи уринишда нейрон нотўғри жавоб беради ва бу ҳолда “Рост кутилганда ёлғон жавоб” тугмасини танлаб, нейрон жазоланади 5-расм а). Иккинчи уринишда яна бошқа талаффуздаги [А] фонема учун нейрон нотўғри жавоб берди ва бу ҳолда ҳам “Рост кутилганда ёлғон жавоб” тугмасини танлаб, нейрон жазоланади 5-расм б). Учинчи уринишда яна бошқа талаффуздаги [А] фонема учун нейрон тўғри жавоб берди ва бу ҳолда нейронга ҳеч қандай жарима қилинмайди 5-расм в). Мана шу жараён бошқа фонемалар учун ҳам бажарилади.

Юқорида келтирилган алгоритм ва нейрон моделининг дастур кодларини келтирамиз.

Нейрон билимларини юклаш процедураси:

```
function lomatrix(x:string):tmatrx;
var f: textfile; i,j: word; n:integer;
begin
  assignfile(f,x); reset(f);
  i:=1; j:=1;
  while not eof(f) do begin
    while not eoln(f) do begin      read(f, n);      result[i,j]:=n;      j:=j+1      end;
      readln(f); i:=i+1;j:=1;
    end;
  closefile(f)
end;

Нутқ товушларини киритиш процедураси
procedure TForm1.BInput(Sender: TObject);
var l,r,i,j:integer; f,mf,x:real;
begin
  mf:=modle_f(fi);
  for I := l to r do
  begin
```

5-ШҶЪБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

```
fi[i]:=((fi[i-5]+fi[i-4]+fi[i-3]+fi[i-2]+fi[i-1]+ fi[i]+fi[i+1]+fi[i+2]+fi[i+3]+fi[i+4]+fi[i+5])/11);
fi[i]:=fi[i]*f/100;
end;
for I := 1 to t1 do
for j := 1 to t2 do
d[i,j]:=0; f:=(r-l+1)/t1;
for I := l to r do
begin
fi[i]:=(1+fi[i]/mf)*100; j:=trunc((i-l+1)/f+1); d[j,trunc(fi[i])]:=1;
end;
pb1.Canvas.Refresh; pb1.Canvas.MoveTo(0,100); l:=0;
for I := 1 to t1 do
for j := 1 to t2 do
if d[i,j]=1 then begin pb1.Canvas.LineTo(i,j); l:=l+1 end;
end;
Ўрганиш процедураси:
procedure TForm1.BLearn (Sender: TObject);
var s:tmatrix; i,j, net:integer;
begin
net:=0;
for i := 1 to t1 do
for j := 1 to t2 do
begin s[i,j]:=d[i,j]*w[i,j]; net:=net+s[i,j] end;
if net>=T then
e_out.Text:='true, sum='+inttostr(Net)
else
e_out.Text:='false, sum='+inttostr(Net)
end;
Нотўғри жавоблар учун жазолашлар процедуралари:
procedure TForm1.B_byFalse(Sender: TObject);
var i,j:integer;
begin
for I := 1 to t1 do
for j := 1 to t2 do
w[i,j] := w[i,j] +d[i,j];
wrmatrix(w)
end;

procedure TForm1.B_byTrue (Sender: TObject);
var i,j:integer;
begin
for i := 1 to t1 do
for j := 1 to t2 do
w[i,j] := w[i,j]-d[i,j];
wrmatrix(w)
end;
```

Оқорида келтирилган параметрлар асосида нейрон модели ишлаб чиқилиб, нутқ фонемаларни таниш масаласига татбиқ этилди. Ишлаб чиқилган нейрон моделига ўзбек тилидаги барча нутқ фонемалар турли шароитларда ўрнатилганидан сўнг, фонемаларни реал вақтда таниб олишига эришилди. Шунингдек олиб борилган тадқиқотлар ва тажриба синовлари натижасида, ишлаб чиқилган нейрон моделини янада такомиллаштириш имкониятлари аниқланди. Хусусан, нейрон моделини ўзбек тили грамматикаси қоидалари билан бойитиш орқали янада самарали натижалар олиниши аниқланди. Келгусида ушбу олинган натижалар асосида ўзбек тилидаги нутқ сўзларини таниш масаласига тадбиқ этиш режалаштирилган.

АДАБИЁТЛАР

- 1.Настройки команды "О'кей Google", <https://support.google.com/websearch/answer/6031948?hl=ru>.
2. Синтез и распознавание речи. Современные решения, Александр Фролов, Григорий Фролов, 2003.

5-ШҶЪБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

3. Распознавание речи, www.ru.wikipedia.org/wiki/Распознавание_речи.
4. Обработка сигналов. Юкио Сато, 1999.
5. Янги ўзбек лотин алифбосининг афзалликлари., <http://forum.islom.uz/smf/index.php?topic=30133.0>.

БИНАР ТАСВИРНИ КОНТУР ТАСВИРГА НОРАВШАН ТўПЛАМ НАЗАРИЯСИДАН Фойдаланиб Алмаштириш

Дадаханов М.Х., НамДУ, Информатика кафедраси катта ўқитувчиси, PhD

Давронов М.М. – НамДУ, амалий математика ва ахборот технологиялари мутахассислиги
магистри.

Абдуғаниев Х.Х. - НамДУ, амалий математика ва ахборот технологиялари мутахассислиги
магистри.

Кириш. Рақамли тасвирларни қайта ишлаш ва таниб олиш билан боғлиқ илмий-амалий масалаларни ҳал этишда тасвирларнинг идентификацион белгиларини ажратиш олиш (аниқлаш) масаласи муҳим ҳисобланади. Белгиларни аниқлаш усуллари кўп, лекин тасвирнинг сифатига ва турли ҳалақитларга нисбатан турғун бўлган ишончли усулни топиш зарур.

Охирги йилларда тасвирдаги объектнинг контур чизиқларини ажратишга мўлжалланган бир неча алгоритмлар ишлаб чиқарилган [1-3]. Аммо, реал тасвирларнинг катта бир қисмида тасвирланган объектлар табиий бўлиб, турли сабабларга (масалан, атроф-муҳитнинг ёритилишига ёки суратга олишнинг бошқа шароитига) кўра уларни ажратиш турувчи аниқ чегарага эга эмас. Шунинг учун турли тасвирлардаги объектларнинг контур чизиқларини ажратишга мўлжалланган алгоритмларни ишлаб чиқиш ва уларни такомиллаштириш билан боғлиқ масалалар тасвирларга рақамли ишлов бериш технологиясининг энг долзарб масалалари тоифасига киради.

Ушбу марузанинг асосий мақсади норавшан тўплам назариясига таянган ҳолда тасвирлардаги объектлар чегарасини характерловчи контур чизиқларни қидириш алгоритмининг ишлаб чиқишдан иборат.

Таклиф қилинган алгоритмларнинг асосий ғояси норавшан “орторма” “катта”, “кичик” каби тушунчаларга таянган ҳолда тасвирни ҳар бир элементи атрофини таҳлил қилиш асосида норавшан кичик ва норавшан катта ортималарни аниқлашдан иборат. Бунда норавшан катта ортималарга тасвирдаги объектларнинг чегаравий (контур) чизиқлари мос келади, кичик ортималарга эса - тасвирдаги шовқин (ёки уни сифатини бузувчи) пикселлар тўплами мос келади.

Муаммо ва мавжуд ечимлар таҳлили. Тасвирнинг контур чизиқлари ҳақидаги маълумотлар рақамли тасвир кўринишида берилган объектларни таниб олиш тизимлари учун жуда муҳим ахборот ҳисобланади [5-8]. Ҳозирги пайтда тасвирдаги контур чизиқларини ажратиш масаласини ечиш учун асосан уч усулдан кенг фойдаланилади [1-6].

1. *Градиент усули.* Бу усулнинг асосий ғояси биринчи тартибли дискрет дифференциаллардаги энг катта (кескин) ўзгаришларни, яъни градиент векторлари модулларининг максимумларини, қидириш асосида контур чизиқларини ажратишдан иборат.

2. *Лаплас усули.* Мазкур усулнинг асосий ғояси барча йўналишлар бўйича олинган иккинчи тартибли дискрет ҳосилаларни қўшиш (яъни Лапласиан) асосида контур чизиқларини ажратишдан иборат. Бу жуда тез ишлайди, аммо контурларни ажратиш олиш аниқлиги бошқа усулларга нисбатан паст. Шунинг учун контур чизиқларини ажратиш билан боғлиқ амалий масалаларни ҳал қилишда мазкур усуллардан ҳам диққатли фойдаланилмайди.

3. *Статистик усул.* Статистик усулнинг асосий ғояси таҳлил қилинаётган пиксел атрофидаги пикселлар ёрқинликларининг ўртача квадратик оғишини ҳисоблаш асосида контур чизиқларини ажратишдан иборат. Бу усул катта ҳисоблаш ресурсларини талаб қилади. Шу сабабли контур чизиқларини ажратиш билан боғлиқ амалий масалаларни ҳал қилишда ундан диққатли фойдаланилмайди.

Шундай қилиб, мавжуд илмий адабиётларни, хусусан [1-8], таҳлил қилиш натижасида қуйидаги хулосага келиш мумкин: 1) ҳозирги пайтда ишлаб чиқилган контур чизиқларини ажратиш усуллари ва алгоритмлари, асосан, идеал тасвирдаги объектларнинг чегара чизиқларини ажратишга мўлжалланган; 2) тасвир кўринишида берилган объектларни таниб олиш тизимлари реал тасвирлар билан ишлайди ва уларда тасвирланган объектлар табиий бўлиб, турли сабабларга кўра уларни аниқ чегараси тасвирда бузилиб кетади. Шу сабабли мазкур масалани ҳал қилишга мўлжалланган усуллар ва алгоритмларни ишлаб чиқиш, ҳамда мавжуд усулларни такомиллаштиришга қаратилган илмий тадқиқот ишларини амалга ошириш зарурати мавжуд.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Масаланинг қўйилиши. Фараз қилайлик, берилган бошланғич кулранг тасвир $W \times H$ пикселдан иборат бўлсин. Агар $I(x_1, x_2)$ ёрқинлик функциясининг $x_1 = i$, $x_2 = j$ нуқтадаги қиймати x_{ij} ($x_{ij} = I(i, j)$, $1 \leq i \leq W, 1 \leq j \leq H$) бўлса, у ҳолда мазкур тасвир қўйидаги $W \times H$ ўлчовли X матрица билан ифодалаш мумкин: $X = \|x_{ij}\|_{W \times H}$.

Фараз қилайлик қаралаётган тасвирнинг ҳар бир $W_0 \times H_0$ ($W_0 \ll W$, $H_0 \ll H$) қисми (фрагменти) учун катта орттирмага эга бўлган пикселлардан иборат E тўплами берилган бўлсин. У ҳолда асосий масала E тўпламининг элементларини таҳлил қилишга таянган ҳолда тасвирдаги контур чизиқларни ажратишга мулжалланган A алгоритмни қуришдан иборат.

Масалани ечиш усули. Ушбу марузада контур чизиқларини ажратиш муаммосининг ўзига хос хусусиятларини, хусусан, тасвирдаги объектларни чегараловчи чизиқларнинг норавшан эканлигини ҳисобга олган ҳолда махсус ёндашув таклиф қилинган. Таклиф қилинган ёндашув асосида тасвирдаги объектнинг чегаравий контур чизиқларини ажратиш учун норавшан тўплам назарияси тушунчалар асосида махсус алгоритмлар синфи ишлаб чиқилди. Унинг асосий ғояси берилган тасвирнинг ҳар бир элементи учун норавшан орттирмаларни ҳисоблаш ва уларни таҳлил қилишдан иборат. Норавшан тўплам аппарати таянган ҳолда ишлаб чиқилган контур ажратиш алгоритмлари қуйидаги асосий босқичларни ўз ичига олади.

1. *Асосий элемент атрофини аниқлаш ва унда орттирмаларни шакллантириш.*
2. *Норавшан орттирмаларни теги шилик функциясини қуриш.*
3. *Норавшан орттирмаларнинг қийматларини ҳисоблаш.*
4. *Қарор қабул қилиш.*

Шундай қилиб, биз норавшан тўплам назариясига таянган ҳолда қурилган алгоритмларнинг асосий босқичларни санаб ўтдик. Таклиф қилинган алгоритмларни ишга яроқли ёки яроқли эмаслигини кўрсатиш учун экспериментал тадқиқот ўтказиш керак.

Экспериментал тадқиқот. Юқорида қаралган алгоритмларни синовдан ўтказиш учун қўйидаги экспериментал тадқиқот амалга оширилди. Ушбу экспериментал тадқиқотнинг натижасини объектив боҳолаш мақсадида қўлда ёзилган босма ҳарфларни таниб олиш масаласи қаралган. Бошланғич маълумотлар сифатида босма ҳарфлар билан қўлда ёзилган ҳарфлардан иборат ва бир хил тузилмага эга бўлган тасвирлар олинди. Тасвирдаги символларни ўқиш (таниб олиш) эталон объект билан таққослаш усули асосида бажарилади.

Тадқиқот натижалари. Турли хил тасвирлардаги априор ахборотни ҳисобга олган ҳолда уларга мослашиш имконияти борлиги билан мазкур алгоритмлар бошқалардан фарқ қилади. Юқорида такидлаб ўтилганидек, синов масаласи сифатида турли кишилар томонидан ёзилган босма ҳарфларни таниб олишда контур чизиқларини ажратиш масаласи қаралган. Ушбу таниб олиш масаласини ечишда, олдин берилган тасвирларнинг контур чизиқлари ажратилади, сўнг уларни эталон объектлар билан таққослаш амалга оширилади. Таққослаш ҳар бир белгини характерловчи занжирли код асосида амалга оширилади [3]. Таклиф қилинган усул ва Канни усули билан контур чизиқлари ажратилди. Ажратилган контур чизиқларни таҳлил қилиш асосида ҳар бир белги учун занжирли код аниқланди. Олинган натижалар таклиф қилинган усули билан контур чизиқлари ажратиб олгандан сўнг уларни таниб олиш натижалари, Канни усули билан контур чизиқлари ажратиб олгандан сўнг уларни таниб олиш натижаларига нисбатан юқори эканлигини кўрсатади.

Тадқиқот натижаларини баҳолаш. Ишлаб чиқилган алгоритмлар традицион контур ажратиш алгоритмларидан шу билан фарқ қиладики, уларда тасвирлардаги объектларни чегараловчи чизиқларнинг аниқмаслиги ҳисобга олинган. Шу сабабли бу алгоритмларда фақат тасвирларда маълум бир типдаги ҳалақитлар бўлган ҳолда ишлатгандагина яхши натижа беради. Идиал ҳолга яқин бўлган тасвирлар учун таклиф қилинган алгоритмлардан фойдаланиш яхши натижа бермайди. Бундай ҳолда традицион алгоритмлардан фойдаланиш мумкин.

Экспериментал тадқиқотни ўтказиш даврида олинган натижалар қуйдагиларни кўрсатади: таклиф қилинган алгоритмлар синфи мавжуд алгоритмларга алтернатив эмас, балки уларни тулдирувчи алгоритмлардир; берилган тасвир идеал тасвирга яқин бўлган ҳолларда традицион алгоритмлардан фойдаланиш керак; берилган тасвирда турли ҳалақитлар бўлган ҳолда таклиф қилинган алгоритмлардан фойдаланиш керак.

Хулоса. Тасвирдаги объектларни ажратиш турувчи чегара чизиқларининг ўзига хос хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда махсус ёндашув таклиф қилинган. Ушбу ёндашувга таянган ҳолда контур чизиқларини ажратиш алгоритмлари ишлаб чиқилди. Бу алгоритмлар норавшан тўплам аппарати асосида қурилган бўлиб, уларнинг бошқа контур ажратиш алгоритмларидан асосий фарқи

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

бир қатор параметрлар ёрдамида тасвирдаги турли хил ҳалақитларга мослашиш имкониятига эга эканлигидадир.

АДАБИЁТЛАР

1. Гонзалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
2. Грузман И.С., Киричук В.С., Косых В.П. и др. Цифровая обработка изображений в информационных системах. – Новосибирск: НГТУ, 2002. – 352 с.
3. Методы компьютерной обработки изображений / Под ред. В.А. Сойфера. – 2-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2003. – 748 с.
4. Kerre E., Nachttegaal M. Eds. Fuzzy Techniques in Image Processing. – New York: Springer -Verlag Heidelberg, 2000. – 429 p.
5. Визильтер Ю.В. Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения. – М.: Физматкнига, 2010. – 672 с.
6. Шапиро Л., Стокман Дж. Компьютерное зрение. – М.: Бином, 2006. – 752 с.
7. Форсайт Д., Понс Ж. Компьютерное зрение. Современный подход. – М.: Вильямс, 2004. – 928 с.
8. Szeliski R. Computer Vision: Algorithms and Applications. – New York: Springer, 2011. – 812 p.

AXBOROT-KOMMUNIKATSIYA TEXNOLOGIYALARI YORDAMIDA DARS SAMARADORLIGINI OSHIRISH

Dadaxanov Musoxon Xoshimxonovich – *NamDU, Informatika kafedrası katta o'qituvchisi, PhD.*
Boymirzayev Ulmasbek Sarbarali o'g'li – *NamDU, Amaliy matematika va axborot texnologiyalari mutaxassisligi magistri*

Bizga ma'lumki, biror tushunchani talabaga o'rgatishda avvalo bu tushunchaning mazmun-mohiyatini tushuntirishda nazariy bilimlarni o'qitish muhimdir. Nazariy bilimlarni mustahkamlash maqsadida uning amaliy ahamiyati to'g'risida ham muhim tushuncha berish zarurdir. Bunday o'qitish usuli albatta o'quvchi-talabaning bu tushunchalarni o'rganishda tafakkurini kengaytirib, o'quvchi-talabalarning fanga bo'lgan qiziqishi va ularning nazariy bilimlarini amaliy mashqlarga tatbiq etish bilan amalga oshiriladi. Biz bu jarayonni aniq integral tushunchasini o'qitishda kompyuter texnologiyasining roli, uning imkoniyatlari hamda afzalliklarini ko'rsatib o'tamiz. Aniq integral tushunchasi matematik analizning eng muhim tushunchalaridan biridir. Bu tushunchaning tatbiqlari egri chiziqli bilan chegaralangan yuzalar, egri chiziqli yoy uzunligi, hajmlar, bajarilgan ishlar, yo'llar, inersiya momentlari va hokazolarni hisoblash masalasi bilan bog'liq.

Aniq integralni topishda ba'zan masalani yechish birmuncha murakkab yo'llar orqali amalga oshirilishi mumkin bo'lib, aniq integralni hisoblash uchun talaba integrallash jadvalini va qoidalarini yaxshi o'zlashtirgan bo'lishi kerak. Shuningdek ba'zi funksiyalarning aniq integralini topish jarayoni talabalardan bo'laklab integrallash va o'zgaruvchi kiritib integrallashni ham talab qiladi, ya'ni integralni topishda an'anaviy usulda ish ko'rishga ham to'g'ri keladi. Biz buni istisno qilmagan holda, funksiyaning aniq integralini topishning kompyuter texnologiyasidan foydalanib topish usulini taqdim qilamiz.

Bu jarayonni amalga oshirish uchun Maple 12 tizimining intellektual quvvatidan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Aniq integralni hisoblash uchun kompyuter algebrasi Maple 12 tizimining maxsus dars dasturi mavjud bo'lib, hozirgi davrda bunday masalalarni yechilishini osonlashtirmoqda. Shu bilan birga, bu tizimning intellektual imkoniyatlari matematika fanini o'qitish jarayonining samaradorligini oshirishga keng yo'l ochmoqda.

Maple 12 tizimida $\int f(x)dx$ aniqmas integralni hisoblashda 2 ta buyruq ishlatiladi:

1) to'g'ridan-to'g'ri ijro etish – **int(f, x)**, bu yerda **f** – integral osti funksiyasi, **x** – integrallash o'zgaruvchisi;

2) ijro etish bekor qilingan – **Int(f, x)** – bu yerda parametrlar ham to'g'ridan-to'g'ri ijro etish – **int** buyrug'i kabi. **Int** buyrug'i ekranda integralni matematik formulasini analitik ko'rinishda beradi.

$$\int_a^b f(x)dx$$

Aniq integralni hisoblashda **int** va **Int** buyruqlarda integrallash chegaralari ko'rsatiladi.

Agar integrallash buyrug'ida **continuous: int(f, x, continuous)** qo'shilsa, u holda *Maple* integralash oralig'ida integral osti funksiyasining mumkin bo'lgan ixtiyoriy uzilishlarini bekor qiladi. Bu cheklanmagan funksiyalardan xususiy bo'lmagan integrallarni hisoblash imkonini beradi. Agar **int** buyruq parametrida, masalan, **x=0..infinity** ko'rsatilsa, u holda integrallashning cheksiz chegarali bilan xususiy bo'lmagan integrallar hisoblanadi.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Sonli integrallash **evalf(int(f, x=x1..x2), e)** buyrug'i orqali amalga oshiriladi, bu yerda **e** – hisoblash aniqligi (nuqtadan keyingi belgilar soni).

Odatda aniq integralni topish quyidagicha bajariladi:

Misol. $\int_{-1}^2 (x^2 + 2x + 1) dx$ aniq integralni hisoblang.

Bu funksiyaning aniq integrali $\int_{-1}^2 (x^2 + 2x + 1) dx = \left(\frac{x^3}{3} + 2 \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_{-1}^2 = \left(\frac{x^3}{3} + x^2 + x \right) \Big|_{-1}^2 =$

$\left(\frac{2^3}{3} + 2^2 + 2 \right) - \left(\frac{(-1)^3}{3} + (-1)^2 + (-1) \right) = \frac{8}{3} + 6 + \frac{1}{3} + 1 - 1 = 9$. dan iboratdir. Bu aniq integralni hisoblashda

N'yuton-Leybnis formulasidan foydalanilib ish ko'rildidi.

Masalan, yuqoridagi buyruqlardan kelib chiqqan holda Maple 12 tizimida yuqoridagi aniq integral quyidagicha topiladi:

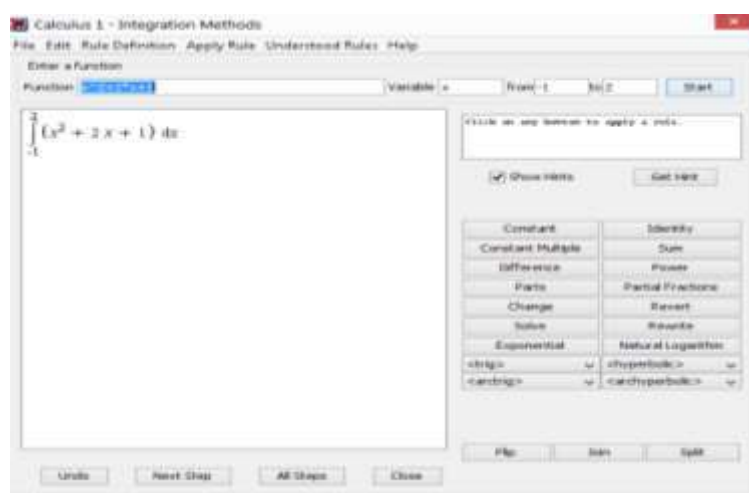
> **Int((x^2+2*x+1),(x=-1..2)) = int((x^2+2*x+1),(x=-1..2));**

$$\int_{-1}^2 (x^2 + 2x + 1) dx = 9$$

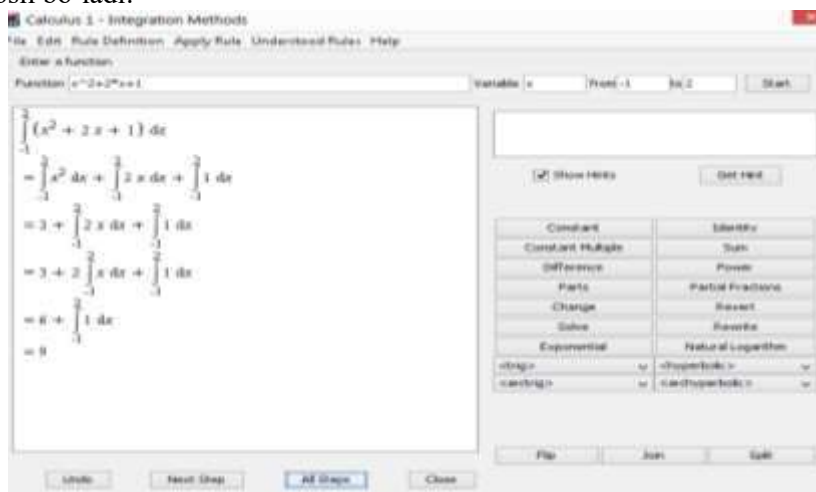
Shuningdek Maple 12 tizimining shunday dars dasturi mavjudki yuqoridagi aniq integralni topishda quyidagi jarayon bajariladi.

1) Maple 12 dasturi ishga tushiriladi.

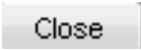
2) **Student[Calculus1][IntTutor]((x^2+2*x+1),(-1..2));** buyrug'i terilib **Enter** tugmasi bosiladi, bu jarayon bajarilishida quyidagi ko'rinishdagi muloqot oynasi paydo bo'ladi hamda keyingi bosqichga o'tishga tayyor bo'ladi:



3) Bu oynadan **All Steps** tugmasi bosilib quyidagi muloqot oynasi paydo qilinadi hamda misolning yechilish jarayoni ekranda hosil bo'ladi:



5-ШҶЪБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

4) Hosil bo'lgan muloqot oynasidan  tugmasi bosilib

$$\int_{-1}^2 (x^2 + 2x + 1) dx = 9$$

javob ishchi varaqda hosil qilinadi.

Demak, $\int_{-1}^2 (x^2 + 2x + 1) dx$ ning aniq integrali 9 ga teng ekan.

Yuqoridagi ma'lumotlardan ko'rinadiki, o'quvchi-talaba bu jarayondan foydalanishda kompyuter texnologiyasining imkoniyat va dasturlarini tushunish bilan birgalikda, uni amalga oshirish yo'llarini ham bilishi talab etiladi. Shundagina ta'lim jarayonida axborot va kompyuter texnologiyalaridan foydalanish uchun keng imkoniyatlar yaratiladi. Buni bevosita o'quvchi-talabalarning fan bo'yicha mustaqil ishlarini bajarishda ko'rish mumkin. Albatta bunday texnologiyalar yordamida dars o'tish o'quvchi-talabaning mavzuni tushunishiga keng imkoniyat yaratadi hamda dars sifat va samaradorligini oshirishiga yordam beradi degan fikrdamiz.

ЙЎЛ БЕЛГИЛАРИ ТАСВИРЛАРГА ДАСТЛАБКИ ИШЛОВ БЕРИШ АЛГОРИТМЛАРИ

Дадаханов М.Х. – НамДУ, Информатика кафедраси катта ўқитувчиси, PhD.

Якубов Ж.Р. – АДУ, Компьютер илмлари ва дастурлаш технологияси мутахассислиги I курс магистри.

Йўл белгилари тасвири бўйича идентификация қилиш усул ва алгоритмлари тасвирларни қайта ишлашнинг тез ривожланаётган ва истикболли йўналишларидан бири ҳисобланади. Ушбу усул ва алгоритмлар йўл ҳаракатини назорат қилиш, тирбандлик ва бошқа жараёнларда кенг фойдаланилади.

Белгини идентификация қилиш, таниб олиш ва тасвирларни қайти ишлашда кўпинча ёрқинлик диапазони катта бўлмаган ва контрасти етарли бўлмаган тасвирлар билан ишлашга тўғри келади. Тасвирлардаги бу камчиликлар тизимларнинг йўл белгиларини таниб олиш аниқлигини сезиларли даражада пасайтириб юборади. Бу каби тасвирларнинг визуал кўринишини яхшилаш учун кўплаб алгоритмлар мавжуд. Энг кўп мос келадиган алгоритм ва унинг параметрларини танлаш ишлов берилаётган тасвирга боғлиқ ҳолда танланади. Ёрқинлик даражасини текислаш алгоритмларидан энг кенг тарқалганлари Auto Levels, Single-Scale Retinex, Multi-Scale Retinex алгоритмлари ва унинг модификациялари ҳисобланади.

Auto Levels алгоритми барча каналлар бўйича интенсивликни текислаш ҳисобига тасвир контрастини оширишга хизмат қилади. Ушбу алгоритм “тасвирдаги энг қоронғу ранг қора ва энг ёрқин ранг оқ ранг” деган принципга асосланади.

Тасвирни яхшилаш қуйидаги формула асосида амалга оширилади:

$$I_{\text{new}} = 255 * \frac{I - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}.$$

Бу ерда I_{new} пикселнинг спектри янги қиймати, I , I_{max} ва I_{min} берилган тасвирдаги пиксел спектрининг жорий, максимал ва минимал қийматлари.

Таъкидлаш зарурки, ушбу алгоритмда пикселларнинг атрофини ўраб турган қисмларни инобатга олинмайди, шунинг учун тасвирда кучли қоронғу ва кучли ёруғ локал соҳалар мавжуд бўлганда ушбу алгоритмлар тасвирларни сифатли яхшилашни таъминлай олмайди. Бундай ҳолларда Retinex алгоритми ва унинг модификацияларини қўллаш мақсадга мувофиқ бўлади.

Multi-Scale Retinex (MSR) алгоритми тасвирнинг кам ёритилган ва кучли ёритилган соҳаларида локал контрастни сақлаган ҳолда динамик диапозонни сиқишни амалга оширади. Классик кўп ўлчамли MSR-алгоритми турли масштаблар учун бир ўлчамли SSR- (Single-Scale Retinex) алгоритмининг вазнлаштирилган суммаси ҳисобланади. i -ранг каналининг бир ўлчамли чиқиш функцияси $R_i(x, y, \sigma)$ қуйидагича ҳисобланади

$$R_i(x, y, \sigma) = \log \frac{I_i(x, y)}{G(x, y, \sigma) * I_i(x, y)}.$$

Бу ерда $I_i(x, y)$ i -ранг каналининг x ва y координатаси бўйича кириш функцияси; σ -масштаб коэффиценти; $*$ белгиси функция сверткасини англатади; $G(x, y, \sigma)$ - Гауссиан. i -ранг канали учун натижавий чиқувчи функция $RM_i(x, y, \omega, \sigma)$ қуйидагича аниқланади

$$RM_i(x, y, \omega, \sigma) = \sum_{n=1}^N \omega_n R_i(x, y, \sigma_n).$$

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Жобсон ва бошқалар энг кўп тасвирлар учун қуйидаги константа қийматлар энг яхши натижа беришини тажрибалар орқали аниқлаганлар.

Константа	N	σ_1	σ_2	σ_3	α	β	ω_n	G	b
Қиймати	3	15	80	250	125	46	1/3	192	-30

MSR алгоритми бирор ранг доминант бўлган тасвирларни қайта ишлашда ранглар интенсивлигини пасайтириши аниқланган. Ушбу муаммонинг энг яхши ечимларидан бири MSR алгоритмининг интенсивлик каналида қўллаш ҳисобланади. Бунда тасвирнинг асл ранглари сақланиб қолинади. Каналлар интенсивлиги

$$I = \frac{\sum_{j=1}^S I_j}{S}$$

формула асосида аниқланади. Бу ерда S ранг канали тартиб рақами. MSR нинг ушбу турида қуйидаги формула асосида R_i аниқланади:

$$R_{MSR_i} = \sum_{n=1}^N \omega_n R_{ni} = \sum_{n=1}^N \omega_n [\log I_i(x, y) - \log(F_n(x, y) * I_i(x, y))].$$

Йқуний натижалар ҳар бир ранг канали учун қуйидагича ҳисобланади:

$$R_i = I_i^{\frac{R_i}{I}}.$$



1-расм. Ёркинликни текислаш алгоритмлари натижалари:

a – дастлабки тасвир; b – Auto Levels; c – Multi-Scale Retinex; d – MSR on intensity channel

Йўл белгиси тасвири бўйича унинг йўл белгиларини идентификация қилиш тизимларини ишлаб чиқишда марказий масалалардан бири тасвирдаги юз жойлашган соҳани топиш ҳисобланади. Белги жойлашган соҳани топишнинг соддалашган варианты тасвирдаги йўл белгисини аниқлаш ҳисобланади. Шунини таъкидлаб ўтиш зарурки, ушбу масалани ҳал қилишда тасвирда фақатгина битта белги тасвири мавжуд деб қаралади. Ушбу масала одам учун етарлича осон бўлсада, йўл белгилари тасвири бўйича унинг йўл белгиларини аниқлашнинг автоматлашган тизимларини ишлаб чиқиш унчалик осон иш эмас. Бу тасвирга олиш шароитлари(ракурс, ёритилганлик), одамнинг эмоционал ҳолати, унинг индивидуал ўзига хослиги (об-хаво, туман, дарахтзорлар ва бошқалар) мавжудлиги сабабли олинаётган тасвирининг кучли ўзгаришларга учраши билан боғлиқ. Шунинг учун тасвирдаги йўл белгисини аниқлаш масаласи долзарб ҳисобланади.

Ушбу ишда бизнинг нуқтаи назаримиз бўйича тасвирдаги йўл белгисини аниқлашнинг энг самарали баъзи усул ва алгоритмлар кўриб чиқилади. Қуйида келтирилган алгоритм-лар белгиларнинг инвариантлигидан фойдаланувчи усулларга киради ва рангли тасвирда йўл белгиси ранги бўйича тасвир қисмларини ажратишга асосланган.

1. Йўл белгиси рангининг RGB моделидаги таҳлилига асосланган усул. Рангли тасвирдаги йўл белгиси жойлашган соҳаларни аниқлаш учун тасвир ранги предикатларидан фойдаланиш мақсадга мувофиқ бўлади [1-3]. Яъни, ҳар бир пиксел қуйидаги шартларни бажарилишига текширилади:

$$R > 95, G > 40, B > 20, \max(R, G, B) - \min(R, G, B) > 15, |R - G| > 15, R > G, R > B,$$

бу ерда R, G, B – мос равишда қизил, яшил ва ҳаворанг ранглар каналларининг текшириляётган пиксел учун қийматлари. (2.б-расм).

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ



2 - расм. (а)Берилган рангли тасвир, (b) R соҳа, (c)тўлдирилган G соҳа, (d) ажратилган B рангли соҳа
Тасвир рангига мос келувчи ажратилган соҳа бўйича максимал боғланган бинар маска аниқланади (2.c-расм), унинг ёрдамида дастлабки тасвирдан рангли йўл белгиси ажратилади (2.d-расм).

2. Тери рангининг YCrCb моделидаги таҳлилга асосланган усул. Ушбу усул алгоритми 4 та босқичдан ташкил топган [4].

1-босқич. Қуйидаги формулалар асосида берилган тасвир (3-расм) RGB ранг моделидан YCrCb га ўтказилади.

$$Y = 0.299 * R + 0.587 * G + 0.114B$$

$$Cr = 0.5 * R - 0.4187 * G - 0.0813 * B + 128$$

$$Cb = -0.1687 * R - 0.3313 * G + 0.5 * B + 128$$

Бу ерда, Y берилган тасвирнинг ёркинлиги ҳисобланади, Cr - берилган тасвирнинг R канали ва Y ёркинлиги фарқи, Cb - берилган тасвирнинг B канали ва Y ёркинлиги фарқи. 3-расмда дастлабки берилаган тасвир YCrCb ранг моделида тасвирланган.



3-расм. (а)берилган рангли тасвир, YCrCb моделидаги тасвирнинг (b)Y, (c)Cr, (d)Cb каналлари

2-босқич. Тажрибалар натижасида йўл белгиси ранги Cr каналнинг [133;173] қийматлари ва Cb каналнинг [77;127] қийматлари оралиғида ўзгариши аниқланди. Тасвирдаги йўл белгиси соҳаси S_1 нинг ажратиб олиниши қўйидагича амалга оширилади.

$$S_1 = \begin{cases} 1, & \text{агар } [Cr(x,y) \in [133;173] \cap Cb(x,y) \in [77;127]] \\ 0, & \text{акс холда} \end{cases}$$

3-босқич. Ушбу босқичда 1-босқичдаги амалларни қўллашда пайдо бўладиган ҳалақитларни йўқотиш масаласи қўйилган. Ҳалақит нуқталар кўринишида ва катта бўлмаган тешиklar кўринишида пайдо бўлиши мумкин. Ҳалақитни йўқотиш учун қуйидаги формула асосида тасвирнинг зичлик картасини ҳисоблаймиз:

$$D(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 S_1(4x+i, 4y+j)$$

Зичлиги нол қийматдаги ($D(x, y) = 0$) нуқталар йўл белгисига тегишли эмас. Зичликнинг тўлиқ қиймати ($D(x, y) = 16$) бўлган нуқталар йўл белгисига тегишли бўлади. Бошқа ҳар қандай зичликнинг оралиқ қийматдаги нуқталар ҳалақит мавжудлигини англатади.

Зичлик картаси $D(x, y)$ учун қуйидаги амалларни бажарамиз.

Барча чегаравий нуқталарнинг қийматини нолга тенглаймиз.

$$D(0, y) = D(x, 0) = D(m, y) = D(x, n) = 0;$$

Атрофи бештадан кам тўлиқ зичликли нуқталар бўлмаган барча тўлиқ зичликли ($D(x, y) = 16$), нуқталар қиймати нолга тенглаштирилади.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Атрофида иккитадан ортиқ тўлиқ зичликли нукталар мавжуд барча нукталарнинг қийматини 16 га тенглаштирилади.

$$S_2 = \begin{cases} 1, & \text{агар } D(x,y) = 16 \\ 0, & \text{акс холда} \end{cases}$$

4-босқич. Маълумки, кўп ҳолларда тасвирдаги йўл белгиси фондан фаркли равишда бир жинсли бўлмайди. Ушбу хусусиятга таянган ҳолда, фон ва йўл белгиси чегарисини янада аниқроқ ажратиш олиш мумкин. Бунинг учун 8×8 ўлчамли ҳар бир W апертуранинг ўртақвадратик оғиш қийматини ҳисоблаймиз

$$\delta(x,y) = \sqrt{E(W^2) - E(W)^2}$$

Агар ўртақвадратик оғиш $\delta(x,y)$ қиймати иккидан кичик бўлса, у ҳолда қаралаётган соҳа жудаям бир жинсли ва шунинг учун йўл белгиси бўлиш эҳтимоли жуда паст. Ушбу амалларни барча W апертуралар учун қўллаймиз.

$$S_3(x,y) = \begin{cases} 1, & \text{агар } S_2(x,y) = 1 \text{ и } \delta(x,y) \geq 2 \\ 0, & \text{акс холда} \end{cases}$$

Натижада ҳалақит миқдори минимал ёки ҳалақитсиз бўлган йўл белгиси тасвири (4-расм)га эга бўламиз.



4-расм. а) Ранги бўйича йўл белгисининг ажратиш олиниши; б) Ҳалақитлар олиб ташлаш натижаси; в) Алгоритм бажарилиш натижаси

Хулоса ўрнида шуни таъкидлаш мумкинки, ёрқинлик нотекис тақсимланган ёки ёруғлини нотўғри йўналган ҳолатда олинган тасвирларга дастлабки ишлов бериш алгоритмларининг кенг фойдаланиладиганлари орасида Multi-Scale Retinex алгоритми ва унинг модификациялари яхшироқ самара бериши аниқланди. MSR on intensity channel алгоритми дастлабки тасвирдаги ранглар интенсивлигини сақлаб қолишда энг мақул танловлардан ҳисобланиши тадқиқот натижаларида исботланди. Тасвирдаги йўл белгисини аниқлашнинг юқорида кўриб чиқилган усулларида биринчиси нисбатан осон ҳисобланади ва шунинг учун ҳисоблаш жараёни учун кам вақт талаб қилинади. Иккинчи усул нисбатан секинроқ, лекин йўл белгисини ажратиш нисбатан аниқроқ бажарилади. Бу алгоритмларнинг камчилиги сифатида ранг хусусиятларига сезгирлигини кўрсатиш мумкин. Масалан, фон ранги тери рангига ўхшаш бўлса, у ҳолда алгоритм хатолик билан ишлаши мумкин. Бундан ташқари бу алгоритмларни фақатгина йўл белгисини локаллаштириш масаласини ҳал қилиш учун фойдаланиш мумкин, яъни берилган тасвирда фақатгина битта юз тасвири мавжуд бўлиши керак.

АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ

1. Peer P., Solina F. An Automatic Human Face Detection Method, Proceedings of Computer Vision Winter Workshop, Ed. N. Brandle, pp. 122–130, Rastendorf, Austria, 1999.
2. Vezhnevets V., Sazonov V., Andreeva A. A survey on pixel-based skin color detection Techniques, in Proc. Graphicon-2003, Sep. 2003, Moscow, Russia, pp. 85-92.
3. Фазылов Ш.Х., Тухтасинов М.Т., Старовойтов В.В., Самаль Д.И., Риголь Г. Локализация фрагментов лица на цветных фотопортретах. // Доклады 4-й Международной научной конференции “Обработка информации и управление в чрезвычайных и экстремальных ситуациях”, Минск, 2004. – С. 218-223.
4. D. Chai and K.N. Ngan. Face Segmentation Using Skin-Color Map in Videophone Applications, in Proc. IEEE Trans. On Circuits And Systems For Video Techn., Hong Kong, June 1999, vol. 9, no.4, pp.1448-1451.

5-ШҶЪБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

5. G. Yang and T.S. Huang. Human Face Detection in Complex Background, Pattern Recognition, vol.27, no.1, pp.53-63, 1994.
6. Heng Liu, Xilin Chen, Wen Gao, Shengye Yan. Rotated Face Detection In Color Images Using Radial Template, in Int. Conf. on Acoustic, Speech and Signal Processing. ICASSP2003, Hong Kong, Apr.6-10, 2003, pp.213-216.

МАТЛАВ МУҲИТИДА СИГНАЛЛАР АСОСИДА БУЗИЛГАН ТАСВИРЛАР БИЛАН ИШЛАШ

Дадаханов М.Х. – НамДУ, Информатика кафедраси катта ўқитувчиси, PhD.

Давронов Б.Т. - НамДУ, 1-курс Амалий математика ва ахборот технологиялари мутахассислиги магистри.

MatLab муҳитида бузилган тасвирларни дискретлаш жараёнини амалга ошириш учун биринчи навбатда MatLab дастурини ишга тушириб оламиз.

Image Processing пакети олимлар, муҳандислар ва хаттоки рассомларга тасвирларга рақамли ишлов бериш ва таҳлил қилиш воситаларининг қўллаб-қувватлаш вариантларини таклиф этади. MATLAB иловаларини ишлаб чиқиш муҳити билан узвий боғлиқликда бўлган Image Processing Toolbox пакети алгоритмларни кодлаш ва сошлаш бўйича узоқ давом этадиган операциялардан ҳалос қилади ва барча сайъ-ҳаракатларингизни асосий илмий ёки амалий масалани ҳал қилишга йўналтириш имкониятини тақдим этади. Пакетнинг асосий хоссалари қуйидагилардан иборат:

- Тасвирлар деталларини тиклаш ва ажратиш;
- Тасвирнинг ажратилган участкаси билан ишлаш;
- Тасвирни таҳлил қилиш;
- Чизиқли филтрация;
- Тасвирларни ўзгартириш;
- Геометрик ўзгартиришлар;
- Муҳим деталлар контрастини ошириш;
- Бинар ўзгартиришлар;
- Тасвирларни қайта ишлаш ва статистика;
- Рангли ўзгартиришлар;
- Палитрани ўзгартириш;
- Тасвир турларини ўзгартиришдан иборат.

Image Processing пакети бугунги кунда дунё бўйича 4000 дан ортиқ компания ва университетларда фаол қўлланилмоқда. Ушбу пакет ёрдамида фойдаланувчилар жуда кўп йўналишлардаги, масалан, космик тадқиқотлар, ҳарбий ишланмалар, астрономия, медицина, биология, робототехника, материалшунослик, генетика ва бошқа соҳалардаги кенг қўламдаги вазифаларни ечиш имкониятига эгалар.

MATLAB тизими Image Processing Toolbox пакети фойдаланувчининг янги ғоялари ва усулларини ривожлантириш, жорий этиш учун максимал даражада мослаштирилган.

Image Processing Toolbox иловаси MATLAB муҳитида рақамли ҳисоблашлар имкониятини кенгайтирадиган функциялар тўпламидан иборат. Илова тасвирларга ишлов беришнинг турли операцияларини, жумладан қуйидагиларни, ўз ичига олган ҳолда қўллаб қувватлайди:

тасвирларнинг вақт оралиғидаги қайта ўзгариши;

- морфологик операциялар;
- ўзгарувчан ва қобиқли ишлов бериш;
- турли филтрлар ёрдамида чизиқли филтрлаш;
- тасвирларни таҳлил қилиш ва уларни яхшилаш;
- тасвирларни тиклаш;
- ҳалақитларни йўқ қилиш;
- ажратилган соҳасига ишлов бериш.

Image Processing Toolbox пакети олимлар ва муҳандислар учун рақамли ишлов бериш ва тасвирларни таҳлил қилиш учун воситаларнинг кенг спектрини тақдим этади. Асосий хусусиятлар:

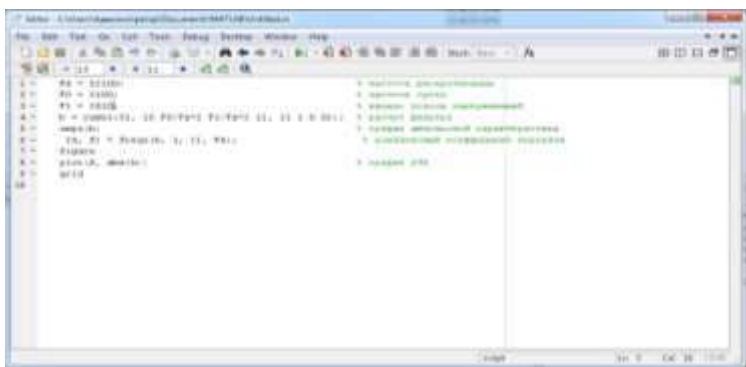
- Тасвирлар деталларини тиклаш ва ажратиш;
- Тасвирнинг ажратилган участкаси билан ишлаш;

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

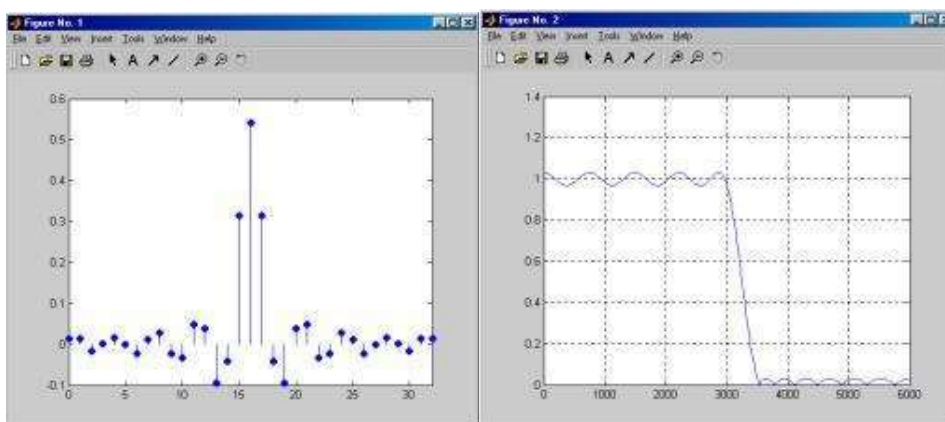
- Тасвирни таҳлил қилиш;
- Чизикли фильтрация;
- Тасвирларни қайта ўзгартириш;
- Геометрик ўзгаришлар;
- Муҳим деталлар контрастлигини ошириш;
- Бинар ўзгаришлар;
- Тасвирга ишлов бериш ва статистика;
- Ранг ўзгаришлари;
- Палитра (ранглар жилоси) ўзгариши;
- Тасвирлар турларини ўзгартириш.

Тасвирларни дискретлаш жараёнини MatLab дастури кодларида частоталарни ифодалаш орқали киритамиз. Бунда Remez усулидан фойдаланиш мумкин. Бунда сигнал синтезланиб пулслар графиги MatLab дастури томонидан яратилади.

```
Fs = 12000; % дискретлаш частотаси
F0 = 3000; % кесиш частотаси
F1 = 3500; % тўхтатиш банди
b = remez(32, [0 F0/Fs*2 F1/Fs*2 1], [1 1 0 0]); % филтрни ҳисоблаш
impz(b) % импульс хусусияти графиги
[h, f] = freqz(b, 1, [], Fs); % узатиш нисбати коэффициентлари
figure
plot(f, abs(h)) % АХЧ графиги
grid
```



Дастур кодлари киритиб бўлингач инструментлар қаторидан (RUN) буйруғи танланади дастур компияция қилинади.



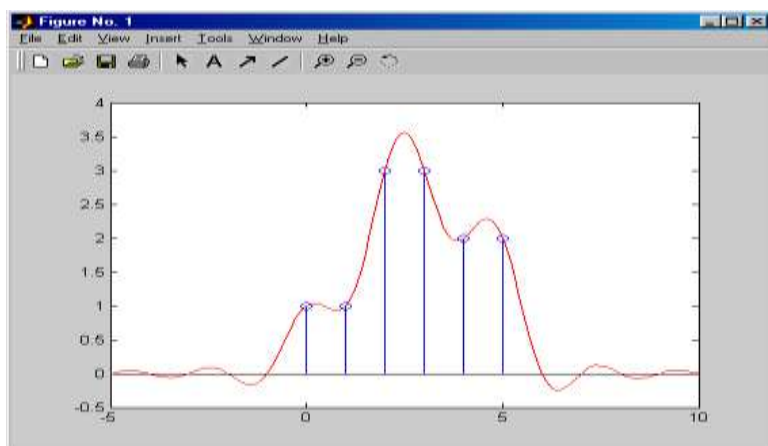
Импульслар давомийлиги генерацияси

pulstran функцияси берилган қийматларга кўра бир хил формадаги сигнал импульсларини яратишда фойдаланилади. Импульслар формаси икки усулдан бири ёрдамида берилиши мумкин: функция номи ёки генерацияланган импульс орқали.

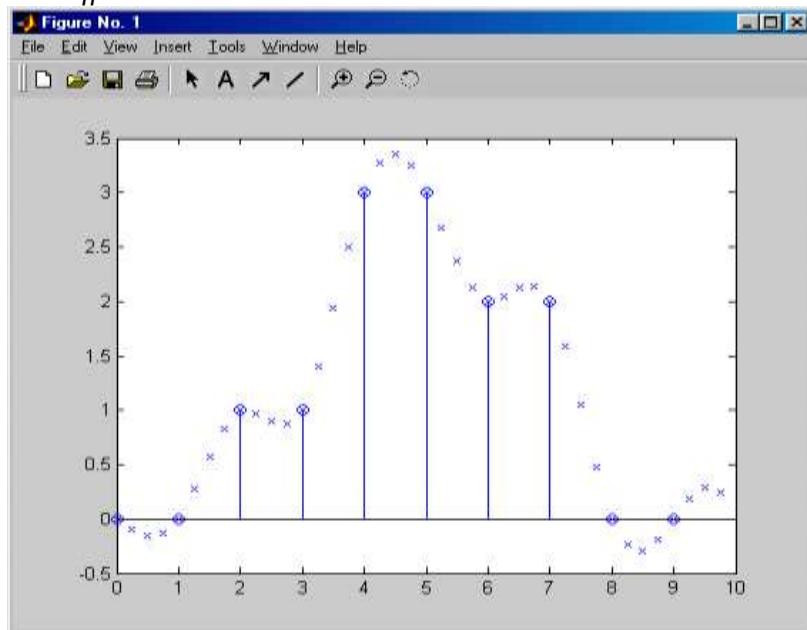
5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Мисол сифатида Котелников теоремаси асосида *pulstran* ва *sinc* функцияларини аналог сигнални дискрет ҳисобини кўрсатишда фойдаланамиз.

```
t = -5:0.1:10;           % аналог сигнала учун вақт
k = 0:5;                 % дискрет сигнал ҳисоб рақамлари
sd = [1 1 3 3 2 2];      % дискрет сигнал
sa = pulstran(t, [k' sd], 'sinc'); % аналог сигнални тиклаш
stem(k, sd)              % дискрет сигнал графиги
hold on
plot(t, sa, 'r')          % аналог сигнал графиги
hold off
```



```
sd = [0 0 1 1 3 3 2 2 0 0]; % бошланғич сигнал
t = 0:9;                     % бошланғич сигнални дискрет вақти
sd4 = interp(sd, 4);         % интерполяция
t4 = (0:39)/4;               % интерполяция қилинган сигнал учун дискрет вақт
stem(t, sd)                  % бошланғич сигнал учун график
hold on
plot(t4, sd4, 'x')           % интерполяция сигнали учун график
hold off
```



АДАБИҲОТЛАР

1. MATLAB 7.*/R2006/R2007 ўқув қўлланма .:М.2008.
2. Колдаев В.Д. Численные методы и программирование: учебное пособие ИД «Форум»: ИНФРА-М, Москва, 2009. С. 80-130.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

3. А.М. Черноусова. Создание и использование баз даннь: учебное пособие. Оренбург-2009. С.189.
4. Шупрута В.В. Delphi2005. Учимся программировать. NT Press-2005. С. 241.
5. А.Б. Закалюкин, С.В. Колосов и др. Программирование в среде Delphi. Минск 1998. С. 52-55.

ИЕРАРХИИ СТРУКТУРЫ ГРАФА-ДЕРЕВА ГИДРОГРАФИЧЕСКОЙ СХЕМ В КАНАЛАХ СИСТЕМ МАШИННОГО ВОДОПОДЪЕМА

М.Н.Эсонтурдиев, М.Н.Солаева

Чирчикский Государственный педагогический институт

Любую сложную гидрографическую схему каналов систем машинного водоподъема можно разбить на нескольких простых структур, представляющих собой граф-дерево. Структура графа-дерева разбивается на иерархии. Иерархия в графе определяется с помощью двух параметров:

$$\Omega_i = \{i, K_i^{GP}\} \quad \forall i \in I \quad (1)$$

где i – номер иерархии; K_i^{GP} – количество групп в данной иерархии [1].

Группами называем совокупность участков, соединенных со своими началами. В группе может быть один и более участков.

Каждая группа определяется следующими числами

$$\Omega_{iG} = \{j_{iG}, n_{ijG}, \kappa_{ijG}\} \quad \kappa_{ijG} \in N_{ijG}, \quad \forall j_{iG} \in I_{iG}, \quad \forall i \in I, \quad (2)$$

где j_{iG} – номер группы в иерархии; n_{ijG} – номер участка, соединенного с этой группой со своим концом; κ_{ijG} – количество групп в данной иерархии; N_{ijG} – множество номеров, входящих в эту группу участков реки; I_{iG} – множество номеров групп, входящих в эту иерархию [2].

Каждый участок графа определяется следующим образом:

$$\Omega_M = \{m, k_{mB}, k_{mП}, m_y\} \quad \forall k_{mB} \in K_{mB}, \quad \forall k_{mП} \in K_{mП}, \quad \forall m \in M, \quad (3)$$

где m – номер участка; k_{mB} , $k_{mП}$ и m_y – соответственно, количество водозаборов, притоков и участков в конце; K_{mB} , $K_{mП}$ и m_y – множество номеров водозаборов, притоков и номеров участков, расположенных в конце, соответственно. Каждый участок канала имеет свои морфологические и гидравлические характеристики, которые, например, для трапецеидальных призматических участков запишутся следующим образом.

где m – номер участка, b_{0m} – ширина по дну, m_m – коэффициент откоса, n_m – коэффициент шероховатости, i_m – уклон дна участка, l_m – длина участка, η_m – коэффициент полезного действия участка канала.

В случае непризматического участка канала характеристики задаются следующим образом [2]

$$\Omega_M^x = \{m, h_{im}, B_{im}, Q_{im}, l_m\} \quad \forall i \in I_m, \quad \forall m \in M, \quad (5)$$

где m – номер участка, h_{im} – глубина, B_{im} – ширина поверху участка в вертикальном разрезе i , Q_{im} – расход воды, соответствующий этому режиму, т.е. расходные характеристики участков канала.

Таким образом, структура магистрального канала определяется знанием множеств (1) – (5) и они полностью характеризуют его топологию и гидравлическую характеристику

$$\Omega_K = \Omega_I \cup \Omega_{iG} \cup \Omega_M. \quad (6)$$

На основе линейной схемы магистрального канала определяются иерархии, группы и нумеруются все участки, отводы, притоки канала. После этого составляются множества Ω_I , Ω_{iG} , Ω_M в виде таблицы с соответствующими полями, заполняются эти таблицы в соответствии с принятыми нумерациями участков, отводов, притоков, групп и иерархий. Такое представление структуры магистрального канала очень удобно для разработки базы данных и решения задач управления водными ресурсами магистрального канала [3].

Рассмотрим запись в приведенных терминах базы данных балансовых соотношений на участках канала из условия наличия на участках канала установившихся режимов.

Расход воды на начале m – го участке канала определяется следующим образом

$$Q_m^H = \frac{Q_m^K + \sum_{j \in J_m^B} Q_{Bmj} - \sum_{j \in J_m^П} Q_{Пmj}}{\eta_m}, \quad \forall m \in M, \quad (7)$$

где Q_m^H , Q_m^K – расход воды в начале и конце, Q_{Bmj} , $Q_{Пmj}$ – расход воды водозаборов и притоков, η_m – коэффициент полезного действия m – го участка канала [4].

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

В группах $j_{iГ}$ в i – ой иерархии структуры магистрального канала балансовые соотношения записываются в виде

$$Q_{n_{ijГ}}^K = \sum_{k_{ijГ} \in N_{ijГ}} Q_{k_{ijГ}}^H, \quad \forall n_{ijГ} \in I_{iГ}, \quad (8)$$

где $Q_{n_{ijГ}}^K$ – расход воды в конце участка $n_{ijГ}$ – го участка, соединенного с этой группой своим концом,

$Q_{k_{ijГ}}^H$ – расход воды в конце участка $k_{ijГ}$ – го участка канала группы $j_{iГ}$ [5].

Для конечных участков в группах задаются расходы воды в конце этих участков.

$$Q_{m_k}^K = Q_{m_k}, \quad \forall m_k \in M_k, \quad (9)$$

где $Q_{m_k}^K$ – расходы воды в конце конечных участков в группах m_k – го участка, соединенного с этой

группой своим концом, Q_{m_k} – заданный расход воды в конечных участках магистрального канала,

$M_k \in M$ – множество номеров конечных участков магистрального канала [5].

Используя выражения (7) – (9) при известных значениях расходов воды на отводах водозаборов и притоков, а также на концах конечных участков магистрального канала, начиная с последней иерархии структуры канала можно вычислить необходимые расходы воды в начале всех участков магистрального канала. Полученные расходы воды обеспечивают заданные расходы на водозаборах и конечных участках каналов, с учетом известных расходов воды на притоках при заданных значениях к.п.д. участков канала.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Компьютерное моделирование речных потоков. Теоретические основы // Научная консалтинговая фирма «Волга». – М., 2013. – 79 с.

2. Мелиорация и водное хозяйство. Орошение: справочник / под ред. Б. Б. Шумакова. – М.: Колос, 1999. – 432 с.

3. Развитие методологии расчета параметров неустановившегося течения воды при водораспределении в каналах оросительных систем [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.dissercat.com/content/razvitiye-52-metodologii-rascheta-parametrov-neustanovivshegosya-techeniya-vody-privodorasprede>, 2014.

4. Rakhimov, S., Seytov, A., Nazarov, B., Buvabekov, B., Optimal control of unstable water movement in channels of irrigation systems under conditions of discontinuity of water delivery to consumers. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 883 (2020) 012065, Dagestan, 2020, IOP Publishing DOI:10.1088/1757-899X/883/1/012065 (№5, Scopus, IF=4,652)

5. A. Kabulov, I. Normatov, A. Seytov and A. Kudaybergenov, "Optimal Management of Water Resources in Large Main Canals with Cascade Pumping Stations," 2020 IEEE International IOT, Electronics and Mechatronics Conference (IEMTRONICS), Vancouver, BC, Canada, 2020, pp. 1-4, DOI: 10.1109/IEMTRONICS51293.2020.9216402 (№ 5, Scopus, IF= 9.936).

ЎҚУВ МУАССАСАСИ УЧУН ЯРАТИЛГАН САЙТЛАРНИНГ АҲАМИЯТИ

У.Т.Ғаниев, Х.А.Ботиралиев - НамДУ

Интернет технологияларининг имкониятлари кенглиги ва содда эканлиги интернетдан фойдаланувчиларнинг дақиқа сайин ортиб боришига олиб келмоқда. Бу фойдаланувчилар орасида кўпчилик қисмини албатта, талабалар, ўқувчилар, илмий изланиш билан банд бўлган ходимлар ташкил қилади. Шундан келиб чиқиб айтиш мумкинки, таълим жараёнида Интернет технологияларидан, хусусан ўқув муассасаларига бағишланган веб - сайтлардан фойдаланиш таълим сифати ва самарадорлигини сезиларли даражада юқори босқичга олиб чиқишга ёрдам беради.

Янги ахборот технологиялар воситалари такомиллашиб ва ривожланиб бораётган ҳозирги шароитда ўқув муассасасида таҳсил олаётган ўқувчи ёшларнинг (умуман ҳар қандай соҳада фаолият кўрсатувчиларнинг) зарур ахборотларни Интернет тизимидан мустақил равишда топа олиши, улар дуч келадиган мавжуд мутахассислигига оид муаммоларни тўла ва тўғри ҳал қила олишидаги муҳим шароитлардан бирига айланиб бормоқда.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Таълим жараёнида Интернет сайтларидан фойдаланиш имкониятларини, унинг самарадорлигини аниқлашда аввал Интернет хизматининг турлари ва уларнинг ҳарактерини аниқлаб олиш ниҳоятда муҳимдир. Айнан ана шу аниқланган маълумотлар Интернет тармоғида ишлашнинг ташкилий жиҳатдан шакли ва усулларини ажратиш олишга ёрдам беради. Классификациялашга асос қилиб интернетнинг ишлаш услубини олиш мумкин. Бу ҳолда Интернет сервер хизматларини иккига: ахборотли ва коммуникацион хизмат турларига ажратиш керак.

Ахборотли хизматга WWW (маълумотлар мажмуаси) ва FTP (дастурлар мажмуаси) лар киритилади.

Коммуникацион хизматни эса иккига: *бевосита* (РС, чат) ва *билвосита* мулоқот (электрон почта, форум, телеконференция) турларига ажратиш мумкин.

Интернетдаги барча “ўқув муассаса учун яратилган сайт” ларни ўз навбатида бир неча турга ажратиш мумкин:

- ўргатувчи интернет манбалари;
- маслаҳат берувчи интернет манбалари;
- ахборотли интернет манбалари;
- баҳоловчи интернет манбалари;
- тақдимотли интернет манбалари;

Қуйида уларнинг ҳар бирига алоҳида тўхталиб ўтамиз.

Ўргатувчи интернет манбаларига масофавий таълим, виртуал мактаблар, лабораториялар ва веб синфларни мисол сифатида келтириш мумкин.

Маслаҳат берувчи интернет манбаларига турли телеконференциялар, виртуал педагогик кенгашлар, виртуал услубий, бирлашмалар муаммовий кенгашлар, виртуал кафелар ва ҳоказоларни мисол келтириш мумкин.

Ахборотли интернет манбаларига электрон ўқув қўлланмалар, маълумотномалар, электрон кутубхоналар, луғатлар, каталоглар, виртуал музейларни келтириш мумкин.

Баҳоловчи интернет манбаларга телестетинг, масофавий конкурслар, турли викториналар, олимпиадаларни мисол келтириш мумкин.

Тақдимотли интернет манбаларига таълим муассасаларининг таълим йўналишлари ҳақида атрофлича маълумотлар ёритилган алоҳида саҳифаларни келтириш мумкин.

Ўқув жараёнида ўқув муассасалари учун яратилган сайтлардан фойдаланиш ўқитувчиларга:

- интернет тармоғи ёрдамида у ёки бу ўқув фанлардан тўпланган тажриба ва услубларни бошқа касбдошлари билан алмашиш;
- бир вақтнинг ўзида турли тоифадаги талабалар учун ҳар хил ўқитиш услубларини амалга ошириш орқали ўқув жараёнини индивидуаллаштириш;
- ўқув муассасалари учун яратилган сайтлардаги назорат топшириқларидан машқ сифатида фойдаланиш натижасида талабаларда фан бўйича эгалланган билимларни кўникма ва малака даражасига етказиш;
- қўлда бажариладиган ишларни камайитириш ҳисобидан талабаларга яқка тартибда ишлаш ва ўз қобилиятларини намоён қилиш имкониятини яратиш;
- талабаларни мустақил билим олиш жараёнини самарали ташкил этиш каби имкониятларни яратади.

Ўқув муассасалари учун яратилган сайтлар ёрдамида ўқитувчилар таълим олувчиларга масофадан турган ҳолда билим олишларига имкон яратадилар. Ўқув муассасалари учун яратилган сайтлар айниқса ўқитиш жойларига қатнаши қийин бўлган таълим олувчиларга қулайдир. Булардан ташқари таълим олувчилар ахборот технологиялари билан ишлаш маданияти, кўникма ва малакаларига эга бўладилар. Ўқув муассасалари учун яратилган сайтлардан дарс жараёнида фойдаланиш жуда катта имкониятлар яратади.

Ўқув муассасалари учун яратилган сайтлар ёрдамида ўқитиш, ўқув жараёнини аънавий ташкил этишнинг асосий шакллари ўз ичига олади. Маъруза, семинар ва амалий машғулотлар, лаборатория амалиёти, назорат тизими, тингловчиларнинг илмий тадқиқот ва мустақил ишлари шулар жумласидандир. Ўқув жараёнини ташкил этишнинг ушбу барча шакллари амалиётда тингловчиларни мустақил билиш фаолияти турли ахборот манбалари билан осонгина бирлаштиришни, курс олиб бораётган ўқитувчи ёки тьютор билан тезкор ва тизимли алоқа қилиш ҳамда тингловчиларнинг гуруҳ бўлиб ишларни амалга ошириш имкониятини беради.

АДАБИЁТЛАР

1. Т.Т.Шоймардонов, В.С.Хамидов, М.Файзиева “Электрон педагогика ва педагогнинг шахсий, касбий ахборот майдонини лойиҳалаш” модули бўйича ўқув услубий мажмуа. ТАТУ- 2015 й

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

FDM METHODS FOR 3-BOUNDARY CONDITIONS FOR ODE

Imomov Adashali, Nastinov Sadriddin, Inomiddinov Sardorbek (NAMSU)

1. Problem statement. Approximation of 3 types of boundary conditions for ODT in the 1st order. Consider this problem:

$$\begin{aligned} y' + p(x)y' + q(x)y &= f(x) \\ \alpha_0 y(a) + \alpha_1 y'(a) &= A, \beta_0 y(b) + \beta_1 y'(b) = B \end{aligned} \quad (1)$$

We get a flat net : $\omega_h = \{x_i = ih, i = 0..n\}$. We create a differential scheme as follows:

$$\begin{aligned} \alpha_0 y_0 + \alpha_1 \frac{y_1 - y_0}{h} &= A, i = 0 \\ \frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} + p_i \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + q_i y_i &= f_i, i = 1..n-1, \\ \beta_0 y_n + \beta_1 \frac{y_n - y_{n-1}}{h} &= B, i = n \end{aligned} \quad (2)$$

Here. $p_i = p(x_i), q_i = q(x_i), f_i = f(x_i), i = 0..n$ In this differential scheme, the intermediate

Let's create an algorithm in Mathcad:

ODT ChM 3 tur

$$\begin{aligned} ut(t) &:= \frac{1}{t^2} & ut(1) &= 1 & p(t) &:= t^2 & q(t) &:= -t & f(t) &:= -\left(\frac{3}{t} - \frac{6}{t^4}\right) \\ a &:= 1 & b &:= 2 & L &:= b - a & n &:= 10 & h &:= \frac{L}{n} & i &:= 0..n & x_i &:= a + i \cdot h \\ \alpha_0 &:= 1 & \alpha_1 &:= 2 & A &:= -3 & \beta_0 &:= 3 & \beta_1 &:= 1 & B &:= 0.5 & q_i &:= q(x_i) & p_i &:= p(x_i) & f_i &:= f(x_i) \\ m_{0,0} &:= \left(\frac{\alpha_1}{2 - p_0 \cdot h}\right) \cdot \left(q_0 \cdot h - \frac{2}{h}\right) + \alpha_0 & m_{0,1} &:= \frac{2 \cdot \alpha_1}{(2 - p_0 \cdot h) \cdot h} & d_0 &:= A + h \cdot \frac{f_0 \cdot \alpha_1}{2 - p_0 \cdot h} \\ i &:= 1..n-1 & m_{i,i-1} &:= \left(1 - \frac{p_i \cdot h}{2}\right) & m_{i,i} &:= q_i \cdot h^2 - 2 & m_{i,i+1} &:= \left(\frac{p_i \cdot h}{2} + 1\right) & d_i &:= f_i \cdot h^2 \\ m_{n,n-1} &:= \frac{-2 \cdot \beta_1}{h \cdot (2 + p_n \cdot h)} & m_{n,n} &:= \left(\frac{-\beta_1}{2 + p_n \cdot h}\right) \cdot \left(q_n \cdot h - \frac{2}{h}\right) + \beta_0 & d_n &:= -\left(h \cdot \frac{f_n \cdot \beta_1}{2 + p_n \cdot h} - B\right) \end{aligned}$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-20.158	21.053	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.939	-2.011	1.06	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0.928	-2.012	1.072	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0.915	-2.013	1.085	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0.902	-2.014	1.098	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0.888	-2.015	1.113	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0.872	-2.016	1.128	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0.855	-2.017	1.145	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0.838	-2.018	1.162	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0.82	-2.019	1.18
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8.333	11.417

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

$$d^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	2.6842	0.0137	0.0039	0.0021	0.0058	0.0081	0.0096	0.0105	-0.011	0.0112	0.5469

$$M := |m| \quad M = 212.956 \quad i := 0..n \quad ut_i := ut(x_i) \quad u := m^{-1} \cdot d$$

$$ut^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	0.826	0.694	0.592	0.51	0.444	0.391	0.346	0.309	0.277	0.25

$$u^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.981	0.811	0.683	0.583	0.504	0.44	0.387	0.344	0.307	0.276	0.249

In the same way we solve the system of linear equations (3). Here it is only necessary to make changes in the equations 0- and n-1-.

$$M := |m| \quad M = 1.925 \quad i := 0..n \quad ut_i := ut(x_i) \quad y := m^{-1} \cdot d$$

$$ut^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	0.826	0.694	0.592	0.51	0.444	0.391	0.346	0.309	0.277	0.25

$$y^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1.173	0.964	0.802	0.675	0.573	0.492	0.426	0.373	0.33	0.294	0.265

The closer, the more adequate approximate solutions are formed. The finite difference scheme is better at approximating the boundary condition with the 2nd order.

$$y'_0 = (-3y_0 + 4y_1 - y_2)/2h + O(h^2), y'_n = (y_{n-2} - 4y_{n-1} + 3y_n)/2h + O(h^2)$$

REFERENCES:

1. Имомов А., Настинов С. Приближенное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения в математической системой MatLab. НамДУ илмий ахборотномаси - Научный вестник НамГУ 2019 йил 8-сон. -18-26 б.
2. Имомов А., Иномиддинов С. ОДТ ва ПДТ лар учун 3 тур чегара масалалар учун ЧАС куриш. Экспериментлар. НамДУ ахборотномаси, Махсус сон, 2020.-38-45 б.
3. Имомов А. Ҳисоблаш усуллари. Ўқув қўлланма. Наманган, НамДУ, 2021.-160 б.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ- ИСПОЛНИТЕЛИ УКРУПНЁННЫХ АЛГОРИТМОВ

Имомов Адаш (НамГУ)

В статье обсуждаются возможность математической системы Mathcad – быть исполнителем укрупнённого математического алгоритма решения задачи. Это утверждение доказывается пятью методами из проблемы собственных значений: непосредственное определение, Леверрье, интерполяции, Крылова, QR-алгоритма.

Алгоритм — это формальное описание способа решения задачи путем разбиения его на конечную последовательность элементарных операций- модулей, каждый из которых выполняет одно или несколько действий, которое по заранее определенным критериям не имеет смысла детализировать. Алгоритм на выбранном языке программирования записывается с помощью команд описания данных, вычисления значений и управления последовательностью выполнения программы.

В настоящее время имеются математические программы, такие как с Matchad, Maple, Mathematica ... помощью которых без составления программ можно решить обширный класс математических задач с помощью команд, как в калькуляторах. Их называют математическими системами. В математических системах решение задачи можно найти 4-мя способами: 1) на основе команд. 2) на основе алгоритма. 3) на основе внутреннего языка 4) на основе интерактивного способа [1,2].

Именно, в математической системе Matchad эти четыре способа решения задач выглядят наиболее ярко.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Алгоритм 1. [3]. Метод непосредственного развёртывание векового определителя. Этапы метода:

- 1) Вычисление векового уравнения: $D(\lambda) = |A - \lambda E| = (-1)^n (\lambda^n - \sum_{i=1}^n p_i \lambda^i) = 0$.
- 2) Решение векового уравнения: $D(\lambda) = |A - \lambda E| = 0, \lambda = \lambda_i, i = 1..n$.

Ранее, этот метод применялся только для матриц малых порядков: $n \leq 3$.

Для двух этапного процесса составим укрупнённый алгоритм:

ORIGIN:=1 $A := \begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $n := \text{cols}(A)$ $E := \text{identity}(n)$ // матрицы

$D(x) := |A - x * E|$ $D(x) \rightarrow -x^3 + 9 * x^2 - 12 * x + 6$ // вековое уравнение

$p(x) := D(x) \text{ coeffs}, x \rightarrow [6 \quad -12 \quad 9 \quad -1]^T$ // коэффициенты векового урав.

$r := \text{polyroots}(p)$ $r = [7.508 \quad 0.746 + i0.493 \quad 0.746 - i0.493]^T$ // собственные значения

Данный метод универсальный, он находить все собственные значения.

Алгоритм 2. [4]. QR-алгоритм для нахождения всех собственных значений. Последовательность матриц, $A_m = Q_m * R_m, A_{m+1} = R_m * Q_m, m = 1, 2, \dots, A_1 = A$, стремится к матрице собственных значений в главной диагонали, где Q-ортогональная, R-верхнее треугольная матрицы. Этот метод позволяет найти все собственные значения и является устойчивым методом. Приведём укрупнённый QR-алгоритм метода [5]:

ORIGIN:=1 $A := \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $p := \text{eigenvals}(A)$ $p = \begin{pmatrix} 1.63715 \\ -0.39374 \\ 7.75659 \end{pmatrix}$

$M := \text{qr}(A)$ $r := \text{rows}(M)$ $s := \text{cols}(M)$ $r = 3$ $s = 6$ $R := \text{identity}(3)$ $Q := \text{identity}(3)$ $n := 10$

$QR(A, n, Q, R, M) :=$ for $k \in 1..n$

$M \leftarrow \text{qr}(A)$
 $Q \leftarrow \text{submatrix}(M, 1, r, 1, r)$
 $R \leftarrow \text{submatrix}(M, 1, r, r + 1, 2 * r)$
 $A \leftarrow Q^{-1} * A * Q$
 Q
 R
 M

$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $z := QR(A, n, Q, R, M)$ $z = \begin{pmatrix} 1 & -0 & -0 & 7.75659 & 0.00001 & -0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1.63715 & -0 \\ -0 & -0 & 1 & 0 & 0 & -0.39374 \end{pmatrix}$

В матрице z на месте треугольной R матрицы в главной диагонали расположены собственные значения матрицы A. Соответствующая программа на языке Бейсик занимает 7 страниц книги [4]. Укрупнённый алгоритм в Mathcad занимает всего половину страницы. В [6] имеются программы на трёх алгоритмических языках методов непосредственного развёртывания определителя, интерполяции и частной проблемы о собственных значениях.

Результаты вычислений по алгоритмам и внутренней функции одинаковые.

Аналогичным образом можно построить укрупнённый алгоритм метода LU алгоритма.

В работе [5] таким же образом построенные укрупнённые алгоритмы методов Левеоеое, Крылова, интерполяции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Имомов А. Методы вычислений. 1-часть. Н.:НамГУ, 2019-120 с.
2. Имомов А. Методы вычислений. 2-часть. Н.:НамГУ, 2018.-120 с.

5-ШЎБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

3. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1966.-664 с.
4. Шуп Т.Е. Прикладные численные методы в физике и технике. М.: ВШ, 1990.-256 с.
5. Имомов А. Решение польной проблемы собственных значений матриц в Mathcad. Научный вестник НамГУ, 2021, №5, с. 62-67.
6. Мудров Е.М. Программы для ПК на языке Бейсик, Паскаль, Фортране. Томск, МП Раско, 1992.-272 с.

ОДДИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАРДА 3-ТУР ЧЕГАРА МАСАЛАСИ

С. Иномиддинов. (НамДУ)

ОДТ учун 3 тур чегара шартни 1 –тартиб билан аппроксимация қилиш. Ушбу масалани қараймиз[1]:

$$\begin{aligned} y'' + p(x)y' + q(x)y &= f(x) \\ \alpha_0 y(a) + \alpha_1 y'(a) &= A, \beta_0 y(b) + \beta_1 y'(b) = B \end{aligned} \quad (1)$$

Текис тўр оламиз: $\omega_h = \{x_i = ih, i = 0..n\}$. Айирмали схемани қуйидагича оламиз:

$$\begin{aligned} \alpha_0 y_0 + \alpha_1 \frac{y_1 - y_0}{h} &= A, i = 0 \\ \frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} + p_i \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + q_i y_i &= f_i, i = 1..n-1, \\ \beta_0 y_n + \beta_1 \frac{y_n - y_{n-1}}{h} &= B, i = n \end{aligned} \quad (2)$$

Бу ерда $p_i = p(x_i), q_i = q(x_i), f_i = f(x_i), i = 0..n$.

Mathcadда йириклашган алгоритм тузамиз[2]:

ODT ChM 3 tur

$$\begin{aligned} ut(t) &:= \frac{1}{t^2} & ut(1) &= 1 & p(t) &:= t^2 & q(t) &:= -t & f(t) &:= -\left(\frac{3}{t} - \frac{6}{t^4}\right) \\ a &:= 1 & b &:= 2 & L &:= b - a & n &:= 10 & h &:= \frac{L}{n} & i &:= 0..n & x_i &:= a + i \cdot h \\ \alpha_0 &:= 1 & \alpha_1 &:= 2 & A &:= -3 & \beta_0 &:= 3 & \beta_1 &:= 1 & B &:= 0.5 & q_i &:= q(x_i) & p_i &:= p(x_i) & f_i &:= f(x_i) \\ m_{0,0} &:= \left(\frac{\alpha_1}{2 - p_0 \cdot h}\right) \cdot \left(q_0 \cdot h - \frac{2}{h}\right) + \alpha_0 & m_{0,1} &:= \frac{2 \cdot \alpha_1}{(2 - p_0 \cdot h) \cdot h} & d_0 &:= A + h \cdot \frac{f_0 \cdot \alpha_1}{2 - p_0 \cdot h} \\ i &:= 1..n-1 & m_{i,i-1} &:= \left(1 - \frac{p_i \cdot h}{2}\right) & m_{i,i} &:= q_i \cdot h^2 - 2 & m_{i,i+1} &:= \left(\frac{p_i \cdot h}{2} + 1\right) & d_i &:= f_i \cdot h^2 \\ m_{n,n-1} &:= \frac{-2 \cdot \beta_1}{h \cdot (2 + p_n \cdot h)} & m_{n,n} &:= \left(\frac{-\beta_1}{2 + p_n \cdot h}\right) \cdot \left(q_n \cdot h - \frac{2}{h}\right) + \beta_0 & d_n &:= -\left(h \cdot \frac{f_n \cdot \beta_1}{2 + p_n \cdot h} - B\right) \end{aligned}$$

Энди алгоритм асосида ҳисоблашларни бажарамиз:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	-20.158	21.053	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.939	-2.011	1.06	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0.928	-2.012	1.072	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0.915	-2.013	1.085	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0.902	-2.014	1.098	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0.888	-2.015	1.113	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0.872	-2.016	1.128	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0.855	-2.017	1.145	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0.838	-2.018	1.162	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0.82	-2.019	1.18
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8.333	11.417

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

$$d^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	2.6842	0.0137	0.0039	0.0021	0.0058	0.0081	0.0096	0.0105	-0.011	0.0112	0.5469

+

$$M := |m| \quad M = 212.956 \quad i := 0..n \quad ut_i := ut(x_i) \quad u := m^{-1} \cdot d$$

$$ut^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	0.826	0.694	0.592	0.51	0.444	0.391	0.346	0.309	0.277	0.25

$$u^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.981	0.811	0.683	0.583	0.504	0.44	0.387	0.344	0.307	0.276	0.249

Худди шундай йўл билан чизиқли тенгламалар системасини ҳам ечамиз. Бу ерда фақат 0- ва n-1-тенгламаларда ўзгаришлар қилиш керак ҳолос.

$$M := |m| \quad M = 1.925 \quad i := 0..n \quad ut_i := ut(x_i) \quad y := m^{-1} \cdot d$$

$$ut^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	0.826	0.694	0.592	0.51	0.444	0.391	0.346	0.309	0.277	0.25

$$y^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1.173	0.964	0.802	0.675	0.573	0.492	0.426	0.373	0.33	0.294	0.265

Қанчалик яқин, адекват тақрибий ечимлар ҳосил бўляпти. Чегара шартни 2-тартиб билан аппроксимациялашдаги чекли айирмали схема яхшироқ экан.

АДАБИЁТЛАР

- 1 Кузнецов Г.В., Шеремет М.А.Разностные методы решения задач теплопроводности: учебное пособие.-Томск, Изд-во ТПУ, 2007.
2. Имомов А. Тошбоев С. Mathcad исполнитель укрупнённых алгоритмов. Республика илмий-техник анжумани материаллари.2020 й.23-24 октябрь. Қарши-2020.

QIDIRUV TIZIMLARI

A.A.Mamatov NamDU

Internet – bu turli ma`lumotlar okeani deb qarasak to`g`ri bo`ladi. Tarmoqda, deyarli, istagan mavzu bo`yicha ixtiyoriy ma`lumotlar mavjud. Lekin okeanda yo`l topish qiyin bo`lgandek, Internetda ham biror ma`lumotni topish katta muammo. Agar Internetda qidiruv tizimlari bo`lmaganda, ma`lumot okeanida umuman biror narsani topish mumkin bo`lmas edi. Ajabo, bunday imkoniyatlar tarmoqda mavjud: qidiruv qulay va tez bo`lishi uchun maxsus ma`lumot qidirish tizimlari yaratilgan.

Qidiruv tizimlarining tuzilishi bu maxsus server, uning asosiy xizmati keng Internet fazosida ma`lumotlarni qidirish, to`plash, tartiblash va foydalanuvchilarni kerakli ma`lumot bilan tez va qulay ravishda ta`minlash. Qidiruv serverlari asosiy besh qismdan iborat:

1. O`rgimchak (spider) – veb-sahifalarni server xotirasiga yuklash dasturi. U oddiy brauzerga o`xshab, saytlarni ochib, tarmoqdagi yangi ma`lumotlarni qidiradi. Bu dastur ko`rsatkichlar bo`ylab sayohat qilib, topilgan veb-sahifalarni serverga yuklaydi va ma`lumot jamg`armasini yangi axborotlar bilan to`ldiradi.
2. Qurt (crawler) – o`rgimchak serverga yuklagan veb-sahifalarni ko`rib chiqib, barcha giperko`rsatkichlarni undan ajratadi va topilgan ko`rsatkichlarni o`rgimchakka taqdim etadi.
3. Tartiblovchi (indexer) – o`rgamchak topgan ma`lumotlarni tartibga keltiruvchi dastur: hujjatning matnini tashkil qiluvchi so`zlarni yakka holga ajratib, matndagi turgan joyini saqlab qoladi. Bundan tashqari, dastur so`zni katta yoki kichik harflar bilan yozilganmi, sarlavhami, ko`rsatkichmi yoki oddiy matnligini o`rganib chiqib, ma`lumotni saqlaydi.
4. Ma`lumot jamg`armasi (database) – qidiruv tizimi to`plagan va qayta ishlagan barcha ma`lumotlar saqlanadigan ombori.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

5. Natijalarni chiqarish mexanizmi (search engine) – foydalanuvchilarni qidirish tizimi bilan aloqa qilishda ishlatiladigan dastur. Ayni mana shu dastur siz bergan savolingizga natijani saralab, qulay ravishda ekranga chiqaradi.

Google – eng mashhur qidiruv tizimidir. Shuning uchun dunyoning 20 tilida ishlaydi (Masalan, o'zbek tilida). Siz savolingizni berganingizdan so'ng qidiruv tizimi o'zining ma'lumot jamg'armasidan so'rovingizga mos natijani, topilgan veb-sahifalarni ro'yxat tarzida taqdim etadi. Ro'yxatning birinchi bandlarida so'rovga eng mos kelgan veb-sahifalar joylashadi. Lekin, shuni aytib o'tish kerakki, turli qidiruv tizimlar har xil tartiblash qoidalarini ishlatadi, shuning uchun bitta so'rov bo'yicha turli qidiruv tizimlaridan har xil natijalar olish mumkin. Natijalardan tuzilgan ro'yxatning bandiga chertilsa, tanlangan veb-sahifa ochiladi.

Dogpile.com – meta-qidiruv tizimi. Barchamiz ma'lumot izlab topish maqsadida qidiruv tizimlaridan foydalanamiz. Google nomini hozir boshlang'ich sinf o'quvchisi ham biladi. Internetdan hech ham foydalanmagan otaxonlar ham Google degan so'zni televizordan hech bo'lmasa bir marotaba eshitgan. Ammo undan tashqari ham qidiruv tizimlari ham borki, ayrim Google Search qila olmagan ishlarni bajara olishadi. Google 1998 yilda ish boshlagan bo'lsa, ungacha Lykos, Altavista, Yahoo, MSN Search degan internet xizmatlari bo'lgan va ularning ko'pchiligi hozirda ham xizmat ko'rsatib kelmoqda. Ularning har birining o'ziga yarasha ustunlik jihatlari bor. Shunday ekan, tarmoq mutaxassislari asosiy qidiruv tizimlarini o'zida jamlagan meta-tizimlarni ishlab chiqaradilar. Shunday xizmatlardan biri Dogpile bo'lib, bitta oynachaning ichiga so'rov kiritib, birato'la to'rtta qidiruv tizimi (Google, Yahoo, Ask.Com, Bing) natijalarini olishingiz mumkin. Interfeys ko'tarinki ruhda tayyorlangan. Firma belgisi esa - irlg'itilgan koptok izidan chopuvchi kuchukcha. Hatto qidiruv oynachasi yonidagi tugma ham shunchaki “Enter” yoki “Go” emas, “Go Fetch” (“Tutib kel!”) deb nomlangan.

So'rovlarni tuzish. Agar siz o'ylanmay tezda savol bermoqchi bo'lsangiz qidiruv mashinaning satriga to'g'ri fikrlaringizni tushirishingiz mumkin. Masalan, “Qanday qilib ozish mumkin?”, “Marsda hayot bormi?”, yoki “jurnalist uchun ish” buning natijasi samarali bo'lmasligi aniq. Afsuski, o'zbek tilida Internet fazosi keng emas, shuning uchun savolingizni rus yoki ingliz tilida berishingiz kerak. Misoldagi “jurnalist uchun ish” jumlasini rus tilida “rabota dlya jurnalista” deb so'rov qilinsa tasodifan, tez kerakli ma'lumotni topishingiz mumkin. Ammo bunday umumiy savolga qidiruv tizimi sizni kerak bo'lmas ma'lumotlarga “ko'mib” qo'yishi ham mumkin. Dono odamlar: “To'g'ri berilgan savolda javobning yari mi bor” – deyishlari bejiz emas. Bu gap qidiruv mashinalariga ham taaluqli. Shuning uchun tuzayotganda ko'proq kalitli, aniqlashtiruvchi so'zlarni qo'shish kerak. Masalan: “ishu rabotu jurnalista”. Natija qoniqarli bo'lmasa kalitli so'zlarni boshqa sinonim so'zlarga almashtirish mumkin. Misol: “jurnalist rabota predlagayu”. Yana so'rovga aniqlashtiruvchi so'zlar qo'shish mumkin, masalan, agar siz uyda turib ish qilmoqchi bo'lsangiz: “jurnalist rabota predlagayu udalennaya”.

Navbatma-navbat qidirish usuli. Bu usulning ma'nosi so'rovingiz bo'yicha natija olingandan so'ng, topilgan natijalar ichidan, so'rovga yangi kalitli so'zlar qo'shib, toki kerakli ma'lumot topilmaguncha qidirishni davom ettirish. Bu usul yordamida har bir qidiruvda kerakli natijaga yaqinlashaveradi. Agar siz kitobni sotib olmoqchi bo'lmasangiz, unda so'rovga “besplatno” (bepul) kalitli so'zini qo'shib, qidiruv mashinani ishga tushiring va natijada Internet do'kon ko'rsatkichlari ro'yxatdan tushib qolib, kerakli sahifalar qoladi. Endi kitobni Internetda o'tirib o'qimoqchi bo'lmasangiz, uni o'zingizning kompyuteringizga ko'chirib olish tavsiya etiladi. Buni amalga oshirish uchun so'rovingizga “скачать” so'zini qo'shsangiz, natijada menejment haqida bepul ko'chiriladigan elektron kitoblarning ro'yxatiga ega bo'lasiz.

Aniq so'rov usuli. Agar qidirilayotgan ma'lumotning nomi aniq bo'lsa, unda so'rov satriga qo'shtirnoq [“”] belgilari qo'shiladi. Masalan, siz qo'llanmaning muallifi haqida ma'lumot topmoqchisiz va so'rov satriga qo'shtirnoq belgilari yordamida “Ilhom Teshaboev” so'zlarini kiritib, axtarish jarayonini ishga tushirasiz. Oddiy ravishda, agar so'rov qo'shtirnoq belgilarisiz bo'lganda, qidiruv mashina “Ilhom” va “Teshaboev” so'zlarni alohida uchratgan holda saytlar ro'yxatiga qo'shadi va natijada tarmoqdagi barcha Ilhom ismlar ham topiladi. Qo'shtirnoqli so'rovda esa qidiruv mashina faqat berilgan shaklda, “Ilhom Teshaboev” jumlasini bor saytlarni natija ro'yxatiga qo'shadi. Shunday qilib, aniq so'rov usuli sitata (matn parchasini) qidirishda ham qo'llasa bo'ladi.

Kataloglar yordamida qidirish. Internetdan ma'lumot olish uchun qidiruv mashinalaridan tashqari kataloglardan foydalanish mumkin. Internet-katalog – bo'limlardan iborat tizimli ko'rsatkichlar to'plami. Bu to'plamni robot emas, tajribali mutaxassislar yaratadi. Ko'rsatkichlar to'plami bir necha katta bo'limlardan iborat bo'ladi. Masalan, biznes, san'at, kompyuter, sport va hokazo. Bunday har bir bo'lim bir necha qism bo'limlaridan iborat bo'lishi mumkin.

Masalan, sport ko'rsatkichiga chertsangiz futbol, basketbol, tennis va hokazo bo'limlarni topasiz. Shunday qilib, katalog daraxtsimon tizimga ega va har bir sichqoncha chertilishida ko'rsatkichlar shoxlanib ketaverishi mumkin. Shuni aytish kerak, Internetda kataloglar va qidiruv mashinalar birlashgan holda ishlaydi.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Masalan, dunyodagi eng katta katalog Yahoo saytida joylashgan (<http://dir.yahoo.com>) va yana Yahoo bu mashhur qidiruv mashinasi (<http://yahoo.com>). Avvalgi mavzularda qidiruv mashinalarining manzillari keltirilgan ro'yxat bo'yicha kataloglarni ham ochish mumkin. Masalan, www.rambler.ru manzili qidiruv mashinani va katalogni ochadi. O'zbekiston saytlar katalogini ochish uchun www.uz, www.vse.uz, <http://catalog.doda.uz> manzillariga murojaat qilish mumkin.

Forumlar yordami. Agar biror mavzu bo'yicha qidiruv mashina yoki kataloglar kerakli natija bermasa, bilingki, Internetda siz yagona emassiz. Balki, bunga o'xshash mavzu bo'yicha kimdir qidirgan va ma'lumotni topgan. Umumjahon tarmoqda har bir soniyada millionlab foydalanuvchilar ma'lumot qidirishadi, bir-biri bilan so'zlashadi, bir-birlariga nimalarnidir o'rgatishadi. Ana shunday foydalanuvchilarga savol bilan murojaat qilish mumkin. Deyarli o'z hurmatiga ega bo'lgan barcha katta saytlarda fikr almashish maxsus bo'limi mavjud. Bunga o'xshash bo'limlar – "FORUM" deb ataladi. Forumlarni tajribali Internet mutaxassislari boshqaradi. Qolaversa, forumlarda tarmoq foydalanuvchilari bir-biri bilan tajriba almashishadi. Forumda foydalanuvchi savol berishi mumkin va bilgan odam unga javob qaytarishi mumkin.

www.lycos.com 1994 yilning oxiridan ishlayotgan qidiruv sistemasi. Eng keksa ommaviy qidiruv sistemalaridan biri bo'lib, keng foydalanuvchilar doirasiga ega.

BIR BOSHQARUV TIZIMINI IMITATSION MODELASHTIRISH UCHUN MONTE-KARLO ALGORITMI

Murodqosimov Rustam To'ra o'g'li

Sharof Rashidov nomli Samarqand davlat universiteti raqamli texnologiyalar fakulteti talabasi

Annotatsiya. Ishda boshqaruv tizimi sifatida qaralgan ommaviy xizmat tizimini imitatsion modellashtirishning ikki algoritmi va shu asosda ishlab chiqilgan dasturiy ta'minot yaratish masalasi qaralgan.

Аннотация. В исследовании рассмотрены два алгоритма моделирования систем обслуживания населения, которые рассматриваются как система управления, и разработка программного обеспечения на их основе.

Imitatsion modellashtirish - bu tadqiq etish usuli bo'lib, tahlil etilayotgan dinamik tizim imitator bilan almashtiriladi va u bilan o'rganilayotgan tizim haqida axborot olish uchun tajribalar o'tkaziladi.

Imitatsion modellashtirish usulining mohiyati shundan iboratki, tizimni va tashqi muhit ta'sirlarini mantiq-analitik (matematik) modelini yaratishdan iborat bo'lib, tizimni ishlash jarayonini imitatsiya qilishdan, ya'ni tashqi ta'sirlar ostidagi tizim holatini vaqt bo'yicha o'zgarishini aniqlashdan iborat. Natijada chiqish parametrlarini bir qancha qiymatlarini aniqlash bilan tizimni asosiy ehtimollik xarakteristikalarini aniqlashdan iborat bo'ladi.

Stoxastik tizimlarni imitatsion modellashtirish usulining mohiyati tasodifiy miqdorlarni hisoblash usuli bilan tadqiq etiladi. Bu usul statik sinash usuli yoki Monte-Karlo usuli deyiladi.

Bu usulning mohiyati quyidagicha: tasodifiy miqdorni u taqsimot funksiyasini aniqlash talab etilsin. Faraz qilaylik, qidirilayotgan u quyidagi ko'rinishda ifodalanishi mumkin bo'lsin

$$y = y(\alpha, \beta, \gamma, \dots, \varpi),$$

bu yerda $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \varpi$ – taqsimot funksiyasiga ega bo'lgan tasodifiy kattaliklar. Bu masalani yechish uchun quyidagi algoritmlardan foydalaniladi:

- 1) Har bir kattalik bo'yicha $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \varpi$ – tasodifiy miqdorlarni aniq qiymatlari $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \varpi$ topiladi;
- 2) Topilgan miqdorlar bo'yicha u_i ni xususiy qiymati yuqoridagi bog'lanish bilan topiladi.
- 3) Oldingi amallar n marta takrorlanadi va natijada u tasodifiy miqdori aniqlanadi.
- 4) u miqdorini n ta qiymatiga asosan empirik taqsimot funksiyasi topiladi.

Ayrim holatlar prinsipi bo'yicha modellashtirish algoritmi.

Bu algoritm bo'yicha oddiy siklik modellashtirish jarayoni quyidagi amallarni bajarishga keltirilgan:

- 1) minimal vaqtli hodisa aniqlanadi - eng boshlang'ich hodisa;
- 2) model vaqtiga eng boshlang'ich xodisani sodir bo'lish vaqti tayinlanadi;
- 3) hodisa turi aniqlanadi;
- 4) hodisaga modelni reaksiyasi aniqlanadi;
- 5) bu amallar modellashtirish vaqti tamom bo'lguncha takrorlanadi.

Modellashtirish jarayonida chiqish xarakteristikalarini o'lchash va statik qayta ishlash amallari bajariladi. Eng avval modellashtiruvchi dasturni inisilizatsiya qilinadi, ya'ni massivlarni tayyorlanadi, kirish ma'lumotlari tezkor xotiraga yuklanadi, tasodifiy sonlar datchigi sozlanadi. So'ngra har bir oqimning birinchi talabi generatsiya qilinadi – ya'ni tizimga kelib tushish vaqt daqiqalari aniqlanadi va boshqa parametrlar aniqlashtiriladi.

Δt prinsipi bo'yicha modellashtirish algoritmi.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Bunda modellashtiruvchi algoritmni umumlashgan sxemasi model vaqtini (Δt prinsipi bo'yicha) o'zgarish orttirma prinsipi bo'yicha amalga oshiriladi. Imitatsiya vaqtida talab qilingan tizim xarakteristikalarini o'lchanadi, belgilanadi va qayta ishlanadi. Agar $t \geq T_m$ bo'lsa o'lchash natijalarini qayta ishlash tugallanadi va modellashtirish natijalari bosmaga (ekranga) chiqariladi.

Yuqoridagi algoritmlar asosida ommaviy xizmat ko'rsatishli boshqaruv tizimini Monte-Karlo usuli bilan modellashtirish dasturiy ta'minoti yaratildi. Yaratilgan dasturiy ta'minot ommaviy xizmat ko'rsatish tizimining asosiy xarakteristikalarini aniqlash uchun mo'ljallangan. Bu xarakteristikalarini aniqlash uchun boshlang'ich ma'lumotlarni kiritiladi.

Dasturiy ta'minot quyidagi qismlardan iborat:

1. Boshlang'ich ma'lumotlarni hosil qilish jadvali

№	R	P	M	T	T*	W
1	0,851599211269803					
2	0,089740013279831					
3	0,305547831722325					
4	0,442967287471037					
5	0,336273034725465					

2. Foydalaniladigan parametrlarning belgilanishi quyidagicha: R-tasodifiy son, P-xizmat ko'rsatishga talab vaqti, T, T*-xizmat ko'rsatish boshlanish va tugash vaqtlari, M-tizimning to'xtab turish vaqti, W-mijozning kutish vaqti va Q-navbat uzunligi.

3. O'rtacha intensivlik va kuzatish vaqti kiritiladigan qism:

Parametrlar

O'rtacha intensivlik

Kuzatish vaqti

4. Xizmat ko'rsatish davomiyligi vaqt oralig'i ko'rsatkichlari kiritiladi.

5. Kutilayotgan natijalar oynasi:

Natija

Sistemaning to'xtab turish vaqt ulushi **1%**

Mijozga xizmat ko'rsatishning o'rtacha kutish vaqti **305%**

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Фомин Г.П., Математические методы и модели в коммерческой деятельности. М: Финансы и статистика, 2001.
2. Устенко А.С. Математические основы моделирования и алгоритмизации сложных систем. М.: Наука, 2001.
3. Ивахненко А.Г. Моделирование сложных систем по экспериментальным данным. М.: «Радио и связь», 1997.
4. Ходжаев Т.Т., Азизов И. Математическое моделирование прикладных задач (методическое пособие по выполнению лабораторных работ). Самарканд, СамГУ, 2006.
5. Kamilov M.M. Ergashev A.K. Matematik modellashtirish. TATU, Toshkent, 2007-176 b.

ZAHIRANI BOSHQARISH MODELI UCHUN DASTURIY TA'MINOT

S. Murotov, G'. Xolmurodov, E. Islomov

Samarqand davlat universiteti, Raqamli texnologiyalar fakulteti talabalari

Annotatsiya. Ushbu ishda iqtisodiy masalalardan biri bo'lgan "Zahira darhol to'ldiriladigan deterministik model" masalasini yechish uchun Java dasturlash tili yordamida sodda interfeysga ega bo'lgan dastur yaratilgan.

Kalit so'zlar: Zahira, Uilson formulasi, dasturiy ta'minot

Аннотация. В данной работе для решения одной из экономических задач "детерминированная модель, в которой резерв немедленно заполняется" - была создана программа с простым интерфейсом с использованием языка программирования Java.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Ключевые слова: резервное копирование, формула Уилсона, программное обеспечение.

1. Zahira darhol to'ldiriladigan deterministik model

Faraz qilaylik C_1 – buyurtmani bir marta tashkil etish xarajati, C_2 – bir birlik resursni birlik vaqt davomida saqlash xarajati bo'lsin. Agar qaralayotgan davrda jami n marta buyurtma berilgan bo'lsa, umumiy xarajat $C = \left(C_1 + C_2 \frac{q}{2\mu}\right)n$ bo'ladi. Bu ifodaning chap va o'ng tarafla $\frac{q}{\mu}$ ga bo'lib va $H(q) = \frac{\mu C}{qn}$ deb belgilab, vaqt birligidagi bitta buyurtma umumiy xarajati quyidagicha topiladi [1], [3]:

$$H(q) = C_2 \frac{q}{2} + C_1 \frac{\mu}{q}$$

Buyurtmaning optimal o'lchami q^* ni topish uchun $H(q)$ ning q bo'yicha hosilasini nolga tenglashtiramiz:

$$\frac{dH}{dq} = \frac{C_2}{2} - \frac{C_1\mu}{q^2} = 0$$

Bu yerdan

$$q^* = \sqrt{\frac{2C_1\mu}{C_2}} \quad (1)$$

Bu formula buyurtmaning optimal o'lchamini topish yoki **Uilson formulasi** deyiladi [1], [3].

Zahirani yangilash optimal vaqt intervali τ^* quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$\tau^* = \frac{q^*}{\mu} = \sqrt{\frac{2C_1}{C_2\mu}} \quad (2)$$

Endi vaqt birligidagi bitta buyurtma uchun optimal xarajatlar miqdori H^* ni aniqlash formulasini keltiramiz:

$$H^* = \sqrt{2C_1C_2\mu} \quad (3)$$

Faraz qilaylik, qaralayotgan modelda buyurtmani bajarish muddati $L > 0$ bo'lsin. Bu holda zahirani yangilash optimal vaqt intervali τ^* dagi

$$t^* = \tau^* - L, \quad (4)$$

nuqta buyurtmani yangilash nuqtasini bildiradi. Agar t^* buyurtmani yangilash nuqtasi bo'lsa, zahira darajasi $p^* = t^*\mu = q^* - L\mu^*$ bo'lganda zahirani to'ldirishga yangi buyurtma beriladi.

2. Zahira darhol to'ldiriladigan deterministik model uchun dasturiy ta'minot

Yuqorida keltirilgan zahirani darhol to'ldirish deterministik modeliga asoslanib, Java dasturlash tilidan [2] foydalanib dasturiy ta'minot yaratildi. Dasturiy ta'minotdan foydalanish quyidagi misolni yechish orqali ko'rsatilgan. **Misol.** Biror mahsulotga bo'lgan kundalik talab 160 birlikni tashkil etsin. Mahsulot zahirasi hosil qilish uchun har bir buyurtma xarajati 40000 pul birligini, bir dona mahsulotni saqlash kunlik xarajati 20 pul birligini tashkil etadi. Agar buyurtmani bajarish muddati 2 kun bo'lsa, buyurtmaning optimal o'lchamini, zahirani yangilash optimal vaqtini, optimal xarajat miqdori va buyurtmani yangilash nuqtasini aniqlash kerak.

Dasturiy ta'minotning umumiy ko'rinishi quyidagicha

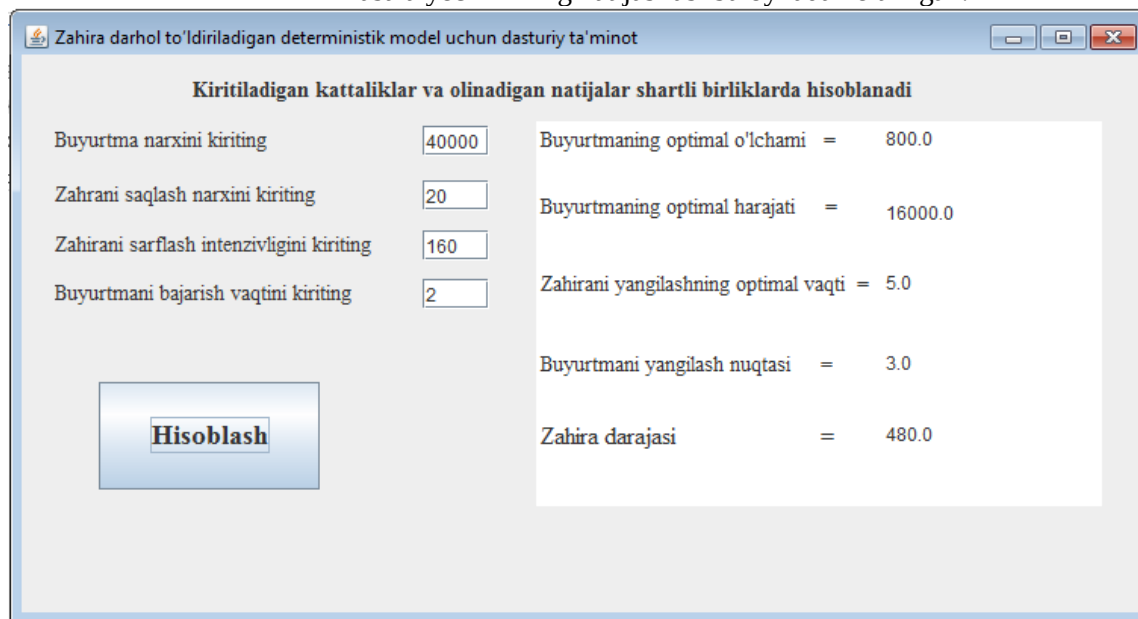
Kiritiladigan kattaliklar va olinadigan natijalar shartli birliklarda hisoblanadi

Buyurtma narxini kiriting		Buyurtmaning optimal o'lchami =
Zahrani saqlash narxini kiriting		Buyurtmaning optimal harajati =
Zahirani sarflash intenzivligini kiriting		Zahirani yangilashning optimal vaqti =
Buyurtmani bajarish vaqtini kiriting		Buyurtmani yangilash nuqtasi =
Hisoblash		Zahira darajasi =

1-rasm. Dasturiy ta'minotning asosiy oynasi.

5-ШҶББ. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Masala yechimining natijasi ushbu oynada keltirilgan.



Kiritiladigan kattaliklar va olinadigan natijalar shartli birliklarda hisoblanadi	
Buyurtma narxini kiriting	40000
Zahrani saqlash narxini kiriting	20
Zahirani sarflash intenzivligini kiriting	160
Buyurtmani bajarish vaqtini kiriting	2
Hisoblash	
Buyurtmaning optimal o'lchami	= 800.0
Buyurtmaning optimal harajati	= 16000.0
Zahirani yangilashning optimal vaqti	= 5.0
Buyurtmani yangilash nuqtasi	= 3.0
Zahira darajasi	= 480.0

2-rasm. Dasturiy ta'minotning natijalarni keltirgan oynasi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Г. Вагнер. Основы исследований операции. Т. 1–3. М.: Мир. 1972-73.
2. Ш. Герберт. Java 8. Полное руководство; Пер. с англ. - М.: "И.Д. Вильямс", (2015).
3. Х.Таха. Введение в исследование операций. Т. 1, 2. М.: Мир. 1981.

OLIJ O'QUV YURTLARIDA O'QITISH UCHUN PYTHON DASTURLASH TILINI TANLASHNING NAZARIY ASOSLARI HAQIDA

Otaxanov N. A

Namangan davlat universiteti, informatika kafedrası professori, p.f..n..

“Ta’lim to’g’risida”gi qonunda Oliy ta’lim bakalavriat ta’lim yo’nalishlari va magistratura mutaxassisliklari bo’yicha yuqori malakali kadrlar tayyorlanishi, jumladan, bakalavriat talabalarga oliy ta’lim tanlangan yo’nalishlaridan biri bo’yicha chuqurlashtirilgan bilim, malaka va ko’nikmalar berishi, magistratura esa bitiruvchilarni tegishli bakalavriat negizida ilmiy-tadqiqot, pedagogik, boshqaruv va boshqa faoliyatlarga tayyorlashi belgilab qo’yilgan.

O’zbekiston Respublikasi Prezidentining zamonaviy bilim va yuksak ma’naviy-axloqiy fazilatlariga ega, mustaqil fikrlaydigan yuqori malakali kadrlar tayyorlash jarayonini sifat jihatidan yangi bosqichga ko’tarish hamda oliy ta’limni ilg’or ta’lim texnologiyalariga asosida modernizatsiya qilish maqsadida tasdiqlagan PF-5847-sonli Farmonida Oliy ta’lim oldiga bir qator vazifalar qo’yilgan. Tabiiyki, Oliy ta’lim tizimi bu vazifalarni bajarishda shaxsan Prezidentimiz Sh. Mirziyoyev rahbarligida Respublikamizda olib borilayotgan “Raqamli O’zbekiston-2030” strategiyasi doirasida iqtisodiyotni faol rivojlantirish, barcha tarmoqlar va sohalarda, eng avvalo, davlat boshqaruvi, ta’lim, sog’liqni saqlash va qishloq xo’jaligida zamonaviy axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini keng joriy etish bo’yicha belgilangan kompleks chora-tadbirlarni hisobga olishi talab qilinadi. Mazkur strategiyada quyidagi masalalar ta’kidlab o’tilgan:

- dasturiy mahsulotlar va axborot texnologiyalarining mahalliy bozorini yanada rivojlantirish;
- dasturiy mahsulot ishlab chiqish sohasini malakali kadrlar bilan ta’minlash;
- mahalliy IT-kompaniyalar va dasturiy mahsulotlar ishlab chiqaruvchilarga ... o’z mahsulotlarini ichki va tashqi bozorlarda ilgari surishda ko’maklashish;
- zamonaviy axborot tizimlari va dasturiy mahsulotlarni joriy etish hisobiga mahsulotlar va xizmatlar sifatini yaxshilash, ularning tannarxini, ishlab chiqarishdagi to’xtalishlarni kamaytirish;
- zamonaviy raqobatbardosh va eksportga yo’naltirilgan dasturiy mahsulot va xizmatlarni ... rivojlantirish;
- robototexnika komplekslari va odamlar o’zaro ta’sirining algoritmlarini ishlab chiqish, ma’lumotlar uzatish tarmoqlari infratuzilmasini, o’rnatilgan sensorlar va sensor tarmoqlarni takomillashtirish,

5-ШҶЪБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

shuningdek, “bulutli” xizmatlarini taqdim etishning turli xil modellarini amalga oshirish uchun dasturiy ta’minot yaratish bo’yicha ilmiy ishlarni olib borish.

Yuqoridagi vazifalardan ko’rinib turibdiki, jamiyatning raqamli iqtisodiy deb atalmish zamonaviy rirojlanish bosqichida o’liy ta’lim muassasalarining bitiruvchilari quyidagi talablarga javob bera oladigan bo’lishlari talab qilinadi:

- yangi texnologiyalardan foydalanishga va zarur hollarda yaratishga qodir;
- nostandart vaziyatlarda bilim va ko’nikmalarini amalda qo’llash imkoni tadim etuvchi tizimli bilimlarga ega;
- faoliyat turiga bo’liq ravishda barcha turdagi axborot-kommunikatsion texnologiyalari bilan ishly oladigan;
- mustaqil qarorlar qabul qila oladigan;
- zamonaviy vozitalardan foydalangan holda ishlab chiqarishni boshqara oladigan;
- individual hamda jamoada hamkorlikda ishlaydi va yuksak darajada ma’uliyatli.

Bitiruvchilarda bunday sifatlarni tarbiyalashda Oliy ta’lim muassasalarida yo’nalishlarga bog’liq ravishda dasturlash tillarini o’qitish muhim ahamiyat kasb etadi. Mustaqil hayotga qadam qo’yayotgan yosh mutahassis zamonaviy mehnat bozori, jadal tezlik bilan o’zgarayotgan axborot muhiti, raqamli faoliyat yuritishni talab qilayotgan sharoitlarda raqobatbardosh hodim bo’la olishi uchun, kasbiy bilimlardan tashqari, dasturlash tillari bilan tanish bo’lishi hamda ulardan o’z sohasiga oid muammolarni hal qilishda foydalana olishi, mavjud axborotlar orasidan foydalilarini ajrata olishi ham muhim mezon hisoblanadi. Dasturlash tillari ularga o’z faoliyatiga ijodiy, mustaqil, muloqotga kirishuvchan, turli shakl va mazmundagi shaxsiy, kasbiy va jamoaviy muammolarni hal qila olish va bu yo’lda yangi bilimlarni olishga intiluvchanlik kabi fazilatlarini shakllantirish va rivojlantirishga ko’mak beradi.

Dasturlash tillari informatikaning zamonaviy boblaridan biri sanaladi. Ularni chuqur o’rganish yosh mutahassislarning kasbiy faoliyatga tayyorgarlik darajasidan tashqari, madaniy va ma’naviy qiyofasini ham ko’rsata oladi. Bundan ko’rinib turibdiki, oliy o’quv yurtlarida o’qitish uchun dasturlash tillarini to’g’ri tanlash muhim ahamiyatga ega ekan. Olimlar bu tilni quyidagi mezonlar asosida tanlashni taklif qilishadi[3]: o’zlashtirishning soddaligi; universallik; amaliy xarakteriga ko’ra; kasbiy yo’nalishlari bo’yicha; mavqeiga ko’ra; erkinligiga ko’ra.

O’zlashtirish sodda bo’lgan dasturlash tillari algoritm qurish asoslarini o’zlashtirishga ko’mak beradi. Masalan, Pascal yoki Basic tillari o’rganish uchun sodda, lekin amaliyotda juda ham foydalaniladi.

Universal dasturlash tillari zamonaviy vakillarining kattagina qismi predmetga, obyektga, komponentaga yo’naltirilgan, funksional, modulli va boshqa paradigmalariga asoslansada, umumiy xarakterdagi boshqa masalalarni dasturlash uchun ham qo’l keladi. O’qitish uchun tanlanadigan dasturlash tili qandaydir tayanch paradigmani qo’llab quvvatlagan holda, zamonaviy boshqa dasturlash paradigmalarini o’rganishga imkon berishi lozim.

Amaliy xarakteriga ko’ra dasturlash tillari konkret tipdagi masalalarni (ma’lumotlar bazasi, grafik muharrirlar, veb-sahifalar, matematik hisoblashlar va h.k.) dasturlashni e’tiborga olib tanlanadi. Bunday tillarga namuma qilib SQL (ma’lumotlar bazasi), Mathcad (matematik hisoblashlar), AutoCad (loyihalash), HTML (veb-sahifa) va boshqalarni ko’rsatish mumkin.

Kasbiy yo’nalishlari bo’yicha o’qitish uchun dasturlash tilini tanlash muayyan yo’nalishda tahsil olayitgan talabalarning kelajakdagi kasbiy faoliyatida ko’p uchraydigan masalalar xarakteridan kelib chiqqan amalga oshiriladi. Masalan, tasviriy san’at yo’nalishiga Micromedia Flash, Photoshop, matematiklar uchun MatLab va Mathcadlarni tavsiya qilish mumkin.

Mavqeiga ko’ra o’qitish uchun dasturlash tilini tanlashda uning zamonaviy jahon dasturchi mutahassislari o’rtasidagi o’rni e’tiborga olinadi. Bu ko’rsatkichni aniqlashda TIOBE (reytinglarni qayd etuvchi kompaniya), PyPL (Popularity of Programming Languages) hamda HeadHunter (dasturlash tillari bo’yicha vakansiyalar reytingi) kabi tashkilotlarning hulosalaridan foydalanish mumkin.

Erkinlik deganda dasturlash tillarining ochiqligi, ishlab chiqish muhiti va dasturlash tili mualliflari yoki konkret platformalarga bog’liq emasligi nazarda tutiladi. Bu sohadagi tobelik dasturchi va foydalanuvchilar erkinliklarini cheklab, “hafsalasini pir qiladi”.

Keltirilgan ma’lumotlardan ko’rinib turibdiki, Python dasturlash tili yuqoridagi barcha mezonlarga mos keladi.

O’rta umumta’lim maktablarining IX sinflarida o’quvchilar Python tilida dasturlash bo’yicha dastlabki ko’nikma va malakalarni egallaganliklarini e’tiborga olinsa, bu tilni bemalol Oliy o’quv yurtlarida o’qitish uchun tanlab olish mumkin. Bu holat o’rta umumta’lim maktablari, o’rta mahsus bilim yurtlari hamda O’liy o’quv yurtlarida informatika va axborot texnologiyalari fanini o’qitish sohasida ta’lim uzluksizligi va uzviylikni ta’minlashga imkon beradi.

FOYDALANILGFAN ADABIYOTLAR RO'YHATI

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining "O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risida" Farmoni. 2019 yil 8 oktyabr. (Qonun hujjatlari ma'lumotlari milliy bazasi, 09.10.2019-y., 06/19/5847/3887-son.)
2. Третьяков О. А., Федоркевич Е. В. Выбор первого языка для обучения программированию. Мир науки. Педагогика и психология. 2020, №5, Том 8

NOANIQLIK SHAROITIDA QAROR QABUL QILISH MASALASIDA OPTIMALLASHTIRISH KRITERIYALARI

Raxmidinov Farrux Islom og'li

Sharof Rashidov nomli Samarqand davlat universiteti raqamli texnologiyalar fakulteti talabasi

Annotatsiya. Ishda murakkab tizimlarda mavjud muammolarni tavsifi va ularni yechishda optimallashtirish kriteriyalari va ularni qo'llash vositalari qarang.

Аннотация. В исследовании описываются проблемы в сложных системах и критерии оптимизации и их применение при их решении.

Ijtimoiy-iqtisodiy tizimlar doirasida qaror qabul qilish muayyan maqsadga erishish uchun tahlil qilish, prognozlash, optimallashtirish va turli xil variantlardan muqobilini tanlash natijasidir..

Qaror qabul qilish jarayonini asosan ikkita amaldan iborat: eng yaxshi variantni tanlash bo'yicha mutaxassislar tomonidan tavsiyalar ishlab chiqish va bevosita qaror qabul qiluvchi shaxs (QQQS) tomonidan yakuniy variantni qabul qilish.

Qaror qabul qilish masalasi quyidagi shaklda yozilishi mumkin:

$$\langle S, T, R \mid C_d, P, C, O, A, K, f, A^* \rangle,$$

bu yerda, S – muammoli vaziyat;

T – qaror qabul qilish vaqti;

R – qaror qabul qilish uchun zarur resurslar;

C_d – oldindan belgilangan muammoli vaziyat;

$P = (P_1, \dots, P_n)$ – kelajakda vaziyatning rivojlanishi haqidagi taxminlar to'plami;

$C = (C_1, \dots, C_k)$ – yechim erishishga qaratilgan maqsadlar to'plami;

$O = (O_1, \dots, O_l)$ – cheklovlar to'plami;

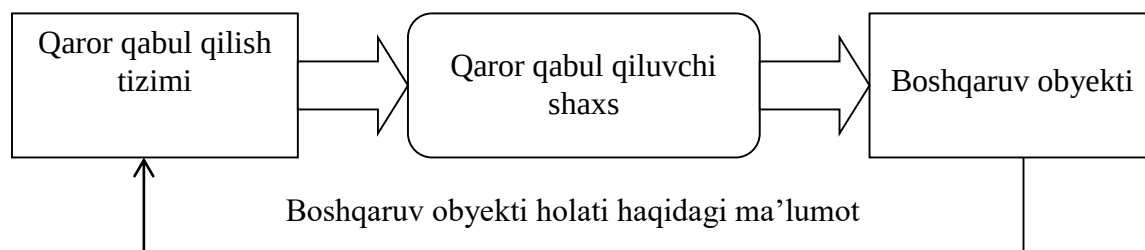
$A = (A_1, \dots, A_m)$ – alternativ (muqobil) yechimlar to'plami;

$K = (K_1, \dots, K_p)$ – optimal variantni tanlash kriteriyalari to'plami;

f – qaror qabul qiluvchining afzallik funksiyasi (ob'ektiv K mezonlari va qaror qabul qiluvchining shaxsiy tanlovlarini o'z ichiga oladi);

A^* – optimal yechim.

Ko'pincha, optimal harakat yo'nalishini tanlash noaniqlik yoki tavakkalchilik sharoitida sodir bo'ladi. Qabul qilingan qarorlarning oqibatlari turlicha bo'lishi mumkin bo'lgan voqealarning kelajakdagi rivojlanishi



bilan belgilanadi. Har bir variantni amalga oshirish ma'lum (*tavakkalchilik*) yoki noma'lum (*noaniqlik*) ehtimollik bilan bo'lishi mumkin. Qaror qabul qilish texnologiyasi quyidagicha sxematik tarzda ko'rsatilgan iterativ jarayondir:

Qaror qabul qilish mezonlari sifatida Laplas mezon, o'rtacha yutuq mezon, Vald, maksimaks, Gurvits va Sevij kriteriyalaridan foydalaniladi.

Masalan, Laplas kriteriyasi atrof-muhit holati haqida hech narsa ma'lum bo'lmagani uchun ularni teng ehtimollik deb hisoblash mumkin degan taxminga asoslanadi:

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

$$K(a_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n k_{ij},$$

bu yerda i – muqobil uchun optimallik mezon; $K(a_i)$ – k_{ij} vaziyatning j -chi holatidagi i - muqobil xususiyatlarining qisman ko'rsatkichi; n – mumkin bo'lgan muhit holatlari soni.

Optimal tizim samaradorligi formulasi:

$$K^{omn}(a_i) = \max_i \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^l k_{ij} \right).$$

Masala. Do'kon egasi har kunning boshida tez buziladigan mahsulotni qayta sotish uchun bir birligini 50 so'mdan sotib oladi. Ushbu mahsulotni sotish narxi bir birlik uchun 60 so'mni tashkil qiladi. Kuzatishlardan ma'lumki, bu mahsulotga kuniga talab 1, 2, 3 yoki 4 birlikka teng bo'lishi mumkin. Amalda 1-talab 15 marta, 2-talab 30 marta, 3-talab 30 marta, 4-talab 25 marta kuzatilgan. Agar mahsulot kun davomida sotilmasa, u holda kunning oxirida u 30 so'mdan sotiladi. Do'kon egasi har kuni ushbu mahsulotdan qancha dona sotib olishi kerak?

Xuddi shu masalani kuzatishlar natijalarini istisno qilgan holda ham qarab chiqish mumkin.

Bunday masalalarni modellashtirish uchun odatda samaradorlik jadvali tuzish mumkin, unda satrlar mavjud yechimlarga, ustunlar esa mumkin hodisalar rivojiga hamda qatorlar va ustunlar kesishmasida bog'liq oqibatlarining miqdoriy baholari qo'yiladi. ushbu ssenariyni amalga oshirish sharoitida ushbu qarorning qabul qilinishi bilan. Bunday baholashlar ham ijobiy xususiyatlar (daromad, foyda, foydali samara, foydalilik), ham salbiy (yo'qotishlar, xatolar) bo'lishi mumkin.

Yuqoridagi formulalar yechilayotgan masalani yechishning dasturiy ta'minotini amalga oshirish bosqichiga o'tishga imkon beradi.

Bu turdagi masalalar uchun yaratilgan dasturiy mahsulot ishlab chiqish texnologiyasi dastur arxitekturasini ishlab chiqish, rasmiy ravishda taqdim etilgan masalani algoritmash, dasturni yuqori darajadagi tilda kodlash va ishlab chiqilgan dasturiy mahsulotni sinovdan o'tkazishni o'z ichiga oladi.

ADABIYOTLAR

1. Анфилов В.С., Емельянов А.А., Кукушкин А.А. Системный анализ в управлении. – М.: Финансы и статистика, 2002 г. – 368 с.
2. Вентцель Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология: учеб. пособие для вузов / Е. С. Вентцель- 3-е изд., стер. - М.: Дрофа, 2004. - 208 с. : ил.
3. Омонов А.А., Ахаткулов С.А. Транспорт логистикасида оптимал жойлаштириш самарадорлигини баҳолашнинг бир критерияси. Barqarorlik va yetakchi tadqiqotlar onlayn ilmiy jurnali, 1(2), 2021, 57-64.
4. Омонов А.А. Очилов С. Эгамбердиев Т.Х. Логистик тизимларда оптимал таркибни танлаш масаласи ҳақида. “Инновацион ва замонавий ахборот технологияларини таълим, фан ва бошқарув соҳаларида қўллаш истикболлари” мавзусидаги халқаро илмий – амалий онлайн конференцияси материаллари. – Самарқанд, СамДУ нашри, 14-15 май, 2020. – 543-548 б.
5. Омонов А.А. Очилов С., Раджабов Ш.Б. Исследование задач управления, связанных с проблемой оптимального прохождения области. Международная конференция по дифференциальным уравнениям и динамическим системам: тез. докл. / Суздаль, РФ, 3 – 8 июля 2020 г., с. 96-98.

TEKISLIK NUQTALARINI INVERSION ALMASHTIRISH

I.N.Tillabayev

NamDU katta o'qituvchi

Inversiya so'zi latinchada inversio so'zidan olinib, buning ma'nosi teskarisini ag'darish yoki o'rinlarini akslantirish demakdir.

Inversiya — muhim geometrik akslantirishlardan biri bo'lib, u boshqa metodlar yordamida yechilishi qiyin bo'lgan konstruktiv masalalarni osonroq masalaga keltirib yechishga imkon beradi. Inversiya geometriyaning boshqa ko'pgina sohalarida va ba'zi bir mexanizmlarning, masalan, turli inversorlarning tuzilishi va ishlatilishini nazariy asoslashda ishlatiladi

Tekislikda O markazi va r radiusli $\omega(o, r)$ aylanani olamiz.

Ta'rif. O markazli va r radiusli inversiya deb ω aylana etgan tekislikning O dan boshqa har bir X nuqtasiga OX nurda yotuvchi va $\overrightarrow{OX} \cdot \overrightarrow{OX'} = r^2$ shartni qanoatlantiruvchi X' nuqtani mos keltiradigan

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

almashtirishga aytiladi. $\omega(o, r)$ aylana inversiya aylanasi, uning markazi inversiya markazi radiusi esa inversiya radiusi deyiladi. $\omega(o, r)$ aylanaga nisbatan inversiyani J'_o bilan belgilanadi. ω aylananing markazi O nuqtaga inversiyada $\overrightarrow{OX} \cdot \overrightarrow{OX'} = r^2$ shartni qanoatlantiruvchi xech qanday nuqta mavjud bo'lmaydi. Inversiya ta'rifiga ko'ra X nuqtaga mos X' nuqta OX nurga etgani uchun $\overrightarrow{OX}$ va $\overrightarrow{OX'}$ vektorlar yo'nalishdosh bo'ladi va $(\overrightarrow{OX} \overrightarrow{OX'}) = |\overrightarrow{OX}| \cdot |\overrightarrow{OX'}|$. tenglik bajariladi[1].

Inversiya ta'rifidan inversiya aylanasi qo'zg'almas nuqtalarning geometrik o'rnidan iborat bo'ladi degan natija kelib chiqadi.

Inversiya hossalari:

1) Tekislik nuqtalarini inversion almashtirishda:

a) Inversiya aylanasi tashqarisidagi nuqtalar inversiya aylanasi ichidagi nuqtalarga,

b) Inversiya aylanasi ichidagi (markadan boshqa)

nuqtalar inversiya aylanasi tashqarisidagi nuqtalari o'tadi (1-rasm).

2) Inversiya markazidan o'tmaydigan to'g'ri chiziqqa mos figura inversiya markazidan o'tuvchi aylana bo'ladi;

3) Inversiya markazidan o'tmaydigan aylanaga mos figura inversiya markazidan o'tmaydigan aylanadir;

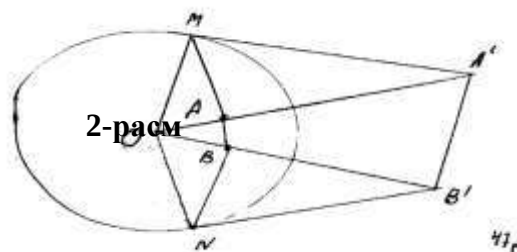
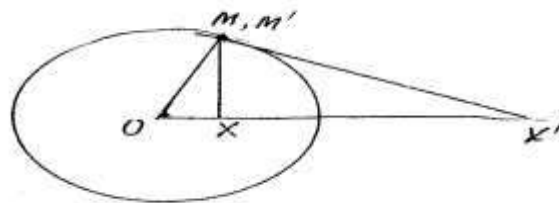
4) Inversiyada to'g'ri chiziqlar tashkil etgan burchak ularning aksi tashkil etgan burchakka teng,

5) inversiyada aylanalar tashkil etgan burchak ularning aksi tashkil etgan burchakka teng;

6) Inversiyada aylana va to'g'ri chiziq tashkil etgan burchak, ularga inversion mos figuralar tashkil etgan burchakka teng,

7) J'_o inversiya O nuqtadan farqli A va B nuqtalarni A' va B' nuqtalarga o'tkazsin, bunda O, A, B nuqtalar kollinear bo'lmasin, u holda OAB va $OA'B'$ o'xshash uchburchaklar bo'lib $\angle OAB = \angle OA'B', \angle OBA = \angle OB'A'$ (2-rasm)[2].

Agar tekislikda $B = \{0, \bar{i}, \bar{j}\}$ ortonormalashtirilgan reper tanlangan bo'lib, shu repenga nisbatan inversiya aylanasi $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$ (1) tenglamaga ega bo'lsa u holda inversiya quyidagi formulalar orqali aniqlanadi.



$$x' - x_0 = \frac{r^2(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad y' - y_0 = \frac{r^2(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \quad (2) \quad \text{bunda } x_0, y_0 \text{ inversiya}$$

markazining koordinatalari x, y tekislikning X nuqtasini koordinatalari, x', y' — X ning aksi bo'lgan X' nuqtaning koordinatalaridir[3].

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

[1]. Атанасян, А.С.Базұлов В.Т.Геометрия ч.1, Москва «Просвещение» 1986 [2]. Погорелов А.В. Геометрия, Москва «Наука» 1983.

[3]. Саранцев Г.Н. «Сборник задач на геометрические преобразования» Москва – «Просвещение»-1981.

[4]. Верисова Е.Е., Денисова И.С. «Сборник задач по геометрическим преобразованиям» Москва-1978.

5-ШҶЪБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ TENGLAMALARNI TAQRIBIY YECHISH

I.N.Tillabayev
NamDU katta o'qituvchi

Hozirgi vaqtda fan-texnikaning rivojlanishida ilm-fan muammolarini hal qilishda ilmiy salohiyatni oshirish, rivojlantirish jamiyatimizda muhim o'rin tutadi. Ilm-fanning rivojlanishida, ilm-fan muammolarini hal qilishda esa matematik hisoblashlar, matematik tahlil qilishlar jamiyat rivojlanishini dolzarb masalalaridan hisoblanadi. Chunki juda ko'plab fizikaviy, biologik va kimyaviy masalalar matematik hisoblashlar, matematik tahlil qilishlar yordamida hal qilinadi. Ilmiy hisoblash jarayonida Microsoft Excel dasturi yordamida tenglamalarni taqribiy yechishni o'rganamiz.

Bir noma'lumli tenglamalar $f(x)=0$ (1) ko'rinishida yoziladi. Bu yerda $f(x)$ - funktsiya $[a, b]$ oraliqda uzluksiz. (1) tenglamani to'g'ri tenglikka aylantiruvchi ixtiyoriy ξ soni tenglamaning yechimi deb ataladi [1].

(1) tenglamani yechish ikki bosqichdan iborat bo'ladi:

- Tenglamaning ildizlarini ajratish, ya'ni tenglamaning yagona yechimi mavjud bo'lgan oraliqlarni aniqlash;
- yechimlarni berilgan aniqlikda hisoblash.

Yechimlarni ajratish. Yechimlarni ajratishning grafik usulida $f(x)$ – funktsiyaning grafigi $[a, b]$ oraliqda quriladi. Funktsiya grafigining abtsissa o'qi bilan kesishadigan nuqtalari tenglamaning taqribiy yechimlari hisoblanadi. Shunday usul bilan aniqlangan oraliqda tenglamaning yagona yechimi yotadi.

Yechimlarni ajratishning analitik usulida quyidagi mulohazalardan foydalaniladi

- agar $f(a)*f(b)<0$ bo'lsa, $[a, b]$ oraliqda (1) tenglamaning toq sonli yoki yagona yechimi yotadi;
- agar $f(a)*f(b)>0$ bo'lsa, $[a, b]$ oraliqda (1) tenglamaning juft sonli yechimlari yotadi yoki yechimi mavjud bo'lmaydi;
- agar $f(a)*f(b)<0$ bo'lib, $f'(x)$ yoki $f''(x)$ funktsiya $[a, b]$ oraliqda o'z ishorasini o'zgartirmasa, (1) tenglama bu oraliqda yagona yechimga ega.

Ishning bajarish tartibi:

Quyidagi tenglama berilgan bo'lsin:

$$x^5-4x-2=0 \quad (3)$$

- (3) tenglamaning ildizlarni ajratish uchun elektron jadval yarating;
- (3) tenglamaning barcha ildizlarini ajrating;
- individual topshiriqlar uchun barcha ildizlarni ajrating.

1. Ildizlarni ajratish uchun elektron jadval yaratish.

Biz yuqorida ko'rdikki, tenglamaning ildizlarini ajratish bir nechta bosqichlardan iborat bo'ladi:

- funktsiyaning qiymatlarini $[a, b]$ oraliqning chegaraviy nuqtalaridagi ishoralarini aniqlanadi;
- agar bu qiymatlar turli ishorada bo'lsa, ya'ni $f(a)*f(b)<0$ bo'lsa, bu oraliqda $f'(x)$ yoki $f''(x)$ funktsiyalarning o'z ishoralarini saqlashlari aniqlanadi.
- Agar $f'(x)$ yoki $f''(x)$ funktsiyalar $[a, b]$ oraliqda o'z ishoralarini saqlasa, bu oraliqda (1) tenglama yagona yechimga ega bo'ladi [3].

Demak, yaratiladigan elektron jadval a)-c) shartlarni bajarilishini ta'minlashi lozim. Interval chegaralarining o'zgarishi bu jarayonni yangi interval uchun takroran bajaradi. Shunday qilib elektron jadvalni quramiz.

2. Matnli va sonli qiymatlarni kiritish.

Zarur izox va sonli ma'lumotlarni A1:C6 yacheykalarga kiritamiz. Belgilash kiritamiz: fp- birinchi tartibli hosila, fv - ikkinchi tartibli hosila.

3. Hisoblash formulalarini kiritish. a) A7 yacheykaga "Intervalning o'rtasi" matnini yozamiz. b) C7 yacheykaga $[a, b]$ interval o'rtasini hisoblash formulasini kiritiladi: $=(C5+C6)/2$. c) A8 yacheykaga "f quyi" matni yoziladi.

d) B8 yacheykaga quyidagi formulani yoziladi: $=C5^5-4*C5-2$.

e) A9 yacheykaga "f o'rta" matni yoziladi.

f) B9 yacheykaga quyidagi formulani yoziladi: $=C7^5-4*C7-2$.

g) A10 yacheykaga "f yuqori" matni yoziladi.

h) B10 yacheykaga quyidagi formulani yoziladi: $=C6^5-4*C6-2$.

4. Birinchi tartibli hosilani hisoblash formulasini kiritish.

A11:B13 yacheykalarni 3-punktdagi kabi to'ldiriladi.

5. Ikkinchi tartibli hosilani hisoblash formulasini kiritish.

A14:B16 yacheykalarni 3-punktdagi kabi to'ldiriladi.

6. Ildizlarni ajratishning bitta iteratsiyasi uchun formula kiritish

5-ШҶЎБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

a) A17 yacheykaga funktsiya ishorasini tekshirish formulasi kiritiladi: =ЕСЛИ(B8*B10<0, 1, 2). Natijada A17 yacheykaga agar funktsiyaning ishorasi chegaraviy nuqtalarda turlicha bo'lsa 1 qiymati, aks holda esa 2 qiymati yozib qo'yiladi. b) A18 yacheykaga quyidagi formulani yozamiz:

=ЕСЛИ(A17=1;ЕСЛИ (B11*B13<0;0;ЕСЛИ(B12*B13>=0; ЕСЛИ(B11*B12>=0;1;0);0))).

Elektron jadval birinchi tartibli hosilaning oraliqning chegaraviy va o'rta nuqtalaridagi ishorasin aniqlaydi. Agar ishoralar bir hil bo'lsa A18 ga -1, aks holda -0 ni yozib qo'yadi.

c) A19 yacheykaga quyidagi formulani yozamiz:

=ЕСЛИ(A17=1;ЕСЛИ(B14*B16<0;0;ЕСЛИ(B14*B15>=0; ЕСЛИ(B15*B16>=0;1; 0);0)));

Elektron jadval ikkinchi tartibli hosilaning oraliqning chegaraviy va o'rta nuqtalaridagi ishorasin aniqlaydi. Agar ishoralar bir hil bo'lsa A19 ga -1, aks holda -0 ni yozib qo'yadi.

b) A20 yacheykaga A18 va A19 yacheykalardagi sonlarning yihindisini hisoblash formulasini yoziladi: =СУММ(A18:A19).

Agar A18 yoki A19 yacheykalardan birortasida 1 yozilgan bo'lsa, u holda A20 da ham 0 dan farqli son bo'ladi. Bu faktni aniqlash uchun A21 ga quyidagi formulani yozamiz: =ЕСЛИ(C20>0, "Berilgan "S5"- "S6" "intervalda yechim yagona", 0).[2].

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

- [1]. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. -М.:Наука,1987.- 600 с.
[2]. Boyzoqov A., Qayumov Sh. Hisoblash matematikasi asoslari.T.:TDIU, 2000. [3]. В.М.Вержбицкий. Численные методы . -М.:ОНИКС 21 век ,2005-400 с.

REKURSIYA

Sh.X.Tojiboyeva NamDU

Informatika Fani bo'yicha olimpiadalarda turli masalalar uchrab turadi. Jumladan, bularan biri rekursiv masala hisoblanai. Agar dastur o'zini-o'zi protsedura yoki funktsiya sifatida foydalanadigan bo'lsa, bunday dasturlarni rekursiv dastur deyiladi. Rekursiv dasturlar ikki turga bo'linadi:

a) To'g'ri rekursiya. Bunda funktsiya o'ziga-o'zi murojaat qiladi.

b) Yondosh rekursiya. Bunda 1-funktsiya 2- funktsiyaga, 2-funktsiya esa 1-funktsiyaga murojaat qiladi.

Rekursiv dastur yozish uchun avvalo 1) rekkurent munosabat; 2) shu munosabat uchun boshlang'ich holat aniqlangan bo'linshi shart. Rekkurent munosabat deganda biror jarayonning N va N-1 qadamlarni bog'lovchi munosabatlar tushuniladi. Masalan, $N! = N(N-1)!$ formulani N! uchun rekkurent munosabat deb qarash mumkin. Bu munosabat uchun boshlang'ich holat bo'lib, $1! = 1$ xizmat qiladi. Bu ma'lumotlarni hisobga olsak, faktorialni hisoblash masalasi uchun rekkurent munosabatlar quyidagicha bo'ladi:

$$N! = \begin{cases} N \cdot (N-1)!, & \text{agar } N > 1 \text{ bo'lsa} \\ 1, & \text{agar } N = 1 \text{ bo'lsa} \end{cases}$$

Ko'rinib turibdiki, N! ni hisoblash uchun avval (N-1)! ni hisoblab topish kerak. Lekin, (N-1)! = (N-2)! (N-1) bo'lganligi uchun o'z navbatida (N-2)! ni topishga xarakat qilinadi. (N-2)! esa (N-3)!(N-2) ga teng va hokazo. Demak, N! ni hisoblash algoritmi o'zining ichiga o'zi "cho'kib" bormoqda. Bu jarayon boshlang'ich holat sodir bo'lgunga, ya'ni 1! gacha davom etadi. SHundan keyin, "cho'kish" jarayoni to'xtaydi, $1! = 1$ ekanligi haqida ko'rsatma olgan EHM endi yuqoriga qarab "suzib" chiqish bosqichini bajaradi. YA'ni, $2! = 1$, $2! = 1 \cdot 2 = 2$, $3! = 2! \cdot 3 = 6$ va hokazo. Bu holat to N! hisoblanmaguncha davom etaveradi. Shu jarayonning Turbo Pascaldagi dasturi quyidagicha yoziladi :

```
program factorial ;
var r.n: integer ;
function fak(k:integer): integer;
begin
    if k>1 then fak:= fak(k-1)*k else fak:= 1 ;
end;
begin
    read(n) ;
    write(fak(n));
end.
```

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Navbatdagi masalada $f(n)$ funktsiyaning qiymatlari $f(0)=1$, $f(2n)=f(n)$ va $f(2n+1)=f(n)+1$ ifodalar yordamida topiladi. Berilgan k natural soni uchun $f(k)$ ni toping.

Yechish g'oyasi: Yuqoridagi masalani K ta elementli massiv yordamida yechish ko'pchilikning nazarida oson usulga o'xshaydi. Lekin bu to'g'ri ish emas. Chunki, K etarlicha katta son bo'lsa, K ta elementli massiv EHM xotirasiga sig'may qolishi mumkin. Qolaversa, siqqan taqdirda ham, bu elementlarning hammasi ishlamaydi. $k=1000$ bo'lganda massivning 1000 ta elementidan ko'pi bilan 11 tasi masalani yechish uchun kerak bo'ladi halos. Qolgann esa EHM xotirasini bekordan bekorga band qiladi. Shuning uchun qo'yilgan masalani massivdan foydalanmay yechish eng yaxshi usul hisoblanadi. Bu usul rekursiyadan foydalanish usulidir. Rekkurent munosabat va bu munosabat uchun boshlang'ich holat masala shartida keltirilganligi dasturchi ishini yanada osonlashtiradi. Turbo Pascalda dasturida quyidagicha:

Program rekursiya ;

var k,n : integer ;

function f(m:integer) : integer ;

var h: integer;

begin

if m=0 then f:=1 else

begin h:=m div 2 ;if m mod 2=0 then f:=f(h) else f:=f(h)+1; end; end;

begin read(k) ; n:=f(k) ; write('f(' ,k,') ',n:10) end.

Bu dasturni $k=10$ bo'lgan hol uchun bajargan EHM $f(10) := 3$ yozuvlarni display ekraniga chiqaradi.

Navbatdagi masalada arifmetik progressiyaning matematik formulasi $a_n = a_1 + d(n-1)$ yordamida hisoblashni ko'rib o'tamiz.

Yechish g'oyasi. Formulaga e'tibor berilsa, davriy ravishda d (hadlar ayirmasi) qo'shib kelmoqda, rekursiv masalalarga albatta e'tiborga olish lozim. Endi rekursiv algoritmini qurib olamiz.

$$Arif(a_1, d, n) = \begin{cases} a_1, & \text{agar } n = 1 \\ Arif(a_1, d, n-1) + d, & \text{aks holda} \end{cases}$$

Dasturda funktsiyaning quyidagicha yozib olish mumkin. Turbo Pascal dasturlash muhitida quyidagicha:

Function Arif (a1, d: real; n: integer): real;

Begin

if n = 1 then Arif := a1 else Arif := Arif(a1, d, n - 1) + d;

End;

Rekursiyaning grafikaga tatbiq qilsinsa chiroyli manzara hosil bo'ladi. Masalan qor parchasini tasvirlash uchun Turbo Pascal dasturlash muhitida dasturi quyidagicha:

program qor;

uses graph, crt;

var x,y,r,d,m:integer;

pi:real;

procedure ris(x,y,r:integer);

var x1,y1,t:integer;

begin

if r<=1 then begin putpixel(x,y,15);exit end;

for t:=0 to 6 do begin

x1:=x+trunc(r*cos(t*pi/3)); y1:=y+trunc(r*sin(t*pi/3));

line(x,y,x1,y1); ris(x1,y1,r*2 div 5);

end;

end;

begin

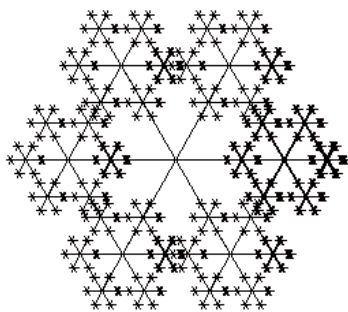
d:=detect; initgraph(d,m,'bgi');

pi:=3.14; x:=320; y:=240; r:=80;

ris(x,y,r);

end.

Dastur ishga tushirilganda quyidagi qor parchasi tasvir hosil bo'ladi.



Yuqoridagi ma'lumotlardan ko'rinib turibdiki, rekursiya oddiy protsedura yoki funktsiyaga nisbatan murakkabroq tushuncha, lekin u mohir dasturchi qo'lida juda ham yaxshi qurol bo'lishi mumkin.

ADABIYOTLAR

1. <http://th-algoritmov.narod.ru/>
2. <http://www.pascaler.ru/pascal/underprog/recursia/>
3. <http://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/6791>

АППРОКСИМАЦИЯ КРАЕВЫХ УСЛОВИЙ 3-ГО ТИПА С ТОЧНОСТЬЮ $O(h^2)$

С.Тошбоев (НамГУ)

1) Рассматриваются краевые задачи для дифференциальных уравнений:

1) обыкновенное дифференциальное уравнение

$$u'' + p(x)u' + q(x)u = f(x), \quad a < x < b \quad (1)$$

$$\alpha_0 u(a) + \alpha_1 u'(a) = A, \quad \beta_0 u(b) + \beta_1 u'(b) = B \quad (2) \quad 2)$$

параболическое дифференциальное уравнение

$$u_t = u_{xx} + f(x, t), \quad 0 < x < 1, \quad 0 \leq t \leq T, \quad u(x, 0) = u_0(x) \quad (3)$$

$$\alpha_0 u(0, t) + \alpha_1 u'(0, t) = g_1(t), \quad \beta_0 u(1, t) + \beta_1 u'(1, t) = g_2(t), \quad (4)$$

3) гиперболическое дифференциальное уравнение

$$u_{tt} = u_{xx} + f(x, t), \quad 0 < x < 1, \quad 0 \leq t \leq T, \quad u(x, 0) = u_0(x), \quad u'_t(x, 0) = u_1(x) \quad (5)$$

$$\alpha_0 u(0, t) + \alpha_1 u'(0, t) = g_1(t), \quad \beta_0 u(1, t) + \beta_1 u'_x(1, t) = g_2(t) \quad (6)$$

Для построения разностных схем в области $D = [0, 1] \times [0, T]$ вводится сетка точек $\omega_{ht} = \omega_h \times \omega_\tau =$

$\{(x_k, t_j), \quad x_k = k \cdot h, \quad t_j = j \cdot \tau, \quad k = 0..m; \quad j = 0..n\}$ Обозначим $\bar{u}_{kj} = \bar{u}(x_k, t_j)$, $u_{kj} \approx$

$\bar{u}_{kj}$ где $\bar{u}(x, t)$ точное решение краевой задачи.

Основные идеи аппроксимации краевых условий с точностью $O(h^2)$ мы изложим для задачи (1), (2). В работах [1-3] имеется разностная схема вида $Au = d$, точностью $O(h)$:

$$\alpha_0 u_0 + \alpha_1 (u_1 - u_0)/h = A \quad (7)$$

$$\frac{u_{k-1} - 2u_k + u_{k+1}}{h^2} + \frac{p_k(u_{k+1} - u_{k-1})}{2h} + q_k u_k = f_k, \quad k = 1..m-1, \quad \beta_0 u_m + \frac{\beta_1(u_m - u_{m-1})}{h} = B \quad (8)$$

$$\text{где } p_k = p(x_k), \quad q_k = q(x_k), \quad f_k = f(x_k), \quad u_k \approx u(x_k), \quad k = 0..m \quad (9)$$

Уравнения (7), (9) аппроксимируют краевые условия с точностью $O(h)$, уравнения (8) аппроксимируют дифференциальное уравнение с точностью $O(h^2)$. Наша задача является запись (7), (9) с точностью $O(h^2)$.

1. Метод А.А. Самарского [1-2, 3]. Использование формулы Тейлора и дифференциальное уравнение. Для левого краевого условия имеем:

$$u_1 = u(x_0 + h) = u_0 + u'_0 h + 0.5 u''_0 h^2 + O(h^3), \quad u''_0 = f_0 - q u_0 - p u'_0. \quad \text{В результате имеем:} \\ \tilde{b}_0 u_0 + \tilde{c}_0 u_1 = \tilde{d}_0, \quad \tilde{b}_0 = \alpha_0 + \frac{\alpha_1}{2-p_0 h} (q_0 h - \frac{2}{h}), \quad \tilde{c}_0 = \frac{2\alpha_1}{h(2-p_0 h)}, \quad \tilde{d}_0 = A + \frac{\alpha_1 + h f_0}{2-p_0 h}, \quad (10)$$

Аналогично, для правого краевого условия получаем:

$$\tilde{a}_m u_{m-1} + \tilde{b}_m u_m = \tilde{d}_m, \quad \tilde{a}_m = -\frac{2\beta_1}{h(2+p_m h)}, \quad \tilde{b}_m = \beta_0 + \frac{\beta_1}{2+p_m h} (\frac{2}{h} - h q_m), \quad \tilde{d}_m = B - \frac{\beta_1 h f_m}{2+p_m h} \quad (11)$$

Промежуточные уравнения (8) при этом не меняются, и имеем $\tilde{A}u = \tilde{d}$.

2. Аппроксимация граничных производных симметричной формулой производных. Расширим сетку точек двумя дополнительными точками $x_i = x_0 - h$, $x_{m+1} = x_m + h$ и аппроксимируем краевые условия следующим образом:

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

$$\alpha_0 u_0 + \frac{\alpha_1(u_1 - u_{-1})}{2h} = A, \beta_0 u_m + \frac{\beta_1(u_{m+1} - u_{m-1})}{2h} = B$$

Из этих уравнений и из (8) для $k=0, k=m$ исключаем u_{-1}, u_{m+1} :

$$\tilde{b}_0 u_0 + \tilde{c}_0 u_1 = \tilde{d}_0, \quad \tilde{b}_0 = 2h\alpha_0\alpha_1, \quad \tilde{c}_0 = \alpha_1(a_0 + b_0), \quad \tilde{d}_0 = 2hA\alpha_0 + \alpha_1 d_0, \quad (12)$$

$$\tilde{a}_m u_{m-1} + \tilde{b}_m u_m = \tilde{d}_m, \quad \tilde{a}_m = -\beta_1(c_m + a_m), \quad \tilde{b}_m = 2h\beta_0 c_m - \beta_1 b_m, \quad \tilde{d}_m = 2hBc_m - \beta_1 d_m \quad (13)$$

3. Аппроксимация граничных производных несимметрической формулой производных. Для краевых условий можно использовать приближенные формулы производных:

$$u'_0 = \frac{-3u_0 + 4u_1 - u_2}{2h} + O(h^2), \quad u'_m = \frac{u_{m-2} - 4u_{m-1} + 3u_m}{2h} + O(h^2),$$

Но при этом, в СЛАУ $\tilde{A}u = \tilde{d}$ матрица A перестаёт быть трехдиагональной, а уравнения с номерами $k=0, k=m$ также содержат по три неизвестных.

Проведенные эксперименты с разностными схемами, показывают хорошую точность по сравнению с (7)-(9).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977, -656 с.
2. Формалев В.Ф. Резников Д.Л. Численные методы. М. Физмат лит, 2004.-400 с
3. Имомов А., Иномиддинов С., ОДТ ва ПДТ, 3 тур чегара шартлар учун ЧАС қуриш. Экспериментлар. Нам ДУ ахборотномаси, Махсус сон. 2020 й 38-45 б.
4. Имомов А., Иномиддинов С., Настинов С. ПДТ 3 тур чегара масалага айирмалли схема. Нам ДУ ахборотномаси, 2022 й №4 сон 28-36 б.
5. Исроилов М. Ҳисоблаш методлари: Олий ўқув юртлири талабалари учун дарслик. -Т.: Иқтисод-Молия, 2008. -320 б.
6. Абдуқодиров А.А. Ҳисоблаш математикаси ва дастурлашдан лаборатория ишлари. - Т.: Ўқитувчи, 1993. - 176 б.
7. Тошбоев С. Ҳисоблаш усуллари фанини инновацион ўқитишда математик тизимлар. НамДУ илмий ахборотномаси – 2020 йил 6-сон. 405-410 бетлар.
8. Toshboev S. M. Modern innovative teaching methods of computer science (on the example of higher education institutions). European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences Vol. 8 No. 9, Page 84-87. 2020 ISSN 2056-5852.

PONTRYAGIN MISOLIDA BIR QOCHUVCHINI TUTIB OLISH MASALASI

Umarov Nurali Olimjonovich

Farg'ona Davlat universiteti 1-kurs magistranti

Berilgan sondagi qochuvchilarni tutish masalasi haqida

Kalit so'zlar. Differensial o'yin, guruhli taqib etish, tutish masalasi.

Abstrakt. Ushbu ishda harakat dinamikalari chiziqli differensial tenglama orqali ifodalangan bir qochuvchi va bir nechta quvuvchi orasida ta'qib etish masalasi o'rganilgan. Barcha o'yin ishtirokchilarining dinamik imkoniyatlari bir xil. Bunday masalalar [1], [2], [3] adabiyotlarda tadqiq etilgan. Ushbu ishda sistemaga mos bir jinsli sistema uchun koshi masalasi yechimi rekurrent deb faraz qilinganda tutib olish masalasi yechilgan.

R^k ($k \geq 2$) fazoda $n + m$ ishtirokchili differensial o'yinni qaraymiz, bunda $P_1, \dots, P_n$ quvuvchilar va $E_1, \dots, E_m$ qochuvchilar. Har bir P_i quvuvchining harakat qonuni

$$\dot{x}_i = A(t)x_i + u_i, \quad u_i \in V \quad (1)$$

ko'rinishga ega. Har bir E_j qochuvchining harakat qonuni esa

$$\dot{y}_j = A(t)y_j + v_j, \quad v_j \in V \quad (2)$$

ko'rinishga ega. Bu yerda va keyingi o'rinlarda $x_i, y_j, u_i, v_j \in R^k$, $i \in I = \{1, 2, \dots, n\}, j \in J = \{1, \dots, m\}$, $A(t) - [t_0, \infty)$ intervalda uzluksiz k -tartibli kvadrat matritsa, V – qattiy qavariq silliq chegarali kompakt to'plam R^k fazoning qismi. $t = t_0$ da

$$x_i(t_0) = x_i^0, \quad y_j(t_0) = y_j^0 \quad (3)$$

boshlang'ich shart berilgan, bunda barcha i, j larda $x_i^0 \neq y_j^0$.

Quvuvchilar guruhining maqsadi – q ($1 \leq q \leq m$) kam bo'lmagan qochuvchini tutib olishdan iborat, bunda avval qochuvchilar o'z boshqaruvlarini tanlaydi, so'ngra qochuvchilarning tanlovi to'g'risidagi axborotga ega bo'lgan quvuvchilar o'zlarining boshqaruvini tanlaydi, shu bilan birga har bir quvuvchi bittadan ortiq qochuvchini tutib olishi mumkin emas.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

$n \geq q$ deb xisoblaymiz.

(1) – (3) sistemalar o'rniga

$$\dot{z}_{ij} = A(t)z_{ij} + u_i - v, \quad u_i, v_j \in V, \quad z_{ij}(t_0) = z_{ij}^0 = x_i^0 - y_j^0 \quad (4)$$

Koshi masalasini qaraymiz. Ta'kidlash joizki, bunda $z_i^0 \neq 0$.

Bu o'yinni G orqali belgilaymiz.

Ta'rif. Agar shunday chekli $T_0 = T(z^0)$ moment topilib va E_j qochuvchilarning ixtiyoriy $v_j(t)$, $t \in [t_0, T_0]$ joiz boshqaruvlari uchun $P_1, \dots, P_n$ quvvuvchilarning shunday

$$u_i(t) = u_i(t, z_{ij}^0, v_j(s), s \in [t_0, T_0])$$

joiz boshqaruvlari topilsaki, ular uchun $N \subset I, M \subset J, |N| = |M| = q$ to'plamlar mavjud bo'lib va har bir $\beta \in M$ nomer uchun $z_{\alpha\beta}(\tau_{\alpha\beta}) = 0$ tenglikni qanoatlantiruvchi $\alpha = \alpha(\beta) \in N$ nomer va $\tau_{\alpha\beta} \in [t_0, T_0]$ moment mavjud bo'lsa va bunda ixtiyoriy $\beta_1 \neq \beta_2$ uchun $\alpha_1(\beta_1) \neq \alpha_2(\beta_2)$ bajarilsa, u xolda G o'yinda tutib olish mumkin deyimiz.

$\Phi(t)$ orqali

$$\dot{\omega} = A(t)\omega$$

sistemaning fundamental matritsasini belgilaymiz, bunda $\Phi(t_0) \equiv E$, E – birlik matritsadir.

Teorema. Quyidagi shartlar o'rinli bo'lsin:

1. $[t_0, \infty)$ da $\Phi(t)$ matritsa rekurrent, uning birinchi tartibli xosilasi esa bu intervalda tekis chegaralangan;

2. Har bir $s \in \{0, 1, \dots, q-1\}$ nomer uchun quyidagi tasdiq bajariladi: ixtiyoriy $N \subset J, |N| = n-s$ to'plam uchun shunday $M \subset J, |M| = q-s$ to'plam topiladiki, barcha $\beta \in M$ nomerlar uchun $0 \in \text{Intco}\{z_{\alpha\beta}^0, \alpha \in N\}$ munosabat o'rinli.

U xolda G o'yinda kamida q ta qochuvchini tutib olish mumkin.

Misol. Parametrlari quyida berilgan differentsial o'yinni qaraylik (5-rasm): $k=2, n=4, m=q=2, t_0=0$,

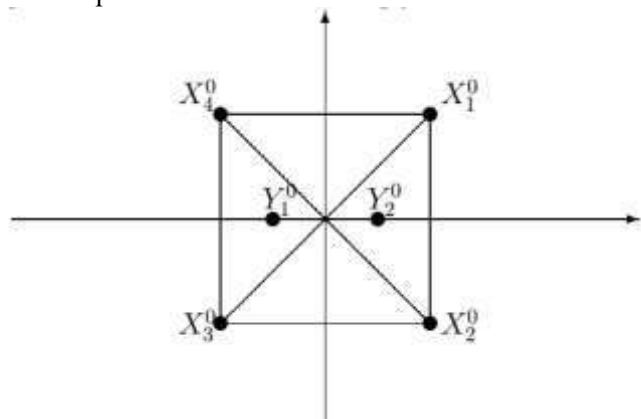
$$A(t) = \begin{pmatrix} \cos t \sin t & -\cos t \\ 2 \cos t - \cos^3 t & -\cos t \sin t \end{pmatrix},$$

$$y_1^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad y_2^0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_1^0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad x_2^0 = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad x_3^0 = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad x_4^0 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

U xolda bir jinsli sistemaning fundamental matritsasi

$$\Phi(t) = \begin{pmatrix} 1 & -\sin t \\ \sin t & \cos^2 t \end{pmatrix}$$

ko'rinishga ega. $\Phi(t)$ matritsa rekurrent va bu o'yin teoremaning 2-shartini ham qanoatlantiradi. Demak qaralayotgan o'yinda kamida 2 ta qochuvchini ushlab olish mumkin.



5-rasm. Ikkita qochuvchini tutib olish masalasi.

1.3-tasdiq. Agar G_3 o'yinda $A(t) \equiv 0$ bo'lib 1.3-teoremaning 2-sharti bajarilsa, u xolda o'yinda kamida q ta o'yinchini tutib olish mumkin.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Григоренко, Н.Л. Математические методы управления несколькими динамическими процессами/Н.Л. Григоренко.—М.: МГУ, 1990.—197 с.
2. Соловьева Н.А. Одна задача группового преследования в линейных рекуррентных дифференциальных играх, МТИП, 2011, том 3, выпуск 1, 81–90.
3. Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы. Киев: Наукова думка, 1992. 380с.

5-ШҶЪБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ ТАЪЛИМДА ПОРТАЛ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ

Х.Э.Холмирзаев, С.Н.Иномиддинов, А.Ш.Абдурахмонов *НамДУ*

Таълим тизимини ислоҳ қилишнинг муҳим йўналишларидан бири ахбороткоммуникация технологиялари билан ўқув жараёнини тизимли интеграциялаш ҳисобланади. Бунда ўқув жараёнини ташкил этиш ва унинг мазмунини тубдан янгилаш, ахборот-коммуникация технологиялари муҳитида ўқитувчининг педагогик фаолияти ва талабанинг таълим олиш жараёнини ташкил этиш стратегик масала сифатида намоён бўлади.

Илмий-техник тараққиётнинг ривожланаётган босқичида ахборотларнинг кескин кўпайиб бораётганлиги ва улардан ўқитиш жараёнида фойдаланиш учун вақтнинг чегараланганлиги таълим тизимига янги технологияларни жорий этишни тақозо этмоқда. Таълим мазмунини такомиллаштиришнинг йўналишларидан бири таълим олувчилар учун мустақил таълим олиш имкониятлари, таълимнинг ахборот манбаларини шакллантириш ва ривожлантириш учун зарур шароитларни яратишдан иборатдир. Таълим-тарбия жараёнларининг асосини юқори сифатли ва юқори технологияли муҳит ташкил этади. Унинг яратилиши ва ривожланиши техник жиҳатдан мураккаб саналсада, аммо бундай муҳит таълим тизимини такомиллаштиришга, таълимда ахборот технологияларини туб маънода жорий этишга хизмат қилади.

Замонавий ахборот технологиялари талабалар учун маълумотларни етказиш, сақлаш, қидириш каби жараёнларда катта имкониятга эга. Ҳозирда таълим муассасаларида электрон шаклда кўплаб ахборот-таълим ресурслари яратилган.

Таълим-тарбия жараёнларини ахборотлаштиришни ривожлантириш йўналиши турли таълим ахборот ресурсларининг бирлаштирилиши орқали ахборот-таълим муҳитларини яратиш билан бевосита боғлиқ. Бундай муҳитни ташкил этишда, аввалом бор, таълим муассасаларида ахборотлаштиришни ташкил этиш, яъни барча ўқув, маъмурий ва хўжалик хизматларни, кутубхона ва бошқарув (ректорат, деканат, ўқув бўлими ва бошқ.) бўлимларини ягона тармоққа бирлаштириш, уларни ИНТЕРНЕТ тизимига чиқиш имкониятларини яратиш, таълим муассасида ўқув жараёнини назорат қилиш, ҳужжатлар электрон алманишувини ташкил этиш, ахборот технологиялари негизида махсус ўқув-методик мажмуаларни яратиш орқали талабаларнинг мустақил таълим фаолиятини ташкил этиш каби вазифаларни амалга ошириш зарур бўлади. Ҳозирда бундай вазифаларни бажаришда портал технологияларини яратиш орқали ахборот-таълим ресурсларидан фойдаланишни ташкил этиш мумкин. Таълим муассасининг ягона ахборот-таълим муҳитини ривожлантиришнинг муҳим йўналиши сифатида ўқув жараёнида ахборот ва телекоммуникация технологияларидан фойдаланиш ҳисобланади. Ахборотларни тизимлаштириш ахборот-таълим ресурсларидан фойдаланишни енгиллаштиради. Ахборот-таълим порталларининг яратилиши ахборотларни мантикий тартиблаш ва тизимлаштиришга ёрдам беради.

Портал – бу фойдаланувчига ахборотларни оддий навигация ва кенг қўламли қулай интерфейс орқали етказиш учун турли ахборот ресурсларини бирлаштирувчи тармоқ телекоммуникация тугуни ҳисобланади. Бундан келиб чиқиб порталларга қуйидаги талабларни қўйиш мумкин:

- кўп сонли фойдаланувчиларга хизмат кўрсатиши;
- ахборотлар қўламининг кенглиги;
- асосий тармоқ форматларни қўллаши;
- осон ва самарали қидириш тизимини жорий этиши;
- ахборот ресурсларининг интеграцияси;
- ахборот хавфсизлигини таъминлаши;
- ахборотларни табақалаштириши;
- билимларни бошқариш-тахлил этиши.

Порталларнинг кўрсаткичи унда мужассамлашган ахборотларнинг қўлами, яъни ахборот ресурслари ҳажми билан аниқланади.

Ҳар қандай порталнинг мақсади – фойдаланувчига унга зарур ахборотларни қисқа вақтда ва турли интерфейслар орасидаги ўтишларни ортиқча ҳаттиҳаракатларсиз тақдим этишдан иборат бўлади.

Порталнинг фойдаланувчи интерфейси унда жойлаштирилган ресурсларнинг таркибини кўргазмали намоиш этиши, бир бўлимдан бошқа саҳифаларга мантикий ва тезкор ўтишни таъминлаши лозим.

Тақдим этилаётган ахборот-таълим ресурслари мустақил таълим учун топшириқларни, ўзлаштирилган билимларни текшириш учун тест синовларини ижодий тафаккурни ривожлантиришга

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

қаратилган топшириқларни, билимларни мустаҳкамлашга қаратилган машқларни ўзида мужассамлаштирган бўлади.

Портал учун мультимедиа материалларини танлашда уларнинг ахборотмазмуни, тузилма таркиби, узвийлиги ва ахборотларни тақдим этиш шаклларига эътибор қаратиш керак. Мультимедиа материаллари ахборотларни осон ўзлаштириш учун хизмат қилиши: уларнинг мазмунини очиб бериши, яъни ахборотларнинг мустақил манбаи сифатида фойдаланиш имконини бериши лозим.

Технологик жиҳатдан ахборот-таълим порталларига қуйидаги талаблар қўйилади:

- иловаларни бажариш;
- ҳамкорликдаги фаолиятни таъминлаш;
- ўзида мавжуд ресурсларни бошқариш;
- фойдаланувчиларни бошқариш;
- назорат олиб бориш;
- билимларни бошқариш;
- коммуникацияни таъминлаш;
- кидирувни таъминлаш;
- барча ресурсларни рухсат этилмаган киришлардан ҳимоялаши, яъни ахборот хавфсизлигини таъминлаш;
- тизимга рухсат бериш, яъни қайддан ўтишни ташкил этиши зарур.

Билим соҳалари ёки фанлар бўйича ахборот-таълим портали фақат таълим муассасалари билан чегараланиб қолмайди. Анъанавий ва электрон шаклдаги ўқув материаллари ягона таълим муҳитининг таркибий қисми сифатида бир-бирларини тўлдириши муҳимдир. Янги ахборот технологияларининг имкониятларидан фойдаланиш айрим педагогик муаммоларни ечишдаги қийинчиликларни бартараф этишга хизмат қилади. Ахборот-таълим порталларини фан-таълим-ишлаб чиқаришнинг самарали интеграциясини таъминловчи, унинг ривожланишини, илмий-педагогик салоҳиятдан самарали фойдаланишни ташкил этиш шароитини яратувчи сифатида қараш мумкин. У таълим муассасаларнинг битирувчиларига эҳтиёжлари бўлган буюртмачилар учун ҳам фойдалидир. Портал битирувчилар бўйича ахборот манбаи бўлиб хизмат қилади. Қолаверса, таълим хизматларини тақдим этувчилар ва унинг истеъмолчилари билан янги шаклдаги ўзаро алоқани йўлга қўяди. Бундай портални яратиш, уни ривожлантириш учун, аввало, таълим муассасаларини компьютерлаштиришни такомиллаштириш, телекоммуникация тармоқларини янада ривожлантириш, ахборотларни тизимлаштириш ва уларни порталда жойлаштириш талаб этилади. Ягона ахборот-таълим муҳитини ривожлантиришнинг муҳим шарти порталнинг ўқув-методик таъминотини ривожлантириш, электрон ўқув нашрларни яратишни такомиллаштириш саналади.

Ахборотлаштириш жараёнини самарали ривожланишини таъминлаш учун ахборот инфратузилмасини мукамал шакллантиришга эътибор қаратмоқ зарур бўлади.

АДАБИЁТЛАР

1. Т.Т.Шоймардонов, В.С.Хамидов, М.Файзиева “Электрон педагогика ва педагогнинг шахсий, касбий ахборот майдонини лойиҳалаш” модули бўйича ўқув услубий мажмуа. ТАТУ- 2015 й

ТАЛАБАЛАР ЎҚУВ НАТИЖАЛАРИНИ НАЗОРАТ ҚИЛИШ, БАҲОЛАШ ВА МОНИТОРИНГ ҚИЛИШ ТИЗИМИ СИФАТИДА LMS ДАН ФОЙДАЛАНИШ

X.E.Xolmirzayev, S.T.Nastinov *НамДУ*

Сифат мониторингини олиб боришда ахборот-коммуникация технологияларидан фойдаланиш. Таълимда эркин ва очиқ кодли дастурий таъминотлар таҳлили, LMS тизимларининг асосий функциялари, LMS тизимларининг таҳлили, Масофавий тизимида ўқув жараёнини ташкиллаштириш, MOODLE платформаси имкониятлари ва хусусиятлари, MOODLE тизимида назорат-саволлар турлари, администратор, курс муаллифи, тьютор, талаба ва мехмон, MOODLE тизимида ўқув жараёнини ташкиллаштириш босқичлари.

Moodle – инглизча сўзларнинг аббревиатураси бўлиб Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment (русчаси “модульная объектно-ориентированная динамическая обучающая среда”) - модулли объектга йўналтирилган динамик ўқитиш муҳити. GNU GPL лицензияси бўйича эркин фойдаланиш мумкин бўлган веб (вебга йўналтирилган) илова ҳисобланади.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Moodle – бу ўқитувчи(курс яратувчи)лар томонидан онлайн-курсларни яратиш учун махсус ишлаб чиқилган сайт таркибини бошқариш тизими (Content Management System -CMS) сифатида ишлатиш ҳам мумкин. Уни кўпинча e-learning тизимларни ўқитишни бошқариш тизимлари (Learning Management Systems - LMS) ёки виртуал ўқитиш воситаси (Virtual Learning Environments - VLE) деб ҳам аталади. Бу бепул тарқатиладиган дастурий мажмуа ўзининг функционал имкониятлари, ўрганишдаги соддалиги ва ишлатишдаги қулайлиги билан электрон ўқитиш тизимларидан фойдаланувчиларнинг кўпгина талабларини қаноатлантиради. Moodle масофавий ўқитиш жараёнини тўла қўллаб-қувватлаш учун кенг доирадаги имкониятларни беради – ўқув материалларини турли усулларда бериш, билимларни текшириш ва ўзлаштириш назорати алоҳида таъкидлаб ўтиш мақсадга мувофиқ.

Moodle да 15 турдаги интерактив ўқув материаллари мавжуд бўлиб, уларнинг сони ошиб бормоқда. Курс яратувчиси тизимнинг бундай имкониятидан фойдаланган ҳолда ўқитиладиган фанни талабаларга(билим олувчиларга) интерактив кўринишда тақдим этиш имкониятини яратади.

Хусусан: SCORM ёки AICC стандарт пакетлари. Бу ўқув материаллари орқали билим олувчининг ўрганилаётган ўқув контент устида бажарадиган ҳаракатларини тизим (LMS бизнинг мисолимизда Moodle)га ҳисобот кўринишда юбориб туради. Масалан билим олувчи контентда мавжуд бўлган слайд(бет)ларнинг ҳаммаси билан танишган ёки танишмаганлиги, ҳар бир слайд(бет)ни талаба қанча вақт давомида ўрганганлигини, бу стандартда (яъний SCORM ёки AICC) яратилган ўқув контентни бошқа LMS тизимига экспорт қилиш имконияти ҳам мавжуд. Ҳозирги вақтда мавжуд бўлган таниқли муаллифлик ускуналарининг (authoring tools) кўпчилиги яратиладиган ўқув контентни айнан SCORM ёки AICC стандарти кўринишда экспорт қилиш имконияти мавжуд. LMS тизимлари учун электрон таълим ресурсларини айнан SCORM ёки AICC стандарт пакетлари асосида яратиш тавсия этилади Wiki (Вики) – бир нечта фойдаланувчи томонидан электрон материалларни кўшиши, кенгайтириши ва ўзгартириш имкониятини берувчи, Веб 2. Концепцияси асосида яратилаётган ҳужжат устида бир вақтда ҳамкорликда ишлаш имкониятини беради.

Сўровлар – тизимдаги фойдаланувчилар орасида ўқув мақсадидан келиб чиққан ҳолда ҳар хил кўринишдаги сўровларни ташкиллаштириш имкониятини беради.

Маълумотлар базаси – ўрганилаётган фан бўйича маълумотлар базасини ҳамкорликда ёки якка тартибда шакллантириш имкониятини берувчи модул.

Глоссарий – курснинг барча ҳужжатлари бўйича ҳаволаларни автоматик ташкил қиладиган таърифлар рўйхати. Агар таъриф глоссарийга киритилган бўлса, у ҳолда агар у курс матнларида учраса, ҳавола глоссарийнинг ёрдамчи элементига автоматик таъминланади. Яратилган глоссарий орқали электрон назорат турларини ташкиллаштириш имкониятини беради.

Топпириқ (4 типли) – ўқитувчи жавобни электрон кўринишда олиш учун ишлатиш мумкин (ихтиёрий форматда).

Маъруза – ҳар бир саҳифаси талаба жавоб бериши лозим бўлган савол билан тугайдиган саҳифалар тўплами. Жавобнинг тўғрилигига боғлиқ ҳолда, талаба кейинги саҳифага ўтади ёки олдинги саҳифага қайтади. Бу таълим йўналишини аниқлашни ва ўқитиладиган фан тушунарсиз бўлиб қолмаслигини таъминлайди. Шу билан бир қаторда таълимни индивидуallasштириш имкониятини беради. Бу турдаги ўқув элемент орқали билим олувчининг шахсий тайёргарлигидан келиб чиққан ҳолда ўрганилаётган ўқув курси тизим орқали танлаб берилади.

Шарҳ – курс саҳифасидаги ихтиёрий матн ва графика.

Иш дафтари – берилган мавзу бўйича талаба фикрини билдирадиган жой.

Ресурс – автоматик тасвирланадиган турли файлларни юклаш ва тасвирлаш воситаси. Масалан, маъруза аудиоёзувини юклашда у медиаплейр сифатида тасвирланади.

Семинар – қатнашчилар бир-бирининг ишини баҳолайдиган топпириқ.

Тестлар – турли вариантли тестлар тўплами. Саволлар бир нечта вариантли жавоблардан, тўғри/нотўғри танловдан, қисқа матнли жавобдан ва бошқалардан иборат бўлиши мумкин.

Форум – форумнинг 3 кўриниши мавжуд (савол-жавоб, ҳамманинг ўз мавзуси, стандарт музокара).

Чат – реал вақтдаги музокара олиб бориш имкониятини беради.

Moodle нинг асосий ютуқлари:

Кенг тарқалган: > 160 мамлакатда 72 хил тилда(ўзбек тилини ҳам қўшган ҳолда) 37.000 версияси жорий қилинган.

Юқори ҳажмда(масштабда):> Оксфорд университети (OUUK), Калифорния университети (HSU California) ва Янги Зеландия очик Политехник (Open Polytechnic NZ) марказлари томонидан 100,000 дан ортиқ фойдаланувчилар қайд этилган.

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

Бепул имконият: GPL Code(код) таълим масканларига лицензия учун ҳеч қандай ҳақ тўламасдан, узоқ муддатли эгалик қилиш, ҳатто келгусида янгилаб туриш имконини берувчи қурилмани ўрнатишга рухсат беради.

1. Интернетга асосланган ўқув муҳити: тартиблаштирилган ўқув машқлари ва ўқув мазмуни билан таъминлаш

2. Ўқишни Бошқарув Тизими(ЎБТ): Курснинг дизайни ва ўтказилишини қўллаб қувватлаш(тьюторлик, мониторинг ва сертификация).

Интернет муҳитида Moodle ўқув жараёнини ташкиллаштириш имкониятини берувчи ахборот тизимлари бир нечтаси мавжуд. Бу ахборот тизимлари фойдаланувчига Moodle барча хусусиятлари билан танишиш имкониятини беради.

Интернет муҳитида Moodle тизимини тестлаш имкониятини берувчи ахборот тизимлари бири Moodle.org. Бу Moodle нинг расмий сайти бўлиб, бу сайтнинг демо банди орқали, тизимнинг барча хусусиятларини онлайн равишда 1 соат давомида танишиб чиқиш имкониятини беради. Ҳар бир соатда тизим янгиланиб туради. Лекин фойдаланувчи бир соат ичида фойдаланувчи администратор, ўқитувчи, курс яратувчиси, тьютор, ўқувчи, меҳмон, ота она ролларида кириши ва тизимнинг барча имкониятлари билан танишиб чиқиш имкониятини беради.

Юқорида келтирилган усул орқали яъни Moodle.org сайти орқали тизимнинг имкониятлари билан танишиб чиқишимиз ва бу сайтда ўқув материалларни шакллантиришимиз учуришимиз ҳар хил ўқув элементларини киритиш имкониятига эга буламиз. Яна эслатиб ўтамиз бу ерда киритилган ўзгаришлар ҳар бир соатда янгиланиб бошланғич ҳолатга келиб туради.

АДАБИЁТЛАР

2. <http://elearning.zn.uz/> Электрон таълим бўйича В.С. Хамидовнинг шахсий блоги.
3. <https://moodle.org/> Moodle имкониятларини ҳар хил ролларда кириб 1 соат давомида курс яратиб, танишиб чиқиш мумкин.

ОЛИЙ ТАЪЛИМ МУАССАСИДА ТАЪЛИМ СИФАТИНИ ОШИРИШДА СИМУЛЯТОР ДАСТУРЛАРНИНГ ЎРНИ

Х.Э.Холмирзаев НамДУ

Масофавий таълимда жараёнида табиий фанлардан лаборатория ишларини ташкиллаштиришнинг ўзига хос муаммолари мавжуд. Айнан бу муаммони виртуал лаборатория ишларидан фойдаланган ҳолда ташкиллаштириш мумкин. Бу ўқув модулимизда айнан юқорида келтирилган муаммони ҳал қилишга ҳаракат қиламиз.

Компьютер симуляторларидан асосан икки йўналишда фойдаланиш мумкин: ҳақиқий объектларни моделлаштириш ҳамда ушбу моделларни ривожлантириш. Ҳаётий объектларни моделлаштиришда энг содда чиплардан тортиб бутун бошли мураккаб компьютер тизимларигача виртуал прототипларини яратиш мумкин. Ўқувчилар ушбу виртуал моделларни ўрганиш жараёнида уларнинг ишлаш принцип ва усулларини янада такомиллаштиришлари ҳам мумкин бўлади. Симуляторлардан фойдаланишнинг асос сабабларидан бири уларнинг реал объектларга нисбатан жуда ҳам арзон алтернатив эканлигидадир. Ҳаммага маълумки, ахборот технологиялар ва компьютер соҳасини ўқитишда асосан лексиялардан фойдаланилади; нари борса программалаш тилларини ўқитишда маълум бир дастурлар тузиш бўйича машғулотлар олиб борилади. Аммо компьютер жихозларини ясаш, операцион ва NetWork тизимларини ўрнатиш ҳамда синондан ўтказиш қимматбаҳо ускуналарга эҳтиёж туғдиради.

Симуляторлардан фойдаланиш жараёнида талабалар маъруза вақтида ўрганган назарий билимларини виртуал бўлсада ҳаётга тадбиқ қиладилар. Ушбу тадқиқотлар жараёнида билимларини янада мустаҳкамлаш билан бир қаторда назария ҳамда ҳаётий тадқиқотларнинг ривожланишига бевоқиф хисса қўшадилар.

Ҳозирги фан-техниканинг катта суръатларда ривожланиши реал-ҳаётий тадқиқот ускуналарини ушбу ривожланиш билан бир қаторда кетишида қийинчилик туғдиради. Симуляторларда эса бундай тўсиқлар мавжуд эмас ва ҳатто ушбу “виртуал тадқиқотхоналар” фан-техника ривожланиш тезлигига қўшимча тезлик қўшади. Албатта ҳар соҳада бўлгани каби симуляторлардан фойдаланишга нисбатан ҳам қарши фикрлар мавжуд. Улардан энг биринчиси симуляторларнинг ҳақиқий объект ва жараёнларни тўла-тўқис ифода эта олмасликлари. Баъзи симуляторлар эса ўйин шаклида ясалган, масалан, учувчилик симуляторлари. Улар фойдаланувчиларда доимий ишқибозлик келиб чиқишига олиб келади ва натижада тадқиқотдан кўра кўпроқ ўйин тарафи босиб кетади. Шунга қарамадан

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

юқорида кўрсатилган симуляторлардан фойдаланишнинг салбий томонлари ижобий томонларига нисбатан анча кучсиз ҳамда уларни бартараф этиш имкониятлари мавжуд. Шунинг учун улар симуляторлардан фойдаланишнинг қандайдир маънода чекланишига асосий сабаб бўла олмайди.

Симуляторлар. Crocodile Physics дастури кучли симулятор бўлиб, физик жараёнларни моделлаштириш ва Физиканинг Механика, Электр занжирлар, Оптика ва Тўлқин ҳодисалари бўлимларига оид тажрибалар яратиш ва кузатиш имкониятини берувчи дастурдир. Бу дастурдан дарсларда Интерактив доска орқали машғулотларни ташкил этиш мумкин, шунингдек мустақил иш сифатида шахсий компьютерда ишлатиш мумкин. Бу кучли дастур физик ҳодисаларни кузатиш, тажрибалар ўтказиш ва турли мураккаблик даражасидаги жараёнларни моделлаштириш имкониятини беради.

Crocodile Technology. Бу дастур ўрта мактаб ўқувчи ва ўқитувчилар, лицей, коллеж талабалари учун физика фаннини «Электр» қисмини чуқурроқ ўзлаштиришда ҳозирги замон ахборот технологиялари имкониятларидан фойдаланиш имконини беради. Бундан ташқари, Crocodile Technology дастуридан электротехника, электр занжирлар назариясини ўрганиш курсларида ҳам фойдаланиш мумкин.

Crocodile Chemistry. Дастур орқали Менделеев жадвалида мавжуд барча элементларнинг кимёвий ва физикавий хусусиятларини ўрганиш мумкин. Одатда кимёвий реакциялар руй бериш вақтида реакцияга қатнашаётган молекулаларнинг бошқа молекулага айланиш жараёнини (молекуляр даражада) кузатиш иложи йўқ. Лекин, бу дастур орқали кимёвий моддани бошқа моддалар билан реакцияга киришиш жараёнида молекулаларнинг динамикасини кузатиш мумкин бўлади. Бу дастур орқали кимёвий жараёнларни моделлаштириш, турли реакцияларни ўтказиш ва, энг асосийси, буни ҳавфсиз амалга ошириш мумкин. Бу дастурдан ўрта-махсус ва олий ўқув юртларида кимё фанини ўқитишда кенг фойдаланиш мумкин.

Crocodile ICT дастури, Европа мамлакатларида Информатика фанини ўқитишда жуда яхши самара бермоқда. Бу дастур ёрдамида информатикада дастурлаш жараёнини, аниқроқ қилиб айтганда алгоритмлаш бўлимини ўқувчига аниқроқ етказиб бериш мумкин. Объектга йўналтирилган дастурлашни ўқитишда жуда қўл келадиган Crocodile ICT нинг оддий интерфейси ва блок схемалари ёрдамида яратилаётган дастур орқали ҳар бир буйруқни анимация кўринишда тасвирлаш мумкин. Бундан ташқари, блок схемаларда бирор бир шарт бажарилганда одам персонажларига 30 дан ортиқ ҳаракат турларини (салта олиш, қарсак чалиш, ўнгга ёки чапга ҳаракатланиш, уларнинг юзларида эмоционал ўзгаришларни, маълум бир сўзларни гапиришлари ва ҳаказо) бажартириш мумкин.

Yenka Electricity and Magnetism дастури симулятор бўлиб, физикавий жараёнларни моделлаштириш ва физиканинг электродинамика ва магнетизм бўлимларига оид тажрибалар яратиш ва кузатиш имкониятини берувчи дастурдир.

Phun physics дастури Швеция шаҳридаги Умео Университетининг ҳисоблаш фанлари кафедрасида Эмил Эрнерфильдом томонидан яратилган. Дастур орқали физикани 2 ўлчовда (2D) “жонлантириш” имкониятини беради. Дастур орқали физикавий жараёнларни моделлаштириш ва ҳар хил физикавий жараёнларни кузатиш мумкин.

Beginnings of Electronics дастури электрон конструктор бўлиб, у монитор экранда электр схемаларини йиғиш жараёнини имитация қилиш имкониятини беради. Комплекснинг асосий хусусиятларидан бири, унда реал физикавий жараёнларни жуда катта аниқликда имитация қилиш мумкин. Дастур имкониятлари жуда кенг бўлиб, ундан амалий машғулотларда (яъни масалалар ечишда) ҳам фойдаланиш мумкин. Айниқса виртуал лаборатория ишларини бажаришда бу дастурдан ижодий фойдаланиш мумкин.

PHET дастури Нобель мукофотининг лауреати, физик К. Виман томонидан «Physics Education Technology» (PHET) сайти яратилган. PHET сайтида ҳар хил мавзуларга оид моделлар мавжуд бўлиб, улар Java дастурида яратилган. PHET сайтида тақдим этилаётган моделлар очиқ манбаъ (Open Source) сифатида, хоҳлаганча фойдаланиш мумкин. PHET даги моделлар сони 100 дан ортиқ бўлиб улар Физика, Математика, Кимё фанларига оид моделлаштириш дастурларидан иборатдир. Бу дастур давлат таълим стандартларига ва ўқув муассасаларида қўлланилаётган адабиётларга мос келганлиги билан муҳим педагогик курул ҳисобланади.

Юқорида келтирилган симуляторлар дастурлардан фойдаланган ҳолда ўқиш жараёнини ташкиллаштирилса, ўқувчи (талаба)ларнинг фанга қизиқиш билан ёндошадилар, ҳеч кимга сир эмас ҳозир ёшларни табиий фанларга қизиқтириш жуда қийин ҳисобланади. Юқорида тавсия қилаётган дастурлардан фойдаланган ҳолда ўқув жараёни ташкиллаштирилса, талабалар физика, информатика ва кимё фанларини чуқур ўрганишларига сабаб бўлади.

АДАБИЁТЛАР

1. Т.Т.Шоймардонов, В.С.Хамидов, М.Файзиева “Электрон педагогика ва педагогнинг шахсий, касбий ахборот майдонини лойиҳалаш” модули бўйича ўқув услубий мажмуа. ТАТУ- 2015 й

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ИНВЕСТИЦИОННОЙ ПРОГРАММЫ ПРИ ЗАДАННЫХ БЮДЖЕТЕ И ПРОГРАММЕ ПРОИЗВОДСТВА

Худайбердиев И.З.

Национальный университет Узбекистана.

При вложении инвестиций в реальную экономику банкам и другим инвесторам целесообразно учитывать не только инвестиционную программу, но и финансовую, производственно-хозяйственную и социально-экономическую деятельность предприятия. Поэтому лицо принимающих решение (ЛПР) и его команде интересно исследовать взаимосвязь инвестиций с другими сферами и прежде всего с финансированием и производством. Нам известно множество моделей синхронного планирования, связывающих, воедино с инвестициями политику сбыта, управления персоналом, производством, налогообложением, размышления производственных мощностей и др.

Все множество методов синхронного планирования можно объединить в группы моделей, позволяющих сформировать:

а) оптимальную инвестиционную программу при заданной для отдельного инвестиционного объекта производственной программе и с заданным производственным бюджетом;

б) одновременно как инвестиционную, так и финансовую программы при заданной производственной программе для отдельного инвестиционного объекта;

в) одновременно оптимальную инвестиционную и финансовую программу при заданных финансовых средствах и при вовлечении в модель различных альтернатив финансирования.

В данной модели в качестве целевой функции выступает *стоимость капитала инвестиционной программы*, причем здесь при заданных ограничениях (конкретной производственной программе для отдельных инвестиционных объектов и при наличии некоторых финансовых средств) требуется сформировать и определить оптимальную инвестиционную программу.

В целом модель имеет вид задачи целочисленного программирования,

$$\sum_{j=1}^J c_j x_j \rightarrow \max \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^J A_{0j} x_j \leq KB \quad (2)$$

$$x_j \in \{0,1\}; = \overline{1,J}.$$

где x_j – бинарная переменная, значение которой определяет, будет ли реализована инвестиция ($x_j = 1$) или нет ($x_j = 0$) для всех альтернатив; c_j – стоимость капитала инвестиционного объекта; A_{0j} – затраты на приобретение инвестиционного объекта; KB – объем капитального бюджета.

Рассмотрим следующую задачу:

Пусть предприятие имеет пять реальных инвестиционных объектов, характеризующихся приведенными табл. 1 нетто платежными рядами. Заданный капитал составляет 340 млн. сум, расчетная процентная ставка – 12%. Требуется сформулировать модель синхронного планирования и определить оптимальную инвестиционную программу при заданных ограничениях.

Инвестиционный объект	Нетто-платежи в моменты времени, млн. сум.			
	$t=0$	$t=1$	$t=2$	$t=3$
1	-90	45	40	40
2	-45	24	23	14
3	-80	35	35	40
4	-170	75	80	85
5	-100	40	50	50

табл. 1

Решение. Так как расчетная процентная ставка одинакова для всех периодов, то стоимость капитала (СК) на начало планового периода ($t=0$) определяется по формуле

$$СК = -A_0 + \sum_{t=0}^T (e_t - a_t) q^{-t}$$

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

где t – индекс времени; T - последний момент времени, в который осуществляются платежи; $e_t (a_t)$ – поступление (выплаты) в момент времени t ; q^{-t} – коэффициент дисконтирования на момент времени t .

Решение данной системы будем решить с помощью MS Excel .

Инвестиционный объект	Нетто- платежи, млн. сум.				Стоимость капитала млн. Сум	Бинарная переменная	Общая стоимость капитала млн. Сум
	t=0	t=1	t=2	t=3			52,98
1	-90	45	40	40	14,02	1	
2	-45	24	23	14	6,34	0	
3	-80	35	35	40	10,80	1	
4	-170	75	80	85	28,16	1	
5	-100	40	50	50	15,25	0	
q^{-t} -коэффициент дисконтирования	1	0,91	0,83	0,75			

Оптимальная инвестиционная программа состоит из инвестиционных объектов 1, 3, и 4.

Реализация инвестиционной программы ведет при общих затратах на приобретение на сумму 340 млн. сум к общей стоимости капитала в объеме 52,98 млн. сум.

ЛИТЕРАТУРА

1. Математические методы модели в экономике финансах: С. И. Шелобаев Учеб. пособие. М.: 2001.
2. Research Methods for Economics and Related Studies Dr. Keshab Bhattarai University of Hull Business School, Hull, England, UK. February 9, 2015
3. Исследование операций в экономических процессах. М. В. Булгакова. Вестник ЮУрГУ. 2013

GRAY LEVEL IMAGE THRESHOLDING BASED ON FUZZINESS

Yusupov O.R., Abdiyeva Kh.S.

PhD, Department of Software Engineering, Samarkand State University, Uzbekistan

PhD student, Department of Software Engineering, Samarkand State University, Uzbekistan

e-mail: ozodyusupov@gmail.com, orif.habiba1994@gmail.com

Abstract. One of the most straightforward and simple ways to image segmentation is thresholding. It's a good technique if the image has well-defined sections and the gray levels are clustered around distant values with little overlap. The process used determines the accuracy of segmentation. Finding the best threshold value to divide the picture pixels into two well-defined and non-overlapping subsets, representing the foreground and background of the image, is critical.

When compared to non-fuzzy approaches, fuzzy set theory delivers better convergence. To maximize the separability of the generated classes, Otsu [2] devised discriminant analysis. Kapur et al. [3] present entropy-based algorithms that build on Pun's [4] work, which was the first to employ the concept of entropy for thresholding. This approach concludes that the threshold value is attained when the sum of the background and object entropies reaches its maximum. Images with noise or variable lighting form multimodal histograms, according to Kapur et al. [3], in which a gray level histogram does not ensure the best threshold selection because no spatial correlation is taken into account. Abutaleb expanded Kapur's method by employing two-dimensional entropies generated from a two-dimensional histogram determined by using the gray value of the pixels and the local average of neighboring gray values of the pixels in reference [5]. To address this issue, fuzzy based picture thresholding approaches have been proposed in the literature. In these methods, fuzzy set theory [6] is utilized to tackle grayness ambiguity or inherent image vagueness during the threshold selection phase. Seetharama Prasad et al.[8] employed fuzzy C-partitions on entropic criteria to find the best threshold value. To find the best similarity measure, a Type-II fuzzy is combined with a GLSC histogram with human visual nonlinearity features [7]. H.R.Tizhoosh [18] presented Type-II fuzzy sets and a new fuzziness measure termed Ultrafuzziness, and Seetharama Prasad et al.[19] applied Type-II fuzzy probability partitions methods to the GLSC histogram to achieve the threshold. For automatic picture segmentation, Ch.V.Narayana et al.[20]

5-ШҶҒБА. АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА УНИНГ ТАТБИҚЛАРИ

used ultra fuzziness and type-II fuzzy sets. Nuno Vieira Lopes et al. proposed fuzzy measures to threshold gray level images with no entropy criteria function in reference [21] to lower the computational time complexity.

Measures of fuzziness in contrast to fuzzy measures indicate the degree of fuzziness of a fuzzy set. The entropy of a fuzzy set is a measure of the fuzziness of a fuzzy set. The membership degree of any value in the universe of discourse can be estimated by using any fuzzy membership function. For an $m \times n$ image subset $A \subseteq Z$ with L gray levels $g \in [0, L - 1]$, the histogram $h(g)$ and the membership function $\mu_Z(g)$, the linear index of fuzziness γ_l can be defined as follows:

$$\gamma_l(A) = \frac{2}{mn} \sum_{g=0}^{L-1} h(g) \times \min[\mu_A(g), 1 - \mu_A(g)]. \quad (1)$$

The fuzziness can be calculated as follows for the spatial case,:

$$\gamma_l(A) = \frac{2}{mn} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n-1} \min[\mu_A(g_{ij}), 1 - \mu_A(g_{ij})]. \quad (2)$$

To measure the global or local image fuzziness, a suitable membership function $\mu_A(g)$ should be defined:

$$\mu(g) = \begin{cases} 0, & g \leq g_{min} \text{ or } g \geq g_{max}, \\ L(g) = \left(\frac{g - g_{min}}{T - g_{min}}\right)^\alpha, & g_{min} \leq g \leq T, \\ R(g) = \left(\frac{g_{max} - g}{g_{min} - T}\right)^\beta, & T \leq g \leq g_{max}, \end{cases} \quad (3)$$

here g is the gray level, g_{min} and g_{max} are the minimum and maximum gray levels and $T \in [0, L - 1]$ is a suitable constant. Using a fuzzy number seems to be more natural since we usually try to segment the image by means of a preferably single number (a unique threshold for the entire image).

REFERENCES

- [1]. O.R.Yusupov, Kh.S.Abdiyeva, A.Primov. "Preprocessing and segmentation of digital mammogram images for early detection of breast cancer".IJARSET, vol.8, issue 9, 2021.
- [2].N.Otsu."A threshold selection method from gray level histogram ".IEEE Trans.system.Man. and Cybernetics. 9:62-66,1979.
- [3].J. N. Kapur, P. K. Sahoo, and A. K. C.Wong, "A new method for graylevel picture thresholding using the entropy of the histogram," Graph.Models Image Process., vol. 29, pp. 273–285, 1985.
- [4]. T. Pun, "A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram," Signal Process. vol. 2, no. 3, pp. 223–237, 1980.
- [5]. . A.S. Abutaleb, "Automatic thresholding of grey-level pictures using two-dimensional entropy", Computer vision, Graphics and Image processing. No.47pp.22-32, 1989.
- [6]. L.A.Zadeh,"Fuzzy sets", Inf. Control 8, 338-353, 1965.
- [7]. Yang Xiao, Zhiguo Cao, Wen zhuo, "Type-2 fuzzy thresholding using GLSC histogram of human visual nonlinearity characteristics", Optics Express, vol.19, no.11, 10657, May 2011.
- [8]. M Seetharama Prasad, C Naga Raju, LSS Reddy, "Fuzzy Entropic thresholding using Gray level spatial correlation histogram", i-manager's Journal on Software Engineering, Vol. 6 1 No. 2 1 pp. 21-30, October - December 2011.
- [9]. H. R. Tizhoosh, "Image thresholding using type II fuzzy sets," Pattern Recognit., vol. 38, pp. 2363– 2372, 2005.
- [10]. M Seetharama Prasad, Venkata Narayana, R Satya Prasad, "Type-II Fuzzy Entropic Thresholding Using GLSC Histogram Based On Probability Partition", Asian Journal of Computer Science And Information Technology, vol.2, no.1, pp. 4-9, 2012.
- [11]. CH. V. Narayana, E. Sreenivasa Reddy, M. Seetharama Prasad, "Automatic Image Segmentation using Ultrafuzziness", International Journal of Computer Applications, Vol.49, No.12, July 2012.
- [12]. Nuno Vieira Lopes et al. "Automatic Histogram Threshold using Fuzzy Measures" IEEE Trans. Image Process., vol. 19, no. 1, Jan. 2010.

РЕСПУБЛИКА ИЛМИЙ АНЖУМАНИ EXTREME POINTS OF THE ATOMIC SFS-SPACES

^{1,2}Mukhtar Ibragimov, ^{1,2}Jumabek Seypullaev

¹Karakalpak State University,

²V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics Uzbekistan Academy of Sciences

Let Z be a real or complex normed space. We say that elements $f, g \in Z$ are orthogonal and write $f \diamond g$ if $Pf + g = Pf - g = Pf + Pg$.

We say subsets $S, T \subset Z$ are orthogonal and write $S \diamond T$, if $f \diamond g$ for all $(f, g) \in S \times T$. For a subset S of Z , we put $S^\diamond = \{f \in Z : f \diamond g \forall g \in S\}$, the set $S^\diamond$ is called the orthogonal complement of S . A convex subset F of the unit ball $Z_1 = \{f \in Z : \|f\| \leq 1\}$ is called a face if the relation $\lambda g + (1-\lambda)h \in F$, where $g, h \in Z_1$, $\lambda \in (0, 1)$, implies $g, h \in F$. A face F of the unit ball is said to be norm exposed if $F_u = \{f \in Z_1 : u(f) = 1\}$, for some $u \in Z^*$ with $\|u\| = 1$. An element $u \in Z^*$ is called a projective unit if $\|u\| = 1$ and $u(g) = 0$ for all $g \in F_u^\diamond$.

A norm exposed face F_u in Z_1 is called a symmetric face if there exists a linear isometry S_u from Z to Z such that $S_u^2 = I$ whose fixed point set coincides with the topological direct sum of the closure $\overline{\text{sp}F_u}$ of the linear hull of the face F_u and its orthogonal complement $F_u^\diamond$, i.e., with $\overline{\text{sp}F_u} \oplus F_u^\diamond$.

A space Z is said weakly facially symmetric (WFS) if each norm exposed face in Z_1 is symmetric.

For each symmetric face F_u , contractive projections $P_k(F_u)$, $k = 0, 1, 2$ on Z are defined as follows. First, $P_1(F_u) = (I - S_u)/2$ is the projection on the eigenspace corresponding to the eigenvalue -1 of the symmetry S_u . Next, $P_2(F_u)$ and $P_0(F_u)$ are defined as projections of Z onto $\overline{\text{sp}F_u}$ and $F_u^\diamond$, respectively; i.e., $P_2(F_u) + P_0(F_u) = (I + S_u)/2$. The projections $P_k(F_u)$ are called geometric Peirce projections.

A projective unit $u \in Z^*$ is called geometric tripotent if F_u is a symmetric face and $S_u^*u = u$ for the symmetry S_u corresponding to F_u . By GT and SF we denote the sets of all geometric tripotents and symmetric faces, respectively; the correspondence $\text{GT} \ni u \mapsto F_u \in \text{SF}$ is one-to-one (see [1]).

A WFS space Z is said to be strongly facially symmetric (SFS) if for each norm exposed face F_u of Z_1 and each $y \in U$ satisfying the conditions $\|y\| = 1$ and $F_u \subset F_y$, we have $S_u^*y = y$, where S_u is the symmetry corresponding F_u .

A contractive projection Q on Z is said to be neutral if $\|Qf\| = \|f\|$ implies $Qf = f$ for each $f \in Z$. A space Z is said to be neutral if, for each symmetric face F_u , the projection $P_2(u)$ corresponding to the symmetry S_u is neutral.

A neutral strongly facially symmetric space Z is said to satisfy property (PE) if every extreme point of Z_1 is a norm exposed point.

A norm exposed face F_u of a unit ball Z_1 has the Jordan decomposition property if for every nonzero $f \in \text{sp}_R F_u$, where $\text{sp}_R F_u$ is a real linear shell of F_u , there exist such $g, h \in R^+ F_u$ that $f = g - h$ and $g \diamond h$.

A strongly facially symmetric space Z has the property (JD) if every symmetric face has the Jordan decomposition property.

A normed space Z is said to be atomic if every symmetric face of Z_1 has an extreme point.

A geometric tripotent u is called minimal if $\dim P_2(F_u)^* Z^* = 1$. By M denote the set of all minimal geometric tripotents. In a weakly facially symmetric space for $u \in M$ every face F_u is a singleton, that is, to each $u \in M$ there corresponds a unique norm-exposed point of Z_1 (see [2]).

РЕСПУБЛИКА ИЛМІЙ АНЖУМАНИ

A geometric tripotent u is called indecomposable if for $v \in GU$ from $v \leq u$, it follows $v = u$. By I we denote the set of all indecomposable geometric tripotents. Since every minimal geometric tripotent is indecomposable, it follows that $M \subset I$. Naturally, the question arises whether the reverse inclusion is true. But, in all the examples of SFS-spaces converse, the property $M = I$ holds. In [2], a positive answer to this question is given in the special case when a neutral atomic strongly facially symmetric space has the property (PE). Further, in the case of neutral strongly facially symmetric spaces with the property (JD) is obtained in [3]. In [4] it was shown that a reflexive strongly facially symmetric space of rank 1 has the property (PE) and $M = I$, and in [5] it was proved that every finite-dimensional real neutral strongly face symmetric space has the properties (PE), $M = I$, (JD).

Lemma 1. Let Z be a neutral strongly facially symmetric space and $f \in Z_1$ be an extreme point. Then u_f is an indecomposable geometric tripotent.

Proposition 2. Let Z be an atomic neutral strongly facially symmetric space. Then the properties (PE) and $M = I$ are equivalent.

Theorem 3. If Z is an atomic neutral strongly facially symmetric space with the property (JD), then Z has the property $M = I$ and (PE).

REFERENCES

- [1] Friedman Y., Russo B. Affine structure of facially symmetric spaces // Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. Vol. 106. No. 1. 1989. P. 107-124.
- [2] Friedman Y., Russo B. Geometry of the dual ball of the spin factor // Proc. London Math. Soc. Vol. 65. No. 1. 1992. P. 142-174.
- [3] Neal M., Russo B. State space of JB^* -triples // Math. Ann. Vol. 328. No. 4. 2004. P. 585-624.
- [4] Seypullaev J. Geometric characterization of Hilbert spaces // Uzbek Math. Journal. No. 2. 2008. P. 107-112.
- [5] Yadgorov N., Seypullaev J. Geometric properties of the unit ball of reflexive strongly facially symmetric spaces // Uzbek Math. Journal. No. 2. 2009. P. 186-194.

ЧЕКЛИ ГРУППАЛАРДАГИ ИЧКИ АВТОМОРФИЗМЛАРНИНГ БЕРИЛИШ УСУЛЛАРИ

Х.Ё.Нажмиддинова – НамДУ доценти, н.ф.д., доц
Х.Ю.Тоҳиржонова – НамДУ 2-курс магистранти

Аввало ушбу мавзу билан боғлиқ тушунчаларни таърифлаймиз.

Агар X ва Y - ихтиёрий тўпламлар бўлиб, ҳар бир $x \in X$ элемент учун бир қийматли аниқланган $y \in Y$ элемент мос қўйилган бўлса, y ҳолда X ни Y га мос қўювчи қандайдир φ акслантириш берилган дейилади (ва уни одатда $\varphi: X \rightarrow Y$ каби белгиланади) ҳамда y элемент x элементнинг акси, x эса y элементнинг асли дейилади ва бу акслантириш $y = \varphi(x)$ каби ёзилади.

Таъриф. $\varphi: X \rightarrow Y$ акслантириш X тўпламни Y тўламга ўзаро бир қийматли акслантириш дейилади, агар ҳар бир $y \in Y$ элемент X да ягона аслига эга бўлса.

Таъриф. Агар ихтиёрий элементлардан тузилган G тўламда аниқланган $\bullet$ бинар амал учун қуйидаги шартлар ўринли бўлса, $\langle G, \bullet \rangle$ жуфтлик ёки қисқача G группа дейилади:

- 1) ассоциативлик: $\forall a, b, c \in G$ учун $(a \bullet b) \bullet c = a \bullet (b \bullet c)$
- 2) G да шундай e элемент мавжуд бўлсаки, унинг учун $e \bullet a = a \bullet e = a$ тенглик ихтиёрий $a \in G$ элемент учун ўринли бўлса; бундай e элемент G группанинг бирлик (нейтрал) элементи дейилади.
- 3) $\forall a \in G$ элемент учун G да шундай a^{-1} элемент мавжуд бўлсаки, унинг учун $a \bullet a^{-1} = a^{-1} \bullet a = e$ тенглик ўринли бўлса. Бундай элемент a элементга тескари (қарама-қарши) элемент дейилади.

Мисол. Барча бутун сонлар тўплами Z унда аниқланган одатдаги қўшиш амалига нисбатан группа ташкил қилади. Ҳақиқатдан ҳам, бутун сонларни қўшиш ассоциативлик хоссасига эга эканлиги арифметика қонунларидан маълум, нол сони бу бўламда нейтрал элемент вазифасини бажаради ($\forall n \in Z$ учун $0 + n = n + 0 = n$). Бундан ташқари, ҳар бир n элемент учун қарама-қарши элемент $-n$ мавжуд ($n + (-n) = (-n) + n = 0$) бўлади.

Ҳосил бўлган бу группани бутун сонларнинг қўшишга нисбатан группаси дейилади ва $(Z, +)$

орқали белгиланади.

Асосий тўплами чекли сондаги элементлардан ташкил топган группалар чекли группалар дейилади. Чекли группадаги элементлар сони группанинг тартиби дейилади. Чексиз кўп элементларни ўз ичига олган группа чексиз группа дейилади.

Таъриф. G_1 ва G_2 - 2 та группа берилган бўлсин ва G_1 группа элементларини G_2 группа элементларига мос қўювчи шундай ўзаро бир қийматли факслантириш аниқланган бўлсинки, G_1 даги асосий бинар амал G_2 даги асосий бинар амалга мос келсин, яъни агар G_1 группада $\varphi(a) = a'$, $\varphi(b) = b'$, $\varphi(c) = c'$ ва $a * b = c$ бўлса, у ҳолда G_2 группада $a' \circ b' = c'$ бўлсин. У ҳолда φ — G_1 ни G_2 га мос қўювчи *изоморфизм* дейилади, изоморфизм ўрнатилган группалар эса *ўзаро изоморф группалар* дейилади.

Ўзаро бир қийматли акслантириш - φ нинг изоморфизм бўлиш шартини яна қуйидагича ёзиш мумкин: $\forall a, b \in G_1$ учун $\varphi(a * b) = \varphi(a) \circ \varphi(b)$, бу ерда $a * b$ кўпайтма G_1 да олинади, $\varphi(a) \circ \varphi(b)$ кўпайтма эса G_2 да олинади.

Таъриф. G группа, g - унинг элементи бўлсин. G группани ўзини ўзига ўтказувчи φ_g акслантиришни қуйидагича аниқлаймиз: $\varphi_g(h) = ghg^{-1}$ (бунда h группанинг ихтиёрий элементи).

Бу акслантириш g элементдан тузилган G группанинг *ички автоморфизми* дейилади.

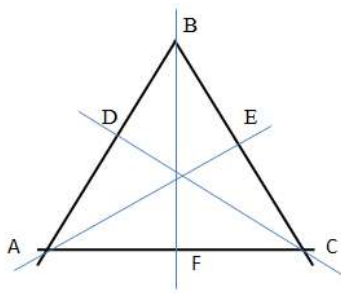
Группанинг ички автоморфизми группани ўзини ўзига ўтказувчи изоморфизм бўлади.

Ҳақиқатан ҳам, $g h g^{-1} = h_1$ бўлади фақат ва фақат шу ҳолдаки, қачонки $h = g^{-1} h_1 g$ бўлса. Шунинг учун φ_g акслантириш натижасида h_1 элементнинг асли мавжуд ва ягона бўлади. Бундан $\varphi_g(h) = ghg^{-1}$ акслантириш группани ўзини-ўзига ўтказувчи ўзаро бир қийматли акслантириш эканлиги келиб чиқади. Бундан ташқари, $\varphi_g(h_1 h_2) = g (h_1 h_2) g^{-1} = g h_1 (g^{-1} g) h_2 g^{-1} = (g h_1 g^{-1}) (g h_2 g^{-1}) = \varphi_g(h_1) \varphi_g(h_2)$. Шунинг учун φ - изоморфизм бўлади.

Ушбу тушунчалар абстракт алгебранинг муҳим тушунчалари ҳисобланади. Уларни талабаларга етказиш ўзига хос мураккаблиklar туғдиради. Шуларни ҳисобга олиб, чекли группалардаги ички автоморфизмларни тушунтиришда текисликдаги мунтазам кўпбурчакларни алмаштиришлар группаларидан фойдаланиш талабаларга бирмунча қулайлик беради.

Мисол. Мунтазам учбурчак симметриясининг группасини қараймиз (1-расм). Агар учбурчакнинг учларини А, В, С билан белгиласак, у ҳолда бу группанинг ҳар бир элементи учта ҳарф А, В, С ларнинг ўрин алмашиши орқали бир қийматини аниқланади. Масалан, А учидан ВС томонга

туширилган баландликка нисбатан симметрия $\begin{pmatrix} ABC \\ ACB \end{pmatrix}$ кўринишида ёзилади.



1-расм

Учбурчак симметриясининг группасидаги иккита элементни кўпайтириш учун биринчи ўрин алмаштиришни иккинчисидан кейин бажариш керак бўлади. Бу ҳолда, учбурчак симметриясининг группаси ва учта ҳарф А, В, С ларнинг ўрин алмаштиришлар группаси ўртасида ўрнатилган изоморфизмга эга бўламиз. Бу изоморфизм бир қийматли аниқланмаганлигини таъкидлаймиз: у учбурчакнинг айнан қайси учини А билан, қайси учини В ва С билан белгилашимизга боғлиқ. Учбурчак учларини белгилашнинг ўзини ҳам А, В, С ҳарфларнинг ўрин алмашиши сифатида қараш мумкин. Учбурчак симметриясининг группасидаги ҳар бир элемент А, В, С ҳарфларнинг ўрин алмашиши кўринишидаги янги белгилашга эга бўлади.

Учбурчак симметриясининг группасидаги барча мумкин бўлган ички автоморфизмлар натижасида баландликларга нисбатан симметриялар қайси элементларга ўтади, деган масалани кўриб чиқайлик.

Баландликларга нисбатан симметриялар:

РЕСПУБЛИКА ИЛМЙЙ АНЖУМАНИ

$$c = \begin{pmatrix} ABC \\ ACB \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} ABC \\ CBA \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} ABC \\ BAC \end{pmatrix},$$

- 1) $\varphi_a(c) = a c a^{-1} = (BCA)(ACB)(CAB) = (CBA)(CAB) = (BAC) = f$
- 2) $\varphi_b(c) = b c b^{-1} = (CAB)(ACB)(BCA) = (BAC)(BCA) = (CBA) = d$
- 3) $\varphi_c(c) = c c c^{-1} = a c^{-1} = a c = c$
- 4) $\varphi_d(c) = d c d^{-1} = b d = f$
- 5) $\varphi_f(c) = f c f^{-1} = a f = d$
- 6) $\varphi_a(d) = a d a^{-1} = c b = f$
- 7) $\varphi_b(d) = b d b^{-1} = f a = c$
- 8) $\varphi_c(d) = c d c^{-1} = a c = f$
- 9) $\varphi_d(d) = d d d^{-1} = b d = d$
- 10) $\varphi_f(c) = f d f^{-1} = c$
- 11) $\varphi_a(f) = a f a^{-1} = c$
- 12) $\varphi_b(f) = b f b^{-1} = d$
- 13) $\varphi_c(f) = c f c^{-1} = d$
- 14) $\varphi_d(f) = d f d^{-1} = c$
- 15) $\varphi_f(f) = f f f^{-1} = f$

Демак, учбурчак симметриясининг группасидаги барча мумкин бўлган ички автоморфизмлар натижасида баландликларга нисбатан симметриялар ҳамма баландлик симметрияларига ўтар экан.

Энди учбурчак симметриясининг группасидаги мумкин бўлган ички автоморфизмлар натижасида учбурчакни 120^0 га айлантириш қайси элементларга ўтишини аниқлайлик.

$$a = \begin{pmatrix} ABC \\ BCA \end{pmatrix},$$

- 1) $\varphi_a(a) = a a a^{-1} = b b = a$
- 2) $\varphi_b(a) = b a b^{-1} = e a = a$
- 3) $\varphi_c(a) = c a c^{-1} = d c = b$
- 4) $\varphi_d(a) = d a d^{-1} = b$
- 5) $\varphi_f(a) = f a f^{-1} = b$
- 6) $\varphi_c(a) = e a e^{-1} = a$

Демак, учбурчак симметриясининг группасидаги мумкин бўлган ички автоморфизмлар натижасида учбурчакни 120^0 га айлантириш Жавоб: $a - 120^0$ га ва $b - 240^0$ га айлантиришга ўтади.

Худди шу каби масалаларни бошқа мунтазам кўпбурчаклар учун ҳам ҳал қилиш мумкин. Масалан, бу масала тетраэдр симметриясининг группасида кўриб чиқилганда, унинг барча элементларини қуйидаги синфларга ажратилса: 1) e ; 2) баландликлар атрофидаги e дан фарқли барча айлантиришлар; 3) қарама-қарши қирранинг ўртасидан ўтган ўқ атрофида 180^0 га айлантириш; 4) қайсидир қирра ва унинг қаршисидаги қирранинг ўртасидан ўтган текисликка нисбатан симметрия; 5)

учларнинг циклик ўрин алмашилишидан ҳосил бўладиган барча айлантиришлар (масалан, $\begin{pmatrix} ABCD \\ BCDA \end{pmatrix}$),

у ҳолда тетраэдр симметриясининг группасидаги 2 та элемент ички автоморфизм натижасида бир - бирига ўтиши мумкин фақат ва фақат шу ҳолдаки, қачонки, улар битта синфда ётсалар, деган хулосани чиқариш мумкин бўлади.

Шуни таъкидлаш керакки, группанинг ихтиёрий ички автоморфизмида (ихтиёрий изоморфизм каби) унинг ҳар бир қисм группаси, умуман олганда, бутунлай бошқа группага ўтади (масалан, учбурчакнинг битта баландлигига нисбатан симметрияси бошқа баландликка нисбатан симметриясига ўтади). Лекин, айрим “махсус симметрик” қисм группалар ички автоморфизм натижасида ўз ўрнида қолади (масалан, учбурчак симметрияси группасининг учбурчакни айлантиришлар қисм группасида).

Хулоса қилиб айтиш мумкинки, абстракт алгебра тушунчаларининг ўзига хос мураккаблигини, уларни талабаларга етказиш, бу тушунчаларнинг амалий татбиқи билан боғлиқ тасаввур ва кўрикмаларни шакллантириш ўзига хос ёндошув талаб қилишини инобатга олиб, амалий масалаларни танлаш муҳим аҳамият касб этади.

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати

1. Р.Н.Назаров ва бошқ. Алгебра ва сонлар назарияси / Тошкент, “Ўқитувчи” нашриёти, 1992 йил.
2. Г.Курош Олий алгебра курси / Тошкент, “Ўқитувчи” нашриёти, 1992 йил.
3. Э.Фрид. Введение в абстрактную алгебру / Москва, “Мир”, 1979 г.
4. В.Б.Алексеев. Теорема Абеля в задачах и решениях / Москва, “Наука”, 1976 г.

РЕСПУБЛИКА ИЛМИЙ АНЖУМАНИ
KREDIT-MODUL TIZIMI ASOSIDA TALABALAR BILIMINI BAHOLASHNING AYRIM
O'ZIGA XOSLIKLARI HAQIDA

Najmiddinova H.Yo. – *ped.f.d., dotsent, xilola1304@mail.ru,*

Sidiqova M.A. – *talaba, Namangan davlat universiteti*

Ta'lim tizimining har bir bosqichi va shaklida egallangan bilim, ko'nikma va malakalarni nazorat qilish (baholash) o'zlashtirishning samaradorligini oshirishda asosiy omil hisoblanadi. Nazorat imkon qadar tez-tez, qisqa muddatlarda amalga oshirilsa, o'zlashtirish darajasi, xatolik va kamchiliklar shunchalik tez yuzaga chiqib, sifatli o'zlashtirishning tez sur'atlarda amalga oshirilishiga imkon yaratiladi.

Ma'lumki, o'zlashtirishni nazorat qilish ko'pincha ikki xil shaklda amalga oshiriladi:

1) o'rgatuvchi (o'qituvchi) tomonidan o'tkaziladigan nazorat;

2) o'rganuvchi (o'quvchi yoki talaba) tomonidan olib boriladigan o'z-o'zini nazorat.

O'zlashtirishni nazorat qilishning har ikki shakli bir vaqtda amalga oshirilganda va bilim olish faoliyati bilan birgalikda nazorat qilish ham muntazam, uzluksiz faoliyatga aylantirilganda nazoratning mukammal shakli yuzaga chiqib, talabaning bilim olishga intilishi yana ham kuchayadi va o'zlashtirish ko'rsatkichlari tobora ortadi.

O'rgatuvchi tomonidan o'tkaziladigan nazorat har bir ta'lim bosqichi va shaklida turlicha usullarda, o'rganuvchining muayyan soha bo'yicha o'zlashtirishi lozim bo'lgan materiallarga nisbatan qat'iy tuzilgan baholash mezonlari orqali amalga oshiriladi.

O'rganuvchi tomonidan olib boriladigan o'z-o'zini nazorat esa turli ko'rinishlarda amalga oshirilishi mumkin: egallagan nazariy bilimlarini amalda bajarish, nazorat savollariga javob berish yoki amaliy masalalarni hal qilish, test topshiriqlarini bajarish va hokazolar orqali.

Pedagogik jarayonda eng mushkul vazifa – bu talabalar bilimini o'qituvchi tomonidan baholash hisoblanadi.

Baholash - ta'lim jarayonining ma'lum bosqichida, o'quv maqsadlariga erishganlik darajasini oldindan belgilab qo'yilgan mezonlar asosida belgilash, o'lchash, tahlil qilish jarayonidir [2]. Agar baholash aniq mezon asosida adolatli amalga oshirilmasa, uning natijasida turli xil nomutanosibliklar va xatto o'qituvchi bilan talaba o'rtasida tushunmovchilik hamda nizo kelib chiqishi turgan gap.

Tayyorlanayotgan mutaxassislarining bilim saviyasi, ko'nikma va malakasini uzluksiz nazorat qilib borish ta'lim tizimidagi dolzarb masalalardan biridir. Ertangi kun mutaxassisining sifati qanday bo'lishi bugungi kunda unga berilayotgan va u qabul qilayotgan bilim sifatining nazoratiga bog'liq.

Yuqorida ta'kidlanganidek, baholash ta'lim jarayonining ajralmas qismidir. Shu bois ta'lim jarayonida amalga oshiriladigan har qanday o'zgarish undagi baholash tizimiga ham o'z ta'sirini o'tkazmay qolmaydi.

Ma'lumki, oliy ta'lim tizimida talabalarining bilim olish faoliyati auditoriya (ma'ruza, amaliy yoki seminar va laboratoriya) mashg'ulotlaridagi faoliyati va mustaqil ta'lim (mustaqil ta'lim soatlariga mos olib boriladigan faoliyati) ning birgalikdagi, o'zaro muvofiqlashgan va uyg'unlashgan holdagi jarayonidan iborat. Keyingi yillarda oliy ta'lim tizimida o'qitishni takomillashtirish va bilimlar sifatini oshirish borasidagi olib borilayotgan islohotlarning bosqichma-bosqich amalga oshirilayotgani, xususan, oliy ta'lim tizimiga kredit-modul tizimining joriy qilinishi natijasida o'quv rejalarida fanlar bo'yicha ajratilgan mustaqil ta'lim soatlari miqdorining umumiy soatga nisbatan 60 % ni tashkil etmoqda. Shuning uchun endilikda ta'lim olish jarayonida auditoriya mashg'ulotlari orqaligina bilim berish emas, balki talabaning mustaqil ta'lim orqali bilim olishi ham katta ahamiyatga ega bo'lmoqda.

Fan bo'yicha tashkil qilinadigan mustaqil ta'lim auditoriya mashg'ulotlarini tashkil etishga o'z ta'sirini ko'rsatayotgan ekan, talabaning mustaqil ta'lim uning ta'lim olish jarayonida munosib o'rinni egallayotgan ekan, mustaqil ta'limdagi o'zlashtirish natijalari ham shu fan bo'yicha talabaning umumiy to'plagan reyting ballari orasida o'z o'rni ega bo'lishi kerak.

Talabalarining fan materiallarini semestr davomida o'zlashtirganlik darajasini o'qituvchi tomonidan to'laqonli nazorat qilish va baholash maqsadida mustaqil ta'lim uchun ajratilgan mavzular yoki mavzu materiallari bo'yicha egallagan bilim, ko'nikma va malakalarini baholash auditoriya mashg'ulotlariga ajratilgan materiallar bo'yicha egallagan bilim, ko'nikma va malakalarini baholashdan alohida (nazorat birgalikda o'tkazilgani holda) amalga oshirilgani maqsadga muvofiq. Chunki, bu orqali talabaning qaysi faoliyat turida faol, qaysi faoliyat turida sust qatnashayotganligini osongina aniqlash mumkin bo'ladi. O'qituvchi esa bu natijalarga ko'ra talabaning har ikki faoliyat turidagi faolligini oshirish chora-tadbirlarini ishlab chiqadi, jumladan, talabalarining bilim olish faoliyatlarini tashkil etishni auditoriya mashg'ulotlari va mustaqil o'quv faoliyat uchun o'quv materiallari ajratish, faoliyatni tashkil etish uchun qo'llanilayotgan usul,

РЕСПУБЛИКА ИЛМІЙ АНЖУМАНИ

shakl va vositalarni takomillashtirish, metodik ko'rsatma va ishlanmalarni mukammallashtirish nuqtai nazaridan qayta ishlab chiqadi.

Talabalarining auditoriya mashg'ulotlari va mustaqil ta'lim uchun ajratilgan materiallar bo'yicha egallagan bilim, ko'nikma va malakalarini alohida-alohida baholash uchun mustaqil ta'lim nazoratini JN, ON va YaNlar bilan qo'shib olib borish, lekin har bir nazorat turidagi topshiriqlar (savollar, masala-misolalar, testlar)ni ikki qismdan iborat tarzda (aralashtirmagan holda) tayyorlash kerak: auditoriya mashg'ulotlari uchun ajratilgan materiallar yuzasidan hamda talabalarining mustaqil o'quv faoliyatlari uchun ajratilgan materiallar yuzasidan. Bunda nazorat topshiriqlari soni fanning muayyan mavzulari yoki bo'limlari bo'yicha auditoriya mashg'ulotlari va mustaqil ta'lim uchun ajratilgan soatning miqdoriga ko'ra aniqlanadi. Masalan, agar nazorat o'tkazilayotgan mavzular materiallari bo'yicha auditoriya mashg'ulotlari va mustaqil ta'lim uchun ajratilgan soatlar 60 % va 40 % miqdorida bo'lsa, u holda har bir talaba uchun beriladigan nazorat topshiriqlari umumiy sonining 60 % i auditoriya mashg'ulotlari uchun ajratilgan materiallar yuzasidan, 40 % i esa mustaqil ta'lim materiallari yuzasidan bo'lishi kerak.

O'quv materialini mustaqil o'zlashtirish uchun auditoriya mashg'ulotlari yordamida o'zlashtirishga qaraganda talabadan ko'proq vaqt, hoxish, iroda, qiziqish, aqliy va jismoniy mehnat talab etiladi. Bu esa talabaning fan bo'yicha egallagan bilim, ko'nikma va malakalarini nazorat qilish uchun tuziladigan baholash mezonida albatta e'tiborga olinishi kerak. Masalan, talabaning mustaqil ta'limda o'zlashtirishi lozim bo'lgan materiallar bo'yicha tuzilgan har bir topshiriqning bajarilishi xuddi shunday "kuch"dagi (qiyinlik darajasi bir xil bo'lgan) auditoriya mashg'ulotlari yordamida o'zlashtirilishi lozim bo'lgan materiallar bo'yicha tuzilgan topshiriqlarning bajarilishiga nisbatan yuqoriroq ko'rsatkichda baholanishi kerak. Boshqacha aytganda, mezon ishlab chiqishda shunday k koeffitsient ($1 < k < 2$) aniqlash lozimki, talabaning mustaqil ta'limdagi o'zlashtirishi uning auditoriya mashg'ulotlari yordamidagi o'zlashtirishidan k marta yuqori daraja bilan baholansin.

Xulosa qilib aytganda, kredit-modul tizimi asosida parametrlil baholash mezonidan foydalangan holda talabalarining mustaqil ta'lim natijasidagi o'zlashtirishi uning auditoriya mashg'ulotlari yordamidagi o'zlashtirishidan alohida va yuqoriroq darajada baholansa,

1-dan: talabalarining mustaqil ta'limdagi o'zlashtirishi bilan auditoriya mashg'ulotlari yordamidagi o'zlashtirishi natijalari yaqqol ko'zga tashlanadi. Bu esa kelgusida o'qituvchiga fan materiallarini auditoriya mashg'ulotlari va mustaqil ta'lim uchun to'g'ri (samarali) taqsimlash ya'ni auditoriya mashg'ulotlari va mustaqil ta'limni ularga o'quv materiallarini ajratish va talabalarga o'rgatish nuqtai nazaridan muvofiqlashtirish imkoniyatlarini yaratadi. Fan materiallarini ajratish va talabalarga o'rgatish usullari, shakllari, turlari va vositalarini yillar davomida sayqallash va mukammal darajaga ko'tarish mumkin bo'ladi.

2-dan: talabalarining mehnati, qobiliyatlari, izlanishlari, qiziqish va intilishlari yuqori darajada rag'batlantiriladi. Bu esa talabalarining mustaqil ta'limdagi faolligini, adabiyotlardan foydalanish ko'nikmasining rivojlanishini, bo'lg'usi mutaxassis sifatidagi tayyorgarligini oshiradi, ya'ni qo'yilgan masalaning yechimini oldindan ko'ra bilish, muammoni hal qilish yo'llarini mustaqil izlab topish ko'nikmalarining shakllanishiga, o'z ustida ishlash va ijodiy izlanish malakasining rivojlanishiga asos bo'ladi. Bu esa talabalarni masofaviy ta'lim olishga tayyorlashning muhim omillaridandir.

3-dan: u yoki bu nazorat turini o'tkazish uchun ma'ruzachi professor-o'qituvchini jalb qilish yoki auditoriya mashg'uloti vaqtini sarf qilishga xojat qolmaydi. Nazorat turini mustaqil ta'lim soati vaqtida assistent-o'qituvchilar yoki kompyuter operatorlari nazorati ostida o'tkazilishi mumkin bo'ladi.

4-dan: agar dastur global tarmoqqa joylashtirilsa va nazorat turini o'tkazish uchun o'qituvchining shaxsiy kabineti talabalar uchun ma'lum vaqtga "ochib" qo'yilsa, u holda talabalar nazorat turini on-line tizimi orqali o'zlari-ga qulay vaqtida va joyda o'qituvchi yoki operatorning bevosita ishtirokisiz topshirishlari va natijalardan o'sha zaho-ti habardor bo'lishlari mumkin bo'ladi. Bu esa o'qituvchi va talabalar uchun qulaylik, erkinlik yaratib, talabalarining o'z-o'zini muntazam baholab borishiga va masofaviy ta'lim tizimiga tayyor bo'lishlariga imkon yaratadi.

5-dan: muayyan fan bo'yicha talabalarining mustaqil ta'lim talab darajasida tashkil qilinadi, talabalarining mustaqil o'zlashtirishi uchun ajratilgan materiallar o'quv adabiyotlari (o'quv qo'llanmalar, ko'rsatmalar, ishlanmalar, metodik tavsiyalar)da mujassamlashadi.

Bir so'z bilan aytganda, oliy ta'lim muassasalarida muayyan fan bo'yicha o'qitish sifati va samaradorligining oshishiga erishiladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Najmiddinova H. Oliy ta'lim muassasalarida algebrani o'qitishda talabalarining mustaqil o'quv faoliyatlarini shakllantirish metodikasi: Dis. ... p.f.n. - N.: NamDU, 2011. – 150 b.

2. Ochilov M., Ochilova N. Oliy maktab pedagogikasi. Oliy o'quv yurtlari uchun darslik. – Toshkent, 2008. – 262 b.
3. Najmiddinova H. O'quv jarayonida axborot texnologiyalardan foydalanish haqida // “Amaliy matematika va informatsion texnologiyalarning dolzarb muammolari – al-Xorazmiy 2012”: Xalqaro ilmiy konferensiya materiallari to'plami.- Toshkent: O'z MU, 2012. - 205-207 b.

ABOUT THE FIXED POINTS OF THE p – ADIC (3,3)-RATIONAL DYNAMICAL SYSTEMS.

I.A.Sattarov¹, Z.T.Abdukaxorova², B.Xaydarova³.

Namangan State University

i.sattarov@mathinst.uz

Let $\mathbb{Q}$ be the field of rational numbers. The greatest common divisor of the positive integer n and m is denoted by (n, m) . Every rational number $x \neq 0$ can be represented in the form $x = p^r \frac{n}{m}$, where $r, n \in \mathbb{Z}$, m is a positive integer, $(p, n) = 1$, $(p, m) = 1$ and p is a fixed prime number.

The p -adic norm of x is given by $|x|_p = \begin{cases} p^{-r}, & \text{for } x \neq 0 \\ 0, & \text{for } x = 0 \end{cases}$.

The completion of $\mathbb{Q}$ with respect to the p -adic norm defines the p -adic field which is denoted by $\mathbb{Q}_p$. The algebraic completion of $\mathbb{Q}$ which is complete with respect to $|\cdot|_p$ is denoted by $\mathbb{C}_p$ and it is called the field of complex p -adic numbers.

Let $f: U \rightarrow U$ be function. For $x \in U$ we denote $f^n(x) = \underbrace{f \circ \dots \circ f}_n(x)$. If $f(x_0) = x_0$ then x_0 is called a fixed point.

A function is called a (n, m) -rational function if and only if it can be written in the form $f(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$,

where $P_n(x)$ and $Q_m(x)$ are polynomial functions with degree n and m respectively, $Q_m(x)$ is non zero polynomial.

Till so far, have been studied p – adic dynamical system generated by $(n,0)$, $(1,1)$, $(2,1)$, $(1,2)$, $(0,2)$, $(2,2)$, $(3,1)$, $(1,3)$ and $(3,2)$ -rational functions (see [1]-[3], and their references). In this work, we consider the p -adic dynamics of $(3,3)$ -rational functions. Any $(3,3)$ -rational function has the following form

$$f(x) = \left(\frac{ax+1}{x+a} \right)^3, \quad a \in \mathbb{J}_p \quad (1)$$

where $x \neq -a$.

It is easy to see that for $(3,3)$ -rational function (1) the equation $f(x) = x$ for fixed points is equivalent to the equation

$$x^4 + (3a - a^3)x^3 + (a^3 - 3a)x - 1 = 0. \quad (2)$$

Since $\mathbb{C}_p$ is algebraic closed the equation (2) may have four solutions with one of the following relations:

- (i) One solution having multiplicity four;
- (ii) Two solutions, one of which has multiplicity three or both of them have multiplicity two;
- (iii) Three solutions, one of which has multiplicity two;
- (iv) Four distinct solutions.

Theorem 1. For $(3,3)$ -rational functions, the following holds:

- 1) $(3,3)$ -rational function cannot have a unique fixed point.
- 2) The function (1) has two distinct fixed points if and only if $a = \pm 2$
- 3) $(3,3)$ -rational function cannot have three fixed points.

REFERENCES

1. N.Koblitz. p -adic numbers, p -adic analysis, and zeta-functions Springer, Berlin, 1977.
2. U. A. Rozikov, I. A. Sattarov. p -adic dynamical systems of $(2,2)$ -rational functions with unique fixed point// Chaos, Solitons and Fractals, V.105, (2017), p. 260-270.
3. U. A. Rozikov, I. A. Sattarov. Dynamical systems of the p -adic $(2,2)$ -rational functions with two fixed points// Results in Mathematics, N. 75, V.100, (2020), p.1-37.

РЕСПУБЛИКА ИЛМИЙ АНЖУМАНИ
UCHTA QO'ZG'ALMAS NUQTALI (0,2)-RATSIONAL FUNKSIYALARNING p -ADIK
DINAMIK SISTEMALARI

Sattarov I.A.¹, Abdukaxorova Z.T.² Mansuraliyeva R.F.³

Namangan State University, Namangan, Uzbekistan,

i.sattarov@mathinst.uz, zulxumor.t.a@umail.uz, RayhonaMansuraliyeva@umail.uz

$\mathbb{Q}$ ratsional sonlar maydoni bo'lsin. Musbat n va m butun sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisini (n, m) bilan belgilanadi. Har qanday noldan farqli ratsional sonni $x = p^r \frac{n}{m}$ ko'rinishda yozish

mumkin, bu yerda p berilgan tub son va $r, n \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z}_+, (p, n) = 1, (p, m) = 1$.

$$x \text{ ning } p\text{-adik normasi } |x|_p = \begin{cases} p^{-r}, & \text{for } x \neq 0 \\ 0, & \text{for } x = 0 \end{cases}$$

kabi aniqlanadi.

$\mathbb{Q}$ ning p -adik normaga nisbatan kengaytmasi p -adik maydonni tashkil qiladi va $\mathbb{Q}_p$ bilan belgilanadi.

$\mathbb{Q}_p$ ning $|\cdot|_p$ normaga nisbatan albegraik yopig'i J_p bilan belgilanadi va p -adik kompleks sonlar maydoni deb ataladi.

$f: U \rightarrow U$ funksiya berilgan bo'lsin. $f^n = \underbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}_n$ kabi aniqlanadi. Agar $f(x_0) = x_0$

bo'lsa, u holda x_0 qo'zg'almas nuqta deb ataladi.

Bu ishda biz uchta qo'zg'almas nuqtali (0,2)-ratsional funksiyaning p -adik dinamik sistemasini ko'rib chiqamiz. Quyidagi ko'rinishdagi (0,2)-ratsional funksiyaning qaraylik:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + a}, \quad a \in J_p, \quad (1)$$

Bu yerda $x \neq x_{1,2} = \pm \sqrt{-a}$.

(1) ko'rishdagi (0,2)-ratsional funksiyaning qo'zg'almas nuqtalarini topishda $f(x) = x$ tenglikdan foydalaniladi. Bu tenglikning

$$x^3 + ax - 1 = 0 \quad (2)$$

ga teng kuchli ekanligini ko'rish qiyin emas.

J_p ning algebraic yopiq ekanligidan (2) tenglik quyidagi munosabatlardan birini qanoatlantiruvchi uchta ildizlarga ega:

- (i) Bitta uch karrali yechim;
- (ii) Ikkita yechim, ulardan biri ikki karrali;
- (iii) Uchta turli yechimlar.

(0,2)-ratsional funksiya uchun quyidagilar o'rinli:

- 1) (0,2)-ratsional funksiya yagona qo'zg'almas nuqtaga ega emas.
- 2) $a = -\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$ bo'lganda, va faqat shundagina (1) funksiya ikkita qo'zg'almas nuqtaga ega.
- 3) $a \neq -\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$ larda (1) funksiya uchta qo'zg'almas nuqtaga ega.

$x_i, i \in \{1, 2, 3\}$ lar (1) funksiyaning qo'zg'almas nuqtalari bo'lsin. $x \in C_p, x \neq \hat{x}_{1,2}$ lar uchun biz oddiy hisoblashlarni bajarib, quyidagi tenglikka ega bo'lamiz:

$$\left| f(x) - f(x^*) \right|_p = \left| x - x^* \right|_p \left| x^* \right|_p \frac{\left| (x - x^*) + 2x^* \right|_p}{\left| (x - x^*) + (x^* + \sqrt{-a}) \right|_p \left| (x - x^*) + (x^* - \sqrt{-a}) \right|_p} \quad (3)$$

$$P = \{x \in C_p : \exists n \in \Gamma \cup \{0\}, f^n(x) \in \{\hat{x}_1, \hat{x}_2\}\}, \quad (4)$$

$$\alpha = \left| 2x_i \right|_p, \beta = \left| x_i + \sqrt{-a} \right|_p, \gamma = \left| x_i - \sqrt{-a} \right|_p \quad (5)$$

larni belgilaylik.

Agar $p \neq 2$ uchun $\left| x_i \right|_p > \sqrt{\left| a \right|_p}$ bo'lsa, u holda $\alpha = \beta = \gamma$ bo'ladi.

Agar $p \neq 2$ uchun $\left| x_i \right|_p < \sqrt{\left| a \right|_p}$ bo'lsa, u holda $\alpha < \beta = \gamma$ bo'ladi.

Agar $p \neq 2$ uchun $\left| x_i \right|_p = \sqrt{\left| a \right|_p}$ bo'lsa, u holda $\alpha = \max(\beta, \gamma)$ bo'ladi.

Biz ushbu tezisda $\alpha = \beta = \gamma$ holatda dinamik sistemalarni ko'rib chiqamiz.

(3) tenglikdan foydalanib, quyidagi haqiqiy funksiyalarni aniqlaylik:

$\alpha = \beta = \gamma$ uchun $\varphi_\alpha : [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ funksiya

$$\varphi_\alpha(r) = \begin{cases} r, & \text{if } r < \alpha \\ \alpha \geq 0, & \text{if } r = \alpha \\ \alpha, & \text{if } r > \alpha \end{cases}$$

kabi aniqlanadi.

Lemma 1. Agar $\alpha = \beta = \gamma$ bo'lsa, u holda $\varphi_\alpha(r)$ funksiya quyidagi xossalarga ega:

1. $\text{Fix}(\varphi_\alpha) = \{r : 0 \leq r \leq \alpha\} \cup \{\alpha : \text{agar } \alpha \neq \alpha\}$.
2. Agar $r > \alpha$ bo'lsa, u holda $\varphi_\alpha(r) = \alpha$ bo'ladi.
3. $r = \alpha$ bo'lsin.

3.1) Agar $\alpha \neq \alpha$ bo'lsa, u holda $\varphi_\alpha^2(r) = \alpha$ bo'ladi.

3.2) Agar $\alpha < \alpha$ bo'lsa, u holda barcha $n \geq 1$ lar uchun $\varphi_\alpha^n(r) = \alpha$ bo'ladi.

$x \in S_\alpha(0)$ uchun $\alpha(x) = \left| f(x) \right|_p$ ni belgilaylik.

Teorema 1. Agar $\alpha = \beta = \gamma$ bo'lsa, u holda (1) funksiya hosil qilgan p -adik dinamik sistema quyidagi xossalarga ega:

1. 1.1) $SI(x_1) = U_\alpha(0)$ 1.2) $U_\alpha(0) \cap P = \emptyset$.
2. Agar $r > \alpha$ va $x \in S_r(0)$ bo'lsa, u holda $f(x) \in S_\alpha(0)$ bo'ladi.
3. $k = 0, 1, 2, \dots$ lar uchun $f^k(x) \in S_\alpha(0) \setminus P$ bo'lsin, u holda

$$f^k(x) \in \begin{cases} S_{\alpha(f^k(x))}(0), & \text{agar } \alpha(f^k(x)) \geq \alpha, m = k + 1 \\ S_\alpha(0), & \text{agar } \alpha(f^k(x)) > \alpha, m = k + 2 \\ S_{\alpha(f^k(x))}(0), & \text{agar } \alpha(f^k(x)) < \alpha, \forall m = k + 1 \end{cases}$$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. U.A.Rozikov, I.A.Sattarov. p -adic dynamical systems of (2,2)-rational functions with unique fixed point// **Chaos, Solitons and Fractals**, **105** (2017) pp. 260-270.
2. U.A.Rozikov, I.A.Sattarov. Dynamical systems of the p -adic (2,2)-rational functions with two fixed points. **Results in Mathematics**, **75:100**, (2020) pp. 1-37.

РЕСПУБЛИКА ИЛМИЙ АНЖУМАНИ

GENERAL FORM OF THE p -ADIC (3,3)-RATIONAL FUNCTIONS WITH A UNIQUE FIXED POINT

Sattarov I.A.¹, Mansuraliyeva R.F.², Abdukaxorova Z.T.³

Namangan State University, Namangan, Uzbekistan,

i.sattarov@mathinst.uz, RayhonaMansuraliyeva@umail.uz, zulxumor.t.a@umail.uz

Let Q_p be the field of p -adic numbers and $f : Q_p \rightarrow Q_p$ be a function. If $f(x_0) = x_0$, then x_0 is called a fixed point. Put $\lambda = f'(x_0)$. The point x_0 is attractive if $0 < |\lambda|_p < 1$, indifferent if $|\lambda|_p = 1$ and repelling if $|\lambda|_p > 1$. [1]

The ball $U_r(x_0)$ is said to be a *Siegel disk* if each sphere $S_p(x_0)$, $p < r$ is an invariant sphere of $f(x)$, i.e. $f(S_p(x_0)) \subset S_p(x_0)$. The union of all Siegel disks with the center at x_0 is said to a *maximum Siegel disk* and is denoted by $SI(x_0)$.

Let $f : U \rightarrow U$ and $g : V \rightarrow V$ be two maps. f and g are said to be *topologically conjugate* if there exists a homeomorphism $h : U \rightarrow V$ such that, $h \circ f = g \circ h$. The homeomorphism h is called a *topological conjugacy*. [2]

Mappings that are topologically conjugate are completely equivalent in terms of their dynamics. For example, if f is topologically conjugate to g via h , and x_0 is a fixed point for f , then $h(x_0)$ is fixed for g . Indeed, $h(x_0) = hf(x_0) = gh(x_0)$.

In this work, we find of the general form of the p -adic (3,3)-rational functions with a unique fixed point. Any (3,3)-rational function has the following form

$$f(x) = \frac{ax^3 + bx^2 + cx + d}{x^3 + ex^2 + hx + l}, \quad a, b, c, d, e, h, l \in Q_p, \quad a \neq 0. \quad (1)$$

Theorem. Any p -adic (3,3)-rational function (1) with a unique fixed point is topologically conjugate to the function the following form

$$g(x) = \frac{Ax^3 + Bx^2 + Cx}{x^3 + Ax^2 + Bx + C}, \quad A, B, C \in Q_p, \quad A \neq 0. \quad (2)$$

Let $\alpha = \min_{1 \leq i \leq 5} |x_i|_p$ where x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 are the roots of the $Ax^2 + Bx + C = 0$ and

$x^3 + Ax^2 + Bx + C = 0$ equations respectively.

Proposition. The fixed point x_0 is indifferent for the dynamical system generated by the function (2) and it is the center of maximal Siegel disk with radius α .

REFERENCES

1. U. A. Rozikov, I. A. Sattarov. p -Adic dynamical systems of (2,2)-rational functions with unique fixed point// **Chaos, Solitons and Fractals**, **105** (2017) pp. 260-270.
2. U. A. Rozikov, I. A. Sattarov. Dynamical systems of the p -adic (2,2)-rational functions with two fixed points. **Results in Mathematics**, **75:100**, (2020) pp. 1-37.

СТАТИСТИК БАҲОЛАРНИНГ АСИМПТОТИК ЕТАРЛИЛИГИ

А.Рахманов¹, О.Расулов²

¹Наманган муҳандислик-технология институти,

²Наманган давлат университети.

Маълумки, факторлаштириш критерийси статистиканинг етарлилигининг зарурий ва етарли шартларини ҳақиқатга ўхшашлик функциясининг махсус ифодаси орқали аниқлаш имкониятини беради.

РЕСПУБЛИКА ИЛМІЙ АНЖУМАНИ

Классик адабиётлардан биламизки статистик баҳоларнинг n чексиз катта бўлганидаги асослилик, асимптотик нормаллик ва асимптотик эффективлик хоссалари мавжуд. Ушбу мақолада биз етарлиликни асимптотик нуқтаси назардан кўриб чиқамиз.

Малум белгилашлар ва шартлардан фойдаланган ҳолда ([3]га қаранг) ҳақиқатга ўхшашлик функцияси логарифмини киритамиз:

$$L_n(X^{(n)}; \theta) = \sum_{i=1}^n l(X_i; \theta). \quad (1)$$

(A)-(D) регулярилик шартларидан [1] фойдаланиб, (1) функцияни Тейлор қаторига қуйидаги ёйилмасини қараймиз:

$$L_n(x^{(n)}; \theta) = L_n(x^{(n)}; \theta_0) + \frac{\partial L_n(x^{(n)}; \theta_0)}{\partial \theta} (\theta - \theta_0) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 L_n(x^{(n)}; \theta_0)}{\partial \theta^2} (\theta - \theta_0)^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 L_n(x^{(n)}; \theta^*)}{\partial \theta^3} (\theta - \theta_0)^3, \quad (2)$$

бу ерда $|\theta^* - \theta_0| \leq |\theta - \theta_0|$.

(2) га $\theta_0 = \hat{\theta}_n(x^{(n)})$ - асосли баҳо, яъни $\frac{\partial L_n(x^{(n)}; \hat{\theta}_n(x^{(n)}))}{\partial \theta} = 0$ тенглама ечимини қўйиб, сўнг элементар амалларни бажариб қуйидаги ифодани оламиз:

$$L_n(x^{(n)}; \theta) = L_n(x^{(n)}; \hat{\theta}_n(x^{(n)})) - \frac{1}{2} I_X(\theta) \left(\sqrt{n} \left(\theta - \hat{\theta}_n(x^{(n)}) \right) \right) + r_n(x^{(n)}; \theta), \quad (3)$$

Бу ерда

$$r_n(x^{(n)}; \theta) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} \cdot \frac{\partial^2 L_n(x^{(n)}; \hat{\theta}_n(x^{(n)}))}{\partial \theta^2} + I_X(\theta) \left(\sqrt{n} \left(\theta - \hat{\theta}_n(x^{(n)}) \right) \right) \right) + \frac{1}{3!} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial^3 L_n(x^{(n)}; \theta^*)}{\partial \theta^3} \left(\theta - \hat{\theta}_n(x^{(n)}) \right) \left(\sqrt{n} \left(\theta - \hat{\theta}_n(x^{(n)}) \right) \right)^2. \quad (4)$$

Маълумки, $n \rightarrow \infty$ да катта сонлар қонунига асосан [4] ихтиёрий $\theta \in \Theta$ учун:

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{\partial^2 L_n(X^{(n)}; \hat{\theta}_n(X^{(n)}))}{\partial \theta^2} \xrightarrow{P_\theta} -I_X(\theta), \quad \hat{\theta}_n(X^{(n)}) \xrightarrow{P_\theta} \theta, \quad (5)$$

$$\left| \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial^3 L_n(X^{(n)}; \theta^*)}{\partial \theta^3} \right| \leq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h(X_i) \xrightarrow{P_\theta} M_\theta h(X).$$

Марказий лимит теоремага асосан, $n \rightarrow \infty$ да барча $\theta \in \Theta$ учун

$$P_\theta \left(x^{(n)} : \sqrt{n} \left| \theta - \hat{\theta}_n(x^{(n)}) \right| > t \right) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 2\Phi \left(-I_X^{1/2}(\theta) t \right) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0.$$

Демак, (4)-(6) муносабатлардан $n \rightarrow \infty$ да

$$r_n(X^{(n)}; \theta) \xrightarrow{P_\theta} 0 \quad (7)$$

эқани келиб чиқади. (3) ни логарифмлардан озод этиб қуйидагидек қайта ёзиб оламиз:

$$f_n(x^{(n)}; \theta) = f_n(x^{(n)}; \hat{\theta}_n(x^{(n)})) \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} I_x(\theta) \left(\sqrt{n} \left(\theta - \hat{\theta}_n(x^{(n)})\right)\right)^2\right\} \exp\{r_n(x^{(n)}; \theta)\}. \quad (8)$$

(7) га асосан $\forall \varepsilon > 0$ учун $n \rightarrow \infty$ да

$$P_\theta\left(X^{(n)} : \left|\exp\{r_n(X^{(n)}; \theta)\} - 1\right| < \varepsilon\right) \rightarrow 1.$$

Демак, етарлича катта n ларда $g_n(x^{(n)}) = f_n(x^{(n)}; \hat{\theta}_n(x^{(n)}))$ деб белгиласак, у ҳолда

$$f_n(x^{(n)}; \theta) = \exp\left\{-\frac{1}{2} I_x(\theta) \left(\sqrt{n} \left(\theta - \hat{\theta}_n(x^{(n)})\right)\right)^2\right\} \cdot g_n(x^{(n)}), \quad (9)$$

яъни биргаликдаги зичлик функцияси $f_n(x^{(n)}; \theta)$ учун факторлаштириш ифодаси ўринли бўлмоқда.

Бу эса $\hat{\theta}_n(x^{(n)})$ статистиканинг асимптотик етарли статистика [2] дейишга асос бўла олади.

Аммо бу хоссани шартли тақсимотни ҳисоблаш йўли билан ҳам кўрсатиш мумкин. Буни қулайлик учун дискрет ҳолда кўрсатамиз. Бунинг учун (8) нинг дискрет ҳол учун аналогини ёзиб оламиз:

$$P_\theta(x^{(n)}) = g_n(x^{(n)}) \exp\left\{-\frac{1}{2} I_x(\theta) \left(\sqrt{n} \left(\theta - \hat{\theta}_n(x^{(n)})\right)\right)^2\right\} \exp\{r_n(x^{(n)}; \theta)\}, \quad (10)$$

бу ерда $g_n(x^{(n)}) = P_{\hat{\theta}_n(x^{(n)})}(x^{(n)})$. (10) дан $x^{(n)}$ нинг $\hat{\theta}_n(x^{(n)}) = t$ шарти остидаги шартли тақсимотини ёзиб оламиз:

$$\frac{P_\theta(x^{(n)})}{P_\theta(x^{(n)} : \hat{\theta}_n(x^{(n)}) = t)} = \frac{g_n(x^{(n)}) \exp\{r_n(x^{(n)}; \theta)\}}{\sum_{\{x^{(n)} : \hat{\theta}_n(x^{(n)}) = t\}} \exp\{r_n(x^{(n)}; \theta)\}} \approx \frac{g_n(x^{(n)})}{\sum_{\{x^{(n)} : \hat{\theta}_n(x^{(n)}) = t\}} g_n(x^{(n)})}$$

бу ифода θ га боғлиқ эмас ва демак ХМЎБ $\hat{\theta}_n$ асимптотик етарли баҳо экан. Демак, қуйидаги даъвога эга бўламиз.

Теорема. Фараз қилайлик, $\{I_x(\theta), \theta \in \Theta\}$ Фишер информацияси функцияси мусбат аниқланган бўлиб, (A)-(D) регулярилик шартлари ўринли бўлсин. У ҳолда ихтиёрий ҳақиқатга максимал ўхшашлик баҳоси $\hat{\theta}_n$ учун факторлаштириш ифодаси асимптотик ўринли ва демак $\hat{\theta}_n$ баҳо асимптотик етарли бўлади.

АДАБИЁТЛАР

1. Боровков А.А. Математическая статистика. Оценка параметров, проверка гипотез.-Москва: Наука. 1984.-472 с.
2. Закс Ш. Теория статистических выводов.-Москва: Мир. 1975.-776 с.
3. Козлов М.В., Прохоров А.В. Введение в математическую статистику.-Москва: МГУ. 1987.-263 с.
4. Форманов Ш.К., Абдушукуров А.А. Математик статистика. I-қисм: Параметрларни баҳолаш.-Тошкент: Университет. 1994.-67 бет.

РЕСПУБЛИКА ИЛМІЙ АНЖУМАНИ БУТСТРЕП УСУЛИ ВА УНИНГ СТАТИСТИК БАҲОЛАШДА ҚЎЛЛАНИЛИШИ

Р.С.Мурадов¹, М.А.Зиёитдинова²

¹Наманган муҳандислик технология институти,

²Андижон давлат университети.

Маълумки, математик статистикада кўпгина баҳолаш усуллари, масалан, ҳақиқатга максимал ўхшашлик усули, моментлар усули, хи-квадрат минимизи усули ёрдамида тузилган статистик баҳолашнинг аниқ ёки лимит тақсимотлари бош тўпламнинг номаълум тақсимотига боғлиқ бўлиб қолади, уларни амалда қўлланилишида бир қанча қийинчиликларга олиб келади. Аммо бутстреп баҳолаш бундай камчиликлардан ҳоли бўлиб, уларни масалан номаълум характеристикалар учун ишонч оралиқлари куришда кенг қўллаш мумкиндир. Бутстреп усули 1979 йилда машҳур статистик олим Б.Эфрон томонидан киритилган [2]. Бундан ташқари бутстреп усули ёрдамида курилган ишонч оралиқлари берилган ишонч эҳтимолини ўзгартирилмаган ҳолда одатдаги стандарт ишонч оралиқларидан озгина торроқ бўлади [1-5].

Фараз қилайлик $\{X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, \dots, i = 1, \dots, \lambda\}$ λ та боғлиқ бўлмаган тасодифий миқдорлар кетма-кетликлари бўлиб, $X_j^{(i)}$ ларнинг тақсимот функциялари

$$F^{(i)}(t) = P(X_j^{(i)} < t), i = 1, \dots, \lambda; t \in R,$$

бўлсин. Бундан ташқари $\{X_j^{(i)}\}$ ларга боғлиқ бўлмаган $\{\nu_1, \nu_2, \dots\}$ – боғлиқ эмас ва бир хил тақсимланган бутун $\{1, \dots, \lambda\}$ қийматларни қабул қилувчи дискрет тасодифий миқдорлар бўлсин, яъни

$$\theta_i = P(\nu_j = i) > 0, i = 1, \dots, \lambda; \sum_{i=1}^{\lambda} \theta_i = 1.$$

Биз $\{\theta_i, i = 1, \dots, \lambda\}$ эҳтимолликларни вазн сифатида қўллаб, $\{F^{(i)}, i = 1, \dots, \lambda\}$ тақсимотлар қоришмасини тузиб оламиз:

$$F(t) = \sum_{i=1}^{\lambda} \theta_i \cdot F^{(i)}(t), t \in R. \quad (1)$$

Қуйидаги статистик танланмалар кузатилаётган бўлсин:

$$S^{(n)} = \{S_n^{(1)}, S_n^{(2)}, \dots, S_n^{(\lambda)}; N_n\},$$

бу ерда $S_n^{(i)} = \{X_1^{(i)}, \dots, X_n^{(i)}\}$, $i = \overline{1, \lambda}$ ва $N_n = \{\nu_1, \dots, \nu_n\}$.

Булар ёрдамида қуйидаги бутстреп танланмаларни ҳосил қиламиз:

$$S_m^* = \{S_m^{(1)*}, S_m^{(2)*}, \dots, S_m^{(\lambda)*}; N_m^*\},$$

бу ерда $S_m^{(i)*} = \{X_1^{(i)*}, \dots, X_m^{(i)*}\}$, $i = \overline{1, \lambda}$ ва $N_m^* = \{\nu_1^*, \dots, \nu_m^*\}$.

Биз S_m^* бутстреп танланма бўйича (1) қоришма тақсимот учун бутстреп баҳони тузиб оламиз:

$$F_m^*(t) = \sum_{i=1}^{\lambda} \theta_{im}^* \cdot F_m^{(i)*}(t), t \in R$$

бу ерда $F_m^{(i)*}(t) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m I(X_j^{(i)*} < t)$, $i = \overline{1, \lambda}$; $t \in R$,

$$\theta_{im}^* = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m I(\nu_j^* = i), i = \overline{1, \lambda}.$$

Бу баҳонинг хоссаси сифатида қуйидаги теоремани келтирамиз. Бунинг учун бутстреп нормалланган процессни киритамиз:

$$A_{nm}(t) = \sqrt{m}(F_m^*(t) - F_n(t)), t \in R.$$

Теорема. Агар барча $i = 1, \dots, \lambda$ лар учун $0 < F^{(i)}(t) < 1$ ва $0 < \theta_i < 1$ бўлса, у ҳолда барча танланма кетма-кетликлар учун $A_{nm}(t)$ процесснинг $S^{(n)}$ танланма берилгандаги шартли тақсимотлари $m, n \rightarrow \infty$ да Гаусс процесси $A(t)$ га кучсиз яқинлашади:

$$\{A_{nm}(t)/S^{(n)}\} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{D} A(t).$$

Фойдаланилган адабиётлар:

1. Bickel P.J., Freedman D.A. Some asymptotic theory for the bootstrap. // Ann. Statist., 1981, v.9, N.6, p. 1196-1217.
2. Efron B. Bootstrap methods: another look at the jackknife. // Ann. Statist., 1979, v.7, N.1, p. 1-26.
3. Боровков А.А. “Математическая статистика. Оценка параметров. Проверка гипотез”. М.: Наука, 1984, 472 с.
4. Кошевник Ю.А. Асимптотические свойства бутстреп оценок. // Заводская лаборатория 1987, т.53, N.10, с. 76-82.
5. Фармонов Ш.Қ., Абдушукуров А.А. “Математик статистика. 1-қисм: Параметрларни баҳолаш”. Т., “Университет”, 1994, 68-бет.

БАТТАЧАРИЯНИНГ ТЕНГСИЗЛИКЛАРИ СИСТЕМАСИ ҲАҚИДА

М.Камолиддинов¹, Т.Умаров²

¹Наманган муҳандислик-технология институти,

²Наманган давлат университети.

Биламизки, нуқтавий баҳоларга қўйиладиган асосий талаблар уларнинг асослилиги, силжимаганлиги ва риск функциясининг минималлиги хоссаларига эга бўлишлигидир. Асослилик хоссаси танланма хажми чексиз ортгандагина намоён бўлади. Аммо танланма хажми чекли бўлган ҳолда рискнинг минимал бўлиши хоссалари ўрганилади. Риск функциясининг квадратик бўлгани ҳолда силжимаган баҳолар учун у дисперсия билан устма-уст тушади. Бу ҳолда энг кичик дисперсияга эга баҳо энг яхши, яъни эффектив деб аталади [1-4].

Таксимотлар оиласи маълум шартларни каноатлантирганида дисперсия учун қуйи чегарани кўрсатиш мумкин экан. Бу шартлар Крамер-Рао регулярилик шартлари деб аталади.

Энди биз силжимаган баҳолар дисперсиялари учун Крамер-Рао қуйи чегарасини [2] ҳам ўз ичига олувчи аммо унга нисбатан аниқроқ бўлган қуйи чегаралар системасини киритамиз [3]. Булар Баттачария қуйи чегаралари кетма-кетлиги бўлиб, улар янада ҳам кучлироқ бўлган регулярилик шартларини талаб қилади. Шундай баҳолар бор эканки, уларнинг дисперсиялари Крамер-Рао қуйи чегараларига эришмасда, ундан юқориқроқ бўлган Баттачариянинг бирор қуйи чегарасига эришар экан [4]. Биз дастлаб номаълум параметр θ бир ўлчовлик, яъни скаляр ($S = 1$) бўлган ҳолни кўриб ўтамиз.

1-Теорема (Баттачария) [1]. $\{\bar{f}_n(x^{(n)}; \theta), \theta \in \Theta\}$ зичлик функциялари оиласи Крамер-Раонинг (I)-(II) регулярилик шартлари [2] ва қуйидагиларни каноатлантирсин:

(III)* Ҳар бир $i = 1, \dots, k$ ва барча $\theta \in \Theta$ лар учун $\frac{\partial^i f_n(x^{(n)}; \theta)}{\partial \theta^i}$ ҳосилалар мавжуд ва P_θ га нисбатан

деярли ҳамма ерда чекли;

(IV)* Ҳар бир $i = 1, \dots, k$ ва барча $\theta \in \Theta$ лар учун

$$\int_{\mathcal{X}^{(n)}} \left| \frac{\partial^i f_n(x^{(n)}; \theta)}{\partial \theta^i} \right| \mu^{(n)}(dx^{(n)}) < \infty;$$

(V)* Барча $i, j = 1, \dots, k$ ва $\theta \in \Theta$ лар учун

$$\int_{\mathcal{X}^{(n)}} \left| \frac{\partial^i f_n(x^{(n)}; \theta)}{\partial \theta^i} \cdot \frac{\partial^j f_n(x^{(n)}; \theta)}{\partial \theta^j} \right| \frac{\mu^{(n)}(dx^{(n)})}{f_n(x^{(n)}; \theta)} < \infty;$$

(VI)* k марта дифференциалланувчи $g(\theta)$ функциянинг силжимаган $\hat{g}_n(X^{(n)})$ баҳоси учун

$D_\theta \hat{g}_n < \infty$ бўлиб, барча $i = 1, \dots, k$ ва $\theta \in \Theta$ лар учун

$$\int_{\mathcal{X}^{(n)}} \left| \hat{g}_n(x^{(n)}) \frac{\partial^i f_n(x^{(n)}; \theta)}{\partial \theta^i} \right| \mu^{(n)}(dx^{(n)}) < \infty$$

бўлсин. Бундан ташқари, $V(\theta) = \|V_{ij}(\theta)\|_{i,j=1,k}$ матрица θ нуқтада хос бўлмаган ва мусбат аниқланган бўлсин, бу ерда

$$V_{ij}(\theta) = M_{\theta} \left[\frac{1}{f_n^2(X^{(n)}; \theta)} \cdot \frac{\partial^i f_n(X^{(n)}; \theta)}{\partial \theta^i} \frac{\partial^j f_n(X^{(n)}; \theta)}{\partial \theta^j} \right].$$

У ҳолда барча $\theta \in \Theta$ лар учун қуйидаги тенгсизлик ўринлидир.

$$D_{\theta} \hat{g}_n(X^{(n)}) \geq \sum_{i,j=1,k} V^{ij}(\theta) g^{(i)}(\theta) g^{(j)}(\theta), \quad (1)$$

бу ерда $\|V^{ij}(\theta)\|_{i,j=1,k} = V^{-1}(\theta)$ матрица $V(\theta)$ учун тесқаридир, $g^{(i)}(\theta) = \frac{\partial^i g}{\partial \theta^i}$. (1)

тенгсизликда тенглик бажарилишининг зарур ва етарли шarti

$$\hat{g}_n(x^{(n)}) - g(\theta) = \sum_{i=1}^k C_i(\theta) \frac{1}{f_n(x^{(n)}; \theta)} \cdot \frac{\partial^i f_n(x^{(n)}; \theta)}{\partial \theta^i}, \quad x^{(n)} \in \mathcal{X}^{(n)}, \quad (2)$$

тенглик ўринли бўлишидан иборат бўлиб, C_i коэффициентлар

$$\sum_{j=1}^k V^{ij}(\theta) C_j(\theta) = g^{(i)}(\theta), \quad i = 1, \dots, k, \quad (3)$$

системани қаноатлантиради. $V(\theta)$ - матрица Баттачария информация матрицаси деб аталади.

1-Натижа. $\left(\hat{g}_n, l_n^{(1)}, \dots, l_n^{(k)} \right)$ векторнинг $l_n^{(i)}(x^{(n)}; \theta) = \frac{1}{f_n(x^{(n)}; \theta)} \cdot \frac{\partial^i f_n(x^{(n)}; \theta)}{\partial \theta^i}$ бўлганидаги

биргаликдаги ковариация матрицаси $\sum(\theta)$ нинг детерминантини ҳисобласак,

$$\det\{\sum(\theta)\} = \begin{vmatrix} D_{\theta} \hat{g}_n(X^{(n)}) & g^{(1)}(\theta) & \dots & g^{(k)}(\theta) \\ g^{(1)}(\theta) & V_{11}(\theta) & \dots & V_{1k}(\theta) \\ \text{M} & \text{M} & & \\ g^{(k)}(\theta) & V_{k1}(\theta) & \dots & V_{kk}(\theta) \end{vmatrix} \geq 0.$$

Бу тенгликни қуйидаги кўринишда ёзиб олиб, (1) тенгсизликни бошқача ифодалаш мумкин.

$$D_{\theta} \hat{g}_n(X^{(n)}) \geq - \frac{1}{\det\{V(\theta)\}} \begin{vmatrix} 0 & g^{(1)}(\theta) & \dots & g^{(k)}(\theta) \\ g^{(1)}(\theta) & V_{11}(\theta) & \dots & V_{1k}(\theta) \\ \text{M} & & & \\ g^{(k)}(\theta) & V_{k1}(\theta) & \dots & V_{kk}(\theta) \end{vmatrix}.$$

АДАБИЁТЛАР

1. Bhattachariya A. On some analogues of the amount of information and their use in statistical estimation. – Sankhiya: Indiya J. Statist. 1946. v.8.pt.1. p.1-32.
2. Закс Ш. Теория статистических выводов. – Москва: Мир. 1975. – 776 с.
3. Козлов М.В., Прохоров А.В. Введение в математическую статистику. – Москва: МГУ. 1987. – 263 с.
4. Форманов Ш.К., Абдушукуров А.А. Математик статистика. I-қисм: Параметрларни баҳолаш. – Тошкент: Университет. 1994. – 67 бет.

РЕСПУБЛИКА ИЛМИЙ АНЖУМАНИ
О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЧИСЛА ПЕРЕСЕЧЕНИЙ ИНТЕРВАЛА ДЛЯ СЛУЧАЙНЫХ
ПРОЦЕССОВ С НЕЗАВИСИМЫМИ ПРИРАЩЕНИЯМИ

Ходжибаев В.Р. *НамИСИ, Институт математики АН РУз*
Абдувалиева М.З. *НамДУ (магистрант)*

Пусть $\xi(t), t \geq 0$ - однородный случайный процесс с независимыми приращениями и непрерывными справа выборочными траекториями $\xi(0) = 0$, и пусть $-a < 0 < b$. При каждом $k \geq 1$ введем событие $E_k^{(1)}$, означающее, что при некоторых $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{2k}$ имеют место неравенства:

$$\xi(t_1) < -a, \xi(t_2) \geq b, \xi(t_3) < -a, \dots, \xi(t_{2k-1}) < -a, \xi(t_{2k}) \geq b, \quad a$$

событие $E_k^{(2)}$ происходит, если

$$\xi(\theta_1) \geq b, \xi(\theta_2) < -a, \xi(\theta_3) \geq b, \dots, \xi(\theta_{2k-1}) \geq b, \xi(\theta_{2k}) < -a$$

при некоторых $0 < \theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_{2k}$. Положим:

$$E_k^{(3)} = E_k^{(1)} \cap \{ \xi(t_{2k+1}) < -a \text{ при некотором } t_{2k+1} > t_{2k} \},$$

$$E_k^{(4)} = E_k^{(2)} \cap \{ \xi(\theta_{2k+1}) \geq b \text{ при некотором } \theta_{2k+1} > \theta_{2k} \}.$$

Введем случайные величины ζ_i , равные числу пересечений интервала $[-a, b)$ траекторией процесса $\xi(t)$ снизу вверх ($i = 1$) и сверху вниз ($i = 2$), т.е. $\{\zeta_i \geq k\} = E_k^{(i)}, k \geq 1$. Ясно, что случайные величины ζ_1 и ζ_2 отличаются друг от друга самое большее на единицу. Изучению распределения числа пересечений полосы посвящено значительное число публикаций. Распределение числа пересечений интервала для случайных блужданий, порождённых последовательностью независимых одинаково распределённых случайных величин, изучены, например, в работах [1], [2]. Асимптотика общего числа пересечений интервала для однородных случайных процессов с независимыми приращениями рассматривалась, в частности, в [3].

Предположим, что сходится один из интегралов:

$$\int_1^\infty \frac{1}{t} P(\xi(t) > 0) dt < \infty \text{ или } \int_1^\infty \frac{1}{t} P(\xi(t) < 0) dt < \infty.$$

Известно [4], что для этого достаточно, чтобы существовало $E\xi(1) \neq 0$. Сделанное предположение исключает возможность бесконечного числа пересечений интервала процессом $\xi(t)$.

Обозначим для $Re \lambda = 0, x \geq 0$ $\psi(\lambda) = \ln E e^{\lambda \xi(1)}, \eta(y) = \inf\{t > 0: \xi(t) < y\}, \chi(y) = \xi(\eta(y)) - y, \rho = \sup\{\lambda: \psi(\lambda) \leq 0\}$.

Отметим, что условие

$E\xi(1) < 0$ и конечность $E e^{\lambda \xi(1)}$ при некотором $\lambda > 0$ гарантируют, что $\rho > 0$.

Теорема. Пусть $E\xi(1) < 0, \rho > 0, \psi(\rho) = 0, \psi'(\rho) < \infty$. Тогда при $a \rightarrow \infty, b \rightarrow \infty$ для любого целого $k \geq 1$ имеет место

$$P(\eta \geq k) = (cd)^k e^{-\rho k(a+b)} (1 + o(1)),$$

где

$$c = \left(\rho \psi'(\rho) \int_{-\infty}^0 e^{\rho y} dF(y) \right)^{-1}, \quad d = \int_{-\infty}^0 e^{\rho y} P(\chi(b) \in dy),$$

$$F(y) = -\int_0^{\infty} P(\eta(y) > t) dt = -E\eta(y), \quad y \leq 0.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Лотов В.И., Орлова Н.Г. *О числе пересечений полосы траекториями случайного блуждания*. Мат.сб. 2003. Т.194, №6. С. 135-146.
2. Лотов В.И., Орлова Н.Г. *Асимптотические разложения для распределения числа пересечений полосы траекториями случайного блуждания*. Сиб. Мат. Журн. 2004. Т.45, №4. С. 822-842.
3. Лотов В.И., Ходжибаев В.Р. *О числе пересечений полосы для случайных процессов с независимыми приращениями*. Предельные теоремы для случайных процессов и их применения. Тр. Ин-та математики СО РАН. Новосибирск, 1993. Т.20. С.162-169.
4. Рогозин Б.А. *О распределении некоторых функционалов, связанных с граничными задачами для процессов с независимыми приращениями*, Теория вероятностей и ее применения 1966. Т.11, N4. С.656 – 670.

НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТИ РАЗОРЕНИЯ

Ходжибаев В.Р. НамИСИ, Институт математики АН РУз
Кулматова М.З. НамДУ (магистрант)

Пусть $\xi(t)$, $t \geq 0$, $\xi(0) = 0$, - однородный случайный процесс с независимыми приращениями, выборочные функции которого непрерывны справа. В этом случае $E \exp\{\lambda \xi(t)\} = \exp\{t\psi(\lambda)\}$,

$$\psi(\lambda) = \gamma\lambda + \frac{\sigma^2 \lambda^2}{2} + \int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{\lambda x} - 1 - \frac{\lambda x}{1+x^2} \right) dS(x), \quad (1)$$

где γ и $\sigma > 0$ - вещественные числа, функция $S(x)$ не убывает на каждом из интервалов $(-\infty, 0)$ и $(0, \infty)$,

$$\int_{|x| \leq 1} x^2 dS(x) < \infty, \quad S(-\infty) = S(\infty) = 0.$$

Для произвольных $a > 0$, $b > 0$ введём случайную величину T , равную моменту первого выхода процесса $\xi(t)$ из интервала $(-a, b)$:

$$T = T(a, b) = \inf\{t \geq 0: \xi(t) \notin (-a, b)\}.$$

Полагаем $T = \infty$, если $\xi(t) \in (-a, b)$ для всех t . Известно, что случайная величина T конечна с вероятностью единица, если распределение случайной величины $\xi(1)$ не является вырожденным в нуле, и $ET^k < \infty$ при всех $k > 0$. Вероятности $P(\xi(T) \geq b)$, $P(\xi(T) \leq -a)$ обычно называются вероятностями разорения.

К изучению характеристик случайных процессов, связанных с моментом первого выхода из интервала, приводят известные задачи о разорении, теории хранения запасами, теории систем массового обслуживания и ряд других.

Вычисление в точном виде характеристик случайных процессов, связанных с моментом первого выхода из интервала, доступно только в некоторых частных ситуациях. Поэтому основное внимание в изучении этих характеристик уделяется асимптотическим подходам.

Наряду с асимптотическими формулами актуальной является задача получения двухсторонних оценок для характеристик, связанных с моментом первого выхода случайного процесса из интервала. В работах [1], [2] для случайного блуждания, порождённого суммами независимых одинаково распределённых случайных величин при различных ограничениях на распределение скачка получены двусторонние оценки для вероятности разорения. Там отмечено, что любые асимптотические

РЕСПУБЛИКА ИЛМИЙ АНЖУМАНИ

результаты неизбежно содержат остаточные члены. А оценка реальной величины этих остатков требует дополнительных рассмотрений. Поэтому нахождение двусторонних неравенств для характеристик граничных функционалов является естественным дополнением к имеющимся асимптотическим результатам. Оценки для вероятности $P(\xi(T) \geq b)$ при $E\xi(1) < 0$ получены в [3]. Обычно те или иные характеристики задач с двумя границами выражаются через распределения функционалов от траекторий случайных процессов, возникающих в задачах с одной границей. Здесь верхние и нижние оценки для вероятности разорения, т.е. двусторонние оценки для вероятности $P(\xi(T) \geq b)$ (значит и для $P(\xi(T) \leq -a) = 1 - P(\xi(T) \geq b)$) в случае $E\xi(1) = 0$, выражаются только через характеристики исходного процесса $\xi(t)$, не прибегая к использованию характеристик однограничных функционалов.

Обозначим $\alpha(a, b) = P(\xi(T) \leq -a)$, $\beta(a, b) = P(\xi(T) \geq b)$, $l = \frac{8a_4}{3a_2}$,

$a_s = \int_{-\infty}^{\infty} |x|^s dS(x)$, где $S(x)$ -спектральная функция процесса $\xi(t)$ из (1),

$$l_1 = \frac{l\sqrt{l^2 + 4a(a+b)} - l^2}{2(a+b)^2}, \quad l_2 = \frac{l\sqrt{l^2 + 4b(a+b)} - l^2}{2(a+b)^2}. \quad (2)$$

Теорема. Пусть $E\xi(1) = 0$, $E\xi^4(1) < \infty$. Тогда имеет место неравенства

$$\frac{a}{a+b} - l_1 \leq \beta(a, b) \leq \frac{a}{a+b} + l_2,$$
$$\frac{b}{a+b} - l_2 \leq \alpha(a, b) \leq \frac{b}{a+b} + l_1,$$

где l_1, l_2 определены в (2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. V.I.Lotov, *Bounds for the probability to leave the interval*, Statistics and Probability Letters, 145 (3019), 141 – 146.
2. V.I.Lotov, *On some inequalities in boundary crossing problems for random walks*, Siberian Electronic Mathematical Reports, 17 (2020), 661 – 671.
3. В.И.Лотов, В.Р.Ходжибаев, *Неравенства в задаче с двумя границами для случайных процессов*, Сибирский математический журнал, 2021 г., Том 62, № 3, стр. 563-571.
4. А.А.Могул'ский, *On the distribution of the first jump for a process with independent increments*, Theory Probab. Appl., 21(1977), 470 – 481.

СГЛАЖЕННЫЕ МЕТОДЫ ЭМПИРИЧЕСКОГО ПРАВДОПОДОБИЯ.

Захидов Дилшодбек

Андижанский Государственный Университет

В работе продемонстрируем сглаженный метод эмпирического правдоподобия для построения доверительных интервалов. Пусть F и G функции распределения (ф.р.) заряженных и не заряженных некоторой болезнью популяций. Рассмотрим кривую $R(t) = 1 - F(G^{-1}(1-t))$, где $0 < t < 1$, $G^{-1}(t) = \inf \{x: G(x) \geq t\}$, $t \in (0,1)$ и $G^{-1}(t)$ – квантильная функция соответствующая ф.р. G . Через $X_1, X_2, \dots, X_m$ и $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ обозначим независимые и одинаково распределённые случайные величины, тестовые отклики популяций с распределениями F и G соответственно. Естественной

оценкой кривой $R(t)$ является статистика $R_{m,n}(t) = 1 - F_m(G_n^{-1}(1-t))$, где F_m и G_n соответствующие эмпирические оценки F и G :

$$F_m(t) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m I(X_j \leq t), G_n(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(Y_i \leq t) \quad (1)$$

G_n , Ghosal и Roy (2008), а также Zhou (2008) установим, что при $r = \lim_{m,n \rightarrow \infty} \frac{m}{n} \in (0, \infty)$:

$$\sqrt{m+n}(R_{m,n}(t) - R(t)) \xrightarrow{d} N(0, \sigma^2(t)), \quad (2)$$

где

$$\sigma^2(t) = \left(1 + \frac{1}{r}\right) R(t)(1-R(t)) + (1+r)(1-t)t \left\{ \frac{F'(G^{-1}(1-t))}{G'(G^{-1}(1-t))} \right\}.$$

Используя результат (2) легко построить доверительный интервал для $R(t)$. Теперь рассмотрим сглаженную версию оценки для $R(t)$:

$$R_{m,n}^c(t) = 1 - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m K\left(\frac{1-t-G_n(X_j)}{h}\right), \quad (3)$$

где $h = h(n) > 0$ - последовательность стремящаяся к нулю при $n \rightarrow \infty$ и $K(x) = \int_{-\infty}^x w(y) dy$ - ядро, функция плотности с носителем $[-1; 1]$. Здесь используется только сглаженная версия F_m через K , а эмпирическая ф.р. G_n участвует в (3) сама. Обозначим

$$R_{m,n,j}^c(t) = 1 - \frac{1}{m-1} \sum_{1 \leq j \leq m, j \neq i} K\left(\frac{1-t-G_n(X_{(j)})}{h}\right), 1 \leq i \leq m,$$

а также

$$R_{m,n,i}^c(t) = 1 - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m K\left(\frac{1-t-G_{n,i-m}(X_{(j)})}{h}\right), m < i \leq m+n,$$

где

$$G_{n,k}(y) = \frac{1}{n-1} \sum_{1 \leq i \leq n, i \neq k} I(Y_i \leq y), k = 1, 2, \dots, n$$

Тогда псевдо выборка метода складного ножа определяется как

$$\hat{V}_i(t) = (m+n)R_{m,n}^c(t) - (m+n-1)R_{m,n,i}^c(t), i = 1, 2, \dots, m+n$$

Теперь построим эмпирическое правдоподобие при $R(t) = 0$ на основе псевдо выборки как

$$L_{m,n}(t; \theta) = \sup \left\{ \prod_{i=1}^{m+n} p_i : p_i > 0, p_1 > 0, \dots, p_{m+n} > 0, \sum_{i=1}^{m+n} p_i = 1, \sum_{i=1}^{m+n} p_i \hat{V}_i(t) = \theta \right\}.$$

По теорема Лагранжа убеждаемся, что здесь максимум достигается при

$$p_i = \frac{1}{(m+n)\{1 + \lambda(\hat{V}_i(t) - \theta)\}}, i = 1, 2, \dots, m+n,$$

где $\lambda = \lambda(t; \theta)$ удовлетворяет условию

$$\frac{1}{m+n} \sum_{i=1}^{m+n} \frac{\hat{V}_i(t) - \theta}{1 + \lambda(\hat{V}_i(t) - \theta)} = 0,$$

из которого логарифм эмпирического правдоподобия равняется

$$l_{m,n}(t; \theta) = -2 \log L_{m,n}(t; \theta) = 2 \sum_{i=1}^{m+n} \log \{1 + \lambda(\hat{V}_i - \theta)\}.$$

Дисперсию оценим статистикой

$$V_{m,n}(t) = \frac{1}{m+n} \sum_{i=1}^{m+n} \left\{ \hat{V}_i(t) - \frac{1}{m+n} \sum_{j=1}^{m+n} \hat{V}_j(t) \right\}^2,$$

Теорема. Пусть $w(y)$ является симметричным ядром с носителем $[-1; 1]$ и первая производная $w(y)$ ограничена. Вторая производная $R(t)$ непрерывна в точке $t_0 \in (0, 1)$ и $\lim_{m,n \rightarrow \infty} \frac{m}{n} = r \in (0, \infty)$. Если

$$h = h(n) \rightarrow 0, \frac{nh(n)}{\log n} \rightarrow \infty \text{ и } nh^4(n) \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty, \text{ тогда}$$

$$l_{m,n}(t_0, R(t_0)) \rightarrow \chi^2(1), n \rightarrow \infty.$$

На основе этой теоремы доверительный интервал уровня значимости γ для $R(t_0)$ может быть построен как

$$I_\gamma(t_0, m, n) = \{\theta : l_{m,n}(t_0; \theta) \leq \chi_{1,\gamma}^2\},$$

где $\chi_{1,\gamma}^2$ является квантилем уровня γ случайной величины $\chi^2(1)$;

ЛИТЕРАТУРА

1. Zhou W. Statistical Inference for $P(X < Y)$. Statistics in medicine. 2008. v.27. p.257-279.
2. Gu J., Chosel S., Roy A. Bayesian bootstrap estimation of R OC curve. Statis in medicine 2008. v.27.p.5407-5420.

STATISTIKADA ρ - SPIRMEN VA τ - KENDALL KORRELATSIYA KOEFFITSIENTLARI HAQIDA

Sh.Saypiddinov¹, A.Axmadjonov²

¹Namangan muhandislik texnologiya instituti,

²Namangan davlat universiteti.

Bizga $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2)$ va (X_3, Y_3) - bog'liqsiz tasodifiy vektorlar berilgan bo'lib, ularning birgalikdagi taqsimot funksiyasi H , marginallari F va G [1].

1-ta'rif. Quyidagi tenglik bilan aniqlanuvchi X va Y tasodifiy miqdorlarning moslik (muvofiqlik) o'lchoviga ρ - Spirmen koeffitsienti deyiladi

$$\rho_c(X, Y) = 3(P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_3) > 0]) - P[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_3) < 0]. \quad (1)$$

Bu yerda (X_1, Y_1) ning birgalikdagi taqsimoti $H(X, Y)$, (X_2, Y_3) ning esa birgalikdagi taqsimoti $F(x) \cdot G(y)$ bo'ladi, chunki X_2 va Y_3 lar bog'liqsiz.

1-Teorema[2]. Agar X va Y uzluksiz tasodifiy miqdorlar bo'lib, ularga mos kopula C bo'lsa, u holda ρ - Spirmen koeffitsientini quyidagicha aniqlash mumkin

$$\rho_c(X, Y) = 3Q(C, \Pi) = 12 \iint_{[0,1]^2} uv dC(u, v) - 3 = 12 \iint_{[0,1]^2} C(u, v) du dv - 3. \quad (2)$$

bu yerda “3 koeffitsient” – normallashtiruvchi chunki $Q(C, \Pi) \in \left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$ - bo'lgan muvofiqlik (moslik) funksiyasidir.

1-misol. Faraz qilaylik X va Y tasodifiy miqdorlar uzluksiz bo'lib, ularga mos kopula C_θ -Farlie–Gumbel–Morgenshteyn kopulalar oilasidan olingan kopula funksiyasi bo'lsin, bu yerda $\theta \in [-1, 1]$, ya'ni

$$C_{\theta}(u, v) = uv + \theta uv(1-u)(1-v).$$

U holda

$$\begin{aligned} \iint_{[0,1]^2} C_{\theta}(u, v) dudv &= \iint_{[0,1]^2} (uv + \theta uv(1-u)(1-v)) dudv = \\ &= \iint_{[0,1]^2} uv dudv + \theta \iint_{[0,1]^2} uv(1-u)(1-v) dudv = \frac{1}{4} + \frac{\theta}{36}. \end{aligned}$$

bo`ladi. Bundan esa $\rho_c(X, Y) = \frac{\theta}{3}$.

τ -Kendall koeffitsienti ham tasodifiy miqdorlar o`rtasidagi moslik (muvofiqlik) va nomuvofiqlik tushunchalariga asoslanadi.

2-ta`rif. Quyidagi tenglik bilan aniqlanuvchi songa X va Y tasodifiy miqdorlarning τ -Kendall koeffitsienti deyiladi.

$$\begin{aligned} \tau(X, Y) &= P\{(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0\} - P\{(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0\} = \\ &= P\{X_1 > X_2, Y_1 > Y_2\} + P\{X_1 < X_2, Y_1 < Y_2\} - P\{X_1 < X_2, Y_1 > Y_2\} - P\{X_1 > X_2, Y_1 < Y_2\}. \end{aligned}$$

Ta`rifga ko`ra, agar τ -Kendall koeffitsienti musbat bo`lsa, u holda katta ehtimollik bilan musbat bog`lanishga ega bo`lamiz. Agar  $\tau$ -Kendall koeffitsienti manfiy bo`lsa, u holda manfiy bog`lanishni kuzatishimiz mumkin.

Bundan tashqari τ -Kendall koeffitsienti $C(u, v)$ kopula funktsiya orqali quyidagicha ifodalanadi.

2-teorema[2]. Agar X va Y uzluksiz tasodifiy miqdorlar, ularga mos ravishda $C(u, v)$ bo`lib, u holda  $\tau(X, Y)$ -Kendall koeffitsienti uchun quyidagicha tenglik o`rinli

$$\tau(X, Y) = Q(C, C) = 4 \iint_{[0,1]^2} C(u, v) dG(u, v) - 1.$$

ρ - Spirmen va τ - Kendall koeffitsientlarining xossalari

1. Simmetrik: $\rho_c(X, Y) = \rho_c(Y, X)$ va $\tau(X, Y) = \tau(Y, X)$.
2. Normallashtirish: $-1 \leq \rho_c(X, Y) \leq 1$ va $-1 \leq \tau(X, Y) \leq 1$.
3. Agar $X \perp Y$ bo`lsa, u holda  $\rho_c(X, Y) = \tau(X, Y) = 0$  bo`ladi.
4. Ixtiyoriy qat`iy o`suvchi $T_x(\cdot)$ va $T_y(\cdot)$ akslantirishlar uchun $\rho_c(T_x(X), T_y(Y)) = \rho_c(X, Y)$ va $\tau(T_x(X), T_y(Y)) = \tau(X, Y)$ tengliklar o`rinli.
5. Agar (X, Y) - normal taqsimotga ega bo`lib, korrelyatsiya koeffitsienti  $\rho$  va marginallari standart normal taqsimot bo`lsa, u holda

$$\rho_c(X, Y) = \frac{\alpha}{\pi} \arcsin\left(\frac{1}{2}\rho\right) \text{ va } \tau(X, Y) = \frac{2}{\pi} \arcsin \rho$$

munosabatlar o`rinli.

3-teorema[2]. Agar X va Y - φ generatorli Arximed kopula funktsiyasi C bo`lgan tasodifiy miqdorlar bo`lsa, u holda τ -Kendall koeffitsienti uchun quyidagi tenglik o`rinli

$$\tau(X, Y) = 1 + 4 \int_0^1 \frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)} dt.$$

Mazkur maqolada ρ - Spirmen va τ - Kendall koeffitsientlari uchun Arximed kopula funktsiyalari orqali statistic baho quriladi va ularning xossalari isbotlanadi.

ADABIYOTLAR

1. Joe H. Multivariate models and dependence concepts. // London: Chapman Hall. 1997. – 418 p.
2. Nelsen R.B. An introduction to Copulas. // Second Edition. Springer, New York. 2006. – 269 p.

РЕСПУБЛИКА ИЛМІЙ АНЖУМАНИ
STATISTIKADA KICHIK KVADRATLAR USULI VA UNING TATBIQLARI

A.O'rinov¹, Sh.Sobitaliyev²

¹Namangan muhandislik texnologiya instituti,

²Namangan davlat universiteti.

Bilamizki, asosiy masala ma'lum bir kuzatilgan (x_i, y_i) , $i=1,2,\dots,n$ qiymatlar to'plamidan x va y o'zgaruvchilari o'rtasida mavjud bo'lishi mumkin bo'lgan tegishli munosabat yoki qonunni aniqlashdan iboratdir. x va y larni bog'lovchi bunday munosabat empirik qonun deb ataladi. No'malum qiymatlarni prognoz qilish uchun mos kelishi mumkin bo'lgan "eng yaxshi egri chiziq" tenglamasini topish masalasi juda dolzarbdir. Quyida egri chiziqni topishning standart usullari keltirilgan [1,3].

- Grafik usuli;
- O'rtachalarni guruhlash usuli;
- Momentlar usuli;
- Eng kichik kvadratlar usuli.

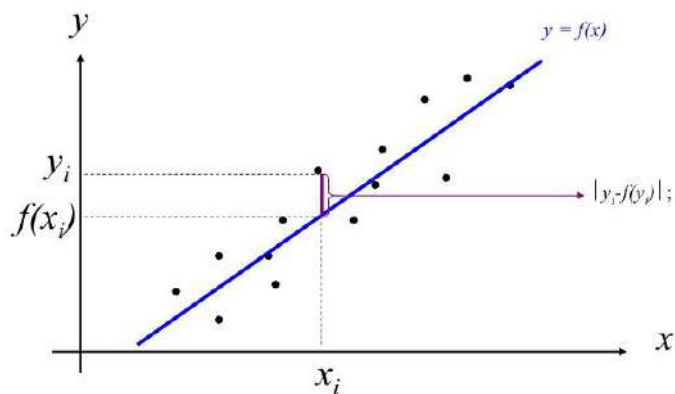
Aytaylik, berilgan ma'lumotlar asosida ushbu $y = ax + b$ to'g'ri chiziqni o'tkazamiz (1-rasmga qarang). Eng yaxshi ya'ni barcha nuqlarga nisbatan optimal to'g'ri chiziqni topish uchun quyidagi ifodaga minimal qiymat beruvchi a va b topilishi talab qilinadi:

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^n |y_i - (a + bx_i)|. \quad (1)$$

Ushbu (1) yig'indi absolut og'ish (yoki chetlanish) deb ataladi. Yuqoridagi ifodani minimumini topishimiz uchun a va b parametrlar bo'yicha xususiy hosila olib 0 ga tenglaymiz.

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0 \quad \text{va} \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 0. \quad (2)$$

Masalaning murakkabligi shundaki, absolut qiymat funksiyasi nolda differentsiallanuvchi emas, shuning uchun (2) sistemani yechimini topa olmasligimiz mumkin. Ushbu muammoga eng kichik kvadratlar usuli javob berib eng yaxshi mos chiziqni aniqlashni o'z ichiga oladi, qachonki xatolik mos keladigan chiziqdagi y qiymatlari va berilgan y -qiymatlar o'rtasidagi kvadratik yig'indisi bo'lsa. Demak, xatolar kvadratlarining yig'indisi quyidagicha bo'ladi.



$$S = \sum_{i=1}^m [y_i - (a + bx_i)]^2. \quad (3)$$

(3) ifodaning minimumiga erishishi uchun ikkita parametrlar bo'yicha xususiy hosilalar olamiz.

$$\frac{\partial S}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^m [y_i - (a + bx_i)]$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^m x_i \cdot [y_i - (a + bx_i)]$$

Yuqoridagi ifodalarni 0 ga tenglab soddalashtirsak,

$$ma + b \sum_{i=1}^m x_i = \sum_{i=1}^m y_i,$$

$$ma \sum_{i=1}^m x_i + b \sum_{i=1}^m x_i^2 = \sum_{i=1}^m x_i y_i.$$

x_i va y_i miqdorlar ma'lum bo'lgani uchun, yuqoridagi ikkita tenglama (normal tenglamalar deyiladi)

no'malum parametrlar a va b uchun yechilishi mumkin. $\frac{\partial S}{\partial a}$ va $\frac{\partial S}{\partial b}$ xususiy hosilalardan mos ravishda a va

b parametrlar bo'yicha hosila olinsa, u holda ular berilgan nuqtalarda musbat bo'ladi. Bunda S yig'indi minimumga erishishini aniqlash mumkin. Demak

$$A = \frac{\partial^2 S}{\partial a^2} = -2 \sum_{i=1}^m (-1) = 2m > 0,$$

$$B = \frac{\partial^2 S}{\partial b^2} = -2 \sum_{i=1}^m x_i \cdot (-x_i) = 2 \sum_{i=1}^m x_i^2 > 0,$$

$$C = \frac{\partial^2 S}{\partial b \partial a} = -2 \sum_{i=1}^m x_i \cdot (-1) = 2 \sum_{i=1}^m x_i,$$

$$A \cdot B - C^2 = 4m \sum_{i=1}^m x_i^2 - 4(\sum_{i=1}^m x_i) \cdot (\sum_{i=1}^m x_i),$$

Minimum uchun $A \cdot B - C^2 > 0$ bo'lishi kerak. Bu esa quyidagi Koshi-Shvartz tengsizligidan kelib chiqadi:

$$(\sum_{i=1}^m x_i)^2 < \sqrt{m} (\sum_{i=1}^m x_i^2)^{1/2}.$$

Chiziqli approksimatsiyani boshqacha usulda, ya'ni quyidagi ifodani minimallashtirish orqali ham toppish mumkin.

$$S(a, b) = \max_{1 \leq i \leq m} \{|y_i - (a + bx_i)|\}.$$

Ushbu minimaks usulda odatda xatoga yo'l qo'yilgan ma'lumotlarning bir qismiga haddan tashqari vazn beradi, absolut og'ish usuli esa taxminiy qiymatdan sezilarli darajada farq qiladigan nuqtaga yetarli darajada vazn bermaydi. Eng kichik kvadratlar usuli qolgan ma'lumotlarga mos kelmaydigan nuqtaga sezilarli darajada ko'proq vazn beradi, lekin bu nuqta yaqinlashuvda to'liq ustun bo'lishiga yo'l qo'ymaydi.

Shunday qilib, yuqoridagi chiziqli $y = ax + b$ modeldagi no'malum parametrlar uchun statistik baho eng kichik kvadratlar usuli yordamida topilgan baho deyiladi va quyidagicha aniqlanadi [1-2].

$$a = \frac{m \sum_{i=1}^m x_i y_i - \sum_{i=1}^m x_i \sum_{i=1}^m y_i}{m \sum_{i=1}^m x_i^2 - (\sum_{i=1}^m x_i)^2}; \quad b = \frac{\sum_{i=1}^m y_i \sum_{i=1}^m x_i^2 - \sum_{i=1}^m x_i \sum_{i=1}^m x_i y_i}{m \sum_{i=1}^m x_i^2 - (\sum_{i=1}^m x_i)^2}.$$

Vaqtli qatorlar tahlilimizda ya'ni trend chizig'ini aniqlashda kichik kvadrat usuli juda ham qulay hisoblanadi. Eng yaxshi moslik chizig'i bu turli nuqtalarning og'ishlari chetlanishlari yig'indisi 0 ga teng bo'lgan chiziqdir. Bu trend qiymatlarini hosil qilishning eng yaxshi usulidir. Bundan tashqari chetlanishlarning kvadratlari yig'indisi minimal bo'ladi. Shunday qilib, bu usul eng kichik kvadratlar usuli bo'lib, u quyidagi shartlarni qanoatlantiradi:

1) y -haqiqiy qiymat va $\hat{y}$ baholanayotgan o'zgaruvchining chetlanishlari yig'indisi 0 ga teng, ya'ni

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) = 0.$$

2) y va $\hat{y}$ lar qiymatlarining chetlanishlari kvadratlari yig'indisi minimal bo'lsin, ya'ni

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \rightarrow \min$$

Prosedurasi: i) trend to'g'ri chizig'ini $y = ax + b$ deb olamiz, bu yerda y haqiqiy qiymatlar, x bu vaqt, a va b lar no'malum parametrlar.

ii) No'malum a va b parametrlarni quyidagi noreal tenglamalar sistemasi orqali baholaymiz:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i = na + b \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i = a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{cases}$$

bu yerda n -berilgan ma'lumotdagi yillar soni.

iii) Vaqtning o'rta nuqtasini boshlang'ich koordinata deb qabul qilib, $\sum_{i=1}^n x_i = 0$ ni olamiz.

iv) $\sum_{i=1}^n x_i = 0$ bo'lganidan, ikkita normal tenglamadan a va b ni aniqlaymiz.

$$a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \bar{y} \quad \text{va} \quad b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}.$$

Bu yerda a -bu y ning o'rtacha qiymati, b esa o'zgarish tezligini ifodalaydi. Ushbu topilganlarni $y = a + bx$ trend chiziq tenglamasiga qo'shib, eng yaxshi trend to'g'ri chizig'ini hosil qilamiz.

Shunday qilib, ushbu maqolada kichik kvadratlar usuli iqtisodiyotdagi vaqtli qatorlarni tahlili va ular asosida prognozlashtirishda juda muhim ahamiyatga ega ekanligi hamda ular bog'liq masalalar muhokama etiladi [3-5].

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Abdushukurov A.A. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika, O'quv qo'llanma, T.: 2010.
2. Cheryl A. Willard Statistical Methods, Pyczak Publishing, 2010.
3. Das N.G. Statistical Methods, Mc Graw Hill, 2017.
4. Wolberg J. Data analysis using the method of least squares, Springer, 2006.
5. Robert H. Shumway, David S. Stoffer Time series analysis and its applications, Springer, 2017.

РЕСПУБЛИКА ИЛМӢЙ АНЖУМАНИ
НАМАНГАН ВИЛОЯТИ ЕР ФОНДИНИНГ ЭКОЛОГИК-ХЎЖАЛИК ЖИХАТИДАН
ЗЎРИҚИШ ДАРАЖАСИНИ МАТЕМАТИК УСУЛЛАР ЁРДАМИДА АНИҚЛАШ

Умрзаков Ш.Қ., Алимджанов Н.Н., Гайниддинов Ш.Т.
НамДУ

Вилоятда ер фондининг экологик-хўжалик жихатдан зўриқиш даражасини аниқлаш давомида бажарилган 3 та баҳолаш кўрсаткичини умумлаштириш натижасида олинди. Вилоят ҳудудидаги ландшафтларни табиий таркибини ўзгариш даражаси ва антропоген юк кўрсаткичлари юқоридаги бобда ҳисоблаб чиқарилди. Учинчи кўрсаткич сифатида Б.Кочуров [1] томонидан таклиф этилган вилоят ер фондининг экологик-хўжалик мувозанатини баҳолаш коэффициенти маъмурий туманлар доирасида таҳлил қилинди.

Вилоятнинг экологик-хўжалик мувозанатни баҳолаш бир қатор муаммоларни аниқлаш ва уларни бартараф этиш йўналишларини аниқлаш имконини беради. Ердан фойдаланишнинг суғориб деҳқончилик қилинадиган шароити ва тезкор фойдаланиш, услубиёт ишлаб чиқилган Россиядаги ердан фойдаланишдан фарқ қилиши эътиборга олинди. Шундан келиб чиқиб, ер ресурсларини экологик-хўжалик жихатдан зўриқиш даражасини аниқлашда ер фондининг нисбий экологик зўриқиш коэффициенти ҳамда ер ресурсларининг антропоген босимнинг ҳар бир турига нисбатан ҳимояланиш коэффициенти ўрганиб чиқилди. Наманган вилояти ҳудуднинг *нисбий экологик зўриқиш коэффициенти* ($K_{\text{нэз}}$) Б.Кочуров таклиф этган қуйидаги (1.1.) формула билан ҳисоблаб чиқилди.

$$K_{\text{нэз}} = \frac{АЮ4 + АЮ5 + АЮ6}{АЮ1 + АЮ2 + АЮ3} \quad (1.1).$$

Бу ерда, $K_{\text{нэз}}$ – ҳудуднинг нисбий экологик-зўриқиш коэффициенти; АЮ4, АЮ5, АЮ6 – вилоятдаги антропоген юкнинг юқори кўрсаткичлари; АЮ1, АЮ2, АЮ3 – вилоятдаги антропоген юкнинг нисбатан паст кўрсаткичлари;

Аниқланган $K_{\text{нэз}}$ қийматлари вилоятдаги антропоген таъсир интенсивлигини (табиий ресурс потенциалига мос ёки мос келмаслик даражасини) белгилаб беради. Бу орқали эса, вилоятда табиий ландшафтлар ва ресурсларни қайта тикланиш имконияти сақланганлик даражасини аниқлашимиз мумкин. Бундай таҳлис натижасида вилоятда қандай тоифадаги ерлар миқдорини кўпайтириш зарурияти ва улар учун талаб этилган майдон катталиги ҳам аниқланади. Коэффициент қийматлари қанчалик паст бўлса, тадқиқ этилаётган ҳудуднинг геоэкологик ҳолати шунчалик қулай бўлади. Агар вилоятда $K_{\text{нэз}}$ коэффицентининг миқдори бир атрофида бўлса, экологик-хўжалик жихатдан зўриқиш даражаси меъёрида, агар у бирдан катта бўлса, бу кўрсаткичнинг ўсиб бораётганлигини ёки ўзгаришсиз қолганлигини аниқлатади.

Наманган вилоятида ўтган вақт давомида $K_{\text{нэз}}$ қийматларидаги ўзгаришларни батафсил ўрганиб чиқиш учун 2010-2020 йиллардаги ердан фойдаланиш маълумотлари таҳлил қилинди. Вилоятнинг ҳар бир маъмурий туманлари ер фондининг экологик-хўжалик жихатдан зўриқиш даражасини ўзгариш динамикаси таҳлил қилиниши мумкин. Ушбу қийматларнинг муттасил ортиб бориши ЭХМнинг барқарорлигини пасайиб бораётганлигини кўрсатади. Шунинг учун ер фонди таркибини такомиллаштириш мақсадида вилоятни маъмурий-ҳудудий тузилиши бўйича ЭХМда ҳисоблаб чиқиш энг муҳим босқичлардан биридир. Таклиф этилган ёндашувни амалга ошириш воситаси сифатида замонавий географик ахборот тизимидан (ГАТ) фойдаланиш мақсадга мувофиқдир. ГАТ платформаси таянч (калит) жойлардаги маълумотларни сақлаш, таҳлил қилиш ва тасаввур қилиш имконини берувчи технологиялардан биридир.

Ҳудудни юқоридаги тартибда ўрганиш, таҳлил қилиш ва таклиф этилган ёндашувни амалга ошириш воситаси сифатида ГАТ яратилади. Бу тизимга киритилган маълумотлар ва ҳариталар исталган ҳудуд учун хос бўлган муаммолар ҳамда муаммоли вазиятни аниқлаш, унинг сабабларини тезкор таҳлил қилиш имконини беради. Бу таҳлилга кўра, вилоятнинг ҳар бир маъмурий-ҳудудий тузилмаси бўйича мавжуд муаммоларни аниқланади ёки башорат қилинади. Мавжуд муаммоларни бартараф этиш учун эса, ер ресурсларидан фойдаланишда жойнинг табиий-ландшафт хусусиятларини эътиборга олиш ҳамда ер фонди таркибини истиқболда ландшафтли режалаштириш орқали такомиллаштириб бориш таклиф этилади.

Наманган вилоятини геоэкологик жихатдан баҳолаш жараёнида маъмурий туманлар экологик-хўжалик мувозанат коэффицентлари ҳисоблаб чиқилади. Унда асосан, шаҳар ва туманларнинг 2010 ва 2020 йиллардаги ер баланси таҳлил қилинади. Ҳисоб-китоблар ArgGIS-9.3 платформасида амалга оширилди. ГИСда таянч қатлам сифатида, 2020 йилда тасдиқланган вилоятнинг маъмурий бўлиниш

РЕСПУБЛИКА ИЛМІЙ АНЖУМАНИ

чегарасининг тематик қатламидан фойдаланилди. Натижада, коэффициент ($K_{нз}$, в $K_{эк}$) қийматларини ҳисоблаб чиқиши орқали дастлабки картограммалар фони ва иллюстрациялар динамикаси тасвирлаб берилди.

Олиб борилган ишларда АЮ қийматларини аниқлашда Б.Кочуров (1998) томонидан таклиф ва Ю.Аҳмадалиев [2] томонидан мамлакатимиздаги ердан фойдаланишни тезкор тизимини ҳисобга олиб такомиллаштирилган Ер фондини экологик жиҳатидан ўхшаш (гомоген) гуруҳлар бўйича таснифлаш асосидаги классификациядан фойдаланилади (1.3-параграф, 1.3.1-жадвал).

Ҳисоб-китоб ишларини Чортоқ тумани мисолида кўриб чиқамиз. Чортоқ туманида АЮ кўрсаткичи энг паст бўлган 1-гуруҳга кирувчи “Экологик таянч ерлар” 586 га (АЮ₁), “Кам фойдаланиладиган ерлар” (АЮ₂) – 12440 га, “Кўп йиллик дарахтзорлар” (АЮ₃) 6511 га, “Ирригация объектлари остидаги ерлар” (АЮ₄) 1343 га, “Суғориладиган экин ерлар” (АЮ₅) 12707 га, “Урбанизациялашган ҳудудлар” (АЮ₆) 3939 га тенг. Бунда,

$$K_{нз} = \frac{1343 + 12707 + 3939}{586 + 12440 + 6511} = \frac{17989}{19537} = 0,92; \quad (1.1).$$

Демак, Чортоқ туманида нисбий экологик мувозанат коэффиценти 0,92 га тенг бўлади. Бу кўрсаткич Чортоқ туманида нисбий экологик мувозанат нисбатан яхши эканлигини кўрсатади. Юқоридаги тартибда ҳисоб-китоб ишлари Наманган вилоятининг барча туманларида ва Наманган шаҳри маълумотлари асосида бажарилди.

Олинган маълумотлар таҳлили шуни кўрсатадики, Наманган вилояти ҳудудида ердан фойдаланишнинг экологик ҳўжалик жиҳатдан зўриқиш даражаси иккита бир-бирига боғлиқ бўлган омиллар таъсирида шаклланган. Биринчи омил, жойнинг табиий ландшафт шароити бўлиб, ҳудуднинг табиий имкониятлари юқори бўлган ландшафт зоналарида жойлашган туманларда экологик-ҳўжалик жиҳатдан зўриқиш даражаси юқоридир. Конуссимон ёйилмалар, қадимги аллювиал текисликлар, аллювиал текисликларда жойлашган маъмурий туманларнинг деярли барчасида нисбий экологик зўриқиш коэффиценти юқоридир. Бунга асосий сабаб мазкур ҳудудлардан ҳўжаликда интенсив фойдаланишнинг юқорилигидир. Айниқса Учкўрғон, Норин, Наманган туманларида бу кўрсаткичнинг юқори эканлиги кузатилади.

Вилоятнинг айрим ҳудудларида табиий омиллар ердан фойдаланишда у қадар катта имкониятга эга бўлмасда, социал-иқтимоий ривожланиш даражасининг юқорилиги бу туманлардаги экологик-ҳўжалик жиҳатдан зўриқиш даражасини юқори бўлишига сабаб бўлган. Бундай туманларга янги ўзлаштирилаётган Мингбулоқ туманини мисол қилиб келтириш мумкин. Туманда ер фонди таркибига кирувчи 74071 га ернинг 2010 йилдаги нисбий экологик зўриқиш коэффиценти 3,30 ни, 2020 йилдаги нисбий экологик зўриқиш коэффиценти эса 3,06 ни ташкил этади. Кўрилаётган 10 йилликдаги нисбий экологик зўриқиш коэффиценти қисман (0,24 коэффицентга) яхшилангани билан унинг умумий даражаси барибир салбий ҳолатни ҳосил қилмоқда (1-жадвал).

1-жадвал таҳлилидан кўриниб турибдики, Учкўрғон 8,20 дан 7,70 га (+0,50), Норин 6,70 дан 5,82 га (+0,88), Уйчи 4,09 дан 3,18 га (+0,91), Тўрақўрғон 1,70 дан 1,60 га (+0,10), Чортоқ 1,03 дан 0,92 га (+0,11) ўзгариб, аввалги йилларга нисбатан нисбий экологик зўриқиш даражасининг ижобий ҳолатга ўзгарганлигини кўриш мумкин. Бироқ, вилоятнинг Наманган 4,30 дан 4,72 га (-0,42), Косонсой 0,90 дан 0,99 га (-0,09) ўзгарганлиги кўринади. Буни туман аҳолисининг кейинги йиллардаги ердан фойдаланиш даражасининг ошиб бораётганлиги билан изоҳлаш мумкин. Шунингдек, нисбий экологик зўриқиш даражаси 1 коэффицентдан паст бўлган, яъни нисбий экологик зўриқиш даражаси нормал ҳолатда бўлган Поп ва Чуст туманларида ҳам сўнгги 10 йилликда кўрсаткичларнинг юқорилаётганлигини кузатиш мумкин.

Кўрилаётган йиллардаги нисбий экологик зўриқиш коэффиценти 1 коэффицентдан юқори (умумий ҳолатда зўриқиш даражаси ёмон) бўлган маъмурий туманларнинг 2010 йилдаги ўртача умумий зўриқиш коэффиценти 4,1 ни, 2020 йилдаги ўртача умумий зўриқиш коэффиценти 4,3 ни ташкил этмоқда. Кўриниб турибдики, 10 йилликдаги айрим маъмурий туманларнинг ижобий томонга ўзгариши кузатилгани билан 10 йилликнинг умумий зўриқиш коэффиценти салбий ҳолатни ҳосил қилмоқда.

Юқоридаги ерларнинг нисбий экологик зўриқиш даражасини ижобий томонга ўзгариши кейинги йилларда мамлакатимизда олиб борилаётган тўғри аграр сиёсатнинг натижасидир. Ер фондидан фойдаланишда кейинги йилларда бутун вилоят ҳудудида мевали боғлар майдонининг кескин ортганлигини кузатилади. Биз томонимиздан ўтказилган ҳисоб-китобларга кўра, яъни, “Кўп йиллик дарахтзорлар” антропоген юк кўрсаткичи бўйича 3 баллга яъни, ўртача кўрсаткичга эга. Вилоятнинг антропоген юк кўрсаткичи нисбатан юқори бўлган АЮ 5 гуруҳига кирувчи ерлар миқдори

РЕСПУБЛИКА ИЛМӢЙ АНЖУМАНИ

камайганлиги туфайли вилоят ер фондининг экологик хўжалик жихатдан зўриқиш даражаси пасайиб бораётганлиги билан изоҳланади.

Наманган вилоятининг маъмурий туманлари бўйича экологик-хўжалик мувозанат кўрсаткичларини баҳолашда қўшимча маълумот сифатида Б.Кочуров томонидан таклиф этилган баҳолаш услулларидаги кўрсаткичлар ҳам таҳлил қилинди. Жумладан, ер фондининг мутлоқ экологик хўжалик коэффиценти, ҳудуднинг табиий ҳимояланиш коэффиценти ҳамда маъмурий туманлардаги экологик захира ерлари бўйича ҳам ҳисоб ишлари амалга оширилди. Олинган натижалар бўйича Наманган вилояти маъмурий туманларининг ҳар бир кўрсаткич бўйича рейтингги аниқланди.

1-жадвал

Наманган вилояти маъмурий туманларининг нисбий экологик зўриқиш коэффиценти (2010-2020 йй.)

№	Туман номи	Ер фондининг АЮ бўйича тақсимланиши (га ҳисобида)						Жами (га ҳисобида)	К _{нзз} – нисбий экологик зўриқиш коэффиценти (2010)	К _{нзз} – нисбий экологик зўриқиш коэффиценти (2020)
		АЮ 6	АЮ 5	АЮ 4	АЮ 3	АЮ 2	АЮ1			
1	Косонсой	3428	19729	2846	5759	19872	599	52233	0,90	0,99
2	Мингбулоқ	3270	41914	10638	1538	11546	5165	74071	3,30	3,06
3	Наманган	2202	13218	1500	1292	1163	1130	20505	4,30	4,72
4	Норин	2249	14139	1291	1522	946	569	20716	6,70	5,82
5	Поп	5073	26207	4014	4748	228636	22288	290966	0,10	0,14
6	Тўрақўрғон	2385	12623	1864	3875	5719	937	27403	1,70	1,60
7	Уйчи	3996	17145	2019	3113	2450	1721	30444	4,09	3,18
8	Учқўрғон	2948	21989	1592	1747	1296	401	29973	8,20	7,70
9	Чортоқ	3939	12707	1343	6511	12440	586	37526	1,03	0,92
10	Чуст	4573	25342	5121	8058	50291	364	93749	0,50	0,60
11	Янгиқўрғон	3441	11897	3484	16002	18066	284	53174	0,70	0,55
12	Наманган ш.	4588	3477	368	1451	3247	48	13179	1,20	1,78

Вилоят ер фонди маълумотлари асосида муаллиф томонидан ҳисоблаб чиқилган.

Олинган натижалар бўйича Наманган вилояти маъмурий туманларининг ҳар бир кўрсаткич бўйича рейтингги аниқланди. Бироқ, суғориладиган ҳудудларда бу кўрсаткичлар бир-биридан у қадар кўп фарқ қилмаганлиги учун вилоят ҳудудиднинг экологик-хўжалик жихатдан зўриқиш даражасини аниқлашда қўшимча кўрсаткичлар танлаб олинди.

Вилоятда ер фондининг экологик-хўжалик жихатдан зўриқиш даражасини аниқлаш, юқорида таъкидланганидек, тадқиқот давомида бажарилган 3 та баҳолаш кўрсаткичлари: ландшафт табиий таркибини ўзгариши, антропоген юк кўрсаткичи ва нисбий экологик зўриқиш натижаларини умумлаштириш натижасида олинди (2-жадвал).

Вилоят ҳудудидаги ландшафт табиий таркибини ўзгариш даражаси бўйича баҳоладиган бўлса, энг кўп ўзгаришга учраган ландшафтлар аллювиал текисликлар ҳамда конус ёйилмаларининг пролювиал-аллювиал текисликлари бўлиб ҳисобланса, энг кам ўзгаришга учраган ландшафтлар паст тоғлар ва адир ландшафтлари эканлиги қайд этилган.

Антропоген юк кўрсаткичлари микдори ҳам юқоридаги ландшафтларнинг табиий таркибини ўзгариш даражасига деярли мос тушишини кузатиш мумкин.

2-жадвал

Вилоят ер фондининг экологик-хўжалик жихатидан зўриқиш даражаси

№	Туманлар номи	Ландшафт табиий таркибини ўзгариши	Антропоген юк кўрсаткичи	Нисбий экологик зўриқиш	Жами
1	Янгиқўрғон	3,36	3,12	0,55	7,03
2	Чуст	3,20	3,87	0,60	7,67
3	Поп	2,31	5,52	0,14	7,97
4	Косонсой	3,60	3,50	0,99	8,09
5	Чортоқ	3,67	3,71	0,92	8,3
6	Тўрақўрғон	3,97	4,86	1,60	10,43
7	Мингбулоқ	4,11	4,09	3,06	11,26
8	Уйчи	4,37	5,94	3,18	13,49
9	Наманган	4,52	4,74	4,72	13,98
10	Норин	4,65	5,28	5,82	15,75
11	Учқўрғон	4,75	5,88	7,70	18,33

РЕСПУБЛИКА ИЛМІЙ АНЖУМАНИ

Изоҳ: 1-10 гача жуда паст; 10.1-15 гача ўртача; 15.1 дан катта кўрсаткич жуда юқори. Жадвал муаллиф томонидан ҳисоблаб чиқилган.

Вилоят маъмурий туманларини ер фондини экологик-хўжалик жиҳатдан зўриқиш даражаси жиҳатдан катта 3 та гуруҳга ажратиш мақсадга мувофиқ. Биринчи гуруҳга зўриқиш даражаси жуда паст бўлган туманлар, иккинчи гуруҳга ўртача, учинчи гуруҳга жуда юқори кўрсаткичга эга бўлган маъмурий туманлар киритилди. Агар ҳар бир гуруҳдаги туманлар майдонини ҳисоблаб чиқилса, вилоят ҳудудининг экологик-хўжалик жиҳатдан зўриқиш даражасини ўзгаришига умумий баҳо бериш мумкин бўлади. Ушбу кўрсаткич энг юқори бўлган Норин ва Учқўрғон туманлари вилоятнинг 0,51 минг км² майдонини эгаллаб, жами ер фондининг 6,85 фозини ташкил этади. Иккинчи гуруҳга Мингбулок, Уйчи, Тўрақўрғон ва Наманган туманлари киритилиб, улар экологик хўжалик жиҳатдан зўриқиш даражаси ўртача бўлган маъмурий туманлардир. Уларнинг умумий ер майдони 1,3 минг км² бўлиб, вилоят жами майдонининг 17,47 фозини ташкил этади. Юқоридаги таҳлиллар асосида вилоятда умумий экологик хўжалик ҳолатни акс эттирувчи ҳарита таклиф қилинади.

Учинчи гуруҳга Янгиқўрғон, Чуст, Поп, Косонсой, Чортоқ ва Тўрақўрғон туманлари киритилиб, уларнинг майдони 6,63 минг км² ни яъни, вилоят ер майдонининг 75,6 фозини ташкил этади. Юқоридагилардан кўриниб турибдики, Наманган вилоятида кейинги йилларда ер ресурсларидан фойдаланиш бўйича амалга оширилган тадбирлар натижасида ер фондининг экологик-хўжалик жиҳатдан зўриқиш даражаси ижобий томонга ўзгармоқда. Бироқ, бу хотиржамликка берилишга асос бўлмайди. Чунки, экологик-хўжалик жиҳатдан зўриқиш даражаси паст бўлган туманларда ҳам бу умумий кўрсаткични келтириб чиқарадиган айрим хусусий кўрсаткичлар юқори эканлигини кўриш мумкин.

Вилоят ер фондининг экологик-хўжалик жиҳатдан зўриқиш даражасини жамловчи кўрсаткичи таркибидан а) хусусий антропоген юк б) ландшафт табиий таркибини ўзгариш даражасининг в) нисбий экологик зўриқиш кўрсаткичлари таҳлил этилди. Миқдорий кўрсаткичлар асосида маъмурий туманлар гуруҳларга ажратилди. Вилоят маъмурий туманларининг хусусий антропоген юк миқдори бўйича энг **юқори** кўрсаткичга эга бўлган биринчи гуруҳига: Поп (69.5%) тумани, **ўрта** кўрсаткичдаги иккинчи гуруҳига: Чуст (50,5%), Тўрақўрғон (46.6%), Чортоқ (44.7%), Янгиқўрғон (44,4%), Уйчи (44%), Косонсой (43.3%) туманлари нисбатан **паст** кўрсаткичдаги учунчи гуруҳига: Мингбулок (36.3%), Наманган (33.9), Норин (33.5%) туманлари киритилди. Бу кўрсаткичлар асосида вилоятдаги ер ресурсларидан фойдаланишни оптималлаштириш бўйича режали тадбирлар мажмуаси ишлаб чиқилди.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Кочуров Б.И. Анализ эколого-хозяйственного состояния муниципального образования [Текст] / Б.И. Кочуров. П.И. Меркулов, С.В. Меркулова // Проблемы региональной экологии – 2004. – № 1. – С. 46–59.
2. Ахмадалиев Ю.И., Алимджанов Н.Н. Экологические аспекты химизации в сельском хозяйстве // Экономик и социум. ISSN 2225-1545, № 6 (73)-2020. Б-345-350
3. Алимджанов Н.Н. Агрокимёвий ифлосланишнинг олдини олишнинг ландшафт-экологик асослари // Ўзбекистон экология хабарномаси. Тошкент. 2021 йил февраль, № 2 (233) Б-21-23
4. Наманган вилояти Ер ресурслари ва давлат кадастри бошқармаси маълумотлари. 2018-йил
5. Ўзбекистон Республикаси Ер ресурсларининг ҳолати тўғрисида миллий ҳисобот. Т.: “Ергеодезкадастр” давлат қўмитаси, 2017. – 87 б.

КОМПОЗИЦИЯ НЕКОТОРЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ЛОТКИ–ВОЛЬТЕРРА, ДЕЙСТВУЮЩИХ В ДВУМЕРНОМ СИМПЛЕКСЕ

Асатов Ж. –магистрант I–курса обучения специальности «Математика»

Пусть V_1 и V_2 действуют в S^2 и заданы следующими коэффициентами [1]:

$$V_1 : \begin{cases} x_1' = x_1(1 - ax_2 + bx_3) \\ x_2' = x_2(1 + ax_1 - cx_3) \\ x_3' = x_3(1 - bx_1 + cx_2) \end{cases} \quad V_2 : \begin{cases} x_1' = x_1(1 - dx_2 + ex_3) \\ x_2' = x_2(1 + dx_1 - fx_3) \\ x_3' = x_3(1 - ex_1 + fx_2) \end{cases}$$

Очевидно, композиция $V_1 \cdot V_2$ является автоморфизмом симплекса S^2 , причём она представима в виде [2]:

$$\begin{cases} x_1' = x_1(1 + f_1(x_2, x_3)) \\ x_2' = x_2(1 + f_2(x_1, x_3)) \\ x_3' = x_3(1 + f_3(x_1, x_2)), \end{cases}$$

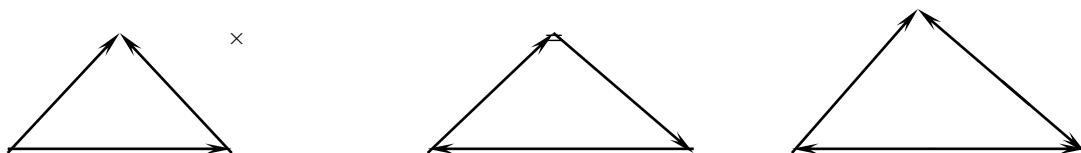
где $f_1, f_2, f_3 \geq 1$ являются многочленами третьей степени от x_1, x_2, x_3 удовлетворяющими условию:

$$x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 \equiv 0.$$

Для композиций также, как и для вольтерровских операторов вводится понятие карты неподвижных точек.

Поскольку структура карты неподвижных точек определяется топологическим характером неподвижной точки (притягивающий фокус, отталкивающий фокус, седловая точка), то нам приходится исследовать при каких значениях коэффициентов та или иная неподвижная точка является притягивающей, отталкивающей или седловой. При этом мы рассмотрим все комбинации турниров.

Далее символический рисунок типа [2]



будет означать, какую карту неподвижных точек можно получить при композиции вольтерровских операторов с указанными слева турнирами.

Рассмотрим следующий случай:

$$V_1 : \begin{cases} x_1' = x_1(1 - ax_2 + bx_3) \\ x_2' = x_2(1 + ax_1 - cx_3) \\ x_3' = x_3(1 - bx_1 + cx_2) \end{cases} \quad V_2 : \begin{cases} x_1' = x_1(1 + dx_2 - ex_3) \\ x_2' = x_2(1 - dx_1 - fx_3) \\ x_3' = x_3(1 + ex_1 + fx_2) \end{cases}$$

где $0 < a, b, c, d, e, f < 1$. Соответствующие турниры имеют вид:



Рассмотрим матрицы Якоби оператора V во всех трёх вершинах симплекса, то есть $V'(z_a)$ ($z_a = (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)$) [2].

а) вершина $(1, 0, 0)$

$$\begin{pmatrix} 1 & -a & b \\ 0 & 1+a & 0 \\ 0 & 0 & 1-b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & d & e \\ 0 & 1-d & 0 \\ 0 & 0 & 1-e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d - a(1-d) & e + b(1-e) \\ 0 & (1+a)(1-d) & 0 \\ 0 & 0 & (1-b)(1-e) \end{pmatrix}$$

Если $\begin{cases} (1+a)(1-d) < 1 \\ (1-b)(1-e) < 1, \end{cases}$ то первая вершина притягивающая.

Если $\begin{cases} (1+a)(1-d) > 1 \\ (1-b)(1-e) > 1, \end{cases}$ то вершина $(1, 0, 0)$ отталкивающая.

Теперь рассмотрим вторую вершину $(0, 1, 0)$:

$$\begin{pmatrix} 1-a & 0 & 0 \\ a & 1 & -c \\ 0 & 0 & 1+c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1+d & 0 & 0 \\ -d & 1 & -f \\ 0 & 0 & 1+f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-a)(1+d) & 0 & 0 \\ a(1+d)-d & 1 & -f-c(1+f) \\ 0 & 0 & (1+c)(1+f) \end{pmatrix}.$$

Если $\begin{cases} (1-a)(1+d) < 1 \\ (1+c)(1+f) < 1, \end{cases}$ то $(0,1,0)$ вершина притягивающая,

если $\begin{cases} (1-a)(1+d) > 1 \\ (1+c)(1+f) > 1, \end{cases}$ то отталкивающая.

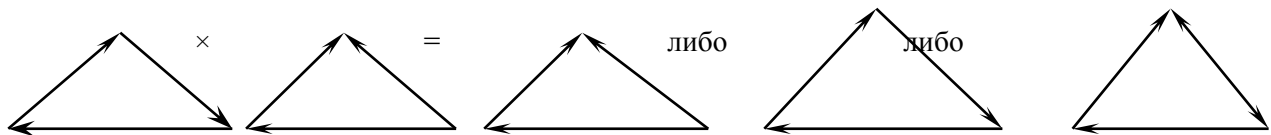
Наконец рассмотрим третью вершину $(0,0,1)$.

$$\begin{pmatrix} 1+b & 0 & 0 \\ 0 & 1-c & 0 \\ -b & -c & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1+e & 0 & 0 \\ 0 & 1-f & 0 \\ -e & f & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1+b)(1+e) & 0 & 0 \\ 0 & (1-c)(1-f) & 0 \\ -b(1+e)-e & c(1-f)+f & 1 \end{pmatrix}$$

Эта вершина также является притягивающей, если

$\begin{cases} (1+b)(1+e) < 1 \\ (1-c)(1-f) < 1, \end{cases}$ отталкивающей, если $\begin{cases} (1+b)(1+e) > 1 \\ (1-c)(1-f) > 1. \end{cases}$

Так как в этом примере турниры динамических систем отличаются друг от друга лишь одной гранью, то мы получим следующую картину:



ЛИТЕРАТУРА

1. Ганиходжаев Р.Н., Эшмаматова Д.Б. О строении и свойствах карт неподвижных точек квадратичных стохастических операторов вольтерровского типа//Узб. Мат. Журн. 2000. № 5-6, с. 7 – 11.
2. Эшмаматова Д.Б. Об асимптотическом поведении траекторий операторов вольтерровского типа и их композиций//Труды международной научной конференции, посвящённой 85-летию НУУЗ и 70 – летию акад. М.С. Салохиддинова. – Ташкент 2003 г с. 189-194.

АВТОМОБИЛ ЙЎЛЛАРИДАГИ ТРАНСПОРТ ҲАРАКАТИ ЖАРАЁНЛАРИНИ МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАШТИРИШ

Холмуродов Ф.М. (НамДУ, Олий математика кафедраси)

Маълумки, Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2006 йил 20-декабрдаги ПФ535 фармойишида келтирилган “Ўзбекистон Республикаси умумий фойдаланишдаги автомобиль йўллари 2007-2010 йилларда ва узок муддатли келажакда ривожлантириш дастури”да республиканинг иқтисодий ривожланиш шартларини таъминлайдиган халқаро транспорт йўлакларини барпо қилиш, транзит ва вилоятлар оралиғида ишончли транспорт алоқасини таъминлаш, республиканинг ташқи интеграциялашган ва ички бириккан ягона транспорт муҳитини шакллантириш, Буюк Ипак Йўлини қайта тиклаш ва жаҳон бозорига чиқиш каби масалалар давлат йўл сиёсатининг устувор вазифалари этиб белгиланган. Ушбу вазифаларнинг амалий ечими мавжуд автомобиль йўллари тармоғининг транспорт-фойдаланиш сифатларини ошириш, йўлларнинг техник ва фойдаланув ҳолатларини йўлдан фойдаланувчилар талабларига мувофиқлаштириш, автомобиллар ҳаракат шароитининг қулайлиги ва хавфсизлигини таъминлаш, йўлларни сақлаш ишларини самарали ташкил қилишни талаб қилади.

Маълумки, халқ ҳўжалигида математик моделларни уч хил умумий мақсадларда: тушунтириш, башоратлаш, бошқариш учун тузадилар ва фойдаланадилар.

Ҳозирги вақтда компьютердаги электрон жадвалларнинг коррел-яцион-регрессион таҳлил воситалари билан таъминланиши туфайли энг мураккаб гуруҳга тегишли, чуқур илмий ва шу сабабли кам фойдаланиладиган, деярли экзотик усуллардан бири бўлмиш корреляцион-регрессион таҳлил мутахассис учун кундалик, самарали ва опера-тив аналитик қуролга айланди.

Корреляцион-регрессион таҳлил усулларидан фойдалана-ниб, аналитиклар корреляция коэффиценти ёрдамида кўрсаткич-лар ўртасидаги боғланишлар зичлигини ўлчамоқда. Бунда ҳар хил турдаги (кучсиз, ўртача зичроқ, энг кучли ва ҳоказо) боғланишлар кузатилади. Агар боғланишлар ўта

РЕСПУБЛИКА ИЛМЙЙ АНЖУМАНИ

муҳим бўлса, унда мақсадга мувофиқ уларнинг регрессион модели тарзда математик ифода-сини топиш ва моделнинг статистик қийматини баҳолаш лозим. Иқтисодийда регрессия тенгламасининг қийматидан ўрганила-ётган ҳодисани ёки кўрсаткични башоратлашда фойдаланилади. Шу сабабли регрессион таҳлил кузатувлар натижасида ҳосил қи-лингн маълумотлар ўртасидаги яширин боғланишларни очишда замонавий математик статистиканинг асосий усули деб ҳисобланади.

Корреляцион-регрессион таҳлилнинг самарадорлиги кўпгина иқтисодий-ижтимоий муаммоларни ҳал қилишда муҳим рол ўй-найди. Бунда, энг аввало ўрганилаётган ҳодисалар (омиллар, кўр-саткичлар) ўртасидаги боғланиш ҳар томонлама синчиклаб таҳлил қилиниши лозим. Ҳақиқатан ҳам боғланиш мавжуд бўлса, унда кор-реляцион-регрессион таҳлил усулидан фойдаланиб, реал аҳамиятга эга бўлган натижаларни олиш мумкин.

Корреляцион таҳлилнинг биринчи вазифаси, корреляцион боғла-ниш шакллари, яъни регрессия функцияси кўринишларини (чизиқ-ли, даражали, логарифмик, кўрсаткичли ва ҳоказолар) аниқлашдан иборат. Боғланиш шакллари танлаш регрессион таҳлил ва танлана-ётган функция ҳақидаги маълум башоратларни ишлаб чиқиш ҳамда таҳлил қилишдан бошланади.

Иқтисодий ҳодисалар ўртасидаги боғланишларнинг мураккаб-лиги туфайли уларни регрессион таҳлил ёрдамида моделлаштириш-да боғланиш шакли моделини танлай олиш муҳим ҳисобланади.

Иқтисодий жараёнларни таҳлил қилиш шуни кўрсатадики, уларни ташкил этувчи омиллар бир-бири билан узвий боғланган. Улар орасида муайян алоқадорлик мавжуд бўлиб, бирининг ўзгариши албатта иккинчисининг ўзгаришига олиб келади. Масалан, умумфойдаланув автомобил йўлларида транспорт ҳаракатларига таъсир этувчи омиллар жуда кўп ва хилма-хилдир. Таъсир этувчи омилларнинг кўплиги ва хилма-хиллиги автомобил йўлларида транспорт ҳаракатларига таъсир килувчи самарали чора-тадбирлар кўриш учун уларни комплекс ҳолда ўрганиш зарурлиги давр тақозоси ҳисобланади.

Автомобил йўлларида автомобиллар сони ва транспорт ҳаракати жадаллигининг математик моделини

$$Y = a_0 * X_1^{a1} * X_2^{a2} * X_3^{a3} * X_4^{a4} * X_5^{a5} * X_6^{a6} * X_7^{a7} * X_8^{a8} * X_9^{a9} * X_{10}^{a10}$$

кўринишида излаймиз. X_1 -енгил автомобиллар сони, X_2 -автобуслар сони, X_3

2 тоннагача юк машиналари, X_4 2-5 тоннагача юк машиналари, X_5 5-8

тоннагача юк машиналари, X_6 8-12 тоннагача юк машиналари, X_7 -12 тонна ва ундан ортиқ

юк машиналари, X_8 -прицеплар, X_9 - тракторлар, X_{10} - мотоцикллар сони бўлсин. Бу ерда

a_0, a_1, K, a_{10}

ўзгармас сонлар. Шунингдек, Y ва u орқали жами автомобиллар сонини ва жами суткалик жадаллик кўрсаткичларини белгилаймиз.

a_0, a_1, K, a_{10} --коэффициентларни топиш учун математик статистиканинг энг кичик квадратлар

усулидан фойдаланамиз. a_0, a_1, K, a_{10} - параметрлар бўйича хусусий ҳосилалар олиб ва уларни нолга тенглаб, нормал тенгламалар системасини ҳосил қиламиз. Тенгламалар системасини Mathcad компьютер дастурини қўллаб, a_0, a_1, K, a_{10} параметрларга нисбатан ечамиз.

"Наманганавтойўл" ҳудудий йўллардан фойдаланиш ташкилотининг статистик маълумотлари (2015-2020)асосида қуйидаги математик моделларни ҳосил қиламиз.

Вилоят аҳамиятидаги йўллар бўйича жами автомобиллар сонини эконометрик модели

$$Y = 9.72 * X_1^{0.5507} * X_2^{0.0647} * X_3^{0.1784} * X_4^{0.1069} * X_5^{0.0363} * X_6^{0.0180} * X_7^{-0.0024} * X_8^{-0.060} * X_9^{0.1203} * X_{10}^{0.0284}$$

.бўлади.

Фишер мезони $F=268,86$ детерминация коэффициенти $R^2=0,91$.

Вилоят аҳамиятидаги йўллар бўйича жами суткалик жадаллик жараёнларини эконометрик модели

$$u = 79,84 * X_1^{0.5617} * X_2^{0.0298} * X_3^{0.1823} * X_4^{0.0285} * X_5^{0.0793} * X_6^{0.1067} * X_7^{-0.0766} * X_8^{-0.035} * X_9^{0.1077} * X_{10}^{0.1464}$$

бўлади.

Фишер мезони $F=189,281$, детерминация коэффициенти $R^2=0,95$

РЕСПУБЛИКА ИЛМІЙ АНЖУМАНИ

Эконометрик моделларни таҳлили шуни кўрсатадики, вилоят аҳамиятидаги йўллардаги автомобиллар сони ва суткалик жадалликларда енгил автомобиллар, икки тоннагача, икки-беш тоннагача ва тракторларнинг салоҳияти катта ўрин эгаллайди.

Маҳаллий аҳамиятидаги йўллар бўйича жами автомобиллар сонини эконометрик модели
$$Y = 18.63 * X_1^{0.6136} * X_2^{0.0514} * X_3^{0.0003} * X_4^{0.1375} * X_5^{0.1044} * X_6^{0.0113} * X_7^{-0.1054} * X_8^{0.0244} * X_9^{0.1583} * X_{10}^{0.1470}$$
 . Фишер мезони $F=286.36$, детерминация коэффициенти $R^2=0,91$.

Маҳаллий аҳамиятидаги йўллар бўйича жами суткалик жадаллик жараёнларини эконометрик модели

$$y = 75.39 * X_1^{0.6176} * X_2^{0.0544} * X_3^{-0.0490} * X_4^{0.0862} * X_5^{0.1324} * X_6^{0.0868} * X_7^{-0.3868} * X_8^{0.0096} * X_9^{0.1978} * X_{10}^{0.3047}$$
 . Фишер мезони $F=72,42$, детерминация коэффициенти $R^2=0,97$.

Маҳаллий аҳамиятидаги йўлларда автомобиллар сони ва суткалик жадалликларда асосан енгил автомобиллар ва мотоциклларнинг салоҳияти сезиларли эканлигини кўриш мумкин.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР:

1. Гафуров М., Холмуродов М., Хусанов К., Иқтисодий математик усуллар ва моделлар. Тошкент: 2001й
2. Эконометрика. Учебник для вузов. - М.: Экзамен, 2002 (1-е изд.), 2003 (2-е изд.), 2004 (3-е изд.). - 576 с. с.
3. Орлов А.И. Математика случая: Вероятность и статистика – основные факты: Учебное пособие / А.И.Орлов. – М.: 2004. –110 с.
4. Замков О.О. и др. Математическая методи в экономике. М.:, 1999.

КОРРЕЛЯЦИОН ВА РЕГРЕССИОН ТАҲЛИЛНИНГ АМАЛИЙ МАСАЛАЛАРГА ТАДБИҚЛАРИ

Ботирова З. М. Йўлчиева У. Ю. (НамДУ, магистрантлар)

Маълумки, корреляцион ва регрессион таҳлилнинг самарадорлиги кўпгина иқтисодий ва ижтимоий муаммоларни ҳал қилишда муҳим рол ўйнайди. Корреляцион ва регрессион таҳлил қилишдан олдин ўрганилаётган ҳодисалар ўртасида боғланиш ҳар томонлама синчиклаб таҳлил қилиниши лозим. Ҳақиқатан ҳам боғланиш мавжуд бўлса, корреляцион ва регрессион таҳлил усулидан фойдаланиш ҳамда реал аҳамиятга эга бўлган натижаларни олиш мумкин бўлади.

Кўп ўлчовли корреляция бевосита регрессион таҳлил билан бевосита алоқада таҳлил қилинади.

Корреляцион ва регрессион таҳлилнинг самарадорлиги кўпгина иқтисодий ва ижтимоий муаммоларни ҳал қилишда муҳим рол ўйнайди. Корреляцион ва регрессион таҳлил қилишдан олдин ўрганилаётган ҳодисалар ўртасида боғланиш ҳар томонлама синчиклаб таҳлил қилиниши лозим. Ҳақиқатан ҳам боғланиш мавжуд бўлса, корреляцион ва регрессион таҳлил усулидан фойдаланиш ҳамда реал аҳамиятга эга бўлган натижаларни олиш мумкин бўлади.

Жараёнлар қаторининг битта натижали таъсирини тўпламли корреляцион таҳлил ўрганади. Тўпламли корреляцион таҳлилнинг шарт-шароити худди корреляцион таҳлил сингари бўлади. Одатда тўпламли корреляция бевосита тўпламли регрессион таҳлил билан бевосита алоқада таҳлил қилинади. Тўпламли регрессия тенгламаси оддий масштаб, яъни регрессия тенгламаларига кирувчи ўзгарувчи бир маромдаги нормал ва нормаллашган масштабда ёки қиёслаш бирлигида ифодаланган ўзгарувчилар шаклида тузилиши мумкин.

Регрессия тенгламаси сифатида кўпинча чизиқли:

$$\hat{y} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \quad (1)$$

ва даражали функциялардан фойдаланилади:

$$\hat{y} = a_0x_1^{a_1}x_2^{a_2}\dots x_n^{a_n} \quad (2)$$

Ушбу тенглама параметрлари одатда энг кичик квадратлар усули билан аниқланади. Умумий ҳолда нормал тенгламалар тизими қуйидагича ифодаланади:

РЕСПУБЛИКА ІЛМІЙ АНЖУМАНІ

[illegible]

Модел даражалари параметрларини аниқлаш учун олдин (2) моделни логарифмик-чизиқли кўринишга қайта ўзгартириш лозим:

$$\hat{\ln y} = \ln a_0 + a_1 \ln x_1 + a_2 \ln x_2 + \dots + a_n \ln x_n \quad (4)$$

Шундан сўнг нормал тенгламалар тизимини тузишда логарифмлардан фойдаланамиз.

[illegible]

Боғланишнинг зичлиги корреляциялар индексига ўхшаш бўлиб, тўпلامли корреляция коэффиценти ёрдамида баҳоланади:

$$R_{yx_j} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}, \quad (6)$$

бу ерда, $\hat{y}$ - регрессия тенгламаси ёрдамида аниқланган натижавий кўрсаткичнинг назарий қиймати;
 $\bar{y}$ - натижавий кўрсаткичнинг ўртача арифметик қиймати.

Тўпلامли регрессиялар чизигидан натижавий кўрсаткич қиймати қанчалик кам даражада четланса, маълум интервалда абсолют қиймат бўйича аҳамиятга эга бўлган корреляция коэффиценти катта қийматга эга бўлишига боғлиқ бўлади. Тўпلامли корреляция коэффиценти қуйидаги ораликда ўзгаради:

$$0 \leq |R| \leq 1.$$

Корреляцион-регрессион таҳлилнинг асосий кўрсаткичлари маълум бўлгандан сўнг, башорат қилувчи кўрсаткичлар аниқланади:

$$\hat{y} = a_0 + b_0 t; \quad \hat{x}_1 = a_1 + b_1 t; \dots; \quad \hat{x}_n = a_n + b_n t$$

$a_0, b_0, a_1, b_1, \dots, a_n, b_n$ коэффициентларни ҳисоблашда энг кичик квадратлар усулидан фойдаланилади. Қиймат маълум бўлганидан кейин, тегишли бошланғич қийматлардан амалдаги ўзгарувчан қийматлар четланиши ҳисоблаб чиқилади:

$$\varepsilon_{y_t} = y_t - \hat{y}_t; \quad \varepsilon_{x_{1t}} = x_{1t} - \hat{x}_{1t}; \dots; \quad \varepsilon_{x_{nt}} = x_{nt} - \hat{x}_{nt}$$

ва шундан сўнг қийматнинг регрессион таҳлилига ўтилади, $\varepsilon_y, \varepsilon_{x_1}, ..., \varepsilon_{x_n}$.

Шундай қилиб, боғланган ва боғланмаган ўзгарувчилардан бир вақтда чизикли тенденцияни чиқариш учун t вақт фондига тўпلامли регрессия тенгламасини киритиш лозим. Бунда тенглама куйидагича ифодаланади:

$$\hat{y} = a_0 + \sum_{i=1}^k a_i x_i + a_{k-1} t. \quad (7)$$

Агар ходисалар ривожланиш тенденцияси чизиксиз характерга эга бўлса, бундай ҳолларда энг юқори тартиблар фарқи аниқланади ёки энг мураккаб тренд шакли чиқариб ташланади:

$$\varepsilon = \frac{1}{l} \sum_{l=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}}{y_i} \right| \cdot 100\% \quad (8)$$

РЕСПУБЛИКА ИЛМІЙ АНЖУМАНИ

формуласида ҳисобланадиган башоратлашнинг ўртача хатоси башоратлашда муҳим масала - ҳисоб-китоблар аниқлигини оширишда аниқлик мезони бўлиб хизмат қилиши мумкин. Бу ерда y - башоратланаётган вақтли қаторлар даражасининг вақтли қаторлар амалдаги даражаси; l - башоратланаётган давр.

Даврнинг аниқлиги бўлиб, ўтган воқеа ва башоратланаётган даврнинг давомийлигига боғлиқ бўлади.

Математик модел сифатида корхонанинг шартли мисолида кўриб ўтамыз.

Таҳлил қилиш орқали қуйидаги белгилашларни киритамиз $x_1^{(i)}$ -амалдаги нархларда ишлаб чиқариш ҳажми, $x_2^{(i)}$ -ун ишлаб чиқариш ҳажми, $x_3^{(i)}$ -омухта ем ишлаб чиқариш, $x_4^{(i)}$ -кепак тайёрлаш, Y –корхона соф фойдаси бўлсин.

Математик модел кўринишини

$$Y = a_0 + a_1 \ln x_1^{(i)} + a_2 \ln x_2^{(i)} + a_3 \ln x_3^{(i)} + a_4 \ln x_4^{(i)} \quad (9)$$

кўринишида қидирамиз.

Хусусан, корхоналар соф фойдасига таъсир этувчи иқтисодий омиллар ва уларни баҳолаш усуллари ҳосил қиламиз. (5) кўринишдаги нормал тенгламалар системасини коэффицентларини ҳисоблаб, сўнгра тенгламалар системаси ечилса, корхоналар соф фойдасини

$$Y = 68,3 \cdot \ln x_1 + 57,6 \cdot \ln x_2 + 14,17 \cdot \ln x_3 - 16,15 \cdot \ln x_4 - 142,283$$

формула билан ҳисоблаш мумкин. Таҳлил қилинган математик моделлар Фишер статистикасига кўра 0,95 эҳтимол билан моҳиятлидир.

Демак, математик моделлар ёрдамида халқ хўжалигидаги жараёнларни ривожланиш стратегиясини прогнозлаштириш имконияти пайдо бўлади.

АДАБИЁТЛАР:

1. Гафуров М., Холмуродов М., Хусанов К., Иқтисодий математик усуллар ва моделлар. Тошкент: 2001й
2. Эконометрика. Учебник для вузов. - М.: Экзамен, 2002 (1-е изд.), 2003 (2-е изд.), 2004 (3-е изд.). - 576 с. с.
3. Замков О.О. Математические методы и модели. – М.: ДиС, 2005.
4. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002.

DERIVATIONS OF SOME FIVE-DIMENSIONAL 3-LIE ALGEBRAS

Berdikulova A.N., Beshimova Sh.X.

e-mail: berdikulovaaziza@gmail.com, sh.beshimova96@gmail.com
National University of Uzbekistan

In this thesis, the derivation spaces of five-dimensional 3-Lie algebras are studied.

3-Lie algebra L is a vector space over a field F endowed with a 3-ary multilinear skew-symmetric operation $[x_1, x_2, x_3]$ satisfying the 3-Jacobi identity

$$[[x_1, x_2, x_3], y_2, y_3] = \sum_{i=1}^3 [x_i, K, [x_i, y_2, y_3], K, x_3], \forall x_1, x_2, x_3 \in L$$

If a subspace B of an 3-Lie algebra A satisfying $[x_1, x_2, x_3] \in B$ for any $x_1, x_2, x_3 \in B$, then B is called a subalgebra of A . Let A_1, A_2, A_3 be subalgebras of an 3-Lie algebra A . Denote by $[A_1, A_2, A_3]$ the subspace of A generated by all vectors $[x_1, x_2, x_3]$, where $x_i \in A_i$ for $i = 1, 2, 3$. The subalgebra $A^1 = [A, A, A]$ is called the derived algebra of A . If $A^1 = 0$, then A is called an abelian 3-Lie algebra.

A derivation of an 3-Lie algebra L is a linear map $D: L \rightarrow L$, such that for any elements

$$D([x_1, x_2, x_3]) = [D(x_1), x_2, x_3] + [x_1, D(x_2), x_3] + [x_1, x_2, D(x_3)].$$

The set of all derivations of L is a subalgebra of the general Lie algebra $gl(L)$, which is denoted by $Der(L)$. The map $ad(x_1, x_2): L \rightarrow L$ defined by

$$ad(x_1, x_2)(y) = [x_1, x_2, y]$$

is called a left multiplication, and $ad(x_1, x_2)$ is a derivation. The set of all finite linear combinations of left multiplications is an ideal of $Der(L)$ and is denoted by $ad(L)$.

Five-dimension 3-Lie algebras are classified in the following theorem.

Theorem[4]. Let A be an 5-dimensional 3-Lie algebra over F with a basis $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$. Then one and only one of the following possibilities holds up to isomorphisms:

(a) If $\dim A^1 = 0$, then A is an abelian 3-Lie algebras.

(b) If $\dim A^1 = 1$, let $A^1 = Fe_1$. Then we have

(b¹) in the case that $A^1 \subseteq Z(A)$, $[e_2, e_3, e_4] = e_1$;

(b²) in the case that A^1 is not contained in $Z(A)$, $[e_1, e_2, e_3] = e_1$.

(c) If $\dim A^1 = 2$, let $A^1 = Fe_1 + Fe_2$. Then we have

$$\begin{aligned} (c^1) \begin{cases} [e_2, e_3, e_4] = e_1, \\ [e_3, e_4, e_5] = e_2; \end{cases} & (c^2) \begin{cases} [e_2, e_3, e_4] = e_1, \\ [e_2, e_4, e_5] = e_2, \\ [e_1, e_4, e_5] = e_1; \end{cases} & (c^3) \begin{cases} [e_2, e_3, e_4] = e_1, \\ [e_1, e_3, e_4] = e_2; \end{cases} & (c^4) \begin{cases} [e_2, e_3, e_4] = e_1, \\ [e_1, e_3, e_4] = e_2, \\ [e_2, e_4, e_5] = e_2, \\ [e_1, e_4, e_5] = e_1; \end{cases} \\ (c^5) \begin{cases} [e_2, e_3, e_4] = \gamma e_1 + e_2, \\ [e_1, e_3, e_4] = e_2; \end{cases} & (c^6) \begin{cases} [e_2, e_3, e_4] = \gamma e_1 + e_2, \\ [e_1, e_3, e_4] = e_2, \\ [e_2, e_4, e_5] = e_2, \\ [e_1, e_4, e_5] = e_1; \end{cases} & (c^7) \begin{cases} [e_1, e_3, e_4] = e_1, \\ [e_2, e_3, e_4] = e_2; \end{cases} & \text{where } \delta \in F, \text{ and } \delta \neq 0. \end{aligned}$$

Proposition: Any derivations of the algebras $(b^1), (b^2), (c^1), (c^2), (c^3), (c^4), (c^5), (c^6)$ and (c^7) have the following matrix forms.

$$\begin{aligned} Der(b^1) &= \begin{pmatrix} \delta^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & 0 & 0 & 0 & a_{55} \end{pmatrix}, \quad \text{where } \delta^1 = a_{22} + a_{33} + a_{44}; \\ Der(b^2) &= \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix}, \quad Der(c^1) = \begin{pmatrix} \delta^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & \delta^2 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{21} & 0 & 0 & a_{55} \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

where $\delta^1 = 2(a_{33} + a_{44}) + a_{55}$ and $\delta^2 = a_{33} + a_{44} + a_{55}$;

$$Der(c^2) = \begin{pmatrix} \delta^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & a_{33} & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{31} & 0 & 0 & -a_{44} \end{pmatrix}, \quad \text{where } \delta^1 = a_{33} + a_{44} + a_{55};$$

$$\begin{aligned}
 Der(c^3) &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & -a_{33} & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} \end{pmatrix}, \quad Der(c^4) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & -a_{33} & a_{45} \\ -a_{32} & -a_{31} & 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}, \\
 Der(c^5) &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & \sigma^2 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & -a_{33} & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} \end{pmatrix}, \quad Der(c^6) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{12}\gamma - a_{35} & \sigma^2 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 2a_{35} - a_{33} \\ -\frac{1}{\gamma}a_{31} & -\frac{1}{\gamma}a_{31} - a_{32} & 0 & 0 & -a_{44} \end{pmatrix},
 \end{aligned}$$

where $\sigma^2 = a_{11} + a_{12} + a_{33} + a_{44}$;

$$Der(c^7) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & -a_{33} & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} \end{pmatrix}.$$

REFERENCES

- [1] V. Filippov, *n*-Lie algebras, *Sibirsk. Mat. Zh.* 26 (1985), no. 6, 126–140, 191.
- [2] R.P. Bai, J. Wang and Z. Li, Derivations of the 3-Lie algebra realized by $gl(n, C)$, *J. Nonlinear Math. Phys.* 18 (2011), no. 1, 151–160.
- [3]. Ling W 1993 On the structure of *n* -Lie algebras, Dissertation University- GHS -Siegen, Siegn.
- [4]. Beshimova Sh.X., Berdiqulova A.N. Some classification 5-dimensional 3-Lie algebra, Collection materials of the Republican scientific and practical conference Theoretical foundations and applied problems of modern mathematics I, Andijan, March 28, 2022 p. 337-339.

BA'ZI BIR NILPOTENT ZINBIEL ALGEBRALARIDA ROTA – BAXTER OPERATORLARI

Tojiboyev Elyorbek
Andijon davlat universiteti

Rota – Baxter algebrasi ehtimollar nazariyasidagi ba'zi bir masalalarni yechishdan kelib chiqqan bo'lib, matematika va fizikaning ko'plab sohalarida o'z tadbig'iga ega, jumladan sonlar nazariyasi, kvazisimmetrik funksiyalar, Li algebralari va Yang – Baxter tenglamalari. Rota – Baxter operatorlari Baxter tomonidan ehtimollar nazariyasidagi [3] analitik formulani yechish uchun kiritilgan. Bu operatorlar, matematika va matematik fizikaning boshqa sohalariga ham aloqador [4]. [1] ishda 3-o'lchamli nilpotent assotsiativ algebralarni uchun Rota-Baxter, Reynold va Nijenhuis operatorlari tasnif qilingan.

F maydon ustida A assotsiativ algebraning Rota – Baxter operatori deb quyidagi tenglikni qanoatlantiruvchi $P: A \rightarrow A$ chiziqli akslantirishga aytiladi:

$$P(x)P(y) = P(xP(y) + P(x)y + \lambda xy), \quad \forall x, y \in A, \quad \lambda \in F$$

Takidlab o'tish kerakki, agar $P - \lambda \neq 0$ vaznga ega Rota – Baxter operatori bo'lsa, u holda $\lambda^{-1} P -$ vazni 1 ga teng Rota – Baxter operatori.

Ushbu ishda biz 4 – o'lchamli nilpotent Zinbiel algebralardan birida Rota – Baxter operatorlarini tasnifladik.

$$P \text{ operatorning matritsasi } - \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

$\lambda=0$ bo'lgan hol

$$P(x)P(y) = P(xP(y) + P(x)y)$$

РЕСПУБЛИКА ИЛМІЙ АНЖУМАНИ

Quyida 4 – o'lchamli nilpotent Zinbiel algebralaridan biri [2] keltirilgan:

$$\gamma: e_1 \circ e_2 = e_3, e_1 \circ e_3 = e_4, e_2 \circ e_1 = -e_3, e_2 \circ e_2 = e_4.$$

Teorema. 4 – o'lchamli γ nilpotent Zinbiel algebrasida

Rota – Baxter operatori matritsalarini quyidagicha bo'ladi:

Algebra	Rota Baxter operatorlari $\lambda=0$ bo'lgan xol	Cheklovlar
γ	$P_1: a_{11} = a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{21} = a_{22} = a_{23} = a_{24} = 0, a_{34} = a_{44} = 0$ $a_{31}, a_{32}, a_{33}, a_{41}, a_{42}, a_{43}$ – lar, cheklovlar bog'liq holda ixtiyoriy.	$a_{11} = a_{44};$ $a_{12} = 0.$
	$P_2: a_{11} = a_{13} = a_{14} = a_{21} = a_{22} = a_{23} = a_{24} = 0, a_{31} = a_{32} = a_{33} = a_{34} = a_{44} = 0$ $a_{12}, a_{41}, a_{42}, a_{43}$ – lar, cheklovlar bog'liq holda ixtiyoriy.	$a_{11} = a_{44};$ $a_{12} \neq 0; a_{22} = 0.$
	$P_3: a_{11} = a_{13} = a_{14} = a_{21} = a_{23} = a_{24} = a_{31} = a_{33} = a_{34} = 0, a_{43} = a_{44} = 0; a_{32} = -\frac{a_{22}^2}{a_{12}};$ $a_{12}, a_{22}, a_{41}, a_{42}$ – lar, cheklovlar bog'liq holda ixtiyoriy.	$a_{11} = a_{44};$ $a_{12} \neq 0; a_{22} \neq 0.$
	$P_4: a_{11} = a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{21} = a_{22} = a_{23} = a_{24} = 0, a_{31} = a_{32} = a_{33} = a_{34} = 0;$ $a_{41}, a_{42}, a_{43}, a_{44}$ – lar, cheklovlar bog'liq holda ixtiyoriy.	$a_{11} \neq a_{44}; a_{21} = 0;$ $a_{22} = 0; a_{11} = 0.$
	$P_5: a_{13} = a_{14} = a_{21} = a_{22} = a_{23} = a_{24} = a_{31} = a_{32} = 0, a_{33} = a_{34} = a_{43} = a_{44} = 0;$ $a_{11}, a_{12}, a_{41}, a_{42}$ – lar, cheklovlar bog'liq holda ixtiyoriy.	$a_{11} \neq a_{44}; a_{21} = 0;$ $a_{22} = 0; a_{11} \neq 0.$
γ	$P_6: a_{11} = a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{21} = a_{23} = a_{24} = a_{31} = a_{32} = 0, a_{33} = a_{34} = a_{43} = 0; a_{44} = \frac{1}{2}a_{22};$ a_{22}, a_{41}, a_{42} – lar, cheklovlar bog'liq holda ixtiyoriy.	$a_{11} \neq a_{44}; a_{21} = 0;$ $a_{22} \neq 0; a_{33} = 0.$
	$P_7: a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{21} = a_{23} = a_{24} = a_{31} = a_{32} = 0, a_{34} = a_{43} = 0; a_{22} = \frac{1}{2}a_{11}, a_{33} = \frac{1}{3}a_{11}, a_{44} = \frac{1}{4}a_{11};$ a_{11}, a_{41}, a_{42} – lar, cheklovlar bog'liq holda ixtiyoriy.	$a_{11} \neq a_{44}; a_{21} = 0;$ $a_{22} \neq 0; a_{33} \neq 0.$
	$P_8: a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{22} = a_{23} = a_{24} = a_{32} = a_{33} = 0, a_{34} = a_{43} = a_{44} = 0; a_{31} = \frac{a_{21}^2}{a_{11}};$ $a_{11}, a_{21}, a_{41}, a_{42}$ – lar, cheklovlar bog'liq holda ixtiyoriy.	$a_{11} \neq a_{44}; a_{21} \neq 0;$ $a_{33} = a_{44}; a_{12} = 0.$
	$P_9: a_{13} = a_{14} = a_{23} = a_{24} = a_{33} = a_{34} = a_{43} = a_{44} = 0; a_{22} = \frac{a_{12}a_{21}}{a_{11}}, a_{31} = -\frac{a_{21}^2}{a_{11}}, a_{32} = -\frac{a_{12}a_{21}^2}{a_{11}^2};$ $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{41}, a_{42}$ – lar, cheklovlar bog'liq holda ixtiyoriy.	$a_{11} \neq a_{44}; a_{21} \neq 0;$ $a_{33} = a_{44}; a_{12} \neq 0;$ $a_{43} = 0.$
	$P_{10}: a_{13} = a_{14} = a_{23} = a_{24} = a_{33} = a_{34} = a_{44} = 0; a_{21} = -\frac{a_{11}^2}{a_{12}}, a_{22} = -a_{11}, a_{31} = -\frac{3a_{11}^3}{a_{12}^2}, a_{32} = -\frac{a_{11}^2}{a_{12}};$ $a_{11}, a_{12}, a_{41}, a_{42}, a_{43}$ – lar, cheklovlar bog'liq holda ixtiyoriy.	$a_{11} \neq a_{44}; a_{21} \neq 0;$ $a_{33} = a_{44}; a_{12} \neq 0;$ $a_{43} \neq 0.$
	$P_{11}: a_{11} = a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{23} = a_{24} = a_{33} = a_{34} = 0; a_{31} = -\frac{2a_{21}^2}{a_{22}}, a_{32} = -2a_{21}, a_{43} = -\frac{1}{2}a_{21}, a_{44} = \frac{1}{2}a_{22};$ $a_{21}, a_{22}, a_{41}, a_{42}$ – lar, cheklovlar bog'liq holda ixtiyoriy.	$a_{11} \neq a_{44}; a_{21} \neq 0;$ $a_{33} \neq a_{44}; a_{33} = 0.$
	$P_{12}: a_{12} = a_{13} = a_{14} = a_{23} = a_{24} = a_{34} = 0; a_{22} = \frac{1}{2}a_{11}, a_{31} = \frac{4a_{21}^2}{3a_{11}}, a_{32} = -2a_{21}, a_{43} = -\frac{1}{6}a_{21}, a_{44} = \frac{1}{4}a_{11};$ $a_{21}, a_{22}, a_{41}, a_{42}$ – lar, cheklovlar bog'liq holda ixtiyoriy.	$a_{11} \neq a_{44}; a_{21} \neq 0;$ $a_{33} \neq a_{44}; a_{33} \neq 0.$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YHATI:

1. N.G.Abdujabborov, I.A.Karimjanov and M.A.Kodirova. Rota – type operators on 3 – dimensional nilpotent associative algebras. Communications in Mathematics 29 (2021) 227–241
2. J.Q.Adashev, B.A.Omirov and A.Kh.Khudoyberdiyev. Classifications of some classes of Zinbiel algebras. Journal of Generalized Lie Theory and Applications Vol. 4 (2010), Article ID S090601, 10 pages
3. G. Baxter: An analytic problem whose solution follows from a simple algebraic identity. Pac. J. Math. 10 (1960) 731–742.

4. X. Tang, Y. Zhang, and Q. Sun.: Rota-Baxter operators on 4-dimensional complex simple associative algebras. Appl. Math. Comput. 229 (2014) 173–186.

ФУНКЦИОНАЛ ТЕНГЛАМАЛАРНИ ЕЧИШНИНГ БАЪЗИ УСУЛЛАРИ

Н.Хайдаров, Д.Бегимкулов, Қ.Остонов (СамДУ)

Умумий ечимлари бизга маълум бўлган тенгламаларга келтирилиши мумкин бўлган функционал тенгламаларнинг айрим турларини кўриб чиқамиз. Одатда тарикасида, бундай тенгламалар асосий Коши тенгламаларига келтирилади.

1.Маълум тенгламага келтириш усули. Усул ёрдамчи функцияни киритишга асосланган бўлиб, уни шундай танлаш керакки, трансформациялардан сўнг у маълум функционал тенгламалардан бирини қаноатлантириши аниқ бўлади.

1-мисол. x_1 и x_2 ларнинг ихтиёрий рухсат этилган қийматларда айирмаси $f(x_1y) - f(x_2y)$ у га боғлиқ бўлмаган $(0; \infty)$ интервалда аниқланган барча узлуксиз функцияларни топим.

Ечиш. Шартга кўра, $f(xy) - f(y)(x_2 = x, x_2 = 1)$ ифода у га боғлиқ эмас, шунинг учун $f(xy) - f(y) = f(x) - f(1)$. $g(x) = f(x) - f(1)$ ни қўйиб, Кошининг функционал $g(xy) = g(x) + g(y)$ тенгламасини оламиз.

Маълумки, узлуксиз функциялар синфида $g(x) = c \ln x$. Бундан $f(x) = c \ln x + b$ бу ерда $b = f(1)$. Текшириш шуни кўрсатадики, масаланинг шартини ихтиёрий b ва c лар учун $f(x) = c \ln x + b$ функциялар билан қаноатлантирилади.

Ҳисоблаш x_1 и x_2 ларни турли тайинланган сонлар деб ҳисоблаб мисол қараймиз. $f(x_1y) - f(x_2y)$ ифода у га боғлиқ эмаслиги сабабли $f(x_1y) - f(x_2y) = c$, $x_2y = x$ бўлсин, у ҳолда $f(ax) = f(x) + c$. Бу ерда $a = \frac{x_1}{x_2} \neq 1$, $a > 0$, c - ўзгармас. x ни e^x билан алмаштирсак,

$$f(e^{x+\ln a}) - c = f(e^x), x \in R \text{ ни оламиз. Иккала қисмидан } \frac{cx}{\ln a} \text{ ни айириш натижасида}$$

$$f(e^{x+\ln a}) - \frac{c(x+\ln a)}{\ln a} = f(e^x) - \frac{cx}{\ln a}, \text{ ёки } g(x+\ln a) = g(x) \text{ ни оламиз, бу ерда } g(x) = f(e^x) - \frac{cx}{\ln a}.$$

Бу тенгламани $\ln a$ даврли даврий функциялар қаноатлантиради. Бу ердан $g(x) = f(e^x) - \frac{c \ln x}{\ln a}$.

Текширишда биз a -ихтиёрий доимий $g(x)$ эса $\ln \frac{x_1}{x_2}$ даврли узлуксиз даврий функция бўлганда $f(x) = g(\ln x) + a \ln x$ кўринишдаги функциялар талаб қилинган хоссага эга эканлигига ишонч ҳосил қиламиз.

2-мисол. Маълумки, ҳақиқий сонларни қўшиш гуруҳлаш хоссасига эга: ҳар қандай $x, y, z \in R$ лар учун $(x+y)+z = x+(y+z)$. Гуруҳлашни "сақловчи" барча $f(x)$ узлуксиз функцияларни топиш талаб қилинади, яъни $f(x+y) + f(z) = f(x) + f(y+z)$

Ечиш. Бу тенгликни қуйидагича қайта ёзиб оламиз: $f(x+y) - f(x) = f(y+z) - f(z)$. Чап томоннинг x га боғлиқ эмаслигини кўриш осон, яъни $f(x+y) - f(x) = g(y)$. $x=0$ бўлганда $f(y) = g(y) + a$, $a = f(0)$. Коши функционал тенгламасига (4) келдик $g(x+y) = g(x) + g(y)$. Унинг узлуксиз Ечими бўлиб $g(x) = cx$ функциялар ҳисобланади. Шундай қилиб, $f(x) = cx + a$, бу ерда a и c - ихтиёрий ўзгармаслар.

3-мисол. Қуйидаги хоссага эга текис эгри чизикларни топим: ихтиёрий иккита нукта учун бир нуктанинг абсциссасининг иккинчисининг ординатасига кўпайтмалари йиғиндиси абсциссаси берилган нукталарнинг абсциссаларининг кўпайтмаси тенг бўлган нукта ординатасига тенг.

РЕСПУБЛИКА ИЛМІЙ АНЖУМАНИ

Ечиш. Биз аргументнинг мусбат қийматлари учун аниқланган узлуксиз функцияларнинг графиклари бўлган эгри чизикларни топиш билан чегараланамиз.

Масала $f(xy) = xf(y) + yf(x)$ функционал тенгламани ечишга келтирилади

$g(x) = \frac{f(x)}{x}$ бўлсин. У ҳолда $g(xy) = g(x) + g(y)$ кўринишдаги Коши тенгламасини (6) оламиз.

$x > 0$ да $g(x)$ узлуксиз бўлгани учун, у ҳолда $g(x) = c \ln x$. Бундан c ихтиёрий ўзгармасли $f(x) = cx \ln x$.

2.Алмаштириш усули. Функционал тенгламанинг баъзи ўзгарувчиларини ёки конкрет қийматлар, ёки бошқа ифодалар билан алмаштириб, биз ушбу тенгламани соддалаштиришга ёки кейинги ечим аниқ бўладиган шаклга келтиришга ҳаракат қиламиз. Қўлланиладиган усулнинг ўзига хос хусусияти шундаки, у бир қатор ҳолларда барча мумкин бўлган функциялар синфида ечимларни топишга имкон беради. Қуйидаги мисоллар билан усулни тушунтирамиз.

4-мисол. $f(xy) = y^k f(x)$, $k \in N$ функционал тенгламанинг барча ечимларини топинг.

Ечиш. Тенгламада $x = 0$: $f(0) = y^k f(0)$ деб оламиз. Чунки y - ихтиёрий бўлгани учун

$f(0) = 0$. Энди $x \neq 0$ бўлсин. Тенгламага $y = \frac{1}{x}$ ни қўйсак, $f(1) = \left(\frac{1}{x}\right)^k \cdot f(x)$ ни оламиз: ёки

$f(x) = ax^k$, ($a = f(1)$). $f(x) = ax^k$ функция берилган тенгламанинг ечими ҳисобланади.

5-мисол. $a \neq \pm 1$ - бирор ҳақиқий сон бўлсин. Барча $x \neq 1$ лар учун аниқланган ва

$f\left(\frac{x}{x-1}\right) = af(x) + g(x)$ тенгламани қаноатлантирувчи $f(x)$ функцияни топинг, бу ерда $g - x \neq 1$

да аниқланган берилган функция.

Ечиш. $x \rightarrow \frac{x}{x-1}$ алмаштиришдан сўнг биз

$$\begin{cases} f\left(\frac{x}{x-1}\right) = af(x) + g(x) \\ f(x) = af\left(\frac{x}{x-1}\right) + g\left(\frac{x}{x-1}\right) \end{cases}$$

системани оламиз. Унинг ечими $a^2 \neq 1$ да $f(x) = \frac{ag(x) + g\left(\frac{x}{x-1}\right)}{1-a^2}$ функция ҳисобланади.

АДАБИЁТЛАР:

1. Просветов Г.И. Функциональные уравнения: задачи и решения: Учебно-практическое пособие. – М.: Издательство «Альфа-Пресс», 2010. – 48с.
2. Андреев А.А., Кузьмин Ю.Н., Савин А.Н., Саушкин И.Н. Функциональные уравнения. - Самара: В мире науки, 1999
3. Бродский Я. С., Слипченко А. К. Функциональные уравнения. - К.: Вища школа. Головное издательство, 1983. - 96 с
4. Ильин В.А. Методы решения функциональных уравнений // Соросовский образовательный журнал, 2001, № 2, с. 116 - 120

**РЕСПУБЛИКА ИЛМІЙ АНЖУМАНИ
МУНДАРИЖА**

Ibragimov M., Seypullaev J. EXTREME POINTS OF THE ATOMIC SFS-SPACES.....	333
Нажмиддинова Х.Ё., Тохиржонова Х.Ю. ЧЕКЛИ ГРУППАЛАРДАГИ ИЧКИ АВТОМОРФИЗМЛАРНИНГ БЕРИЛИШ УСУЛЛАРИ.....	334
Najmiddinova H.Yo., Sidiqova M.A. KREDIT-MODUL TIZIMI ASOSIDA TALABALAR BILIMINI BAHOLASHNING AYRIM O'ZIGA XOSLIKLARI HAQIDA.....	337
Sattarov I.A., Abdukaxorova Z.T., Xaydarova B. ABOUT THE FIXED POINTS OF THE p – ADIC (3,3)-RATIONAL DYNAMICAL SYSTEMS.	339
Sattarov I.A., Abdukaxorova Z.T., Mansuraliyeva R.F. UCHTA QO'ZG'ALMAS NUQTALI (0,2)- RATIONAL FUNKSIYALARNING p-ADIK DINAMIK SISTEMALARI.....	340
Sattarov I.A., Mansuraliyeva R.F., Abdukaxorova Z.T. GENERAL FORM OF THE p -ADIC (3,3)- RATIONAL FUNCTIONS WITH A UNIQUE FIXED POINT	342
Рахманов А., Расулов О. СТАТИСТИК БАҲОЛАРНИНГ АСИМПТОТИК ЕТАРЛИЛИГИ...	342
Мурадов Р.С., Зиётдинова М.А. БУТСТРЕП УСУЛИ ВА УНИНГ СТАТИСТИК БАҲОЛАШДА ҚЎЛЛАНИЛИШИ.....	345
Камолитдинов М., Умаров Т. БАТТАЧАРИЯНИНГ ТЕНГСИЗЛИКЛАРИ СИСТЕМАСИ ҲАҚИДА.....	346
Ходжибаев В.Р., Абдувалиева М.З. О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЧИСЛА ПЕРЕСЕЧЕНИЙ ИНТЕРВАЛА ДЛЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ С НЕЗАВИСИМЫМИ ПРИРАЩЕНИЯМИ	348
Ходжибаев В.Р., Кулматова М.З. НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТИ РАЗОРЕНИЯ....	349
Захидов Д. СГЛАЖЕННЫЕ МЕТОДЫ ЭМПИРИЧЕСКОГО ПРАВДОПОДОБИЯ.	350
Saypiddinov Sh., Axmadjonov A. STATISTIKADA ρ - SPIRMEN VA τ - KENDALL KORRELATSIYA KOEFFITSIENTLARI HAQIDA	352
O'rinov A., Sobitaliyev Sh. STATISTIKADA KICHIK KVADRATLAR USULI VA UNING TATBIQLARI.....	354
Умрзаков Ш.Қ., Алимджанов Н.Н., Ғайниддинов Ш.Т. НАМАНГАН ВИЛОЯТИ ЕР ФОНДИНИНГ ЭКОЛОГИК-ХЎЖАЛИК ЖИҲАТИДАН ЗЎРИҚИШ ДАРАЖАСИНИ МАТЕМАТИК УСУЛЛАР ЁРДАМИДА АНИҚЛАШ.....	356
Асатов Ж. КОМПОЗИЦИЯ НЕКОТОРЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ЛОТКИ–ВОЛЬТЕРРА, ДЕЙСТВУЮЩИХ В ДВУМЕРНОМ СИМПЛЕКСЕ	359
Холмуродов Ф.М. АВТОМОБИЛ ЙЎЛЛАРИДАГИ ТРАНСПОРТ ҲАРАКАТИ ЖАРАЁНЛАРИНИ МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАШТИРИШ.....	361
Ботирова З. М. Йўлчиева У. Ю. КОРРЕЛЯЦИОН ВА РЕГРЕССИОН ТАҲЛИЛНИНГ АМАЛИЙ МАСАЛАЛАРГА ТАДБИҚЛАРИ.....	363
Berdikulova A.N., Beshimova Sh.X. DERIVATIONS OF SOME FIVE-DIMENSIONAL 3-LIE ALGEBRAS.....	365
Tojiboyev E. BA'ZI BIR NILPOTENT ZINBIEL ALGEBRALARIDA ROTA – BAXTER OPERATORLARI	367
Хайдаров Н., Бегимқулов Д., Остонов Қ. ФУНКЦИОНАЛ ТЕНГЛАМАЛАРНИ ЕЧИШНИНГ БАЪЗИ УСУЛЛАРИ	369